한국학교수학회논문집 제 12 권, 제 1 호
Journal of the Korean School Mathematics Society
Volume 12, Number 1, 99-114, March 2009

역사발생적 관점에서 본 행렬 지도의 재음미

조성민[1)]

선형대수는 최근 이공계열 뿐만 아니라 인문·사회 과학 분야에서도 많은 관심을 받고 있다. 그러나 선형대수는 대학의 기초 과목으로 채택된 지 20-30년 밖에 되지 않은 분야로, 선형대수의 지도에 대한 연구는 상대적으로 많지 않은 편이다. 이에 1990년 선형대수 교육과정 연구 단체(The Linear Algebra Curriculum Study Group)가 결성되고, 선형대수 지도를 개선하기 위한 움직임이 다양하게 나타나고 있다. 본 논문에서는 선형대수의 주요 도구 중 하나인 행렬과 관련된 연구들을 살펴보고, 역사발생적 원리를 바탕으로 한 행렬 지도 방법을 제안하고자 한다. 이를 위해 행렬과 행렬식, 연립일차방정식과 행렬, 일차변환의 개념 발달 과정을 분석하고, 역사발생적 관점에서의 행렬 지도 방안을 모색하였다.

주요용어 : 행렬, 행렬식, 역사발생적 원리, 중등 학교수학

Ⅰ. 서론

Wassily Leontief가 선형방정식을 이용한 수리모형연구로 1973년 노벨 경제학상을 수상함에 따라 선형대수는 이공계열은 물론 인문·사회 과학 분야에서도 많은 관심을 받게 되어 1980년대부터는 대학의 인문·사회 과학 계열에서도 기초 과목으로 채택되었다(Lay, 2003). 그러나 선형대수가 처음으로 대학의 수학 과목으로 채택된 것은 불과 20-30년 전의 일로 100여년이 넘도록 대학 이공계열의 기초 과목으로 혹은 고등학교의 과목으로 지도되고 있는 미적분과 달리 지도방안에 대한 연구가 상대적으로 많지 않다(Tucker, 1993; 최영한, 2004).

이에 1990년 선형대수 교육과정 연구 단체(The Linear Algebra Curriculum Study Group, 이하 LACSG)가 결성되었고, NSF(National Science Foundation)의 지원을 받아 진행한 워크숍에서 LACSG는 선형대수 교육과정의 구성과 관련된 제안을 다섯 가지로 발표하였다(Carlson, Johnson, Lay & Porter, 1993). 첫째, 선형대수의 교육과정은 이를 필요로 하는 다른 분야의 요구에 적절히 반응해야 한다. 둘째, 추상화를 강조하는 기존의 교육과정은 문제해결과 활용을 강조하는 행렬 중심의 교육과정으로 재편성되어야 한다. 셋째, 교육과정은 학생들의 요구와 관심을 고려하여 구성되어야 한다. 넷째, 교육과정은 다양한 소프트웨어를 적절히 활용할 수 있는 방안을 제안함으로써 빠르게 변화하는 테크놀로지가 적절히 활용될 수 있어야 한다. 다섯째, 행렬 이론이나 고급 선형대수가 후속과목으로 개설되어야 한다.

1) 이화여자대학교 수리과학연구소 (csminy@hanmail.net)

LACSG의 제안은 대학 수업을 대상으로 발표된 것으로, 이를 고등학교 수학과 교육과정에 직접 적용하는 것은 다소 무리가 있다. 다만 LACSG의 제안을 계기로 선형대수의 주제로 통합될 수 있는 고등학교 교과 내용들의 지도 방안을 모색함으로써 관련 개념들의 내적 연결성을 강화할 수 있을 것이다.

제7차 수학과 교육과정은 국민 공통 기본 교육 과정의 10-가/나 과목을 이수한 다음, 수학 Ⅰ, 수학 Ⅱ, 미분과 적분, 확률과 통계, 이산수학, 실용수학 과목 중에서 일부를 선택하도록 구성되어 있다. 이 중에서 수학 Ⅱ는 대학의 자연 계열 또는 공학 계열로의 진학을 희망하는 학생들이 이수하기에 알맞은 과목(교육부, 1997)으로, 수학 Ⅱ 과목의 대수 영역에는 제6차 수학과 교육과정의 수학 Ⅱ 과목의 내용 중 일부가 포함되어 있다. 특히 행렬 지도와 관련하여 제7차 수학과 교육과정은 제6차 수학과 교육과정과 달리 수학 Ⅱ 과목에서 일차변환과 행렬 단원을 삭제하고 이산수학 과목을 신설하는 등 변화를 시도하였다. 그러나 선형대수의 측면에서 볼 때 제7차 수학과 교육과정은 내적 관련성을 명확히 드러내지 못한 채 오히려 고등학교 교육과정에 포함되어 있는, 선형대수의 주제로 통합될 수 있는 개념간의 분리를 심화시킨다는 문제점이 지적되기도 하였다(최영한, 2004; 허은숙, 2005). 이에 따라 2007년 개정 수학과 교육과정은 '일차변환과 행렬'을 '기하와 벡터' 과목에 다시 도입함으로써 선형대수로 통합될 수 있는 개념들간의 연결 가능성을 열어 놓고 있다. 따라서 2007년 개정 수학과 교육과정이 시행되기에 앞서 선형대수에서 다루어지는 개념들에 대한 연구결과들을 분석하고 학생 지도 시 이를 반영할 방안을 모색해야 할 것이다.

본 연구에서는 학생들이 선형대수 학습의 어려움으로 공리적 접근을 꼽는다(신경희, 2004)는 점을 고려하여 역사발생적 관점에서 선형대수의 지도 방안을 찾아보고자 한다. 수학사는 수학적 이해를 뒷받침할 수 있는 구조와 수학적 정의가 활용될 수 있는 논리를 제공하기 때문이다(Swetz et al, 1995). 따라서 개념 발달에 대한 역사적인 분석을 토대로 교재의 재구성을 제안하는 현대적인 역사발생적 원리의 관점(우정호, 민세영, 2002)에 따라 선형대수의 주요한 도구 중 하나인 행렬의 지도 방안을 탐색하고자 한다. 이를 위해 행렬과 행렬식, 연립일차방정식과 행렬, 일차변환의 개념 발달 과정을 간략히 살펴보고, 이를 반영한 지도 방안을 모색할 것이다.

Ⅱ. 행렬 및 관련 내용의 개념 발달

역사발생적 원리는 수학적 개념의 역사발생과 개인 학습 과정의 평행성을 가정하여 수학적 개념 발달에 대한 역사적인 분석을 바탕으로 학생들의 개념 구성 과정을 재구성한다. 따라서 본 장에서는 행렬과 관련된 수학적 개념들의 역사 발달 과정을 살펴보고자 한다.

1. 행렬과 행렬식

17세기 Leibniz의 연구에 등장하는 행렬식을 제외하면 선형대수의 주제로 통합될 수 있는 대부분의 개념들은 그 기원이 19세기로 다른 수학 분야에 비해 역사가 비교적 짧은 편에 속한다. 초기 형태로 소개되었던 행렬식이 본격적으로 사용된 것도 1812년 Cauchy에 의해서이고, 행렬이라는 용어는 1848년 Sylvester에 의하여, 행렬대수는 1857년 Cayley에 의하여 고안되었기 때문이다(Eves, 1953; Tucker, 1993).

‘행렬(matrix)’이라는 용어와 괄호를 포함하는 행렬기호는 행렬식을 연구하는 과정에서 대수적 언어의 필요성에 의해 시도되었다. 1848년 Sylvester는 숫자들의 배열에 matrix라는 이름을 붙였는데, 이는 ‘모체(womb)’라는 의미의 라틴어 matri를 어원으로 한다(우정호 외, 2003). Sylvester에 따르면 사각형의 숫자배열인 행렬(matrix)은 행렬식을 만들어내는 생성원이므로 일종의 모체라는 것이다(Tucker, 1993). 그 당시 Sylvester는 이 용어를 사용하지 않았으나, Cayley가 1855년 논문에서 이 용어를 처음 소개하고 1858년 논문에서 괄호를 사용한 기호와 함께 적절히 활용함으로써 오늘날까지 이어져오고 있다(Boyer & Merzbach, 1991; Katz, 1995).

많은 사람들의 추측과는 달리 일차방정식의 계수에 대한 연구가 선형대수와 행렬의 발달을 유발한 것이 아니다. 일차방정식의 계수를 배열하는 것에 관한 문제는 행렬이 아닌 행렬식에 대한 연구를 촉발시켰기 때문이다(Tucker, 1993). Leibniz는 1693년 L'Hospital에게 쓴 편지에서 연립방정식의 각 항의 위치를 나타내는 방법으로 다음과 같이 행과 열을 표기하는 수를 사용하였다(Boyer & Merzbach, 1991).

$$\begin{array}{lcl} 10+11x+12y=0 & & 1_0+1_1x+1_2y=0 \\ 20+21x+22y=0 & \text{또는} & 2_0+2_1x+2_2y=0 \\ 30+31x+32y=0 & & 3_0+3_1x+3_2y=0 \end{array}$$

Leibniz는 이 세 방정식을 연립하여도 모순이 생기지 않는다면 다음과 같이 쓸 수 있다고 설명하였다.

$$\begin{array}{lcl} 1_0\cdot 2_1\cdot 3_2 & & 1_0\cdot 2_2\cdot 3_1 \\ 1_1\cdot 2_2\cdot 3_0 & = & 1_1\cdot 2_0\cdot 3_2 \\ 1_2\cdot 2_0\cdot 3_1 & & 1_2\cdot 2_1\cdot 3_0 \end{array}$$

Leibniz의 설명을 현대식으로 고쳐서 표현하면 다음과 같게 되어 행렬식의 전신이라고 할 수 있다.

$$\begin{array}{l} a_1+b_1x+c_1y=0 \\ a_2+b_2x+c_2y=0 \\ a_3+b_3x+c_3y=0 \end{array} \qquad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=0$$

1748년 Maclaurin의 사후에 출간된 책에는 행렬식을 이용하여 연립방정식을 푸는 방법이 실려 있으며, Cramer도 1750년 행렬식을 이용한 일차방정식의 풀이에 관한 공식을 발표하였다. Lagrange, Monge로 이어지던 행렬식에 대한 연구는 1812년 Cauchy가 행렬식에 관한 긴 논문을 발표함에 따라 본격적인 역사가 시작되었다. 이후 1843년 Cayley가 행렬식을 필수 도구로 하는 n차원 공간의 해석기하학을 창안하였다(Boyer & Merzbach, 1991).

2. 연립일차방정식과 행렬

연립일차방정식의 풀이는 역사적으로 볼 때 많은 관심을 받아 왔다. 기원전 200년경 만들어진 중국의 수학서 ‘구장산술’의 7장(Katz, 1995)이나 조선의 산학서 중 구일집, 산학입문, 구수략, 익산 등에서도 구체적인 사례들을 제시하고 있다(장혜원, 2006). 특히 유럽에서는 17세기 이후 복잡한 곡선문제에 대한 연립일차방정식의 해법이 요구되면서 그 중요성이 재인식되었다(허은숙, 2005).

연립일차방정식은 선형대수 이론을 발달시킨 기본적인 모태라 할 수 있다. 연립일차방정식을 해결하는 과정에서 궁극적으로 벡터공간의 구조에 대한 아이디어가 발달했으므로(Dorier, Robert, Robinet & Rogalski, 2000), 선형대수의 첫 번째 주제는 연립일차방정식의 풀이에서 시작된 것이라 해도 과언이 아니다(Katz, 1995). 이는 연립일차방정식의 해를 구하려는 사례들을 살펴보면 더욱 분명해진다. 17, 18세기 유럽에서는 물리학이나 천문학, 측지학 등에서 나타나는 복잡한 문제를 해결하기 위하여 주어진 문제를 연립일차방정식으로 바꿔 풀었는데, 이는 연립일차방정식에 대한 연구가 체계적으로 진행되는데 중요한 계기가 되었다.

연립일차방정식의 풀이와 관련된 중요한 사례 중 하나는 Euler의 1750년 논문에 나타난다(Dorier, 2002). Euler는 다음 두 방정식의 풀이로부터 시작하였다.

$$3x-2y=5 \text{ 이고 } 4y=6x-10$$

Euler의 시대에는 일차방정식에 대한 이론을 체계화하는 것보다 연립방정식의 해를 쉽게 구할 수 있는 실용적인 규칙을 찾는 데 초점이 맞춰져 있었다. 따라서 Euler는 방정식 풀이와 관련된 이론을 체계화하기보다 첫 번째 방정식을 하나의 문자에 대해 정리하고 이를 두 번째 방정식에 대입하는 형태인 소거법을 이용하여 방정식의 해를 구하였다. 이러한 과정에서 Euler는 ‘한 방정식이 다른 방정식으로 구성된다’거나 ‘한 방정식이 다른 방정식을 포함한다’라는 표현을 사용하였는데 이는 현대의 선형대수의 관점에서 볼 때 방정식들이 서로 일차종속임을 의미하는 것이라 할 수 있다. 그러나 Euler의 연구는 일차종속에 관하여 직관적인 논의만을 담고 있으므로 이를 통해 선형성의 개념을 정립했다고 간주하기에는 다소 무리가 있다.

이에 비하여 Cramer는 방정식의 계수를 직접 이용하여 보다 쉽게 해를 구하는 편리한 방법을 제시하였다. 즉, Euler가 소거법과 방정식의 모양에 주목했다면, Cramer는 방정식의 계수에 주목한 것이다. Cramer는 1850년 출간한 저서에서 일반적인 값을 계수로 갖는 연립일차방정식을 나타내는 특별한 기호를 사용하였다. 또한 계수로 이루어진 함수를 미지수의 개수와 방정식의 개수가 같은 방정식의 풀이에 사용할 수 있도록 규칙을 만들었다. Cramer의 연구결과에 의해 행렬식은 좀 더 다양하게, 수학의 여러 분야에서도 활용될 수 있게 되었다.

한편 Cramer의 방법 역시 계수가 복잡한 경우에 적용하는 데 한계에 부딪친다. 따라서 복잡한 계수를 가진 연립일차방정식의 해를 쉽고 간편하게 구할 수 있는 방법의 필요성이 제기되었다. 이에 Gauss는 또 다른 형태의 소거법을 제안하였다. Gauss 소거법은 방정식끼리 더하거나 실수를 곱하여 더하는 과정을 반복함으로써 결과적으로 가장 아래의 방정식이

하나의 문자를, 아래에서 두 번째 방정식은 두 개의 문자를, 세 번째 방정식은 세 개의 문자를 가지도록 문자를 소거해가는 것이다. 그 결과 연립일차방정식의 모양은 역삼각형의 꼴을 갖게 되고, 마지막 방정식에서부터 차례로 미지수를 구할 수 있게 된다. Gauss 소거법의 장점은 계수가 복잡한 경우와 방정식의 개수가 많은 경우에도 실수를 곱하고 더하는 과정을 동일하게 적용할 수 있다는 점이다. 이러한 조작은 방정식을 하나하나 변경하여 대입함으로써 문자를 소거해가는 것과는 달리, 결과적으로 연립일차방정식 전체의 모양을 바꾸는 것이므로 간편하면서도 단일화된 방법을 제공하게 된다(허은숙 2005).

한편 Cayley는 일차방정식의 연구에 괄호를 사용하는 것의 편리함을 설명하면서 다음과 같이 연립방정식을 괄호를 이용하여 나타내기도 하였다(Katz, 1995).

$$\begin{aligned} \xi &= \alpha x+\beta y+\gamma z+\cdots \\ \eta &= \alpha' x+\beta' y+\gamma' z+\cdots \\ \zeta &= \alpha'' x+\beta'' y+\gamma'' z+\cdots \\ \cdot &= \cdots\cdots\cdots \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad (\xi,\ \eta,\ \zeta, \cdots)=\begin{pmatrix} \alpha & \beta & \gamma & \cdots \\ \alpha' & \beta' & \gamma' & \cdots \\ \alpha'' & \beta'' & \gamma'' & \cdots \end{pmatrix}(x,\ y,\ z,\ \cdots)$$

이로써 Sylvester가 제안한 행렬의 표기 방법은 연립일차방정식의 풀이에 직접적으로 활용되기 시작하였다.

이상의 내용을 고려할 때 연립일차방정식은 선형대수 개념 발달에서 역사적 기원의 의미를 담고 있다. 그러나 행렬 개념은 복잡한 연립일차방정식의 문제 상황을 단순화하는 도구로서 19세기에 이르러서야 본격적으로 등장하였다.

3. 일차변환

일차변환은 기하학적인 측면에서 도형의 이동을 행렬로 표현할 수 있게 한다는 점에서 선형대수에서 다루는 여러 가지 주제를 연결해주는 중심적인 아이디어 중 하나로 간주되고 있다(허은숙, 2005). 특히 일차변환을 통해서 연립일차방정식의 풀이에서 다루던 선형성의 개념을 기하학에서 다룰 수 있도록 한다는 점에서 그 의미는 더욱 크다.

일차변환은 Cayley가 1855년 논문에서 행렬대수를 고안하는 데 결정적인 계기를 제공하였다(Tucker, 1993). Cayley는 일차변환 T_1, T_2가 주어졌을 때 T_1을 실행하고 다시 T_2를 실행하는 변환을 다음과 같이 나타냈다.

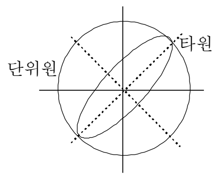
$$T_1:\ x' = ax+by \qquad T_2:\ x'' = \alpha x'+\beta y'$$
$$\quad\ \ y' = cx+dy \qquad\quad\ \ y'' = \gamma x'+\delta y'$$
$$\Downarrow$$
$$T_2T_1: x'' = (\alpha a+\beta c)x+(\alpha b+\beta d)y$$
$$\qquad\quad y'' = (\gamma a+\delta c)x+(\gamma b+\delta d)y$$

이와 같은 합성변환을 연구하는 과정에서 Cayley는 행렬의 곱셈을 정의할 수 있었다. 즉, 합성변환 T_2T_1의 계수를 행렬로 나타낸 것을 행렬 T_2와 행렬 T_1의 곱으로 정의한 것이다. 이를 현대적인 기호로 표시하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \alpha a+\beta c & \alpha b+\beta d \\ \gamma a+\delta c & \gamma b+\delta d \end{pmatrix}$$

이러한 개념은 역행렬을 비롯하여 Cayley가 행렬 대수를 고안해 내는데 많은 기여를 하였다.

한편 일차변환은 기하학에 좌표가 도입됨에 따라 도형과 관련된 불변량[2]의 연구가 활발하던 시점에서 그 중요성과 유용성이 부각되었다. 기하학적인 도형의 불변량 문제를 일차변환에 대한 불변량의 문제로 환원함으로써 복잡하고 어려운 기하학적 문제를 대수적으로 해결할 수 있는 가능성이 생겼기 때문이다. 즉, 일차변환을 이용하여 주어진 도형을 좀 더 편리하고 쉽게 할 수 있는 익숙한 도형으로 교묘하게 변환시키는 것이다. 기하학의 해결기법이라고 불리는 이 방법을 좀 더 설명하면 다음과 같다(이종우, 2008). 첫째, 주어진 도형을 간단하게 만드는 과정을 통하여 주어진 도형과 동치인 다른 도형으로 변환시킨다. 둘째, 도형이 변환됨에 따라 어려운 문제가 좀 더 쉽게 변형되었으므로 제시된 문제를 푼다. 셋째, 처음에 주어진 문제에 대한 해를 얻기 위하여 새로운 도형에서 얻은 풀이의 해를 원래 문제 상황으로 역변환 시킨다.



[그림 1] 좌표축의 변화

이러한 연구는 해석기하학이 발달하여 기하학에 좌표가 도입됨에 따라 더욱 왕성해졌고, Cauchy는 일차변환을 좌표축의 이동으로 생각하여([그림 1] 참고) 고유값 문제를 포함하는 오늘날의 spectral이론으로 발전시키기도 하였다.

Ⅲ. 역사발생적 원리에 기초한 행렬 지도 방안

역사적으로 볼 때 중요한 수학적 개념이나 연산, 정리 등은 현실적인 상황에 의해 암시되고 실제 세계에 대한 경험으로부터 발생하였다. 그러나 수학자들이 그러한 발생의 흔적을 지우고 최종적인 연역체계만을 제시함으로써 학생들의 이해를 더욱 어렵게 만들고 있다. 이

2) 1872년 에르랑겐 프로그램을 제창한 F. Klein은 합동변환에 의해 변하지 않는 개념 혹은 측정값인 '불변량'을 기하학의 주된 연구대상으로 간주하였다(홍갑주, 2008).

에 역사발생적 원리는 수학적 개념의 발달 과정에 대한 재해석을 바탕으로 학생들이 수학적 개념을 가장 잘 학습할 수 있도록 교재를 재구성할 것을 제안하고 있다(우정호, 민세영, 2002).

본 장에서는 Ⅱ장의 행렬에 대한 역사적인 분석을 기초로 고등학교 수학의 행렬 지도 방안을 모색하고자 한다. 이를 위해 제6차, 제7차, 2007년 개정 수학과 교육과정을 비교하고 역사발생적 원리를 바탕으로 한 행렬 지도 방법을 제시하였다.

1. 교육과정 비교

제7차 수학과 교육과정에서 '일차변환과 행렬' 내용이 삭제되고 이산수학 과목이 신설됨에 따라 선형대수와 관련된 내용은 내적 관련성이 명확히 드러나지 않은 분야 중 하나로 꼽히고 있다(허은숙, 2005). 이에 2007년 개정 수학과 교육과정에서는 '기하와 벡터' 과목에 일차변환과 행렬을 삽입함으로써 제7차 수학과 교육과정의 행렬 지도 경향성에 변화를 추구하고 있다. 다음은 '행렬의 뜻과 연산'에 대한 교육과정의 내용이다.

<표 1> '행렬의 뜻과 연산' 에 관한 교육과정 내용

교육과정	제6차 수학과 교육과정	제7차 수학과 교육과정	2007년 개정 수학과 교육과정
과목명	수학 I	수학 I	수학 I
내용	행렬 ㉮ 행렬과 그 연산 ① 행렬의 뜻 ② 행렬의 연산 ③ 역행렬 ㉯ 연립일차방정식과 행렬	행렬 1 행렬과 그 연산 ① 수량을 직사각형 모양으로 나타낼 수 있는 경우를 찾아보고, 행렬의 뜻을 이해한다. ② 행렬의 덧셈, 뺄셈, 곱셈의 정의를 알고, 그 연산을 할 수 있다. ③ 두 행렬의 곱이 단위행렬이 되는 경우를 찾아보고, 역행렬의 뜻을 안다. ④ 이차정사각행렬의 역행렬을 구할 수 있다. 2 연립일차방정식과 행렬 ① 미지수가 2개인 연립일차방정식을 행렬을 이용하여 나타낼 수 있다. ② 역행렬을 이용하여 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있다.	행렬과 그래프 1 행렬과 그 연산 ① 수량을 직사각형 모양으로 나타낼 수 있는 경우를 찾아보고, 행렬의 뜻을 안다. ② 행렬의 덧셈, 뺄셈, 곱셈의 뜻을 알고, 그 연산을 할 수 있다. ③ 두 행렬의 곱이 단위행렬이 되는 경우를 찾아보고, 역행렬의 뜻을 안다. ④ 이차정사각행렬의 역행렬을 구할 수 있다. 2 연립일차방정식과 행렬 ① 미지수가 2개인 연립일차방정식을 행렬을 이용하여 나타낼 수 있다. ② 역행렬을 이용하여 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있다. 3 그래프와 행렬 ① 그래프의 뜻을 안다. ② 그래프를 행렬로 나타내고 행렬과 그래프의 관계를 이해한다. ③ 그래프를 이용하여 간단한

	 <용어와 기호> 행렬, 행, 열, 성분, $m\times n$행렬, 정사각행렬, 영행렬, 단위행렬, 역행렬, A^{-1}	 <용어와 기호> 행렬, 행, 열, 성분, $m\times n$행렬, 정사각행렬, 영행렬, 단위행렬, 역행렬, A^{-1}	실생활 문제를 해결할 수 있다. <용어와 기호> 행렬, 행, 열, 성분, $m\times n$행렬, 정사각행렬, 영행렬, 단위행렬, 역행렬, 그래프, (그래프의) 꼭짓점, (그래프의) 변, 경로, A^{-1}

교육과정의 내용 중 행렬과 그 연산, 연립일차방정식과 행렬은 공통 내용으로 포함되어 있고, 제6차 수학과 교육과정과 제7차 수학과 교육과정, 2007년 개정 수학과 교육과정에 따라 큰 차이가 나타나지 않는다. 다만 2007년 개정 수학과 교육과정은 제7차 수학과 교육과정에서 신설되었던 '이산수학' 과목이 폐지됨에 따라 '그래프와 행렬'이 수학 Ⅰ의 교과내용으로 포함되어 그래프를 행렬로 나타내고 이들 사이의 관계를 이해하는 내용이 추가되었다. 이는 수학 분야에서 그래프 이론이 차지하는 비중이 높아지고 있음을 반영한 것으로, 점과 선을 이용하여 표현할 수 있는 대진표, 도로망 등에 대한 학생들의 이해를 높일 수 있다. 또한 그래프를 행렬로 표현하는 방법은 점과 선으로 이루어진 그림을 수치로 나타내는데 행렬이 유용하게 활용될 수 있음을 보여준다. 이는 행렬이 연립일차방정식의 해를 구하는 것 이외에도 현대 수학에서 중요하게 다루어지고 있음을 깨닫게 하는 기회가 될 것이다.

한편 '일차변환과 행렬'은 제7차 수학과 교육과정에서는 삭제되었으나, 제6차 수학과 교육과정에서는 '수학 Ⅱ' 과목에, 2007년 개정 수학과 교육과정에서는 '기하와 벡터' 과목에 포함되었다. 다음은 '일차변환과 행렬'에 대한 교육과정의 내용이다.

<표 2> '일차변환과 행렬' 에 관한 교육과정 내용

교육과정	제6차 수학과 교육과정	제7차 수학과 교육과정	2007년 개정 수학과 교육과정
과목명	수학Ⅱ	삭제	기하와 벡터
내용	간단한 일차변환과 행렬 ㉮ 대칭변환, 닮음변환, 회전변환 ㉯ 변환의 합성 ㉰ 역변환		일차변환과 행렬 1 일차변환 ① 일차변환의 뜻을 안다. ② 일차변환과 행렬 사이의 관계를 안다. ③ 대칭변환, 닮음변환, 회전변환과 행렬 사이의 관계를 안다. ④ 일차변환의 성질을 알고, 이를 활용할 수 있다. 2 일차변환의 합성과 역변환 ① 일차변환의 합성의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다. ② 일차변환의 역변환의 뜻을

	<용어와 기호> 변환, 일차변환, $f:(x,y)\to(x', y')$		안다. ③ 일차변환의 역변환을 나타내는 행렬을 구할 수 있고, 이를 활용할 수 있다. <용어와 기호> 변환, 일차변환, 대칭변환, 닮음변환, 회전변환, 역변환, $f:(x,y)\to(x', y')$

‘행렬의 뜻과 연산’의 내용과 달리, ‘일차변환과 행렬’의 내용은 교육과정에 따라 다소 차이가 나타난다. 특히 제7차 수학과 교육과정은 ‘일차변환과 행렬’의 내용을 삭제하였다. 일차변환은 기하학적인 측면에서 도형의 이동을 행렬로 표현할 수 있게 한다는 점에서 선형대수에서 다루는 여러 가지 주제를 연결해주는 중심적인 아이디어 중 하나로 간주되는 내용이다(허은숙, 2005). 즉, 일차변환을 통해 연립일차방정식의 풀이에서 다루던 선형성의 개념을 기하학에서 다룰 수 있게 되는 것이다. 따라서 제7차 수학과 교육과정에서 ‘일차변환과 행렬’ 내용을 삭제함으로써 일차변환이 갖고 있는 기하학과의 연결성은 배제한 채 행렬 지도는 행렬 자체의 대수적인 연산만을 강조하는 형국이 되었다.

2007년 개정 수학과 교육과정은 이를 보완하여 ‘기하와 벡터’ 과목에 ‘일차변환과 행렬’을 다시 추가하였는데, ‘기하와 벡터’ 과목에 포함된 내용 중 일차변환과 행렬, 이차곡선, 벡터는 모두 선형대수에서 중요하게 다루어지는 주제들이다. 따라서 선형대수 측면에서 개념간의 분리를 극복하고 내적 연결성을 심화시킬 수 있는 방안이 모색되어야 할 것이다. 이때 선형대수는 주로 대학의 학습내용으로 분류되는 것을 고려하여 높은 수준의 개념을 모두 다룰 방안을 찾기보다, ‘선형성’이라는 본질을 중심으로 각 개념들이 연결될 수 있는 방안이 찾아져야 할 것이다. 예를 들어, 현재 교육과정에서 사용하고 있는 연립일차방정식(simultaneous linear equation)이라는 용어를 선형방정식계(system of linear equations)로 변경[3]하거나, 선형대수와 관련된 주제들의 전개 방식을 행렬 중심으로 재편성하는 것도 한 가지 방안이 될 수 있을 것이다[4].

2. 역사발생적 관점에 따른 행렬 지도 방법

Fusion(2003)에 따르면 교사는 ‘학생의 지식’에서 출발하되 중요한 수학적 지식으로 발전할 수 있도록 학생을 안내하고, 수학적 개념의 ‘핵심적인 아이디어’와 그 관계에 초점을 맞춰야 한다. 이를 위해 교사는 각 개념들에 대하여 깊이 있는 이해와 내적 연결성을 기르도록 노력해야 한다. 본 절에서는 Ⅱ장에서 살펴본 행렬의 개념 발달 과정을 고려하여 역사발

3) 현재 연립방정식(simultaneous equations)이란 용어는 세계적으로 거의 쓰고 있지 않다(최영한, 2004).

4) LACSG는 추상화를 강조하는 전통적인 교육과정을 행렬 중심의 교육과정으로 재편성할 것을 권고하였다(Carlson, Johnson, Lay & Porter, 1993).

생적 원리를 기초로 한 교수-학습을 진행할 때 참고할 수 있는 자료를 제시하고자 한다. 본 논문에 제시되는 내용 중 일부는 고등학교 교육과정을 벗어난 것으로, 학생들에게 여과없이 제시되기보다 학습동기를 유발하고 각 개념들간의 내적 연결성을 강화하는데 활용되어야 할 것이다.

■ 행렬 개념의 도입

행렬의 개념 발달 역사를 살펴보면 연립일차방정식의 풀이과정에서 행렬식이 먼저 제시되고, 이후 수학적 필요에 의해 행렬이 정의되었다. 그러나 개념 발달의 역사와는 반대로 대부분의 교과서는 행렬을 다룬 후에 행렬식을 지도하고 있다. 즉, 행렬을 먼저 도입하여 연산을 지도한 다음, 행렬을 활용할 수 있는 사례 중 한 가지로 연립일차방정식을 제시하고 있다. 이로 인하여 학생들은 행렬의 유용성을 체감하지 못하고 행렬이라는 도구의 필요성에 회의적이 되기도 한다.

따라서 행렬 개념이 처음으로 활용되었던 것과 유사한 문제 상황을 먼저 제시하여 개념 발달의 맥락에서 행렬 개념의 도입을 생각해볼 수 있다. 예를 들어, Leibniz가 연립방정식의 각 항의 위치를 나타낸 방법을 좀 더 단순화하여 다음과 같이 제시한 후 해를 비교해 볼 수 있다.

① $\begin{cases} 2x+y=2 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$

⬇ Leibniz가 제안한 방법을 활용하여 연립방정식을 나타낸다.

② $2\cdot1\cdot2$
$3\cdot2\cdot1$

⬇ ②의 첫 번째 숫자들에 -2를 곱하여 두 번째 숫자들에 더한다.

③ $2\cdot1\cdot2$
$-1\cdot0\cdot-3$

⬇ ③의 두 번째 숫자들에 2를 곱하여 첫 번째 숫자들에 더한다.

④ $0\cdot1\cdot-4$
$-1\cdot0\cdot-3$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=3,\ y=-4$이다.

기본행연산(elementary row operation)을 이용한 지도방법은 현재 교육과정에는 포함되지 않는 것으로, 이와 같은 내용을 학생들에게 직접 지도하는 것은 다소 무리가 있다. 그러나 행렬 개념의 필요성을 인식하고 행렬 학습에 대한 동기를 유발하기 위해서는 개념 발달 과정에서 중심적인 위치를 차지했던 연립방정식의 풀이의 예를 제시하는 것도 한 가지 방법일 것이다.

■ 가우스 소거법

개념 발달에 따른 지도의 관점에서 볼 때 현재 교육과정에는 포함되어 있지 않은 가우스 소거법을 고등학교 교육과정에 도입하는 문제를 생각해 볼 수 있다. 고등학교 학생들은 중학교에서 이미 대입법과 가감법을 이용한 연립일차방정식의 풀이 방법을 배웠다. 따라서 학생들에게 계수가 복잡한 연립방정식을 제시하고 가감법을 이용하여 풀어보게 하면 학생들은 가우스 소거법의 아이디어를 쉽게 이해할 수도 있다(허은숙, 2005). 가감법은 방정식에서 한 문자의 계수를 일치시켜 그 문자를 소거해 가는 과정이므로, 이를 조금만 확장시키면 가우스 소거법의 아이디어와 연결되기 때문이다.

가우스 소거법의 기본 아이디어를 이해하게 되면 연립일차방정식에서 방정식의 개수가 많은 경우 행렬의 크기를 늘려주면 연립일차방정식을 풀 수 있다. 이러한 과정을 통해 학생들은 행렬이 다차원 양을 보다 쉽게 다루는 데 편리하다는 것을 느낄 수 있다. 한편 단순히 숫자를 나열할 경우 방정식의 개수가 많아지면 일어날 수 있는 혼동에 대하여 학생들과 논의한다면, 기호의 필요성이 제기되고 자연스럽게 행렬 기호를 도입할 수 있다.

■ 행렬의 연산

행렬의 정의를 소개한 후 행렬의 연산을 지도할 때는 Cayley가 행렬의 연산으로 이끌어 갔던 아이디어를 활용할 수도 있다. 이 아이디어의 핵심은 역행렬을 도입하면서 Cayley가 가졌던 생각을 행렬의 연산에 활용하는 것인데, Cayley는 행렬의 연산이 대수적 연산의 성질을 만족함을 확인함으로써 일반적인 대수 연산과 행렬의 연산 사이에는 유사점이 있음을 제시하였다. 따라서 행렬의 연산이 갖고 있는 대수 연산과의 유사점에 초점을 맞춘다면 학생들이 행렬의 연산을 좀 더 쉽게 이해할 수 있을 것이다.

그러나 행렬의 곱셈의 경우 Cayley가 합성변환을 연구하는 과정에서 정의한 것과 같이, 대수적 연산보다는 변환의 관점에서 접근하는 방법을 생각해 볼 수 있다. 즉, 좌표평면 위의 점 $P(x,\ y)$가 어떤 규칙에 의하여 한 점 $P'(x',\ y')$로 옮겨지는 이동으로 점의 변환 f를 도입하고, 변환 $f,\ g$의 합성변환 $g\circ f$을 논의하는 과정에서 합성변환의 계수로 행렬의 곱을 정의하는 것이다.

$$f\colon \begin{cases} x' = ax+by \\ y' = cx+dy \end{cases} \qquad g\colon \begin{cases} x'' = px'+qy' \\ y'' = rx'+sy' \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$g\circ f\colon \begin{cases} x'' = px'+qy' = p(ax+by)+q(cx+dy) \\ y'' = rx'+sy' = r(ax+by)+s(cx+dy) \end{cases}$$

$$\Downarrow$$

$$g\circ f\colon \begin{cases} x'' = (ap+cq)x+(bp+dq)y \\ y'' = (ar+cs)x+(br+ds)y \end{cases}$$

위와 같은 과정에서 변환 $f,\ g$를 나타내는 행렬을 각각 $A,\ B$라고 하면 합성변환 $g\circ f$의 계수를 나타내는 행렬은 행렬 A와 B의 곱으로 정의될 수 있다. 이를 현대적인 기호로 표시하면 다음과 같다.

$$BA = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} pa+qc & pb+qd \\ ra+sc & rb+sd \end{pmatrix}$$

또한 합성변환 $g\circ f \neq f\circ g$임을 이용하면 $BA \neq AB$가 됨을 쉽게 설명할 수 있어 행렬은 곱셈에 대하여 교환법칙이 성립하지 않음을 자연스럽게 보일 수 있다.

한편 연립일차방정식을 이용하여 행렬의 곱셈을 정의하는 방법을 생각할 수도 있다. 즉, 행렬의 뜻, 상등, 덧셈, 실수배를 정의한 후 연립일차방정식을 행렬로 표기하는 과정을 통해 행렬의 곱셈을 정의하는 것이다.

예를 들어 연립일차방정식 $\begin{cases} 2x+y=2 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$을 행렬로 나타내기 위하여 다음과 같은 과정을 생각해 볼 수 있다.

$$\begin{cases} 2x+y=2 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$$

서로 같은 행렬에 대한 정의를 이용하여 정리한다.

①

$$\begin{pmatrix} 2x+y \\ 3x+2y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

행렬의 실수배에 대한 정의를 이용하여 정리한다.

②

$$x\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Leibniz의 방법을 활용하여 연립일차방정식의 각 항의 위치를 나타낸다.

③

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

이와 같이 행렬의 정의와 덧셈, 실수배를 이용하여 정리한 ②는 Leibniz의 방법을 활용하여 연립일차방정식을 행렬로 표현한 ③과 같은 의미를 갖는다. ②와 ③을 연결시키는 과정에서 행렬의 곱셈을 정의할 수 있게 된다.

■ 케일리-해밀턴 정리

교육과정에 명시되어 있지는 않지만 대부분의 교과서에서 다루고 있는 케일리-해밀턴 정리의 지도는 Cayley가 1858년 논문에서 소개한 방법에 따라 다음과 같이 진행할 수도 있다 (Katz, 1995).

오늘날 케일리-해밀턴 정리로 알려진, 행렬 $M=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$에 대하여 $det\begin{pmatrix} a-M & b \\ c & d-M \end{pmatrix}=0$이라는 결과를 Cayley가 알아낼 수 있던 것은 바로 행렬을 하나의 문자로 사용하게 되면서부터이다. Cayley는 1858년 논문에서 대수적 연산을 이용하여 다음의 성질을 만족하는 행렬 M을 계산하였다.

$$(a-M)(d-M)-bc=(ad-bc)M^0-(a+d)M^1+M^2=0$$

위의 식은 학생들이 다루기에도 충분히 쉬우므로 M^2과 관련된 행렬 및 상수들을 모두 구함으로써 쉽게 접근할 수 있다. Cayley가 M^0으로 쓴 것은 1로도 나타낼 수 있으며 오늘날 $I=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$을 의미한다.

이 식을 설명한 Cayley의 의도는 모든 행렬은 행렬의 연산법칙에 따라 대수방정식을 만족한다는 것을 보이는 것이었다. 특히 Cayley는 2×2인 정사각행렬 M에 대하여 $L=\sqrt{M}$을 계산하는 방법을 다음과 같이 제시하기도 하였다.

$M=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $L=\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix}$라고 가정하면, $L^2-(\alpha+\delta)L+(\alpha\delta-\beta\gamma)=0$이고 $L^2=M$이므로 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$L=\frac{1}{\alpha+\delta}\{M+(\alpha\delta-\beta\gamma)\cdot 1\}$$

이때 $X=\alpha+\delta$, $Y=\alpha\delta-\beta\gamma$라 하면 $M=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$이므로 L은 다음과 같다.

$$L=\begin{pmatrix} \frac{a+Y}{X} & \frac{b}{X} \\ \frac{c}{X} & \frac{d+Y}{X} \end{pmatrix}$$

한편 해밀턴은 케일리-해밀턴 정리의 일반적인 증명보다 이 정리를 이용하여 역행렬을 찾아내는 것에 초점을 맞추었다. 행렬 $M=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$에 대하여 $M^2+pM+qI=0$이 성립한다면 $qI=-M(pI+M)$이 되어 M^{-1}을 쉽게 구할 수 있기 때문이다. 이러한 해밀턴의 시도는 케일리-해밀턴 정리를 배운 후 소개되는 다음과 같은 문제를 통하여 구체화할 수 있다.

행렬 M에 대하여 $M^2-M-E=0$일 때, 행렬 M의 역행렬을 구하여라.

Ⅳ. 제언

선형대수는 짧은 역사 발생 과정에도 불구하고 쉽게 다룰 수 있으면서도 강력한 이론을 제공할 뿐 아니라 기하학과 대수학, 해석학에 대한 통찰력을 기를 수 있게 한다(Tucker, 1993)는 점에서 최근 많은 주목을 받고 있다. 또한 선형대수가 가지고 있는 자연과학, 사회과학 분야에서의 다양한 응용력으로 인해 이공계 학생들은 물론 사회과학 전공 학생들에게도 필수과목으로 인식되고 있다. 그러나 개념을 위주로 하는 공리적 접근이 주를 이루는 선형대수의 특징으로 인해 학생들은 선형대수에서 많은 어려움을 느끼는 것으로 보고되고 있다. 본 논문에서는 선형대수의 주제로 통합될 수 있는 고등학교 교과 내용 중 행렬과 행렬식, 일차변환의 개념 발달 역사를 간략히 살펴보고, 역사발생적 원리에 따라 행렬을 지도할 수 있는 방안을 모색하였다. 그러나 본 논문에서 제시하고 있는 지도 방안은 행렬의 개념 발달 과정을 기초로 한 교수-학습에서 교사가 참고할 수 있는 자료의 성격을 갖는다. 따라서 이를 보다 구체화하여 교사가 교실 현장에서 직접 활용할 수 있는 교수-학습 자료가 개발되어야 할 것이며, 이를 위해 몇 가지 제언을 하고자 한다.

첫째, 행렬 개념의 역사 발달이 좀 더 구체적으로 수학교육에 활용될 수 있는 방안이 모색되어야 할 것이다. Sylvester, Calyey로 이어지는 행렬 개념 발달의 역사는 행렬 지도에 대하여 유익한 시사점을 제공한다(Katz, 1995). 이들이 겪었던 인지적 갈등은 학생들이 행렬 개념을 이해하는데 겪게 될지도 모를 어려움에 대한 정보를 제공하는 것은 물론, 학생들에게 새로운 동기로 작용할 수 있기 때문이다. 그러나 현재와 같이 연역적 체계로 이루어진 학교 수학은 학생들이 수학적 개념과 내용을 살아있는 실체로서 느끼게 하는 데 한계가 있다. 따라서 연립일차방정식 풀이의 도구로서 행렬식이 만들어지고, 행렬식을 만들어내는 대상으로 행렬이 제기되었던 역사 발달 과정은 행렬 개념 발생의 본질을 전달함으로써 학생들의 행렬 개념에 대한 이해에 많은 도움을 줄 수 있을 것이다. 역사적으로 가장 자연스러운 발생 과정을 따르는 것은 수학자들이 개념을 정립하고 발전시켜 나간 과정을 이해하고 수학적 개념의 필요성에 대한 인식을 강화시킬 수 있기 때문이다.

둘째, 일차변환과 행렬은 선형대수에서 가장 핵심적인 개념일 뿐 아니라, 선형대수의 여러 주제를 연결해줄 수 있는 중심적인 아이디어로 행렬 지도의 중심적인 위치에 놓여져야 할 내용이다. 일차변환의 개념은 역사적으로 볼 때도 행렬과 벡터 이론이 발달하는 데 큰 기여를 한 내용으로, 선형대수라는 넓은 안목에서 볼 때 고등학교에서 보다 의미 있게 지도되어져야 한다(허은숙, 2005). 따라서 행렬의 곱셈을 통해 복잡한 일차변환의 합성이 간단하게 다루어질 수 있는 장점을 부각시키는 것은 물론, 합성변환과 역변환을 행렬의 곱셈과 연결시킴으로써 교육과정 상 분리되어 있는 행렬 학습의 연결성을 강화시켜야 할 것이다.

셋째, 선형대수는 대학에서 이공계열 뿐만 아니라, 사회과학계열에서도 폭넓게 사용되고 있다. 따라서 선형대수의 핵심적인 개념 중 한 가지라고 할 수 있는 일차변환을 이공계열로의 진학을 희망하는 학생들을 위한 '기하와 벡터' 과목에서만 지도하는 것은 재고의 여지가 있어야 할 것이다. 즉, 현대 사회에서 선형대수의 필요성이 급격히 확대되어 감을 고려할 때, 현재 인문사회계열, 이공계열로 구분된 채, 이공계열을 진학하는 학생에게만 지도되는 행렬의 일차변환을 인문사회계열의 학생에게도 지도하는 방안이 모색되어야 할 것이다.

참고문헌

교육부 (1997). 수학과 교육과정. 교육부 고시 제 1997-15호 [별책 8].

신경희 (2004). 선형 대수의 역사와 교육과정-벡터공간과 행렬을 중심으로. 교과교육학연구, 8(1), 65-82.

우정호, 민세영 (2002). 역사발생적 수학 학습-지도 원리에 관한 연구. 수학교육학연구, 12(3), 409-424.

우정호, 류희찬, 문광호, 송갑석, 박선화, 박경미 (2003). 고등학교 수학Ⅰ. 대한교과서.

이종우 (2008). 기하학의 역사적 배경과 발달. 경문사.

장혜원 (2006). 산학서로 보는 조선수학. 경문사.

최영한 (2004). 선형 대수의 가르침에 고려하여야 할 사항에 관한 연구. 수학교육논문집, 18(2),93-108.

허은숙 (2005). 고등학교 선형대수 개념 지도에 관한 연구-수학적 연결을 중심으로. 서울대학교대학원 석사학위논문.

홍갑주 (2008). 일차변환 관점에서의 도형의 성질 이해 및 학교수학에의 시사점. 수학교육, 47(4), 437-445.

Boyer, C. B. & Merzbach, U. C. (1991). A history of mathematics. 양영오, 조윤동 옮김 (2000). 수학의 역사, 경문사.

Carlson, D., Johnson, C. R., Lay, D. C. & Porter, A. D. (1993). The Linear Algebra Curriculum Study Group recommendations for the first course in linear algebra. The College Mathematics Journal, 24(1), 41-46.

Dorier, J. L. (2002). Epistemological analysis of the genesis the theory of vector spaces. J. L. Dorier (ed.), On the teaching of linear algebra, 3-81, Kluwer Academic Publishers.

Eves, H. (1953). An introduction to the history of mathematics. 이우영, 신항균 옮김 (1995). 수학사, 경문사.

Fusion, K. C. (2003). Developing mathematical power in whole number operations. In J. Kilpatrick, W.G. Martin, & D. Schifter (eds.), A research companion to principles and standards for school mathematics, 68-94, National Council of Teachers of Mathematics.

Katz, V. J. (1995). Historical ideas in teaching linear algebra. In F. Swetz, J. Fauvel, O. Bekken, B. Johansson & V. Katz(eds.), Learn from the masters!, 189-206. The Mathematical Association of America.

Lay, D. C. (2003). Linear algebra and its applications. 김광환, 김병학, 김진용, 박성일, 하성남, 홍범일 옮김(2006). 선형대수학, 경문사.

Swetz, F., Fauvel, J., Bekken, O., Johansson, B. & Katz, V. (1995). Learn from the masters! The Mathematical Association of America.

Tucker, A. (1993). The growing importance of linear algebra in undergraduate mathematics. The College Mathematics Journal, 24(1), 3-9.

A Review of Teaching the Concept of the Matrix in relation to Historico-Genetic Principle

Cho, Seong-Min[5)]

Abstract

Although they are interested in Linear Algebra not only in science and engineering but also in humanities and sociology recently, a study of teaching linear algebra is not relatively abundant because linear algebra was taken as basic course in colleges just for 20-30 years. However, after establishing The Linear Algebra Curriculum Study Group in January, 1990, a variety of attempts to improve teaching linear algebra have been emerging. This article looks into series of studies related with teaching matrix. For this, the method for teaching the concepts of matrix in relation to historico-genetic principle, looking through the process of the conceptual development of matrix-determinants, matrix-systems of linear equations and linear transformation.

Key Words : Matrix, Determinant, Historico-Genetic Principle, Secondary School Mathematics

5) Ewha Institute of Mathematical Science (csminy@hanmail.net)