

# 사출성형시 굴절을 변화를 고려하기 위한 플라스틱 비구면렌즈의 광선추적기법

엄혜주<sup>1</sup>, 박근<sup>#</sup>

## Ray Tracing of a Plastic Aspheric Lens by Considering Index Distribution Induced from Injection Molding

Hyeju Eom, Keun Park

(Received February 23, 2009)

### Abstract

The present study covers an integrated simulation method to evaluate optical performance of an aspheric plastic lens by connecting an injection molding analysis with a ray tracing simulation. Traditional ray tracing methods have based on the assumption that the optical properties of a lens are homogeneous throughout the entire volume. This assumption is to a certain extent unrealistic for injection-molded plastic lenses because material properties vary at every point due to the injection molding effects. To take into account the effects of the inhomogeneous optical properties of the molded lens, a numerical scheme is developed to calculate the distribution of refractive index induced from the injection molding process. This index distribution is then reflected onto CODE V<sup>®</sup> simulation and used to calculate ray paths in inhomogeneous media. The proposed tracing scheme is implemented on the tracing of an aspheric lens for a mobile phone camera module.

**Key Words** : Injection Molding, Aspheric Lens, Ray Tracing, Refractive Index, Finite Element Analysis

### 1. 서론

렌즈는 광학제품의 성능에 직접적인 영향을 미치는 주요 부품으로서, 고정도의 형상 및 안정된 내부물성을 요구하는 정밀 부품이다. 광학 렌즈는 특정 광학계 내에서 입사광이 원하는 위치에 초점을 맺을 수 있도록 굴절시켜주는 역할을 하며, 이를 위해 초점거리, 배율, 렌즈의 성능 등을 종합적으로 고려하여 렌즈의 형상을 설계해야 한다[1]. 이러한 설계과정은 기하광학에 기반한 광선추적(Ray tracing) 기법을 통해 이루어지며 CODE V<sup>®</sup> 등의 상용 광학계설계 소프트웨어를 사용하여 수행되고 있다. 광학계설계 소프트웨어

에서는 렌즈의 형상 및 재질, 입사되는 광의 특성에 따른 빛의 결상특성을 예측하여 설계된 광학계의 수차(Aberration), 전달함수(Modular transfer function) 등의 특성을 평가하고 이를 최적화할 수 있는 방향으로의 설계 개선 기능을 제공해준다.

일반적으로 광학계설계 소프트웨어를 사용한 렌즈 설계시 렌즈면의 형상이 설계치대로 제작되고, 내부의 물성이 렌즈 전체에 대해 균일하다는 이상적인 전제조건을 바탕으로 수차를 최소화할 수 있는 방향으로 설계가 수행된다. 그러나 사출성형 기법으로 제작되는 플라스틱 렌즈의 경우 성형과정에서 발생하는 수축으로 인해 형상정밀

1. 서울산업대학교 에너지환경대학원 Nano-IT 공학과  
# 교신저자: 서울산업대학교 기계설계 자동화공학부,  
E-mail: kpark@snut.ac.kr

도가 저하되며 위치에 따라 렌즈 내부 물성의 차이가 발생하게 된다. 따라서 이상적인 가정을 바탕으로 수행된 광선추적 시뮬레이션 결과가 실제 결과와는 차이를 보이게 되며, 결과적으로 원하는 특성을 얻기 위해 많은 시행착오를 거쳐야 한다.

이러한 문제점을 극복하기 위해서는 사출성형의 수치해석을 병행하여 실제 성형과정에서 발생하는 내부 물성의 변화를 반영함으로써 성형공정의 영향이 고려된 광학설계 시뮬레이션을 수행해주어야 한다. McFarland와 Colton[2]은 사출성형의 유한요소해석으로부터 렌즈의 변형량을 계산하고 이를 바탕으로 Zernike 다항식 근사를 통해 수차를 계산하였는데, 이때 내부의 굴절율은 균일하게 가정하였다. Park 등은 사출성형시 발생하는 내부 굴절율의 변화를 효과적으로 고려하기 위해 유한요소에 기반한 광선추적기법[3]을 개발하고 광픽업용 비구면렌즈에의 적용을 통해 사출성형의 영향에 의해 렌즈의 수차에 변화가 생김을 입증하였다[4].

본 연구에서는 선행 연구결과의 활용도를 제고하기 위해 사출성형 해석결과를 광학계설계 전용 소프트웨어인 CODE V®에 반영하기 위한 수치적 해석기법을 개발하고자 한다. 특히 CODE V®에서 지원하는 GRIN(Gradient-Index) 렌즈 설계기법[5]과 연계하여 사출성형에 의한 굴절을 변화를 효과적으로 적용하고자 한다. GRIN 렌즈는 광원과의 결합, 평행광선의 형성, 집광 등의 목적으로 의도적으로 굴절율의 변화를 부여할수 있도록 제작된 렌즈이며, 굴절율의 변화가 위치의 함수로서 표현된다[6]. 본 연구에서는 CODE V®의 사용자정의(User-defined) GRIN 렌즈 기능을 사용하여 유한요소 기반 굴절율분포를 적용한 광선추적 기법을 개발하고자 한다.

## 2. 플라스틱 비구면렌즈 설계

### 2.1 비구면 렌즈 개요

종래에 각종 광학기기에서는 구면렌즈를 다수개 배열하는 방법으로 결상 정도를 향상시켜 왔으나 최근들어 광학기기의 고정도화, 소형화 및 경량화의 실현을 위해 비구면 렌즈의 사용이 점차적으로 증가되고 있다. 비구면 렌즈는 구면렌즈에서 발생하는 수차를 감소시킴으로써 광학적 정도를 향상시키고, 광학소자의 사용을 대체함

으로써 얻어지는 경량화 효과 등의 장점이 있다. 비구면 렌즈의 형상을 반경(r)에 대한 함수로 표시하면 다음과 같다.

$$z(r) = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2r^2}} + Ar^4 + Br^6 + Cr^8 + \dots \quad (1)$$

여기서  $c$ 는 정점의 곡률(vertex radius),  $k$ 는 원추 상수(conic constant),  $A, B, C$ 는 각 항의 비구면 계수를 나타낸다. 고성능의 렌즈 개발을 위해서는 식 (1)에서의 고차항 범위의 설정 및 비구면 계수의 선정이 중요하다. 특히 비구면 계수의 선정은 렌즈 자체적 특성뿐만 아니라 렌즈가 장착되는 광학 시스템에서의 성능까지 함께 고려 해주어야 한다[4].

### 2.2 휴대폰 카메라용 비구면 렌즈

영상인식 카메라 모듈(Image sensing module)은 렌즈의 수광 신호를 화상센서(Image sensor)를 이용하여 디지털 신호로 변환하는 장치이다. 최근 들어 휴대폰용 카메라 모듈로의 사용이 급증하고 있으며, 그 밖에도 홈네트워크, 자동차, 로봇, 의료용 등의 분야에도 널리 사용되고 있다. 휴대폰 카메라 모듈은 크게 렌즈 모듈, 센서, 기판, 케이스 등의 부품으로 구성되어 있으며, Fig. 1에 기본 구조를 도시하였다. 렌즈 모듈의 경우 최근 요구되는 렌즈의 고성능과 경량화를 동시에 만족시키기 위해 비구면렌즈로 구성되어 있다.

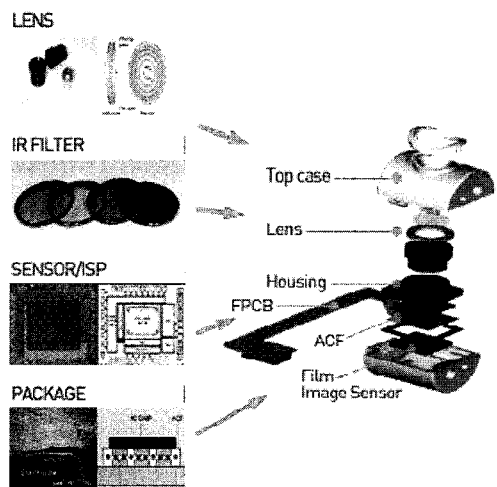


Fig. 1 Schematic description of an image sensing module

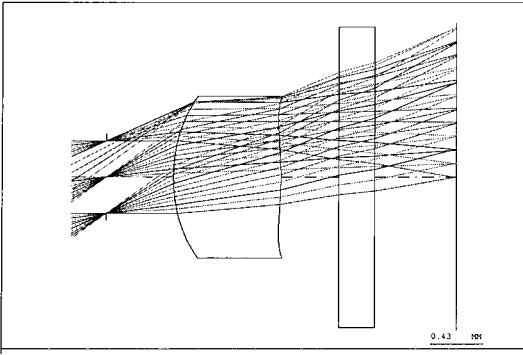


Fig. 2 Ray tracing results using CODE V®

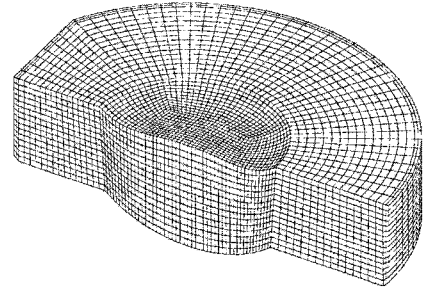


Fig. 3 Three-dimensional mesh structure

본 연구에서는 VGA급의 휴대폰 카메라용 비구면 렌즈에 대해 해석을 진행하였다. 렌즈는 양면 모두 비구면으로 구성되어 있으며, 입사면(Surface 1)은 볼록한 형태, 출사면(Surface 2)은 갈매기 형태의 면을 가지고 있다. 입사면과 출사면의 곡률반경은 각각 1.362mm 및 2.721mm이며, 중심두께는 0.9mm이다. Fig. 2에 CODE V®를 사용하여 수행된 휴대폰 카메라 모듈 광학계의 광선추적 결과를 도시하였다. 광선추적 결과를 보면 다양한 입사각 및 파장에서 모두 동일한 거리에 초점을 맺을 수 있도록 렌즈의 비구면계수가 최적화되어 있음을 알 수 있다

### 3. 렌즈 사출성형의 유한요소해석

#### 3.1 입체요소를 사용한 사출성형해석

렌즈는 두께가 연속적으로 변하는 특성을 갖고 있어 기존의 박막요소 기반 접근방법으로는 두께의 연속적인 변화를 정확하게 고려할 수 없다. 또한 렌즈의 양쪽 면의 정밀도가 광학적 특성에 복합적으로 영향을 미치므로 양쪽 곡면 모두에 대한 평가가 필수적인데, 이러한 특성을 고려할 때 렌즈의 사출성형해석 및 변형해석을 위해서는 3차원 입체요소를 사용한 접근이 타당하다. 특히 해석결과를 CODE V®에서의 광학실계와 유기적으로 연계시키기 위해서는 구조화된 3차원 6면체 요소(Hexahedral element)를 사용하는 것이 바람직하다. Fig. 3에 해석을 위한 렌즈의 유한요소 모델을 제시하였는데, 렌즈 단면부에서의 격자구성 형태를 표현하기 위해 1/2 부분에 대해 도시하였다. 완성된 유한요소 모델은 53,776개의 절점과 49,632개의 요소로 구성되어 있다.

Table 1 Injection molding conditions for the lens

Items	Contents
Melt temperature (°C)	270
Mold temperature (°C)	145
Injection time (s)	2.0
Packing time (s)	9.0
Cooling time (s)	25.0

사출성형 해석은 3D TIMON을 사용하여 수행하였다. 수지는 Mitsui Chemicals사의 APEL 5514-ML을 사용하였으며, Table 1에 해석 조건을 요약하였다.

#### 3.2 렌즈 내부의 굴절률분포 예측

고분자수지를 등방성으로 가정된 상태에서의 내부의 밀도와 굴절률과의 관계식은 Lorentz-Lorenz 식을 사용하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\frac{n^2 + 1}{n^2 - 2} = \frac{4\pi N_A \alpha_E}{3 M} \rho \quad (2)$$

여기서  $M$ 은 재료의 분자량,  $N_A$ 는 아보가드로 수,  $\alpha_E$ 는 전기적 포텐셜을 의미한다. 재료의 밀도는 비체적(specific volume)의 역수이며, 고분자수지의 비체적은 Tait의 상태방정식을 사용하여 다음과 같이 온도와 압력의 함수로서 표현된다.

$$v(T, p) = \frac{b_2}{p + b_1} T + \frac{b_4}{p + b_3}, \text{ for } T > T_i \quad (3)$$

$$v(T, p) = \frac{a_2}{p + a_1} T + \frac{a_4}{p + a_3} + a_5 e^{c(T, p)}, \text{ for } T < T_i \quad (4)$$

윗 식에서  $T_t$ 는 전이 온도(transition temperature)를 의미하며, 지수항  $C$ 는 다음과 같이 온도와 압력의 함수로 표현된다[7].

$$C(T, p) = a_6 T - a_7 p \quad (5)$$

여기서  $a_1 \sim a_7$ ,  $b_1 \sim b_4$ 는 고분자수지 물성에 따른 계수이다. 한편 식 (2)는 아래와 같이 비체적을 사용하여 표현될 수 있다

$$\frac{n^2 + 1}{n^2 - 2} = \frac{\beta}{v(T, p)} \quad (6)$$

여기서

$$\beta = \frac{4\pi N_A \alpha_E}{3 M} \quad (7)$$

이다. 식 (6)을 굴절율에 대해 정리해주면 굴절율은 다음과 같이 온도와 압력의 함수로서 표현될 수 있다.

$$n(T, p) = \left[ \frac{v(T, p) + 2\beta}{v(T, p) - \beta} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

Fig. 4에 식 (8)을 사용하여 계산된 굴절율 분포를 도시하였다. 굴절율의 분포는 표면부에서 높은 값을 보이고, 중심부로 갈수록 감소하는 경향을 보인다. 계산된 렌즈 내부에서의 굴절율의 최대 편차는 0.038이며, 이는 재료의 굴절율(1.5441)의 2.46%에 해당한다. 이러한 사실에서 알 수 있듯이 렌즈 전체에 걸쳐 굴절율이 균일하다고 가정된 기존의 광선추적 기법으로는 정확한 렌즈의 성능평가가 어려움을 알 수 있다.

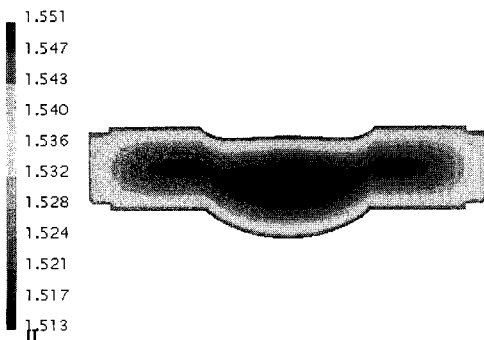


Fig. 4 Sectional distribution of refractive index

#### 4. 사출성형 효과를 고려한 렌즈 광학설계

##### 4.1 CODE V®에서의 굴절율변화 고려

진술한 바와 같이 사출성형으로 제작된 플라스틱 렌즈는 사출성형 효과에 의해 내부의 굴절율이 변화된다. 이러한 굴절율의 분포를 효과적으로 고려하기 위해서는 우선적으로 유한요소의 절점값으로 정의되는 굴절율의 변화를 광학설계 소프트웨어와 연계시켜주어야 하는데, 본 연구에서는 CODE V®에서 지원하는 사용자정의(User-defined) GRIN 렌즈 기능을 사용하여 굴절율분포를 적용한 광선추적 기법을 개발하였다.

GRIN 렌즈는 미소 광학에 있어 중요한 광학소자의 하나로 광원과의 결합, 평행광선의 형성, 집광 등에 사용되고 있으며, 주로 이온 교환법으로 제작된다[6]. CODE V®에서는 다양한 형태의 GRIN 렌즈에 대한 광선추적 기능을 지원하나 대부분의 경우 정형화된 수식을 기초로 굴절율을 계산해주기 때문에 본 연구에서 목표로 하는 유한요소 기반 굴절율 분포를 효과적으로 고려해줄 수 없다. 따라서 본 연구에서는 사용자정의 GRIN 렌즈 기능을 사용하여 유한요소 절점에서 정의된 굴절율의 분포를 반영할 수 있는 수치해석 기법을 개발하였다. 사용자정의 GRIN 렌즈 기능 구현을 위해서는 특정 지점에서의 굴절율 값과 구배 벡터(Gradient vector)를 정의해주어야 하는데, 4.2절과 4.3절에서 각각의 계산과정을 기술하도록 하겠다.

##### 4.2 형상함수를 이용한 굴절율 계산

사출성형의 유한요소해석을 통해 각 유한요소 절점에서의 굴절율 값이 계산되며, 이를 토대로 요소 내 임의의 위치에 대하여 요소의 형상함수(shape function)를 사용하여 굴절율의 값을 계산해 줄 수 있다. 렌즈 해석시 사용한 8절점 육면체 요소에 대한 등매개변수 형상함수(isoparametric shape function)는 다음과 같다.

$$N_i = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_i) (1 + \eta \eta_i) (1 + \zeta \zeta_i) \quad (9)$$

여기서  $(\xi, \eta, \zeta)$ 는 요소 내부에서의 국부좌표계를 의미한다. 임의의 위치에서의 굴절율 값은 상기 형상함수와 CAE 해석으로부터 계산된 8개의 절점에서의 굴절율 값을 사용하여 아래와 같

이 계산될 수 있다.

$$n(x, y, z) = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta, \zeta) n_i(\xi, \eta, \zeta) \quad (10)$$

Fig. 5에 광축(x=0, y=0 지점)을 따라 Z 좌표를 변화시켜가며 계산된 굴절율의 분포를 도시하였다. 굴절율은 1.513 ~ 1.548의 분포를 보이며, Z 좌표가 증가함에 따라 서서히 감소하다 중앙부를 지나 다시 증가하는 경향을 보였다.

### 4.3 다항식회귀를 이용한 굴절율구배 계산

본 연구에서는 앞절에서 언급한 수치미분법의 문제점을 극복하기 위해 다항식 회귀법을 사용하여 특정 위치에서의 굴절율 분포를 다항식 함수로 가정하고 이를 미분함으로써 굴절율의 방향별 구배치를 계산하는 방법을 제안하였다. 이를 위해 특정 위치(Fig. 6의  $x_i$ )를 기준으로 X 방향으로의 총  $(2k+1)$ 개의 기준점(sample point)을 선정하여 각각의 지점에서의 굴절율을 계산하고, 이를 토대로 굴절율을 X 에 대한 함수로만 가정하여 식 (11)과 같이  $m$  차 다항식 형태로 나타낼 수 있다.

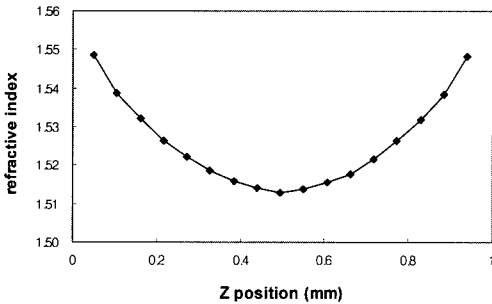


Fig. 5 Refractive index variation according to Z-position (x=0, y=0mm)

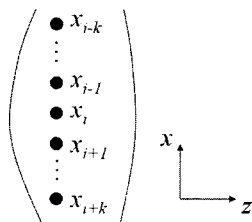


Fig. 6 Sample points for gradient calculation

$$n(x) = a_0 + a_1x_i + \dots + a_mx_i^m \quad (11)$$

여기에서 계수  $a_j$  값을 계산하기 위해 최소제곱법(Least-square method)를 사용하였다. 최소제곱법은 아래와 같이 정의되는 오차의 제곱합(Q) 항목을 최소화함으로써 적합 방정식의 계수를 계산한다.

$$Q = \sum_{i=1}^{2k+1} [n_i - (a_0 + a_1x_i + \dots + a_mx_i^m)]^2 \quad (12)$$

Q를 최소화하기 위한 각 계수의 값은 각각의 계수로 Q를 편미분하여 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{\partial Q}{\partial a_0} = 0, \quad (j = 1, 2, \dots, m) \quad (13)$$

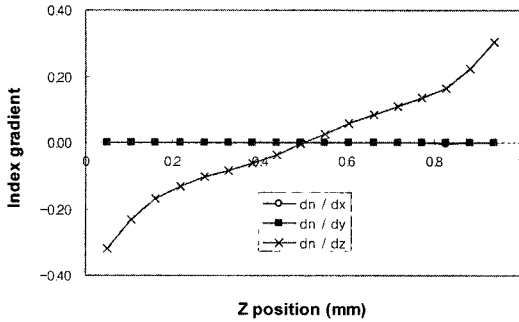
위 행렬식을 풀어 계수  $a_j$  값을 구해줄 수 있고, 결과적으로 X 좌표에 대한 굴절율의 미분 성분은 식 (14)와 같이 구할 수 있다. 또한 Y, Z 좌표에 대한 굴절율의 미분 성분도 마찬가지로 계산해줄 수 있다.

$$\frac{\partial n}{\partial x} \cong a_1 + 2a_2x + \dots + ma_mx^{m-1} \quad (14)$$

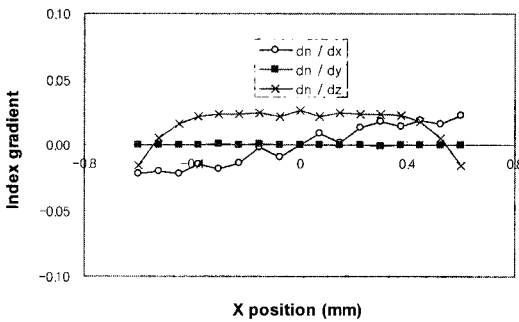
Fig. 7(a)에 제안된 방법을 사용하여 Z 위치를 변화시켜가며 계산한 굴절율의 방향별 구배치의 변화를 도시하였다. 그래프를 보면 Z 방향으로의 구배치(dn/dz)가 Z 좌표의 증가에 따라 증가하는 경향을 보이고, 크기는 -0.32에서 0.32 사이의 분포를 보임을 알 수 있다. 반면에 X, Y 방향으로의 구배치(dn/dx, dn/dy)의 경우 거의 0에 가까운 값을 보임을 알 수 있다.

Fig. 7(b)에 X 위치의 변화에 따른 굴절율의 방향별 구배치의 변화를 도시하였다. 그래프를 보면 X 방향으로의 구배치(dn/dx)가 X 좌표의 증가에 따라 증가하는 경향을 보이고, 크기는 -0.02에서 0.02 사이의 분포를 보여 (a)에 도시된 Z 방향에 따른 구배치의 변화에 비해 상대적으로 변화량이 적음을 알 수 있다. 한편 Z 방향으로의 구배치(dn/dz)는 끝단에서 -0.015값을 보이고 중심으로 갈수록 서서히 증가하다(최대 0.026) 다시 감소하여 반대쪽 끝단에서 -0.015의 값을 보임을 알 수 있다. 반면에 Y 방향으로의 구배치

( $dn/dy$ )의 경우 거의 0에 가까운 값을 보임을 알 수 있다.



(a)



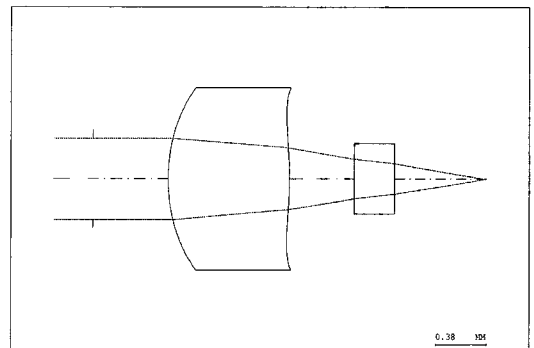
(b)

Fig. 7 Variations of gradient vectors according to: (a) Z-position and (b) X-position

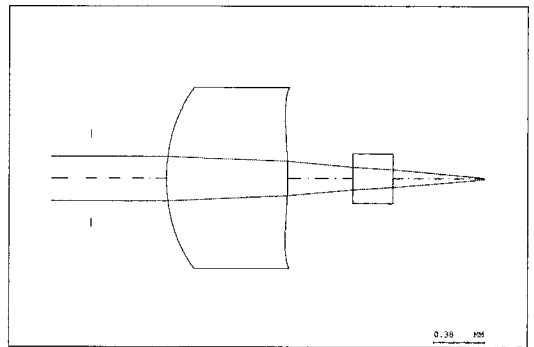
#### 4.4 해석결과를 반영한 광선추적 결과

본 연구에서는 4.2, 4.3절에서 기술된 바와 같이 사출성형의 유한요소해석 결과를 반영하여 CODE V®의 사용자정의 GRIN 렌즈 기능을 사용하여 광선추적을 수행하기 위해 유한요소 보간 함수 및 다항식 회귀법을 사용하여 특정 위치에서의 굴절율과 구배치를 계산해주었다. Fig. 8에 이러한 일련의 과정을 순서도로 도시하였으며, 상기 알고리즘을 토대로 수행된 광선추적 결과를 Fig. 9에 도시하였다.

Fig. 9(a)는 렌즈의 굴절율은 균일하다고 가정한 기존의 광선추적 결과이고, Fig. 9(b)는 사출성형 유한요소해석 결과와 연계한 광선추적 결과이다. 2개의 그림을 비교해보면 해석결과를 고려한 경우 불균일한 굴절율분포의 영향으로 초점의 위치를 포함한 결상특성이 기존의 결과와 달라짐을 알 수 있다.



(a)



(b)

Fig. 9 Comparison of ray tracing results: (a) homogeneous and (b) inhomogeneous media

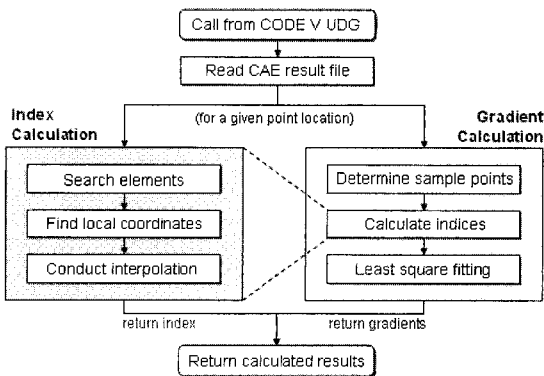


Fig. 8 Flow chart for the connection between FE analysis and CODE V® simulation

## 5. 결론

이상으로 본 연구에서는 상용 광학설계 소프트웨어와 사출성형 해석 소프트웨어를 연계한 광선추적을 기법을 개발하였고, 이를 사용하여 사출성형 효과를 고려한 휴대폰 카메라용 초정밀 비구면렌즈의 광학적 특성을 예측하였다. 이러한 연구결과를 종합적으로 정리하면 다음과 같다.

(1) 3차원 육면체 요소를 사용하여 비구면 렌즈 사출성형 과정의 CAE 해석을 수행하고, 렌즈 내부에서의 밀도차이에 의한 굴절율의 변화가 최대 2.46% 발생함을 예측하였다.

(2) CAE 해석결과와 광학설계를 효과적으로 연계하기 위해 CODE V<sup>®</sup>의 사용자정의 GRIN 렌즈 기능을 사용하여 특정 위치에서의 굴절율 및 구배치 계산을 위한 수치적 알고리즘을 구현함으로써 사출성형 해석결과와의 연계기술을 개발하였다.

(3) 개발된 해석기법을 적용하여 사출성형의 영향을 고려한 광선추적을 수행하였고, 이러한 결과는 균일한 물성으로 가정한 기존의 광선추적 결과와 차이가 발생함을 확인할 수 있었다

본 연구에서 제시된 상용 광학설계 소프트웨어와 사출성형 해석 소프트웨어를 연계한 광선추적을 통해 보다 용이하며 신뢰성있는 렌즈의 성능평가가 가능할 것으로 전망된다. 향후에는 이러한 연구결과를 토대로 실험결과와의 비교를 통해 제안된 방법의 신뢰성을 검증하고, 실제 제품 개발 과정에 적용할 전망이다.

## 후 기

본 연구는 지식경제부와 한국산업기술재단의 전략기술인력양성사업 및 삼성전기(주)의 지원으로 수행된 연구결과로 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참 고 문 헌

- [1] W. J. Smith, 1990, Modern Optical Engineering, McGraw-Hill.
- [2] A. W. McFarland, J. S. Colton, 2004, Production and analysis of injection molded micro-optic components, Polym. Eng. Sci., Vol. 44, pp. 4~579.
- [3] K. Park, S. K. Lee, K. S. Jeon, P. S. Mo, 2005, A new ray tracing method of a plastic lens connected with finite-element analysis, J. Kor. Soc. Prec. Engng., Vol. 22, pp. 100~107.
- [4] K. Park, H. J. Eom, J. P. Kim, W. J. Joo, 2007, Evaluation of optical performance for an aspheric lens connecting with FE analysis of injection molding, Trans. Mater. Proc., Vol. 16, pp. 25~30.
- [5] Optical Research Associates, 2007, CODE V 9.8 User's manual.
- [6] A. Sharma, D. V. Kumar, A. K. Ghatak, 1982, Tracing rays through graded-index media: a new method, Appl. Opt., Vol. 21, p. 984.
- [7] K. Park, W. Joo, 2008, Numerical evaluation of a plastic lens by coupling injection molding analysis with optical simulation, Jap. J. Appl. Phys., Vol. 47, pp. 8402~8407.