

대학수학교육에서 발견학습법과 소그룹학습법¹⁾

한남대학교 **최은미**
emc@hnu.kr

본 연구는 20세기 미국 대학의 수학 교육현장에서 큰 영향을 미쳤던 R. L. 무어 교수법이 학부 수학교육 과정에 효과적으로 적용되기 위해 어떻게 연구되고 변형되어왔는지를 지켜보면서, 교육학적 논의를 통해 우리나라 대학교육에 시사하는 점을 논의하고자 한다.

주제어: R. L. Moore, 발견학습법, 소그룹학습법, 절충된 발견학습법

1. 서론

최근 이상구 외([1], [2])는 20세기 초의 미국수학계의 변화를 고찰하면서 E. H. Moore와 시카고대학의 제도, 그리고 R. L. Moore(무어)의 교수법을 언급하였다. 특히 텍사스 대학에서 학문적 일생을 보낸 R. L. 무어와 그의 독특한 교수법, 또한 그의 영향으로 탄생한 American school of topology가 미국수학사에서 갖는 의미를 분석하면서, 20세기 전반 미국 수학의 학문적 도약 과정이 현재의 한국 수학계에 시사하는 바를 고찰하고 비교하였다. 저자들은 오늘날 한국 대학들이 추구하는 개혁의 방향이 바로 100년 전 미국의 대학에서 선언한 연구중심대학의 탄생과 교수의 연구 교육 및 봉사를 강조한 것과 유사하다는 점에 초점을 두었다. 수학 분야의 자기 주도적(Problem Based Learning)교육 방법인 R. L. 무어 교수법이 생산성 높은 다수의 수학자를 배출하는데 큰 역할을 했는데, 이는 연구중심대학의 탄생을 준비하는 우리나라의 현 시점에서 PBL교육방법을 연계한 고등수학 교육을 고려해 볼 필요가 있다고 주장했다.

1920년대부터 무려 50년가량 학생들의 수학 연구능력 향상에 큰 족적을 남기면서 구성주의적 발견학습 환경에 대단한 영향력을 미쳤던 무어 교수법이 대학 학부과정에서 적용된 사례에서는 실망스런 결과를 자주 보였다고 Cohen([6])은 언급했다. 이런 결과는 무어가 조성한 학습 환경과의 차이로 인해 불가피한 것인지도 모르며, 또한 무어 방법은 학생들 사이의 지나친 경쟁으로 인해 학생들의 고립을 자초한다는 점에서 학교수학교육과정에서 비판되기도 했다. 그러나 무어 교수법의 성공은 다른 사람들로

1) 이 논문은 2009학년도 한남대학교 학술연구조성비 지원에 의하여 연구되었음

하여금 새로운 교수법을 만들도록 자극하였다. 무어 방법을 그대로 도입하든 변형을 시키든, 혹은 전혀 관계를 두지 않든지, 그러한 것이 중요한 게 아니라, 무어 교수법의 핵심 성질 중 하나인, 학생들에게 도전적인 문제를 주고 그것들을 해결하기위한 동기를 제공하고 그들의 성과를 발표하는 것을 중시한 교수방법들이 제안되었다. 또한 학생들과 정기적으로 관계를 가져서 그들이 내용을 얼마나 잘 이해하는지를 교수가 알아야 한다고 강조한 교육법을 포함하여 다양한 형태로 변형된 무어 교수법이 많이 나왔다. N. Davidson([8])은 똑똑한 학생은 스스로 수학을 발견하고 개발할 수 있다는 무어의 아이디어를 학부과정에 있는 대규모 강좌에 적용할 수 있도록 주변 환경을 변화시킨 소그룹 발견학습법을 1967년에 개발했다. 이는 엄격한 의미에서 무어 방법과는 완전히 다른 것으로 보이기도 하는데, 무어가 가장 중요하게 여기던 규칙-어느 누구와도 문제해결 방법을 의논해서는 안 된다-를 전적으로 배격하는 것이기 때문이다. 그러나 다른 한편, 학생들 스스로 발견하도록 유도한다는 점에서는 무어의 발견학습법과 일치하며, 그런 점에서 절충된 무어 교수법이다.

이 논문에서는 지난 수 십 년 동안 미국을 중심으로 대학교 수학 교육현장에서 사용하기 위해 개발되고 연구되어온 발견학습법을 논의하고자 한다. 무어 교수법으로부터 점화된 수학 발견학습법의 장점을 도입하면서 학부과정에, 또한 고등학교과정에 성공적으로 적용된 사례들을 살펴보면, 다양한 형태의 절충된 무어 교수법, 특히 소그룹발견학습법을 고찰하여, 연구중심대학이 아닌 교육중심대학의 학부과정에서 활용할 수 있는 교육학적 논의를 하고자 한다.

2. 구성주의적 교수 학습

오늘날 교육학계의 주류를 이루는 학습이론인 구성주의적 인식론에 의하면, 지식은 인식주체의 능동적이고 주관적인 경험을 통해 각자의 인지 구조 속에 이미 만들어져 있던 개념을 토대로 구성된다. 학습에서 각 개인의 경험은 지식의 중요한 요소가 되는데, 개인마다 과거의 경험이 다르고 그 경험을 바탕으로 구성하는 지식이 다르기 때문에 보편적이며 객관적인 진리는 존재하지 않는다는 주장도 있다. 그러나 전통적으로 수학강좌에서는, 특히 고등수학강좌에서는 교수가 정의와 정리를 소개하며, 모든 증명들은 교과서에 있어서 교수가 강의시간에 보여주며, 학생들은 숙제 연습문제로서 몇 가지 정리의 증명에 참여하는 정도이다. 이런 교수법이 어떤 학생들에게는 효과적이지만, 대다수의 학생들에게는 무의미할 수밖에 없는데, 이는 구성주의적 입장에서 지식의 학습은 결국 각자의 경험을 통한 발견에 의해 구성되기 때문이다.

불과 한 세기 전 만해도 그다지 평가받지 못했던 구성주의적 학습이론이 오늘날 교

육현장의 대세를 이루게 된 것은, 인지 발달과정에서 행동의 중요성과 필요성에 대한 과학적 증거를 제시한 Piaget의 이론이 폭넓은 지지를 받았기 때문이다. 구성주의 학습 이론가로서 거론되는 J. Dewey(1859-1952), J. Piaget(1896-1980), L. Vygostky (1896-1934), J. Bruner(1915-), E. Glasersfeld (1917-) 등은 각자의 독특한 교육학적 이론을 가지고 있지만, ① 학습자는 자신의 지식을 구성하는데 활동적이며, ② 지식 구성에 사회적 상호작용은 중요한 역할을 한다는 두 가지 사상을 공유하고 있다([5]). 지식은 단순히 교수나 교재에 의해 전달되는 것이 아니라, 주어진 사회 환경 속에서 개인적인 활동을 통해 자신의 정신에 스스로 구성해 가는 것이라는 구성주의 이론은, Driscoll([9])이 말한 ‘학생은 누군가에 의해 채워져야 하는 빈 병이 아니라, 의미를 찾기 위해 스스로 활동하는 유기체²⁾’라는 말로 대변될 수 있다. 특히 Bruner([4])는 활동 경험을 바탕으로 한 연역적 접근방법은 학생 입장에서 직관적인 사고를 필요로 하는데, 교수는 완벽하지 않은 증거들을 기반으로 학생들이 추측을 하고 그 후 그러한 추측이 유효한지를 체계적으로 확인하거나 반증하도록 격려하면서 직관적 사고를 풍성하게 만들 수 있다고 주장했다.

구성주의적 교육이론은 발견학습방법(discovery learning method)으로 구체화될 수 있다. 발견학습은 순전히 학생들 스스로의 연구로 인한 순수(pure 또는 unguided) 발견학습과, 교수가 방향을 이끌어주는 동안 학생들의 발견을 유도하는 지도(guided) 발견학습으로 나뉜다. 순수발견학습법은 아동기 학생들에게 적합할 수는 있지만, 통상적으로 중등학교 이상에서의 순수발견학습은 통제할 수 없으며 효과가 별로 없는 것으로 드러나곤 한다. 실제 고등교육현장에서 더욱 선호되는 방법은 지도 발견학습법인데, 교수는 처음에 몇 가지 정의를 제시하고 학생들에게 동기부여를 하는 질문을 제기한 후, 도전적인 상황이나 흥미로운 문제를 내어 주어 토론을 유도한다. 교수는 문제를 어떻게 푸는지를 설명하는 대신에 적절한 자료를 제공하고, 학생들 스스로 관찰하고, 가설세우기 그리고 시험적인 풀이방법을 만들도록 격려한다.

순수 발견학습에 관한 지난 30년 동안의 연구를 분석한 Mayer([15])는 ‘무덤으로부터 계속 되돌아오는 좀비처럼, 순수 발견학습법에 대한 지지는 여전히 여전하다. 그러나 실제 교육에서 증거기반 접근을 하는 사람들은 순수 발견학습방법이 효과적이라는 증거가 어디 있는가를 반드시 질문해야 한다. 수십 년 동안 자유로운 발견을 요구했음에도 불구하고, 증거의 기반을 찾기는 쉽지 않다’고 말했다. 그러나 순수 발견학습법의 대표적인 형태로 바로 R.L. Moore 교수의 발견학습법이 있다. 무어 방법은 수학교육학 교수들 사이에서 보다 수학자들 사이에 더 잘 알려져 있으며([12]), 특별히 고등수학 영역에서 놀라운 성공을 보여준 교수법이다.

2) Learners are not empty vessels waiting to be filled, but rather active organisms seeking meaning.

3. R. L. 무어와 무어 발견학습법

1882년 텍사스 달라스에서 태어난 Robert Lee Moore (R. L. 무어)는 16세인 1898년 텍사스 대학(Austin)에 입학하여 3년 만에 학사학위를 받았다. 동 대학에서 강사로, 또한 인근 고등학교에서 교수로 일한 후에 무어는 시카고대학원에 진학하여 1905년에 point-set 위상수학분야에서 박사학위를 받았다. 그 후, 테네시 주립대학, 프린스턴대학, 노스웨스턴 대학 등에서 가르치다가 1920년에 텍사스 대학으로 돌아갔고, 1969년 정년 퇴직하고 1974년에 91세 나이로 타개할 때까지 그곳에서 일했다.

R. L. 무어는 수학지식을 깊이 있고 효과적으로 습득할 수 있는 단 하나의 방법은 경험을 통해 자기 자신의 수학적 진리를 발견하는 것이라고 확신했다. 이런 점에서 그의 교수법은 전형적인 구성주의적 입장에 서있어서, 교수의 일방적인 강연식 강좌의 효과를 전혀 인정하지 않았다. 무어는 무려 64년 동안 강의했으며, 그 중 49년은 텍사스 대학에서 했다. 그가 가르친 텍사스 대학 학생들은 수학분야의 학문적 업적에서뿐만 아니라 그 밖의 다양한 전문 직종에서 놀라운 성취를 보였으며([2]), 수많은 성공한 사람들이 발견학습환경에서 받은 훈련의 효과를 진술했다. 무어 학생들의 약진은 무어 방법이 얼마나 효과적이었는지를 입증하는 결과로 평가되었다([16], [20]). 실제로 무어 자신도 새로운 정리가 발표되는 학회에 참석할 때면, 발표자의 강연을 따라가는 대신에 스스로 그 내용을 증명하려고 노력했다. 강연이 거의 끝나갈 때가 되면, 무어는 발표자에게 다가가서 자신의 증명을 재현하곤 했다. 무어의 강의 방법은 이러한 자신감의 믿음으로부터 형성되었다([17]).

무어는 삼각함수와 미적분학 강좌와 같은 기초 단계로부터 박사학위 논문세미나까지 자신의 강좌 방법을 개발함으로써 대학교 수학교육의 완전한 시스템을 만들었다. 무어의 강좌는, 강의실 구성부터 강의 방법 그리고 강의실 규칙에 이르기까지 처음부터 치밀하게 조직되었다([7])(표 1).

표 1. 무어 발견학습의 강좌구성

강의실 상황 - 교수는 교과 과정 설명서와 강의 개요를 작성한다. 자신의 특별한 교수 방법에 협조할 것을 서약하는 학생들에게만 강좌를 허락했다. 학급의 규모를 상당히 소규모로 정했으며, 개인적인 인터뷰나 이전에 그의 교수법으로 강의된 강좌에서의 학문적 성취도를 기반으로 그의 수강학생을 선발했다.
강좌 규칙 - 학생들은 서로 의논을 하거나 어떠한 형태의 협력도 할 수 없다. 또한 교재는 물론 참고문헌의 사용을 철저히 금한다. 다만, 박사과정 강좌의 경우, 참고문헌을 사용하여 자신이 개발한 증명 과정이 원래의 것과 일치하는지를 확인할 수 있다. 취약한 학생의 발표

에서 다른 학생이 망신주거나 용기를 잃게 해서는 안 된다.
성적 평가 - 전통적 형태의 기말시험을 실시하고, 시험 결과를 강의 시간 중에 증명 발표를 거의 보이지 못한 학생들의 성적에 중요한 자료로 반영한다.
교수법 - 교수는 문제와 정리의 목록을 세심하게 작성하여 학생들에게 배부하며, 강의실에서 상당히 요약된 강의만 한다. 학생들은 교실 밖에서 가능한 한 많은 문제와 정리를 해결하며, 자신이 만든 결과를 교실 칠판에서 발표한다. 교실에서 문제풀이를 할 학생을 선택할 때, 이미 문제를 해결했다고 주장하는 학생들 중에서 정한다. 어떤 학생이 정리를 한참 증명하는 도중에 있어서 다른 학생의 증명 발표를 보지 않기를 원한다면 그는 발표 도중에 강의실을 나갈 수 있다. 또한 학급에서 발표해야하는 문제를 완전히 풀어내지 못했다면, 자신의 연구를 해치지 않기 위해 수업에 오지 않아도 된다. 증명을 발표하는 동안 발생한 오류를 즉시 수정할 수 있다면 괜찮지만, 증명을 고치기 위해 칠판에서 시간을 허비하는 것을 용납하지 않는다. 증명에서의 오류가 정정되었다면 그 학생은 그 다음 날에 다시 시도하도록 허용된다. 그러나 그 학생이 문제에 대해 이해를 보이지 못하면 교수는 다른 학생을 지명하여 증명을 발표하게 시킨다. 취약한 학생이 발표하는 동안 교수가 도와줄 수는 있지만, 이는 학생이 아이디어나 명제를 확실히 이해하는데 도움을 주는 선까지만 한다.

무어 발견학습법(Moore discovery method) 또는 텍사스 방법(Texas method)이라고 불리는 이러한 교수법은 학생들 간의 경쟁적인 환경을 절대적으로 활용하는 것이다. 학생들은 자신의 학급동료들보다 더 어려운 문제를 더 많이 풀어 교수에게 인상적으로 보이기 위해 경쟁을 한다. 우호적인 경쟁은 많은 학생들이 열심히 일하도록 자극하지만, 때때로 합리적인 한계를 넘어서기도 했으며, 실제로 다른 강의를 소홀히 하면서 까지도 무어 강좌에서 인정받기위해 노력하기도 했다. 어떤 학생들은 어려운 정리를 1 주일 동안 혹은 그 이상 매달리다가 결국 다른 학생이 그것을 해 낸 후에야 멈추기도 했다. 고급 단계의 강좌에서는, 어떤 문제들은 미해결문제(open problem)인 것도 있어서, 그 풀이가 박사학위논문이 한 부분이 되기도 했다. 그러므로 무어 방법은 학생들이 오랜 시간동안 문제풀이에 집중할 의사를 가져야 할 필요가 있었고, 자기 확신이 커지면서 어려운 문제를 해결하는 결과를 만들었다. 이것은 소크라테스 방법의 진수로서 학생들이 자신의 분석 기술과 창의성만 사용하여 문제를 풀도록 격려하는 것이다. 무어는 이러한 상황을 단지 몇 단어로 요약했다([7]). “주입식 교육을 가장 조금 배운 사람이 가장 잘 배운 것이다.”³⁾

무어의 학생으로서 혹은 무어 방법을 자신의 강의에서 사용한 경험을 증언하면서 무어 발견학습법을 지지하는 사람들이 있었다. 코넬대학 교수인 Henderson([11])은 무

3) That student is taught the best who is told the least.

어 교수의 2세(무어의 제자인 R.H. Bing의 학생)로서 무어 방법으로 배운 학습법이 자신의 교수법뿐만 아니라 일상의 삶에도 상당히 큰 영향을 미쳤다고 했다. 항상 '왜'를 질문한다. 교수(권위자)가 그렇게 말했기 때문에 단순히 믿는 것이 아니라, 어떤 것이 왜 사실인지를 항상 보고자 한다. 대답을 하기위해 자신의 경험을 깊이 고찰한다. 다른 사람으로부터 (학생으로부터 교수가, 학생으로부터 학생이, 교수로부터 학생이)배우는 가능성을 항상 열어둔다고 했다. 또한 Traylor([19])에 의하면 무어 방법의 성공 여부는 상황과 때에 따라 다르며, 교수자의 개성에 의해 상당한 영향을 받는다. 가장 성공적인 상황은, 학생들의 균등한 기초 능력; 자료를 참조하지 못하도록 하는 것과 학생들 사이에서 토론을 금지하는 것; 그리고 학생의 증명에 대한 다른 학생들의 평가의 3가지 특성을 어느 정도 확고히 하느냐에 달려있다고 했다. 무어 방법은 야망과 도전정신과 같은 '개인주의'를 양성하는 경향이 있다고 했다.

그러나 무어 교수법에 대한 불합리성과 모순점의 지적도 만만치 않았다. 지나친 경쟁으로 인해 학생들의 고립을 자초한다는 점에서 학교수학 과정에서 상당한 비판을 받았다. 수학자가 될 소질이 있는 훌륭한 학생을 선별해 내는데 상당한 효과를 보였지만, 그 반대에 있는 학생들에게는 엄청난 좌절의 경험이 되었다([20]). 보통의 학생들은 자신의 수학적 능력에 대한 낙심을 피할 수 없었으며, 수학의 혐오도 가능했다. 결국 수학적 재능이 뛰어나고 그것을 교수로부터 인정받은 학생들만 남게 되었다. 그러나 능력이 천천히 혹은 늦게 발전하는 경우나 재능과는 상관없이 경쟁적 상황을 즐기지 않는 학생의 경우를 고려한다면 수학적 재능을 판별하는 여과지와 같은 무어의 방법은 지나치게 엄격한 것이었는지도 모른다. 실제로 무어 교수의 강좌는 후에 텍사스대학 내에서도 반대하는 많은 사람들이 있어서, 어떤 교수는 무어 강좌에서 제외된 내용을 학생들에게 일부러 가르치기도 했다([17]). 무어 방법의 옹호자들은 적은 분량의 수학을 아는 것이 수학자가 되는데 더 좋다고 주장하지만, 심지어는 최상의 수학자들도 다른 사람의 연구를 읽는다.

한편 Cohen([6])은 미국 수학역사상 유례없이 성공적인 교수법으로 학생들의 수학 연구능력 향상에 상당한 영향력을 미쳤던 무어 교수법이 학부과정에서 적용된 사례에서는 대부분 실망스런 결과를 보였다고 했다. 이런 결과는 무어가 조성한 학습 환경과의 차이로 인해 미리 예견할 수 있을 정도로 보인다. 학부과정에서는 교수가 자신의 강좌의 학생을 뽑을 수 없으며 (무어는 자신 강의에 참여할 학생을 엄격히 선별함.), 또한 교수의 강의실 규칙 (가령 참고도서를 사용 불가.)을 준수하지 않은 학생이 있다하더라도 그를 강의실에서 내 쫓을 수 있는 상황이 아니다. 더욱이 대부분의 학부생들은 교수의 도움을 받지 않고 정리를 증명하거나 수학을 글로 써 본 경험이 없으며, 그뿐만 아니라, 자신이 지금 막 발견한 내용을 학급 앞에서 발표함으로써 다른 학생들을 가르칠 수 있는 능력을 가진 학부 학생을 상상하기는 쉽지 않다.

그러나 학부과정이라 하더라도 학생들의 수준이 비교적 균등하고 우수한 경우에는 무어 발견학습법이 역시 훌륭한 역할을 할 수 있음이 보고되었다. Mahavier([14])는 예모리대학 1학년의 미적분 강좌를 소개하면서, 학급 크기는 15명이며 특별히 미적분 AP시험에서 4, 5점을 받고 교수의 강연식 강의를 싫어하는 대신 수학 문제를 푸는 것을 좋아하는 학생들로 강좌를 구성했다. 수학적 배경이 탄탄한 학생들에게 무어 방법을 사용하면서, 정의와 문제를 주었고 교실에서 그들의 능력을 보이도록 유도했다. 학생들은 새로운 발견을 논의했고, 급수와 수열의 극한과 수렴 개념을 훌륭하게 유도해 냈다고 했다. 이런 형태의 강좌를 몇 차례 진행하면서 상당히 인기 있는 강좌가 된 후에, 대상 학생을 바꾸는 실험을 했다. AP시험에서 그다지 좋은 성적을 내지 못했던 학생들로 강좌를 구성하여 유사한 방법으로 진행했을 때, 그 결과는 상당히 달랐다고 했다. 결국 무어 발견법은 처음부터 강좌의 구성요소, 특별히 학생들의 균등하게 우수한 기본 능력이 큰 영향을 미친다고 한 Traylor와 유사한 결과를 보였다.

영국 버밍햄대학의 Good([10])은 수학적 확신과 비평적인 기술을 장려하고, 독립적으로 문제풀이에 접근할 수 있는 능력을 개발하고 논리적이고 합리적인 글쓰기 형식을 개발하는 것을 목표로 대학 1학년의 수학 강의를 구성하면서, 무어 방법을 도입했다. 그는 강좌에 ① 어떠한 참고문헌도 사용할 수 없음, ② 글로 쓰는 모든 것은, 그것이 수학적으로 옳지 않은 것이라 하더라도, 반드시 문법적으로 정확한 언어로 작성되어야 함, 또한 ③ 결과의 평가는 항상 맞다와 틀리다로서 부분점수는 없음의 세 가지 엄격한 규칙을 철저히 적용했다. 무어의 교실에서처럼, 학생들이 다루어야 하는 정의, 문제, 정리의 내용을 쓴 자료를 매주 배부하며, 증명을 필요로 하는 모든 것은 정리로 취급하여 정리, 보조정리, 성질, 따름정리 사이의 구별은 하지 않았으며 문제의 난이도에 대한 표시는 하지 않았다. 학생들은 자신의 발견을 학급 앞에서 증명했고, 다른 학생들이 의견을 말하도록 격려하면서, 교수는 강의실 뒤에 앉아서 가급적 수학적 의견을 최소로 주려고 노력했다. Good는 자신의 강의 분석에서, 무어 방법은 효과적이었는가를 질문했다. 가르치는 것은 상당히 즐거웠고 분명히 인기가 있었으며, 학생들 사이에 좋은 관계가 형성된 것처럼 보였으며 다른 강좌의 학생들보다 더욱 확신감이 있고 더 적극적으로 수업에 참여하려는 의도를 보였다고 했다. 그러나 학생 성취도에서는 전통적 형태의 다른 강좌와 비교해볼 때 그다지 좋은 결과가 아니며 수학의 엘리트 그룹을 만들지 못했을 뿐만 아니라 배운 분량이 적었다고 했다. 무어 방법은, 수준에 상관없이, 열심히 노력하고 수학에 적극적으로 참여하는 학생들에게 상당히 잘 맞는다. 무어 자신은 그의 강좌에서 잘 해낼 수 있는 학생을 선별해내는데 상당히 탁월했으며, 그만큼 그렇지 못한 학생을 좌절시키는데도 한몫했던 것 같다. 또한 예측했던 것처럼 수업 진행속도가 무척 느렸는데, 학생 개개인의 기본에 따라 많이 달랐다고 했다. 처음 이러한 강좌를 실행해보려는 교수는 이미 수행된 강좌의 모델을

꼭 관찰할 필요가 있다고 제안하면서, 만약 그러한 과정이 없었다면 1주일동안 학생이 얼마나 적은 분량만을 해 낼 수 있는지에 대해 거의 모를 수 있다고 했다.

4. 소그룹 발견학습법

무어는 강의실에서 강의를 하지 않았다. 대신 그는 몇 가지 정의를 제시하는 것으로 시작하면서, 이것들로부터 나머지 강의의 모든 지식이 구성되고, 문제로서 그리고 정리로서 학생들에게 할당되었다. 친구들과의 협동뿐만 아니라 참고문헌이 엄격히 금지되었으므로, 학생들은 완벽히 혼자가 되어야 했다. 무어 방법에 전적으로 열광하는 연구가 있는 반면, 부정적인 결과를 보인 연구도 있었다. 무어 방법의 성패는 결국 강좌의 환경- 강좌의 학생 수준과 규모-에 절대적인 영향을 받는 것으로 드러났다. 특히 학부나 고등학교과정에 적용했을 때 수많은 문제점을 드러내면서, 무어 발견학습법이 갖는 장점만을 도입하고자 하는 변형된 발견학습법의 연구가 촉발되었다.

1967년 위스콘신대학의 N. Davidson([8])은 무어의 발견학습법을 도입한 소그룹 발견학습법(Small group discovery method)을 개발했다. 그는 유능한 학생은 스스로 수학을 발견하고 개발할 수 있다는 무어의 아이디어를 가지고 시작했으나, 무어의 아이디어를 학부과정에 있는 대규모 강좌에 적용할 수 있도록 사회적 환경을 변화시켰다([7]). 이는 엄격한 의미에서 무어의 방법과는 완전히 다른 것으로 보이기도 하는데, 무어가 자신의 독특한 방법으로 가장 중요하게 여기던 규칙인 학생들의 협조적 역할의 금지를 전적으로 배격하는 것이기 때문이다. 그러나 다른 한편, 학생들이 스스로 발견하도록 한다는 점에서는 무어의 발견학습법과 일치한다(표 2).

표 2. 소그룹 발견학습법

강의실 상황 - 전체 학급을 소그룹으로 나눈다. 모든 그룹은 함께 일할 공간에 그들만의 칠판을 갖는다. 각 그룹은 정리나 문제를 논의하고 서로 협조해서 증명하며, 각 조원들은 칠판에서 문제를 풀어나간다.
강좌 규칙 - 소그룹의 모든 조원은 토론에 참여해야하고 어느 누구도 장악해서는 안 되며, 정해진 리더는 없다. 다른 문제를 풀려고 시도하기 전에 이전 문제의 증명이나 풀이를 조원 모두가 이해해야 한다. 조원들은 만족할만한 답을 주기 위해 서로 노력한다.
소그룹 구성 - 3~4명으로 소그룹을 구성한다. 5명 이상의 그룹은 수학문제를 풀이에는 너무 크며, 그러한 경우에 한두 명이 장악할 염려가 있으며 나머지 학생은 참여하거나 질문하는데 빠지는 경향이 있다. 교수는 그룹에서 벌어지는 일에 대해 단지 조정을 하는 일만 하며, 조원들 사이의 상호관계를 어떻게 향상시키는지를 조언하는 정도의 영향력을 가질 수 있다.

교수법 - 학기 초에 교과목개요와 소그룹협동 방법을 학생들에게 알려준다. 소그룹이 한 강좌에서 해결할 수 있는 분량의 정의, 정리, 가설, 질문, 문제, 예제와 반례의 목록으로 구성된 포괄적인 개요를 배부한다. 학생들은 이러한 목록의 내용을 연구하되 소그룹으로 일한다. 교수는 그룹들 사이를 다니면서 칠판에 쓰인 증명이나 풀이를 확인하고 그것에 대한 의견과 조언을 해 준다. 만약 문제 푸는데 어려움을 겪는 그룹이 있다면 교수는 문제를 인식하도록 유도하는 질문을 해야 하고 혹은 필요하면 힌트를 줄 수도 있다.

똑똑한 학생들은 경쟁적인 시스템 내에서 독자적으로 일함으로서 수학을 개발할 수 있다는 무어 방법의 기본 골격과는 달리, 보통의 학생들은 협조적인 시스템 내에서 소그룹으로 함께 일함으로서 수학을 개발할 수 있다는 것이 소그룹 발견학습 방법이다. 소그룹 발견학습 강좌의 손꼽히는 장점은, 만약 학생들이 혼자 풀어야 하는 경우라면 포기하고 말았을 문제를 서로 협동하면서 해결하는데 있다. 협동의 장점과 더불어, 교수 앞이나 학급 전체 앞에서 질문할 때 받을 수 있는 곤란함을 느끼지 않고 자신이 속한 그룹에서 자유롭게 질문함으로써 정신적으로 훨씬 안정된 상태에서 학습을 할 수 있다. 또한 어떤 일을 수행하는데서 다른 사람과 협동하는 기술을 개발할 수 있으며, 문제 풀이에서 개인적인 능력과 신뢰감을 높이며, 무엇보다 대다수의 학생들은 소그룹 방법으로 수학을 익히는 것을 즐긴다. 소그룹 발견학습법은 학부 수학강좌에서 다양한 능력 수준의 학생들에게 폭넓게 적용할 수 있어서, 대학수학의 기초 단계부터 고급 해석학과 추상대수 등을 포함하는 여러 단계에서 사용될 수 있다.

그러나 소그룹 발견학습의 어려움과 문제점도 여전히 많이 있다. 무엇보다 교수가 부딪치는 어려움은 포괄적인 개요를 작성하는 일이다. 학생들이 이 강좌에서 어려운 정리를 만드는 것을 포함해서 수학을 개발하게하려면 교수는 아주 신중하게 포괄적인 개요를 구성해야 한다. 또한 포괄적인 개요는 학생들이 직관을 개발하여 가설을 만들고, 그것을 확인하거나 성질의 일부분을 완성해보고자 하는 동기부여를 할 수 있어야 한다. 말로 하는 것은 쉽지만, 이러한 포괄적인 요약자료를 만드는 것은 수학적이며 교육학적으로 많은 판단을 요구하는 어려운 작업이다. 수학의 동기부여에 관한 논의는 Polya([18])에서 잘 나타나있는데, 어떤 사람이 전형적인 교재로부터 정의나 정리의 목록을 단순히 나열함으로서 광범위한 개요를 구성할 수 없다는 것을 확실히 보여준다. 그러므로 이러한 방법을 사용할 교수는 강연을 하는 교수보다 교과목 설명과 개요를 만드는 데서 훨씬 어려움을 겪는다. 앞서 Good([10])에서 제안된 것처럼, 교수는 다른 교수들이 무엇을 하는지를 예제로 보며 또한 그 자신의 강의실에서 실험을 해 봄으로서 이것을 어떻게 하는 지를 배워야 한다.

한편 소그룹의 학생들은 칠판에서 일을 하게 되는데, 대부분의 학생들은 이러한 경

힘을 해 본적이 거의 없다. 교수는 진행 속도가 특히 느린 그룹을 나누어서, 그 조원들을 다른 그룹에 적절히 흡수시켜야 한다. 또한 부가적인 숙제 문제를 주어서 교실 밖에서 각 학생들이 풀도록 한다. 소그룹활동에 익숙하지 않은 학생들 사이에 발생하는 그룹 내부의 상호관계 문제도 결코 간단하지 않다. 그룹을 나누는 가장 좋은 방법이 무엇인가에 대해, 교수는 보통 세 가지 방법([7]) - ① 교수의 판단에 따라 그룹을 나눈다. ② 학생들 스스로 하게 둔다. ③ 학기 초에는 교수가 큰 규모의 그룹을 만들어서, 학생들이 서로 많은 학생들과 함께 일할 기회를 갖도록 하고, 그 후 학생들이 자신의 그룹을 선택하게 한다 - 중에서 택하게 된다. 교수는 3~4개 정도의 소그룹이 있을 때 가장 쉽게 일할 수 있으며, 6그룹까지 지도할 수 있지만 그다지 효과적은 아니며, 그보다 많을 때는 조교가 필요하다고 했다.

5. 절충된 소그룹 무어 발견학습의 사례 연구

무어 교수법은 텍사스 대학에서 무어가 한 강의를 포함하여 그러한 형태를 도입한 다른 교수들의 교수법을 총칭한다. 무어 스타일 강의의 독특한 성질에 비추어, 오늘날 대부분의 학부수학 교과과정에 적용하기는 많은 어려움이 있어 보인다. 학생들은 이론의 발표와 그것을 직접적으로 적용해 문제를 푸는 것을 통해 학습되도록 기대되지만, 모든 학생이 완전하고 절대적인 이해를 목표로 하여 수학을 공부하는 것은 아니다. 더욱이 무어 형태의 강의실에서의 학생에게 부과되는 의무사항을 생각하면, 심지어는 가장 똑똑하고 열심인 학생조차도 이러한 방법으로 모든 수학을 배우기는 어렵다. 그럼에도 불구하고 무어 방법에서 배울 수 있는 매우 귀중한 경험은 아마도 수학을 읽는 것과 수학을 하는 것의 차이를 터득하며, 수학에서의 경력이 정말 추구해야 할 올바른 길인지 아닌지를 결정할 수 있는 것으로 보인다.

무어 방법의 원형은 무어교수 이외의 수학교수에게서 그대로 사용된 적은 없으며 ([17]), 대신 다양한 변형들이 광범위하고 다양하게 사용되어 그 효과가 입증되었다. 어떤 교수는 친구와의 협동학습은 금하면서 단 하나의 주 교재만 참고하도록 했다. 어떤 사람은 적당한 분량의 강연을 하면서 학생들이 정리의 증명이나 문제풀이에서 완벽하기를 기대하지 않았다. 발표도중 오류가 발생하면 어느 정도의 도움을 주어서 그것을 수정할 수 있는 기회를 주기도 했다. 강의실에서 증명을 발표하고 난 후에는 교과서에 있는 증명과 비교하도록 허용한 교수도 있다. 또는 적절한 교재를 참고하도록 격려하면서, 문제의 답을 포함하고 있는 책의 페이지 번호를 알려주기도 했다. 해답을 읽기위해 학생들은 저자의 기호를 이해해야 하고 저자가 앞서 증명한 결과를 다시 살펴보아야 한다. 물론 협동학습을 취한 무어 변형이 무엇보다 많이 있다. 이 절에서는 Davidson([8])이나 Good([10])이 제안한 것처럼 실제로 운영된 강의의 방법과 상황을 분석하여, 강의모형 구성에 유용한 아이디어를 알아보려고 한다.

1. 소그룹 발견학습과 절충한 무어 방법:

Cohen([6])은 강의법 구성에 앞서 이러한 강좌에서 발생 가능한 문제점을 먼저 파악하여, 그 단점을 해결하기위한 노력을 했다.

① 학습내용은 위대한 수학자들이 오랜 세월에 걸쳐 발견한 것이다. - 발견학습법을 사용한 강좌의 학생들이 한 학기에 모든 것을 발견하리라고 기대하지 않는다.

② 학생들의 글쓰기는 무척 서투르다. - 신중한 학생들은 대학원에 진학해서 논문을 읽으면서 글쓰기를 배울 수 있다.

③ 학생들은 이제 막 터득하고 발견한 내용을 다른 학생에게 가르치는 훈련을 한다. - 그러나 그러한 교수로부터 배워야하는 학생들은 상당히 어려운 입장에 처한다.

Cohen은 이러한 문제를 최소화할 소그룹 절충식 무어 학습강좌를 구성했다(표 3).

표 3. Cohen의 소그룹 발견학습과 절충한 무어 방법
<p>강좌 구성 - 강의 내용을 질문형태의 목록으로 만든다. 교수로부터 약간의 지도를 받은 평범한 학생은 질문을 이해하고 1주일 이내로 그 답을 쓸 수 있는 수준으로 한다. 질문의 양이 충분해서 그것을 모두 답한 학생은 강좌내용을 숙달할 수 있어야 한다. 90~110분 교실수업을 한다. 2차례 50분 시간은 학생들에게 질문하는데 충분한 시간을 주지 못한다. 첫날 강의에서 강의 방법, 목적, 기대치를 소개한다. 3~4명으로 소그룹을 만들어 중간고사 때까지 유지하다가 그 후에 모든 그룹을 바꾼다. 좋은 학생들만 모이거나 또는 뒤처지는 학생들만으로 구성되는 것을 피한다. 수업시간이 끝날 쯤에 문제를 낸다. 몇 그룹에 동일한 질문이 배당될 수도 있다. 학생들은 질문에 답하기 위해 필요한 기본 내용(가령 정의나 정리들)을 모은다. 그룹과제는 문제를 이해하고 답을 찾고, 그리고 문제와 풀이를 보여주는 짧은 보고서를 쓴다.</p>
<p>연습시간 운영 - 1주일에 두 번 연습시간이 있다. 연습시간 전에 반드시 그룹모임을 하여 질문을 이해하고 풀이에 관한 아이디어를 나눈다. 만약 몇 그룹이 동일한 문제를 받게 되면, 그 그룹들이 동시에 모이도록 한다. 그룹이 해답을 발견했을 때는, 교수는 그룹의 설명을 듣고, 그것을 더욱 확실하게 하기 위해 필요한 도움을 준다. 반면, 그룹이 혼돈상태에 있을 때는 소크라테스 방식으로 한 두 개의 질문을 통해 학생들이 스스로 아이디어를 이해하도록 도와준다. 또 어떤 때는 완전히 설명을 한 후, 학생들이 다른 질문을 발견해내도록 유도할 수도 있다. 연습시간 후에 학생들은 보고서의 초안을 준비한다. 그룹이 만나서 일을 논의하고 보고서 작성에 필요한 내용을 정한다. 각 조원은 서로 의논하지 않은 채 자신의 초고를 작성하고, 다음 연습시간에 그룹 전체가 모여서 서로의 초안을 또래 검토(peer review)한다. 내용, 명확성, 스타일을 향상시키기 위한 제안을 한다. 교수는 임의로 초안 몇 개를 선택해서 조원들 앞에서 평가함으로써, 초고에 대한 전문적인 평가를 어떻게 하는지를 보여준다.</p>
<p>학생 발표 - 발표 그룹은 그들의 보고서를 복사해서 모든 학생들에게 나누어 준다. 각 조원들이 발표의 한 부분을 담당하며, 발표 중에 계획을 설명하고 질문 받을 시간을 남겨두어야 한다. 발표도중 교수의 역할은 아주 민감하여, 확실하지 않은 부분이 있으면 학생들이 질문할</p>

때까지 기다린다. 어느 누구도 질문하지 않으면 교수가 질문한다. 교수는 그룹이 명확하게 설명하도록 도울 수 있지만, 학생들이 스스로 해 낼 수 있도록 시간을 준다. 이러한 방법으로 학생들은 보통의 강의에서보다 교수가 강의에 미치는 영향을 줄일 수 있다. 학생들은 발표 준비에 많은 시간과 에너지를 쏟으며, 자신의 아이디어를 명확히 설명하려고 최선을 다한다.

보고서 작성과 평가 - 각 그룹은 단순히 문제풀이를 넘어서 강좌의 주제에 적합한 형태로 구조나 문법 등을 전문가적인 형태로 보고서를 만든다. 그룹은 보고서를 어떻게 쓸지를 결정하는데, 보고서를 몇 부분으로 나누어 각 조원이 분담하거나, 혹은 순서를 정해 돌아가며 쓸 수도 있다. 교수는 보고서를 주의 깊게 읽고 그 다음날 돌려주도록 노력한다. 내용뿐만 아니라 문법과 형식도 고쳐준다. 두 번의 지필시험은 그룹별로가 아니라 개인별로 응한다. 학생들은 수업시간에 논의한 모든 내용(아이디어를 풍부하게 하기위해 교수가 제공한 내용을 포함)을 공부해야한다. 그룹의 조원들은 조별 보고서에서 동일한 점수를 받으나, 발표에서는 개인적 점수를 받는다.

Cohen은 자신 강좌의 대부분 학생들은 절충된 무어 방법 아래서 부과된 의무에 잘 적응했다고 보고했다. 강좌에서 전체적으로 다루는 내용의 분량을 줄였지만, 각 학생이 매주 하나의 문제를 가지고 애쓰는 동안 다른 학생들은 또 다른 문제를 가지고 일했으므로, 한 주일동안 학급에서 다루어지는 총 내용 분량은 강연식 강의의 총량과 거의 동일하다. 이 강좌의 학생들이 습득한 내용의 총 분량이 전통적 강좌에서 습득한 분량과 적어도 동일하다는 것을 학생들의 시험 성취를 통해 확신할 수 있었다고 했다. 한편, 이러한 강좌의 장점으로, 학생들 사이의 의사소통의 기술을 효과적으로 높일 수 있었다. 모든 학생들이 시험에서 모든 문제를 풀어야하기 때문에, 발표하는 그룹은 최선을 다해 가르치려고했고 다른 학생들은 그들이 배우는 것을 명확하게 해달라고 요청했다. 또한 학생들은 매주 글을 쓰고 그것의 평가를 곧장 받기 때문에 상당한 발전을 만들어 냈다. 주제를 이해하는 것과 그것에 대한 글쓰기 사이의 관계를 잘 배워갔다. 학생들은 사고와 글쓰기에 관심을 보여주는 교수를 위해서 열심히 일하려고 했다. 그러나 학급규모가 큰 역할을 해서, 5~20명 정도의 강좌는 효과적이지만, 25명보다 큰 강좌에서는 이런 방법이 효용이 없을 수도 있다고 했다.

2. 학생토론과 절충한 무어 방법:

Brewer([3])은 수학과 2학년 학생들이 계산 중심에서 증명 중심으로 자연스럽게 전이하도록 도와주는 강좌에 절충식 무어 방법을 적용하여, 증명 테크닉을 배우고 그것을 기본적인 수학 아이디어에 적용하는 것을 가르치고자 했다. 강의의 강조점을 내용에서 과정으로 바꾼 것이다(표 4).

표 4. Brewer의 학생토론과 절충한 무어 방법
강좌 구성- 각 수업 마지막에 주로 교재에 있는 내용을 숙제로 내주고, 다음 수업 첫 부분에 학생들은 숙제를 제출하고 간단한 퀴즈를 본다. 퀴즈 후에 학생들은 자기 담당부분을 토론한

<p>다. 교수가 강의실 앞에 서는 일이 거의 없으며, 대부분의 중요한 의사소통은 학생들 사이에서 일어난다. 학생들이 수업시간 전에 내용을 힘써 준비하도록 장려하기위해 교수는 매일 숙제를 내고, 모으고 채점한다.</p>
<p>강의실 상황 - 누가 질문하고 대답하고 발표하는지를 항상 기록하여 점수화한다. 학생들이 점수를 받기위해 문제가 어려워서는 안 되며 꼭 정답을 말할 필요도 없고, 단지 학생들은 참여하면 된다. 한편 발표에서는 정확성과 발표 기술, 칠판 정리 등을 포함해서 계산한다. 그러나 칠판에서 오류를 수정하는 것을 감점 없이 허용하는데, 이 점이 무어 방법과 다르다. 각 학생은 최소한 회수의 발표를 해야 한다. 최종점수는 발표점수 중 최고점을 선택함으로써, 더 자주 발표하려는 동기유발을 한다.</p>
<p>시험평가 - 교실시험과 과제물시험이 있다. 교실시험은 참/거짓 문제이며, 단답형과 간단한 증명 그리고 정의들로 구성한다. 과제물시험은 보통 새로운 내용을 소개하고 학생들이 이전에 본적이 없는 성질을 증명하도록 한다. 과제물시험을 교실시험 1주일 전에 배부하며 교실 시험지를 제출할 때 함께 낸다. 과제물시험 내용의 절반 정도는 교재의 내용과 직접적으로 관련이 있거나 조금 보충된 것이지만, 새로운 개념을 포함하기도 한다.</p>

학생들이 2학년 단계의 강좌에서 과제물시험 문제를 다룰 수 있음을 인식했을 때 비로소 처음으로 무어 방법의 위력을 이해했다고 Brewer는 보고했다. 또한 다른 전통적인 고급수학 강좌와 비교하여 적은 분량의 내용만을 다룰 것이라고 생각했지만, 단지 교재의 페이지 수를 계산하는 것이 아니라 학생들이 하는 일의 분량을 고려한다면, 다루는 분량은 거의 동일하다고 했다. 학생들은 그들 스스로 내용을 파악하는데, 이것은 분명히 페이지 수만큼 중요하다. 학생 개발의 단계에서, 빈번한 피드백이 절대적으로 필요하다고 했다. 교수가 숙제를 걷고 채점을 하지 않는다면 대부분의 학생들은 숙제에 그다지 관심을 기울이지 않는다. 학생들은 자료내용을 토론하는데 많은 시간을 보냈다. 적어도 처음에는 발표하는데 충분한 준비가 되지 못했으며, 또한 자발적으로 발표를 하지 않는다. 처음 몇 주 후에 학생들이 그다지 확신을 가지지 못한 내용을 발표하도록 격려하기 시작했다. 그러한 발표들은 잘 다듬어지지 않았지만, 학생들은 모두 힘을 합쳐 증명하려고 노력하면서 확신감과 동료애를 구축해 나갔다. 어떤 학생의 발표에서 그 자신은 물론 다른 학생의 도움으로도 해결할 수 없는 부분에 부딪칠 때가 어려운 상황이 된다. 그러나 충분한 시간이 주어지면 학생들은 서로 협동하여 그 부분을 채울 수 있는 경우가 종종 있다. 얼마나 오래 동안 기다려 주어야 하는가에 대한 뚜렷한 답은 없으며, 그것은 각 학생에 따라 달라진다. 그러나 만약 개입하고자 결정을 했다면 점진적으로 해야 한다. Brewer([3])는 다른 연구 결과와는 달리 학급의 크기나 학생의 능력은 어느 것도 학급 분위기에 큰 영향을 미치지 않았다면서, 실제로 17명인 학급이 그보다 소규모의 대부분 학급보다 더 분위기가 좋았다고 했다. 그러나 오히려 특별히 잘하는 학생들이 있는 강의실은 최악의 환경을 만들었으며, 한편 성별의 분포문제는 학급환경에 극적인 영향을 미쳤다고 했다. 대부분이

남학생인 강좌와 대부분이 여학생인 강좌사이에 흥미로운 대비가 있어서, 최소한 50%가 여학생인 학급이 최상의 환경이었다고 했다.

절충된 무어 발견식 강좌의 공통점 중 하나는 교수의 강연이 강의의 주요 요소가 아니라는 것이다. 교수가 강의 책임을 유기하는 것이 아니라, 과제 문제를 통해 학생들을 지도하며, 그들에게 영감을 떠오르게 할 적절한 아이디어를 제공해야 한다. 그러므로 이러한 강좌에서 포괄적인 개요는 가장 중요하다. 여러 연구로부터 종합해 볼 때, 포괄적인 개요를 구성할 때 고려해야 할 점을 다음과 같이 말했다.

- 1) 전통적 강의에서 보통 생략되는 것이나 복잡한 설명이 있는 것을 피한다.
- 2) 자명한 문제를 많이 주지 않는다. 보조정리는 보조정리이고 자명한 것과는 다르다.
- 3) 간단한 문제들을 지나치게 부여하여 학생들을 지루하게 만들지 않는다.
- 4) 도전적인 문제를 제공하여 유능한 학생의 흥미를 자극한다.
- 5) 예측치 못한 어려움이 발생할 때, 다른 보조정리나 연습문제를 추가하면서 포괄적인 개요를 개정할 준비를 항상 한다.
- 6) 기초 미적분처럼 시험에서 정리의 증명을 요구하지 않는 경우에는 증명대신 문제위주로 구성한다. 고급 추상수학 단계의 3학년 과정에서 증명문제들 다루게 한다.

영성하게 구성된 개요는 반드시 실패하는 강좌를 만든다. 학생들이 강좌에서 정리들을 증명하려고 한다면 교수는 어려운 문제를 보조정리들로 세분화할 필요가 있다. 만약 정리를 위한 보조정리들과 그 부분들이 정확히 들어맞지 않는다면 학생들은 시간만 낭비할 것이고 좌절하게 된다. 학생들은 이러한 요약 안에서 정리를 만들고, 문제를 풀고 예제를 다룬다. 결과를 발표하는데 있어서 보통의 수학 강좌에서 했던 것보다 상당히 많은 시간을 들인다. 이러한 활동을 통해, 학생들은 수학적 이론을 구축해나가는데 참여하여, 인간에 의해 개발된 수학적 결과를 직접적인 경험에 의해 배운다. 그러므로 교수 입장에서는 강연 상황에서 보다 더 신중하게 분석되고 동기부여가 잘 된 개요를 준비해야하는 부담감이 있다.

6. 교육학적 논의 및 결론

무어 학생이건 아니건 모든 사람이 동의하는 한 가지는, 훌륭한 수학적 제자를 그렇게 많이 육성했을 뿐만 아니라 전문수학자의 길로 들어서지 않은 영향력 있는 제자들의 수에서 무어는 미국 역사상 커다란 성공을 거두었다는 점이다. 무어 방법이 어떻게 왜 그렇게 효과적이었는지를 분석하고자하는 시도가 완전히 성공한 것은 아닌데, 심지어는 무어의 학생으로서 자신의 경험담을 말한 사람들에게조차도 그렇다. 무

어 방법이든 그것의 절충된 형태이든, 발견학습법이 어떻게 작용을 하는지 또는 어떤 이론으로 그 효과를 설명할 수 있는지의 물음이 있다. 이런 강좌들의 가장 큰 장점은 ‘수학의 방법’을 배울 수 있다는 것인데, 학생들이 ‘아하!’ 라는 입장에 설 때, 행동심리학자는 이것을 강화(reinforcement)라고 설명한다. 그런데 학생이 증명을 발견하고 그것을 받아들일 때는 상당히 긍정적인 보상을 받지만, 그와는 반대로 증명을 하지 못하거나 제시한 증명의 오류를 인정하게 될 때는 부정적인 면이 크다. 교수의 적절한 조정이 필요한데, 긍정적인 면은 강조하고 부정적인 경험 (비록 부정적인 경험이 학생의 문제에서 비롯된 것이라 하더라도)은 최소화해야 한다. 한편 사회적 구성주의 학자인 Vygotsky의 근접발달영역(Zone of Proximal Development)이론은 무어 방법과 관련하여 어느 정도 설명할 수 있는 힘이 있다고 보인다. 학생 혼자서는 할 수 없지만, 교수의 도움을 받아 혹은 다른 동료들과 함께는 문제를 해결할 수 있다는 것이다. 한편 Mahavier([13])는 What is the Moore method에서 발견학습법이라는 용어는 애초 잘못 사용된 것이라고 주장했다. 대부분의 학부 학생들은 초기단계에는 강의계획서에 명시된 교수의 의도를 만족시킬 만큼 발견해 나갈 수준에 있지 않다고 하면서, 이끌어 주는 교수와의 협동학습(cooperative learning with the instructor)이 적절한 용어라고 했다.

무어 발견학습법은 가르치는 주제와는 상관없이 가르치는 방법을 표현한다. 발견학습법은 교수와 학생에게 상당히 도전이 되어, 모두에게 열심을 요구하지만 놀라운 효과를 만들 수 있다. 교수는 수학자가 수학을 발견하는 방법대로 학생들이 수학을 하도록 이끌어 수학적 창의력과 직관력 그리고 논리적 이해력을 개발하도록 유도한다. 학생들은 새로운 아이디어를 개발하기 위해 노력하므로, 더 이상 관찰자로서가 아니라 활발한 참여자로서 수학을 배운다. 또한 학생들은 발표 도중에 교수처럼 행동할 권리를 가지므로, 그에 적절한 태도를 갖추고 증명을 보여주는 기술을 터득하게 된다. 수학적 정확성뿐만 아니라 스타일에 대해 교수로부터 평가를 받는다. 교수는 학생의 작업에서 오류를 지적할 수 있지만, 다른 학생들이 오류를 발견하거나 필요한 설명을 요구하도록 격려한다. 교수들은 학생들에게 대폭적인 존중을 보여야 하는데, 만약 교수가 압도적인 태도를 취하고 학생들을 모욕하고 비평한다면 학생들은 수학적 발견을 그만두고 말 것이다. 교수는 학생들이 어려운 문제를 풀어낼 수 있다고 확신을 갖고, 학생들이 그러한 능력을 개발하기까지 인내하고 기다려야 한다. 이 과정에서 중요한 것은 학생과 교수 사이에 정기적인 상호작용이 존재하여 교수가 학생의 이해 성장 정도를 잘 파악하는 것이다. 학생에 대한 기대수준 또한 중요한 역할을 하는데, 교수는 학생들이 다룰 수 있는 수준을 넘는 정리를 증명할 수 있을 거라고 기대해서는 안 된다. 분명한 것은 학생이 수학의 모든 것을 재창조할 것이라고 생각하는 사람은 아무도 없을 것이다.

우리나라 대학생의 학력저하 현상은 끊임없이 논란의 대상이며, 그 뿐만 아니라 우리의 대학사회는 다양한 배경과 목적을 가진 학생들로 구성되어, 대학교 수학과는 수학의 필수학점만을 취득하려는 학생들이나, 가능한 한 최소의 노력으로 졸업에 필요한 최소의 것만을 목표로 하는 학생들로 꽉 찬다. 앞서 살펴본 바대로 R.L. 무어의 발견학습 교수법은 미국 수학회에 놀라운 영향을 끼친 탁월한 교수방법이지만, 교육중심대학의 다양한 학생들을 대상으로 한 수학과정에 적용하는 것은 현실적으로 많은 문제를 야기한다. 그럼에도 불구하고 무어 방법의 핵심요소인 학생 스스로의 발견을 통한 학습은 어느 누구도 부인할 수 없는 강력한 교수 방법이다.

이 논문에서는 R. L. 무어교수의 발견학습법의 장점을 보존하면서, 그 단점을 보완하고자 하는 여러 교수의 교수법 개발 연구를 살펴보았다. 특별히 소그룹활동과 토론 중심활동을 도입한 변형된 발견학습 형태의 강좌를 구성하여 학부 학생들에게 흥미와 동기유발, 그리고 학습참여에 기회를 줄 수 있는 절충된 무어 학습법을 고찰하였다. 소그룹활동과 토론활동은 수학적 의사소통 기술을 확장하는데 큰 도움이 되며, 더욱이 컴퓨터와 같은 테크노로지 활동을 도입한 발견학습법은 학생들에게 강력한 경험적 토대가 되어 자신의 활동 결과를 반추함으로써 학습 이해를 완성해 나갈 수 있을 것이다. 그러나 이러한 강의 방법은 간단한 문제가 아니어서, 이미 경험이 있는 교수와 대화를 하고 학습을 관찰하고 또한 잘 만들어진 강의 개요를 검토하고 자료를 읽어보는 것이 큰 도움이 된다.

현재의 우리 대학사회에서는 연구중심대학 또는 강의중심대학이라는 용어가 익숙하게 사용된다. 이러한 분류가 구체적으로 양분되지는 않는다하더라도, 학부학생들의 교육에 특별히 중점을 두고 있는 대학에서는 대학교육 방법 연구에 큰 관심을 가져야 한다. 학습 환경을 조성하는 것은 눈에 확실히 보일 수 없는 교육적 과제인데, 오늘날 대학교 교수들은 소그룹활동이든 무어의 발견학습법이든, 효과적인 교수법에 대한 새로운 패러다임의 연구를 필요로 한다. 대학 수학교육의 발전은 학생들을 어떻게 효과적으로 지도할 수 있는지의 방법을 끊임없이 연구하는 교수의 노력으로 인해 달라질 수 있다고 믿는다.

참 고 문 헌

1. 이상구, 황석근, 천기상, 20세기 초 미국수학계의 혁명적변화의 바탕, 한국수학사학회지. 20권 3호(2007), 127-146.
2. 이상구, 이상욱, 김덕선, Robert Lee Moore의 교수법과 한국에서의 의미, 한국수학사학회지. 21권 1호(2008), 79-96.

3. Brewer, J. P., Moore is better. *Primus* 13, 3(2003), 270-276.
4. Bruner, J. S., *The process of education*, New York, Vintage Books, 1960.
5. Burning, R., Schraw, G., Norby, M., Ronning, R., *Cognitive psychology and instruction* (4th ed.). Columbus, OH, Merrill, 2004.
6. Cohen, D. W., A modified Moore method for teaching undergraduate mathematics, *Amer. Math. Monthly* 89, 7(1982), 473-490.
7. Dancis, J., Davidson, N., *The texas method and the small group discovery Method*, 1970. (www.discovery.utexas.edu/rlm/reference/dancis_davidson.html)
8. Davidson, N., *The Small Group-Discovery Method as Applied in Calculus Instruction*, *Amer. Math Monthly* 78(1971), 789-791.
9. Driscoll, M. P., *Psychology of learning for instruction* (2nd ed.). Needham Heights, MA: Allyn & Bacon, 2000.
10. Good, C., Teaching by the Moore Method, *MSOR Connections*, 6, 2(2006), 34-38. (www.discovery.utexas.edu/rlm)
11. Henderson, D. W., Ask Why? Insist on Seeing, Experience Deeply, Learn from Others, the 3rd. Annual Legacy of R.L. Moore Conference, April, U. of Texas Austin, 2000. ([www.discovery.utexas.edu/rlm/Reports/legacyrlm3_abstract .pdf](http://www.discovery.utexas.edu/rlm/Reports/legacyrlm3_abstract.pdf))
12. Lewis, A. C., Reform and Tradition in Mathematics Education: The Example of R. L. Moore, 1998. (<http://neomon.us/discovery.html>)
13. Mahavier, W. S., What Is The Moore Method? *Primus* 9, 4(1999), 339-354.
14. Mahavier, W. S., What Should One Do With AP Calculus Students? the 3rd Annual Legacy of R. L. Moore Conference, April, U. of Texas Austin, 2000.
15. Mayer, R., Should there be a three-strikes rule against discovery learning? A case for guided methods of instruction. *Amer. Psychologist*, 59(2004), 14-19.
16. Moise, E. E., Activity and Motivation in Mathematics, *Amer. Math. Monthly* 72(1966), 407-412.
17. Parker, J., *R. L. Moore: Mathematician and Teacher*, MAA. Washington, 2005.
18. Polya, G., *Mathematical Discovery*, New York: John Wiley & Sons, Inc, 1962.
19. Traylor, R., Adapting the Moore Method to a Virtual University Course, the 3rd Annual Legacy of R. L. Moore Conference, April, U. of Texas Austin, 2000.
20. Whyburn, L. S., Student Oriented Teaching- The Moore Method, *Amer. Math. Monthly* 77(1970), 351-359.

R. L. Moore's method and small group discover method

HanNam University, Eunmi Choi

R. L. Moore's discovery methods are known to have been very effective with certain classes of students. However when the method was attempted by others at the undergraduate level, the results sometimes were disappointing. In this article we study the history of developing modified Moore methods with small group discovery method for the purpose of undergraduate education, and then we discuss some educational point of view in our universities.

Key words: R. L. Moore's method, small group discover method, modified method.

2000 Mathematics Subject Classification: 97D30

ZDM Subject Classification: D35

접수일 : 2009년 5월 4일 수정일 : 2009년 7월 25일 게재확정일 : 2009년 7월 30일