한국수학사학회지 제22권 제4호(2009년 11월), 29 - 40

朝鮮算學의 방정식 解法

단국대학교 수학교육과 김창일*
kci206@dankook.ac.kr

단국대학교 교육개발인증원 윤혜순
sodam511@dankook.ac.kr

중국 산학에서 방정식 풀이 방법은 古法과 九章算術의 開方術, 開立方術을 시작으로 賈憲의 開方釋鎖法을 걸쳐 增乘開方法으로 완성된다. 본 논문에서는 이 방법들을 알아보고 조선의 산학자들이 그들의 산서에서 사용한 해법을 연구한다.

주제어 : 古法, 開方術, 開立方術, 開方釋鎖法, 增乘開方法

1. 서론

고대 중국수학에서 방정식의 해법은 **九章算術**에서 취급한 開方術과 開立方術에서 시작된다. 이들은 정사각형, 정육면체의 부피를 알 때, 한 변의 길이를 구하는 것구조적으로는 기하학적인 접근이다. **九章算術**의 구고장에서는 구고술을 이용하여 일반 2차방정식을 구성하는데 그 풀이 방법에 대한 언급은 하지 않았지만, 고법을 사용하였을 것으로 추정된다. 한편, 楊輝는 **詳解九章算法**(1261)에서 11세기 중엽 賈憲의 저서로 알려진 **皇帝九章算法細草**의 少廣章에 있는 開方作法本源圖와 開方釋鎖法을 인용한다. 開方釋鎖法은 **九章算術**의 開方術과 開立方術을 체계화한 것으로 임의의 고차방정식의 양의 근을 구하는데 적용할 수 있다. 秦九韶(1202～1261)는 賈憲의 增乘開平方法과 增乘開立方法을 일반화한 增乘開方法을 체계화한다([17]). 增乘開方法의 발전은 중국 대수학 영역의 뛰어난 업적이고 13세기 중엽 天元術과 四元術의 발전에 결정적인 영향을 준다. 14세기 초 이후 500년 동안 실전되었던 宋, 元 시대의 중국수학은 19세기 초에 재정립된다.

* 본 논문은 2008년 단국대학교 연구비를 지원 받아 수행됨

조선 산학에서 방정식의 해법은 중국산학과 마찬가지로 古法, 開方術, 開方釋鎖法과 增乘開方法이 사용되었다([1], [2], [3], [8], [9], [11], [12], [13], [14], [15], [16]).

본 논문에서는 방정식의 해법인 古法, 開方術, 開方釋鎖法과 增乘開方法을 알아보고 조선의 산학자들이 그들의 산서에서 사용한 해법을 확인한다.

본 논문에서는 중국과 조선 사학에 대한 자료로 中國歷代算學集成([4]), 韓國科學技術史資料大系([5])를 각각 참고한다.

2. 방정식의 해법

中國算學에서 방정식의 해법은 **九章算術**의 開方術(제곱근의 풀이 방법)과 開立方術(세제곱근의 풀이 방법)에서 시작하여 賈憲의 開方釋鎖法을 걸쳐 宋, 元 시대에 增乘開方法으로 일반화된다. 增乘開方法은 중국산학자에게 매우 유용한 방정식 풀이 도구였기 때문에 그들은 대부분의 산서에서 방정식의 풀이보다 방정식의 구성에 많은 관심을 기울인다. 이 절에서는 방정식의 해법인 古法, 開方術, 開方釋鎖法과 增乘開方法을 알아본다.

(1) 古法

고대 중국수학에서 방정식의 구성과 풀이는 대부분 도형을 활용한다. 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 합(또는 차)과 그 넓이를 알 때, 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이를 구하는 문제를 해결하기 위해 아래 그림과 같이 가로의 길이와 세로의 길이의 합을 한 변의 길이로 하는 정사각형의 넓이에서 직사각형의 넓이의 4배를 뺀 값과 가로의 길이와 세로의 길이의 차의 제곱이 같다는 것을 이용한다. 이와 같이 이차방정식을 완전제곱형태로 바꾸어 푸는 방법을 古法이라 한다.

古法은 두 변($=a, b$)의 합(차)과 곱이 주어졌을 때 두 변의 차(합)의 제곱에서 제곱근을 구하고(개방) 이를 이용하여 두 변의 길이를 각각 구한다([2]).

즉, 古法은 다음 등식을 이용하여 방정식을 푸는 방법이다.

$$(a+b)^2-4ab=(a-b)^2$$

문제에서 $a+b$(또는 $a-b$)와 ab의 값이 주어져 있을 때, 위 등식을 이용하여 $a+b$, 또는 $a-b$를 구하고 등식

$$a=\frac{(a+b)+(a-b)}{2},\ b=\frac{(a+b)-(a-b)}{2}$$

으로부터 a와 b를 구할 수 있다.

(2) 開方術

九章算術의 少廣章에 있는 開方術과 開立方術은 제곱근과 세제곱근의 해법으로 初商(해의 첫째자리 수)과 次商(해의 둘째자리 수)을 위한 방정식을 구하는 것을 반복함으로써 해의 자리수를 차례로 구하는 방법이다. **九章算術**의 少廣章에서는 第12問과 第19問을 예로 들어 開方術과 開立方術을 각각 설명하고 있다. 본 논문에서는 開方術로 논의를 제한한다.

少廣章의 第12問

今有積五萬五千二百二十五步 問爲方幾何

이 문제를 해결하기 위해 현재의 대수식으로 표현하면 $x^2 = 55225$이다. 開方術은 해 x를 $x = 100a + 10b + c (0 \le a, b, c \le 9)$라 놓고 a, b, c를 차례로 구하는 과정이다. 먼저 a를 구하기 위하여 $x = 100x_1$로 치환하면

$$10000x_1^2 = 55225$$

에서 x_1을 추정하여 a의 값 2를 얻는다.

십의 자릿수 b을 구하기 위해 $x_1 = y + 2$로 치환하면 위 식은

$$10000y^2 + 40000y = 15225$$

이 된다. 십의 자릿수 $b = 10y$이므로 $10y = y_1$로 치환하면

$$100y_1^2 + 4000y_1 = 15225$$

이 되고 이 식에서 y_1을 추정하여 b의 값 3을 얻을 수 있다.

이제 c의 값을 구하기 위해 $y_1 = z + 3$으로 치환하면

$$100z^2 + 4600z = 2325$$

을 얻고 $c = 10z$이므로 $10z = z_1$로 치환하여 다음 식을 얻는다.

$$z_1^2 + 460z_1 = 2325$$

이 식에서 $z_1 = 5$ 즉, $c = 5$를 얻는다.

계산을 하기 위해 산대를 사용했던 **九章算術**에서는 위와 같이 初商, 次商을 모두 자릿수만 구하기 때문에 새로 만들어 진 계수의 자릿수를 옮겨야 한다([13]). 이 방법은 初商을 직접 대입하여 次商을 위한 방정식을 구하는 방법과 차이가 있다.

위 문제에서 初商은 200이다. 次商을 y라 하면

$$x = 200 + y$$

을 방정식 $x^2 = 55225$에 대입한 식

$$(200 + y)^2 = 55225$$

에서 다음과 같이 차상을 위한 방정식의 각 항의 계수를 구 할 수 있다.

$$y^2 + 2 \times 200y = 55225 - 200^2$$

위의 두 방법에서 자릿수를 구하는 것은 같지만 초상을 직접 대입하는 방법은 **九章**

算術에서의 방법과 달리 새로 만들어진 방정식 계수의 자릿수를 옮길 필요가 없다. 즉, 初商을 직접 대입하는 방법은 치환을 하지 않고 初商(200)을 사용하여 次商을 위한 방정식의 계수를 구할 수 있다.

2차 방정식에 대한 이와 같은 논의는 3차 방정식에서도 같은 내용과 방법으로 할 수 있다.

(3) 開方釋鎖法과 增乘開方法

고대 중국의 산학자들은 오늘날과 같은 다항식의 전개를 알지 못했기 때문에 도형을 활용한 이와 같은 방정식의 풀이 방법은 한계가 있다. 좀 더 일반적인 풀이 방법을 위해 $(a+y)^n$의 각 항의 계수를 구할 필요가 있는데, 賈憲은 開方作法本源圖, 즉 이항정리(Pascal의 삼각형)를 도입하여 $(a+y)^n$의 각 항의 계수를 구한다. 賈憲의 이와 같은 방정식 풀이 방법을 開方釋鎖法이라고 한다.

賈憲의 開方作法本源圖에 있는 설명에 따르면 방정식 $x^n = A$의 양의 근을 구하기 위해 初商 a, 차상을 y라 하면 $x = a + y$가 되므로, 주어진 방정식에서 $(a+y)^n = A$가 되어 이를 전개하여 次商을 위한 방정식의 각 항의 계수는 다음과 같이 정해진다.

$$y^n + nay^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2!}a^2y^{n-2} + \cdots + na^{n-1}y = A - a^n$$

예를 들면, $(a+y)^6 = A$의 각 항의 계수 $1, 6, 15, 20, 15, 6, 1$은 賈憲의 開方作法本源圖의 맨 아래 층에서 찾을 수 있다.

宋史·藝文志에 賈憲의 **皇帝九章算法細草**에 관한 기록이 있지만 실전되어 전해지지 않고 있고 賈憲에 관한 기록도 별로 남아있지 않다. 楊輝의 **九章算法纂類**(1261)의 서문에 의하면 **九章算法**에 대한 劉徽, 李淳風의 주석을 근거로 賈憲은 **皇帝九章算法細草**을 쓰고 楊輝의 **詳解九章算法**은 賈憲의 세초에 근거로 한 것임을 알 수 있다. **詳解九章算法**의 부록인 **九章算法纂類**에서 賈憲의 開方釋鎖法과 增乘開平方法과 增乘開立方法을 인용하였다. 11세기 중국 산학자 賈憲은 開方作法本源圖의 원칙에 따라 방정식의 각 항 계수를 계산하였다. 賈憲의 開方釋鎖法은 일반 방정식의 해법으로 일반화되는데 이는 많은 각 차수에 따라 賈憲의 삼각형을 사용하여 전개한 후 이들을 정리하여야 한다.

이와 달리 賈憲이 도입한 增乘開平方法과 增乘開立方法을 일반화한 일반 다항방정식에 대한 증승개방법으로 설명하면 아래와 같다.

방정식 $p(x) = a_nx^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1x + a_0 = 0$의 초상을 a, 차상을 y라 하면 $y = x - a$이므로, 차상 y에 대한 방정식을 얻기 위하여, $p(x)$를 $x - a$에 관한 식

$$p(x) = b_n(x-a)^n + b_{n-1}(x-a)^{n-1} + \cdots + b_1(x-a) + b_0$$

으로 변형시킬 때, $b_n, b_{n-1}, \cdots, b_1, b_0$을 구하면 된다. 실제로 조립제법을 반복하여 사

용하면 $b_1, b_2, \cdots, b_n$을 구할 수 있다. 이는 위의 開方釋鎖法의 해법과 비교하면 매우 초보적인 계산으로 차상에 대한 방정식을 구할 수 있다. 이와 같은 방법은 秦九韶의 **數書九章**에 처음 나타난다. 秦九韶는 **數書九章**에서 增乘開方法을 사용하여 임의의 고차방정식의 양의 근을 구하는 방법을 체계화 하였고 이를 正負開方術이라 하였다.

2. 朝鮮算學에서 방정식 해법

이 절에서는 17세기～19세기 조선 산학자 慶善徵(1616～?), 洪正夏(1684～?), 洪大容(1731～1783), 南秉吉(1820～1869), 李尙爀(1810～?) 등이 그들의 산서에서 사용한 방정식의 해법을 알아본다. 朱世傑의 **算學啓蒙**의 영향을 받은 慶善徵의 **黙思集算法**, 洪正夏의 **九一集**, 洪大容의 **籌解需用**, 그리고 중국수학과 서양수학을 모두 연구한 南秉吉의 **算學正義**(1867)와 李尙爀의 **翼算**(1868)을 중심으로 알아본다.

(1) 17세기～18세기 조선의 방정식 해법

17세기～18세기 조선 산학자 慶善徵, 洪正夏, 洪大容의 방정식의 풀이 방법을 차례로 알아본다.

먼저 慶善徵의 **黙思集算法**([1])은 천, 지, 인 세 권으로 되어 있고 **算學啓蒙**(1299)의 영향을 받았지만 실제로 **算學啓蒙**에 실린 문제의 수 보다 더 많은 문제를 다루고 있다([2], [6]). **算學啓蒙**에서는 방정식의 해법으로 增乘開方法을 사용하지만 慶善徵은 **九章算術**의 전통적인 풀이 방법인 古法과 賈憲의 開方釋鎖法을 사용한다.

慶善徵의 **黙思集算法**에 있는 開方解隱門의 第26問은 **楊輝算法**(1274～1275)의 田畝比類乘除捷法의 下卷에 있는 第12問을 인용한 것으로 그는 古法을 사용하여 문제

今有直田元積八百六十四步 其長闊步也 赤無分數
而只云三長五闊共和二百二十八步　問長闊各幾何

너비를 x, 길이를 y라고 하면 주어진 조건

$$xy = 864,\ 5x + 3y = 228$$

에서 慶善徵은

$$(5x - 3y)^2 = (5x + 3y)^2 - 4(5x)(3y)$$

을 이용하여 $5x - 3y$를 구하고

$$5x = \frac{(5x+3y)+(5x-3y)}{2},\quad 3y = \frac{(5x+3y)-(5x-3y)}{2}$$

을 즉, 古法을 이용하여 해를 구한다. 그러나 楊輝는 **楊輝算法**에서 $3y = 228 - 5x$와 넓이의 3배 $3xy = x(3y) = x(228 - 5x)$를 이용하여 2차방정식

$$-5x^2 + 228x - 2592 = 0$$

을 구하고 이를 增乘開方法으로 해를 구한다.

慶善徵은 **黙思集算法**의 저술에서 **詳明算法**을 기본으로 하였기 때문에 **算學啓蒙**에 있는 방정식의 해법 중에서 開方釋鎖法만 사용하고 增乘開方法을 다루지 못하였다.

洪正夏의 **九一集**([15])은 天(1,2,3), 地(4,5,6) 人(7,8,9)의 총 9권, 20門으로 이루어진다. **九一集**은 조선 산서 가운데 가장 많은 문제를 수록하고 있다. 慶善徵은 **默思集算法**에서 古法을 사용하는데 반해 洪正夏는 **九一集**에서 天元術로 방정식을 구성하고 增乘開方法을 이용하여 해를 구하고 있다. **九一集**에서 고차방정식의 해법은 제4권부터 시작되지만 제6, 7, 8권의 開方各術門에서 주로 다루어진다. 제5권 句股互隱門에서는 句股術을 사용하여 얻어지는 4차방정식, 제8권의 開方各術門에서는 10차방정식까지 취급하고 있으며 풀이 방법으로 增乘開方法을 사용하고 있다. 본 논문에서는 2차방정식으로 논의를 제한한다.

洪正夏는 2차방정식에서 2차 항의 계수, 1차 항의 계수, 상수항을 각각 우법, 종법, 실이라 하고 2차방정식의 해를 구하는 방법을 대종평방법, 평방번법, 감종평방법, 평방번적법, 평방익적법으로 나누었다. 이들은 모두 增乘開方法에 해당하는데 풀이 과정에서 나타나는 특징에 따라 이름을 달리 한 것이다. 이차방정식 $p(x)=0$에 대하여 增乘開方法을 통해 만들어진 차상을 위한 방정식을 $q(x)=0$라 할 때, 이들을 간략히 설명하면 다음과 같다.

대종평방	$p(x)=0$의 우법과 종방이 부호가 같은 방정식
감종평방	$p(x)=0$의 우법과 종방이 부호가 다른 방정식
평방번법	$p(x)=0$의 종방과 $q(x)=0$의 종방의 부호가 다른 경우의 해법
평방번적법	$p(x)=0$의 실과 $q(x)=0$의 실의 부호가 다른 경우의 해법
평방익적법	$q(x)=0$의 실의 절댓값이 $p(x)=0$의 실의 절댓값보다 큰 경우의 해법

3차 이상의 다항식도 같은 원리를 따른다.

洪正夏는 開方各術門 上卷의 第24問의 풀이에서 대종평방법, 평방번법을 보여준다.

다음은 第6卷의 開方各術門 上卷의 第24問에 있는 문제와 그 해법이다.

開方各術門의 上卷 第24問

今有直田 積八百六十四步 只云 平不及長一十二步 問長平各若千

法曰 置積爲實 以差(一十二步)爲從方 以一爲隅法 以帶從平方開之(*從方進一位 隅法進二位*) 約初商(二十) 於上 以隅法一與初商(二十) 相呼得(二十) 加入於從方共得(三十二) 就與初商(二十) 相呼得(六百四十)除實(六百四十) 餘實(二百二十四步) 另以隅法一與初商(二十) 相呼得(二十) 加入於從方共(五十二) 乃(*從方一退 隅法二退*) 次商(四步) 於初商(二十) 之次 以隅法一與次商(四步) 相呼得(四) 加入於從方共得(五十六)就與次商(四步) 相呼得(二百二十四) 除實(二百二十四步) 恰盡 得平加差卽長也

洪正夏의 해법을 번역하면 다음과 같다.

넓이를 實로하고 차(12보)를 從方으로 하고 1을 隅法으로 하는 대종평방을 푼다(*종방은 한자리 나아가고 隅法은 두 자리 나아간다*). 初商(20)을 위에 가정한다. 隅法 1과 더불어 초상(20)과 서로 불러 곱하여 얻은 수(20)를 從方에 더한다. 여기에서 初商(20)과 서로 불러 곱하여 얻은 수(640)를 實과 서로 뺀다. 그러면 그 나머지 實(224)은 새로운 실이 된다. 별도로 隅法 1과 더불어 初商(20)과 서로 불러 곱하여 얻은 수(20)를 중방에 더한다. (여기서 *從方은 한 자리 물리고 隅法은 두 자리 물린다.*) 次商(4보)을 初商(20)다음에 놓는다. 隅法 1과 더불어 차상(4보)과 서로 불러 곱하여 얻은 수(224)를 實과 서로 빼면 모두 없어져 연산은 끝난다. 따라서 너비는 24보, 너비의 차인 12를 더하면 36보를 얻는다([16]).

이 문제에 해당하는 방정식 $x^2+12x-864=0$의 初商을 20으로 하고 次商 y라 할 때, 增乘開方法을 사용하여 洪正夏의 해법을 현재의 방법으로 설명하면 다음과 같다.

1	12	-864	(20 (초상)
	20	640	
1	32	-224	
	20		
1	52		

1	52	-224	(4 (차상)
	4	224	
1	56	0	

洪正夏의 增乘開方法에 의한 이러한 해법은 秦九韶의 원리와 같은 것이고 중국의 산서에서도 秦九韶 이후에 나타나지 않다가 19세기 초에 이르러 다시 나타난다. 洪正夏는 秦九韶의 **數書九章**을 접한 흔적이 없는데도 불구하고 增乘開方法을 완벽하게 이해하고 사용하였다. 또 위에 언급한 "從方進一位 隅法進二位", "從方一退 隅法二退"는 다음 계산으로 보아 필요 없는 문장이다. **算學啓蒙**의 영향을 받은 것으로 추정되는데 실제로 그는 이 문장을 적은 글자로 나타내어 洪正夏가 이를 이해하고 있은 것으로 추정된다.

마지막으로 洪大容은 저서인 **籌解需用**([7])의 내편에서 대수, 기하, 삼각법 등 기초적인 문제들을 해설하고 외편에서는 당시의 정치, 경제, 과학, 문화 등에서 일상적으로 쓰이는 응용수학 문제의 풀이 방법을 알기 쉽게 설명한다. 또한 洪大容은 **籌解需用**의 내편에서 원의 반경을 알고 원에 내접하는 정14각형, 정18각형의 변의 길이를 구하는 문제와 고차방정식을 근사적 방법으로 해결하였다. 특히 **籌解需用**의 내편 上卷의 開方法에서 古法과 增乘開方法을 이용하여 방정식을 풀고, 또 下卷의 天元解 부분에서 **算學啓蒙**의 下卷에 있는 開方釋鎖門의 第8問부터 第34問까지 增乘開方法을

이용하여 풀어 놓았다.

다음은 **籌解需用**의 내편 下卷의 天元解의 문제이다.

今有直田 八畝五分五釐 只云長平和 得九十二步 問長平各幾何.

이 문제는 **算學啓蒙**에 있는 開方釋鎖門 第8問으로 넓이 $xy=2052$를 實로하고 $x+y=92$를 從方(1차항의 계수)으로 하여 얻은 이차방정식 $x^2-92x+2052=0$을 增乘開方法으로 푼다. **籌解需用** 내편의 天元解에는 모든 문제가 위와 같은 방법으로 풀고 있다. 그러나 洪大容이 사용한 增乘開方法은 근의 자릿수를 순서대로 구하는 방법으로 洪正夏 이전의 增乘開方法이다.

3) 19세기 조선의 방정식 해법

18세기 중엽 서양 수학의 영향을 받은 淸의 산학이 조선에 들어오고, 18세기 말부터 淸에서는 宋, 元 시대의 산학에 대한 연구가 다시 이루어진다. 특히 19세기 초에 朱世傑의 **四元玉鑑**(1303)이 연구되어 **四元玉鑑細草**(1829)가 羅士琳(1774~1853), 沈欽裴 등에 의해 저술된다. 19세기 중엽에 이들 산서와 함께 宋, 元 시대의 秦九韶, 李治(1192~1279) 등의 산서들이 조선에 들어오고 李尙爀, 南秉吉은 이들에 대한 연구를 바탕으로 **算學正義**와 **翼算**을 출판한다([11]).
洪正夏 이후의 조선 산학자들은 增乘開方法을 충분히 이해하지 못했지만 李尙爀과 南秉吉은 이를 완전히 이해하고 방정식의 해법으로 사용한다.

南秉吉의 **算學正義**는 상편, 중편, 하편 세 권으로 되어 있고 상편에서는 수의 연산, 다항방정식의 풀이, 기하 문제와 유한급수를 다루고 중편에서는 비례식과 비례배분, 1차방정식 및 연립1차방정식을 다룬다. 마지막으로 하편에서는 天元術, 고차연립방정식과 합동식을 다룬다.

算學正義에서 2차방정식은 직사각형의 넓이와 두 변의 합(長闊和) 또는 차(長闊較)가 주어진 경우에 두 변을 구하는 문제로 시작하는데 계수의 부호에 따라 이들을 분류한다. 두 변의 길이 $x,\ y\,(0<y<x)$에 대하여 조건

$$\begin{cases} x-y=a \\ xy=b \end{cases} ;\ \begin{cases} x+y=a \\ xy=b \end{cases} \ (0<a,b)$$

을 만족할 때, 방정식

$$-y^2-ay+b=0\cdots\cdots(1) \quad x^2-ax-b=0\cdots\cdots(2) \quad -x^2+ax-b=0\cdots\cdots(3)$$

을 얻는데 이때, (1), (2), (3)을 각각 較數帶從法, 減從平方法, 和數帶從法이라 한다. 이들은 조건에서 x 또는 y를 소거하여 얻을 수 있지만 음의 항을 모두 이항시켜 등

식을 만들면 직사각형의 넓이를 이용하여 설명할 수 있다([13]). 직사각형에서 x는 長(길이), y는 闊(너비), α는 (1), (2), (3)의 初商, β는 次商($y-\alpha$ 또는 $x-\alpha$)을 나타낸다. 차상 β을 위한 방정식

$$-\beta^2-(a+2\alpha)\beta+(-\alpha^2-a\alpha+b)=0$$

은 직사각형의 넓이를 이용하여 확인할 수 있다. 이와 같이 南秉吉은 增乘開方法으로 방정식을 푸는데 그치지 않고 2차방정식 풀이에서 사용된 增乘開方法을 증명하고 益積과 飜積이 일어날 조건을 설명하는데 직사각형의 넓이를 이용한다([9]).

한편 李尙爀의 **翼算**은 모두 126쪽으로 상편 正負論, 하편 堆垜術로 이루어진다. 正負論은 正(양수), 負(음수)에 대한 이론을 뜻하지만 실제로 취급한 내용은 방정식에 관한 것이다([8]). 李尙爀은 **翼算**에서 모든 방정식을 正負相當 의 형태로만 이해하고 있는 것이다. 즉, 그가 취급하고 있는 방정식 $p(x)=0$은 항상 양의 근을 가지는 것을 조건으로 가지고 있기 때문에 $p(x)$의 계수는 반드시 양과 음인 것들이 동시에 들어있어야 하는데 양의 항들로 이루어진 다항식과 음의 항으로 이루어진 다항식을 이항한 다항식은 같아져야 하는 것을 正負相當으로 이해한 것이다. 이는 易之瀚이 도입한 이론이다([10]).

李尙爀도 翼算에서 增乘開方法을 자세히 다루고 있다. 增乘開方法을 사용하는 과정에 발생하는 益積과 飜積을 조선 산학에서는 洪正夏 이후 계속하여 중요하게 다루고 있다. 算學正義에서는 益積과 飜積을 설명으로 그쳤지만 李尙爀은 2차방정식 (1), (2), (3)을 각각 較從, 減從, 和數이라 하고 益積과 飜積이 일어나기 위한 충분조건을 언급하였다. 增乘開方法에서 初商을 추정 할 때 해보다 작게 잡는다는 것을 생각하면 減從에서 益積이 일어나고 和從에서 飜積이 일어나는 것을 알 수 있다. 이 조건을 2차함수의 그래프를 이용하여 설명할 수 있다([9]).

3. 결 론

중국수학의 방정식론은 방정식의 구성과 해법으로 나뉘는데 구성은 天元術에서 시작하여 四元術로 정리 된다. 해법은 **九章算術**의 開方術과 開立方術로 시작하여 賈憲의 開方釋鎖法으로 체계화 되고 增乘開方法으로 정리되는데 이는 秦九韶의 **數書九章**에서 처음 나타난다. 增乘開方法은 고차방정식의 풀이에 대한 강력한 알고리즘을 제공 하였다. 중국에서는 명대 이후 增乘開方法이 실전되었지만 조선에서는 계속 사용되고 발전해왔다. 慶善徵은 **黙思集算法**에서 古法과 開方釋鎖法으로 방정식을 해결하고 洪正夏는 朱世傑의 **算學啓蒙**과 楊輝의 **楊輝算法**을 연구하고 현재의 조립제법과 완전히 일치하는 형태의 增乘開方法을 방정식의 풀이에 사용한다. 또한 그는 增乘開方法의 과정에서 발생하는 계수의 부호의 변화에 따라 문제를 구별하여 설명하고 있다. 洪大容이 **籌解需用**의 開方法과 天元解에서 사용한 增乘開方法은 洪正夏 이전의 방법이다.

洪正夏 이후 19세기 이전까지 조선 산학은 **算學啓蒙**, **楊輝算法**, **詳明算法**에서 크게 벗어나지 못하고 조선의 산학자들은 增乘開方法을 이해하지 못하는 등 방정식의 해법에서 발전을 이루지 못한다. 19세기 宋, 元 시대의 산학과 서양수학을 모두 연구한 李尙爀, 南秉吉은 增乘開方法을 완전히 이해할 뿐만 아니라 이를 기하학적으로 증명하고 2차방정식에서 飜積과 益積이 일어나기 위한 충분조건을 구한다. 이들과 달리 洪正夏는 秦九韶의 **數書九章**을 접하지 못한 것으로 보인다. 그럼에도 불구하고 洪正夏는 增乘開方法의 구조를 정확히 이해하여 현재 우리가 사용하는 방법을 얻어내었다.

감사의 글 : 논문을 지도해주신 홍성사 교수님께 머리 숙여 감사드립니다.

참고문헌

1. 慶善徵, **默思集算法**, 유인영, 허민 譯, 교우사, 2006.
2. 金玉子, 默思集算法과 17세기 朝鮮 算學,박사학위논문(2009), 고려대학교
3. 李尙爀, 翼算, 홍성사 역, 교우사, 2006.
4. 中國歷代算學集成, 上, 中, 下, 山東人民出版社, 1994.
5. 韓國科學技術史資料大系, 數學編, 1卷 – 10卷, 驪江出版社, 1985.
6. 허민, 산학계몽과 묵사집산법의 비교, 한국수학사학회지 제 21권 제2호, 1-16, 2008.
7. 洪大容, 湛軒書, 경인문화사, 1969.
8. 홍성사 · 홍영희, 朝鮮 算學者 李尙赫의 方程式論, 한국수학사학회지 제17권 제1호, 1-14, 2004.
9. 홍성사 · 홍영희 · 장혜원, 垛積과 益積의 歷史, 한국수학사학회지 제18권 제3호, 39-54, 2005.
10. 홍성사 · 홍영희, 朝鮮 算學과 四元玉鑑, 한국수학사학회지 제20권 제1호, 1-16, 2007.
11. 홍성사 · 홍영희, 南秉吉의 方程式論, 한국수학사학회지 제20권 제2호, 1-18, 2007.
12. 홍성사 · 홍영희 · 김창일, 18世紀 朝鮮의 句股術, 한국수학사학회지 제20권 제4호, 1-22, 2007.
13. 홍성사 · 홍영희 · 김창일, 19世紀 朝鮮의 句股術, 한국수학사학회지 21권 2호, 1-18, 2008.
14. 홍영희, 다항식의 대수적 표현, 한국수학사학회지 제16권 제4호 15-32, 2003.
15. 홍영희, 조선시대의 방정식론, 한국수학사학회지 제17권 제4호, 1-16, 2004.
16. 洪正夏, 九一集(天, 地, 人), 강신원, 장혜원 譯, 교우사, 2006..
17. U. Libbrecht, Chinese Mathematics in the Thirteenth Century, The Shu-shu chiu-chang of Ch'in Chiu-shao, The MIT Press, 1973.

Solutions of Equations in Chosun Mathematics

Department of Mathematics Education, Dankook University **Kim Chang Il**
Dankook Accredititation Center for Educational Development **Yun Hye Soon**

we know that Zeng Cheng Kai Fang Fa is the generalization of the method of square roots and cube roots of ancient <Jiu zhang suan shu> through the investigation of China mathematics. In this paper, we have research on traditional solutions equations of China mathematics and the development solutions of equations used by Chosun mathematicians

Key Words : Gu Fa(고법), Kai Fang Shu(개방술), Kai li Fang Shu(개립방술), Kai Fang Shi Suo(開方釋鎖法), Zeng Cheng Kai Fang Fa(증승개방법)

2000 Mathematics Subject Classification : 01A25, 01A45, 01A50, 01A55

접수일 : 2009년 10월 7일 수정일 : 2009년 11월 18일 게재확정일 : 2009년 11월 20일