

論文

핀틀 형상이 추력 크기에 미치는 영향에 대한 수치해석적 연구

김중근*, 박종호**

Numerical Study of the effect of pintle shape on the thrust level

Joung-Keun Kim* and Jong-Ho Park**

ABSTRACT

The effect of pintle shape on the thrust level of pintle-nozzle Solid Rocket Motor(PNSRM) was studied numerically using the Spalart-Allmaras turbulent model of Fluent. Mass flow rate of PNSRM was always less than theoretical value and the extent of decrease in mass flow rate grew in the large pintle because of increase in the relative boundary layer thickness between pintle body and nozzle wall. The bigger pintle size was, the more thrust of pintle tip pressure was obtained.. Meanwhile the more thrust of nozzle and chamber pressure decreased. Hence, total thrust of big pintle was less than a small pintle under same throat area condition. Specific impulse was relatively flat for all pintle shape.

초 록

본 논문에서는 Fluent의 Spalart-Allmaras 난류모델을 적용하여 연소실 내부에 설치된 핀틀 형상이 핀틀 추진기관 추력 크기에 미치는 영향을 수치해석으로 분석하였다. 핀틀이 존재하면 노즐목을 지나는 질량 유량은 이론적으로 예측된 값 보다 항상 작았으며, 핀틀 직경이 커질수록 노즐목에서 경계층 두께가 차지하는 비율이 증가되어 노즐목의 질량 유량이 더욱 감소하였다. 핀틀 직경이 커질수록 핀틀 팁에 나타나는 재순환 영역의 압력에 의한 추력은 증가하지만 노즐 및 연소실 압력에 의한 추력은 감소하여 총 추력은 핀틀 직경이 작은 것 보다 감소하였다. 핀틀 추진기관의 비추력은 큰 차이가 없었다.

Key Words : Pintle(핀틀), Thrust turndown(추력조절), Flow eparation(유동박리), Specific impulse(비추력), Shock wave(충격파), Boundary layer(경계층)

1. 서 론

핀틀 추진기관은 연소실 내부에 설치된 핀틀을 움직여 노즐목 면적 크기를 변경함으로써 연소실 압력을 조절하여 기존의 고체 추진기관에서는 거의 불가능 하였던 추력 크기를 자유자재로 조절할 수 있는 첨단 고체 추진기관(이후부터 핀

틀 추진기관이라 한다)이다. 최초의 핀틀 추진기관 시험은 1965년 Aerojet에서 수행하였으나 과도한 핀틀 삭마로 시험은 원하는 목표는 달성치 못하였다[1]. 이후에 핀틀 소재에 관한 연구[2], 압력제어 알고리즘 연구[3], 그리고 실제 적용에 관한 연구[4]가 진행되고 있으나 핀틀 추진기관의 설계 및 내부 유동장 해석에 관한 연구는 거의 대외적으로 발표되지 않고 있다.

핀틀 추진기관의 기본 작동원리는 그림 1과 같다. 만일 핀틀이 노즐목에서 멀어지면(그림 1-(a)) 노즐목 면적이 증가하지만 연소관 압력과 연소속도의 감소로 질량유량률(Mass flow rate)

† 2008년 10월 21일 접수 ~ 2009년 4월 8일 심사완료

* 정회원, 국방과학연구소 1기술본부 6부

** 정회원, 충남대학교 BK21 메카트로닉스사업단

교신저자, E-mail : jhpark@cnu.ac.kr

대전시 유성구 궁동 220번지

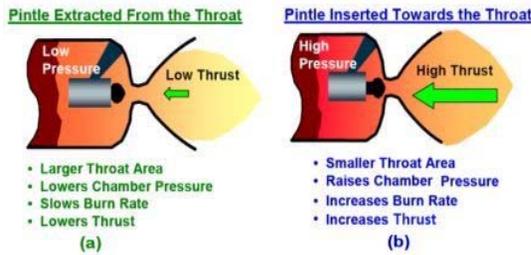


Fig. 1. 핀틀 추진기관의 추력 조절 개념

이 감소하게 되어 추력이 작아지게 된다. 반대로 핀틀이 노즐목 가까이 이동하여(그림 1-(b)) 노즐 목 면적이 감소하면 연소관 압력과 연소속도의 증가로 질량 유량율이 증가하므로 추력이 커지게 된다. 핀틀 추진기관의 경우, 높은 추력은 Booster 단계에서, 낮은 추력은 Sustainer 단계에서 사용한다.

지금까지 연소실 내부 압력을 50 ~ 4300 psia 범위에서 40:1의 추력 조절비(Thrust Turndown)가 가능한 핀틀 추진기관이 개발되었다[5]. 고체 추진기관의 추력은 연소실 압력, 노즐 팽창비, 노즐의 팽창각은 물론 노즐 내부 유동장의 충격과 특성에 영향을 받게 된다. 일반적인 추진기관은 노즐 유입부와 노즐 팽창부에 어떠한 방해물도 존재치 않기 때문에 연속적인 유동장이 형성된다. 그러나 노즐목 근처에 핀틀이 설치되면 노즐 내부의 유동장은 핀틀이 없는 유동장과는 전혀 다르게 된다.

본 논문에서는 핀틀 추진기관 연소실 내부에 설치되는 핀틀 형상이 노즐 내부 유동장 패턴에 미치는 영향과 이에 따른 추력 성능에 미치는 영향을 공압실험(Cold Flow Test)를 이용한 전산수치해석(Computational Fluid Dynamic)기법으로 분석하여 제시하였다.

II. 본 론

그림 2는 핀틀 추진기관에서 나타나는 대표적인 유동장 특성을 나타낸 것이다. (a)지점에서 Prandtl-Mayer expansion fan이 형성되면서 급속히 팽창한 유동의 압력은 (d)지점의 기저압력(Base pressure)보다 낮아져 핀틀 몸체의 (b)지점에서 유동이 박리된다. 이때에 낮아진 압력을 보상하기 위해 (b)-(c)의 충격파(일명 Lip-shock)가 형성된다[6]. 생성된 Lip-shock은 (c)지점에서 노즐 벽면과 충돌하고 경계층(Boundary layer)과 상호작용으로 유동박리를 유발시키면서 노즐 중

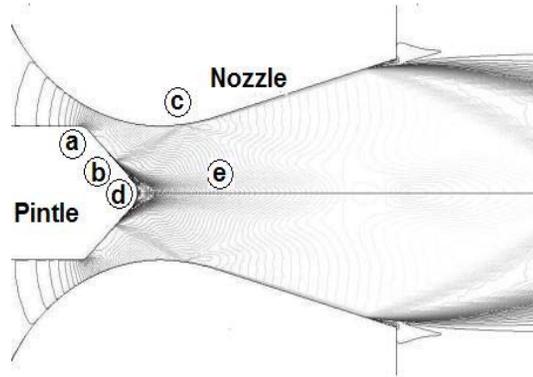


Fig. 2. 핀틀 추진기관 유동장 특성

심으로 되반사(Reflection)된다[7]. 그리고 (d)지점의 핀틀 끝부분에서는 유동이 재순환되는 영역(Recirculation)이 존재하게 되는데 이를 Base Pressure Region(BPR)이라고 한다[8]. 또한 (e)지점에서는 초음속 유동의 방향이 노즐 중심축과 평행하게 되도록 바뀌면서 나타나는 충격파(일명 Trailing shock)가 형성된다. 그림 2와 같이 핀틀 주변에 나타나는 복잡한 유동장 패턴은 핀틀 추진기관의 성능에 그대로 영향을 주게 된다.

2.1 핀틀 형상

해석에 적용된 핀틀 형상은 그림 3과 같이 5가지로 선택되었다. 노즐은 추진기관 길이를 최소화 할 수 있는 내삽노즐(Submerged nozzle)을 적용하였다.

핀틀 형상은 초기에 설계된 노즐목 보다 핀틀 직경(Diameter)이 큰 것(비관통형)과 작은 것(관통형)으로 크게 구분하였다. 핀틀 이동에 따른 노즐목 면적 감소율은 그림 4와 같다. 비관통형

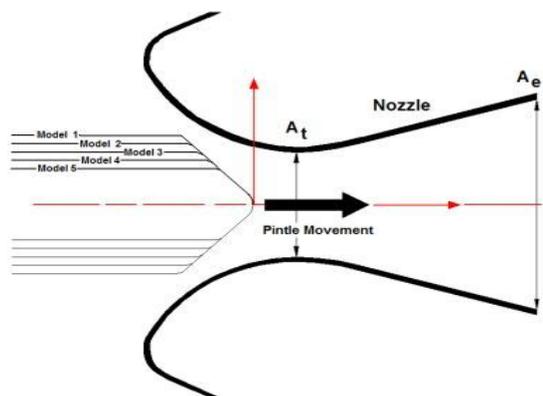


Fig. 3. 해석에 적용된 핀틀 형상 모델

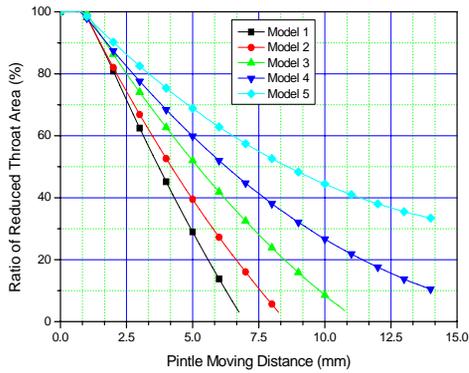


Fig. 4. 핀틀 이동에 따른 노즐목 면적 감소율

은 핀틀을 조금만 움직여도 노즐목 면적이 급격히 감소하며 완전히 노즐목을 막을 수 있으나, 관통형은 핀틀 이동에 따른 노즐목 면적 감소가 완만하고 일정한 노즐목 면적으로 수렴하게 된다.

2.2 수치 해석 조건

수치해석은 그림 5와 같은 요소에 Spalart-Allmaras 난류모델을 적용하여 상용코드 Fluent 이용하고 축대칭(Axisymmetric) 조건을 적용하였다.

Fluent가 제공하는 1, 2차 난류 모델을 모두 적용한 해석결과를 상온기체(온도 : 300K)를 적용한 공압 시험 결과와 비교하여 상기 난류 모델이 가장 실험과 근사적으로 해석됨을 확인하였다[9].

고체 추진기관 연소실 압력(p_c)은 식(1)과 같이 노즐목 면적(A_t)과 적용된 추진제 특성에 의해서 결정된다[10].

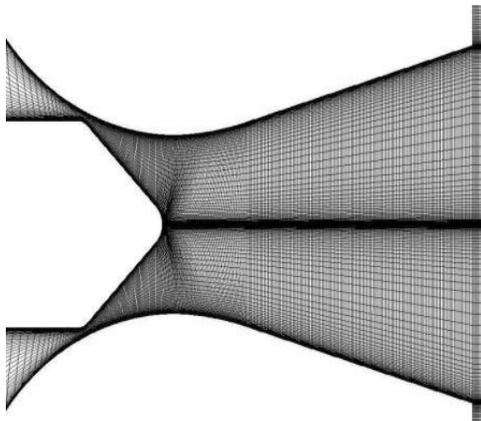


Fig. 5. 해석에 적용된 요소 구성

표 1. 해석에 적용된 연소실 압력(psia) - 상온 공기

면적 감소비 (%)	압력 지수 (n)				
	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0	89.7	89.7	89.7	89.7	89.7
10	107.3	112.3	121.3	141.7	229.8
30	167.8	197.6	261.0	460.9	2669.8
50	314.7	439.0	770.7	2414.7	76814.4
70	848.0	1536.0	4164.0	30878.0	1,274,717.0

$$p_c = \left[\frac{A_b}{A_t} \frac{a \rho C^*}{g} \right]^{\frac{1}{(1-n)}} \quad (1)$$

여기서 A_b 는 연소 면적, ρ 는 추진제 밀도, C^* 는 연소가스 특성속도, 그리고 n 은 추진제 압력 지수를 나타낸다. 수치해석에 적용될 핀틀 이동에 따른 연소실 압력 변화는 식(1)을 적용하여 고체 추진제 압력지수(n)에 따른 효과를 고려하여 계산하였으며 표 1에 정리하였다. 표 1에서 대각선 부분의 압력은 실제 적용에 있어 무의미하므로 해석을 수행하지 않았다.

2.3 해석 결과

핀틀을 각각 노즐목 면적이 초기 값의 100, 90, 70, 50 그리고 30% 되는 곳에 위치시킨 후 해석을 수행하여 다음의 결과를 얻었다.

2.3.1 질량 유량율(Mass flow rate) 비교

이론적으로 노즐목 면적이 같다면 동일한 연소실 내부 조건에서 적용된 핀틀 형상과 무관하게 질량유량율은 같아야 한다[11].

$$m_{\max} = \frac{0.6847 p_c A_t}{(RT_0)^{1/2}} \quad (\gamma=1.4 \text{ 적용}) \quad (2)$$

여기서 R 은 기체상수, T_0 는 연소가스 온도를 의미한다. 그림 6은 압력지수 0.7의 연소실 압력을 적용하여 얻은 질량유량율을 비교한 것이다. 핀틀이 있는 경우의 질량 유량율은 식(2)로 구한 이론적 질량 유량율 보다 항상 작았다. 그리고 핀틀 직경이 클수록 동일한 노즐목 면적에서 질량유량율이 작았으며 노즐목 면적 감소율이 증가할수록 질량 유량율의 감소폭이 증가하였다.

핀틀에 의해 노즐목이 감소하면 형성되는 노즐목은 원(Circle)이 아니고 환(Ring)모양이 된다. 따라서 핀틀 직경이 클수록 동일한 노즐목 면적을 가지는 환의 반지름은 증가하고 핀틀 몸체와 노즐 벽면 사이 거리는 감소하게 된다. 이때에

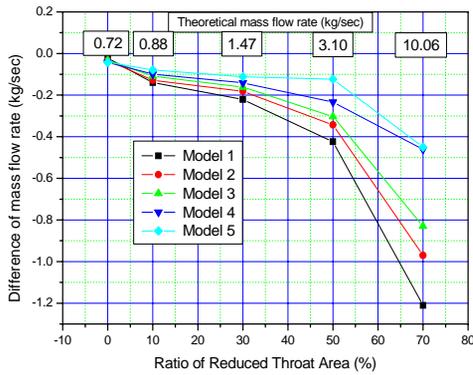


Fig. 6. 핀틀 형상에 따른 질량유량율 차이

핀틀 몸체에 나타나는 경계층 두께(Boundary Layer Thickness) δ 는 L/\sqrt{Re} 에 비례하고 변위 두께(Displacement Thickness) δ_1 은 핀틀 형상과 관계없이 같은 크기를 갖게 된다[12].

$$\delta_1 = \int_0^{\infty} (1 - \frac{u}{U}) dy \quad (3)$$

식(3)에서 U 는 경계층 외부의 유동속도를, 그리고 u 는 경계층($\approx 0.99 U$ 가 되는 부분) 내의 속도 분포를 의미한다. 따라서 핀틀 직경이 클수록 유체가 통과하는 핀틀 몸체와 노즐 벽면 사이 거리에 대한 변위 두께가 차지하는 비율이 증가하게 되는데 이것은 노즐목이 감소되는 효과로 작용하여 동일 압력에 대한 질량 유량율은 핀틀 직경이 클수록 감소하게 된다.

다른 압력지수를 적용한 연소실 압력 조건에서도 같은 경향성을 얻었다.

2.3.1 추력 비교

노즐 내부에 충격파와 같은 유동장의 불연속점이 존재하지 않는 경우에 고체 추진기관의 추력은 식(4)로 간단히 계산 할 수 있다.

$$F = \dot{m} V_e + (p_e - p_a) A_e \quad (4)$$

여기서 \dot{m} 은 질량유량율, V_e 는 유동의 출구속도, p_e 는 출구압력, A_e 는 출구면적, 그리고 p_a 는 대기압의 의미한다.

그러나 핀틀 추진기관과 같이 재순환영역, Lip-shock, 노즐 벽면의 경사 충격파와 같이 노즐 내부 유동장이 급변하는 경우에는 식(4)를 적용하기 어려우며 모멘텀 보존 조건(Conservation of momentum)을 이용하여 구하여야 한다. 만일 점성력과 중력 효과를 무시한다면 S로 둘러싸인 제어체적 V에 대해서 식(5)가 성립되므로 추력(F)는 식(6)과 같다.

$$\iint_V \rho \frac{\partial u}{\partial t} dV = - \oint_S u(\rho u \cdot dS) - \oint_S p dS \quad (5)$$

$$F = - \oint_S u(\rho u \cdot dS) - \oint_S p dS \quad (6)$$

경계면 S를 통하여 유체가 빠져나가지 않는다면 식(7)로 추력을 구할 수 있다.

$$F = - \oint_S p dS \quad (7)$$

본 논문에서도 식(7)에 수치해석으로 구한 압력 p를 적용하여 추력을 계산하였다.

(1) 핀틀 팁(Pintle Tip)의 압력에 의한 추력

초음속 유동장에 노출된 핀틀 몸체 하류에 나타나는 BPR의 압력 크기와 BPR 면적은 핀틀 추진기관의 추력에 영향을 준다.

그림 7은 BPR을 구성하는 핀틀 몸체의 경사면(그림 2의 (a)~(b)~(d) 구간)에 작용하는 압력분포를 나타낸 것이다.

비관통형의 유동 박리점은 관통형 보다 앞쪽에 위치하고 있으며 박리된 후 압력의 회복정도는 관통형이 큰 것으로 해석되었다. 이것은 핀틀 직경이 증가하여 BPR의 크기가 클수록 영역의 경계면을 통한 유체 입자의 이동이 더욱 많아지게 되고 이로 인해 BPR에 있는 유체입자의 순환속도(Recirculating velocity)가 증가하여 정적압력(Static pressure)이 감소하기 때문이다.

그림 8은 압력지수 0.7의 연소실 압력을 적용하여 핀틀 팁의 BPR 압력에 의한 추력을 정리한 것으로 핀틀 직경이 클수록 추력이 증가하는 경향이 나타났다. 이것은 핀틀 직경이 클수록 핀틀 몸체에서 유동박리가 빨리 발생하여 핀틀 몸체에 작용하는 BPR의 압력 크기와 작용하는 영역의 면적이 증가하기 때문이다.

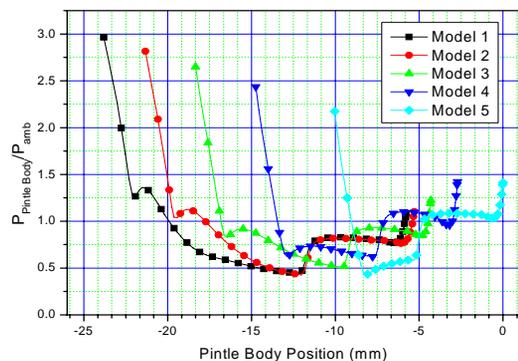


Fig. 7. 핀틀 몸체에 작용하는 압력 분포

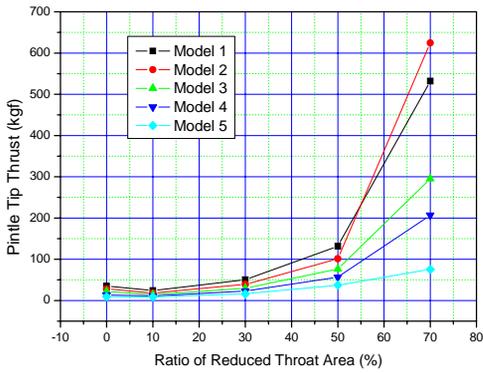


Fig. 8. 핀틀 팁에 작용하는 추력

노즐목 감소율 50 ~ 70% 사이에서 그림 3의 모델 1과 모델 2의 BPR 압력에 의한 추력 크기가 반전되는 것으로 분석되었다. 이것은 핀틀 끝단에서 발생하는 유동박리 점의 마하수, 레이놀즈 수, 경계층 특성 그리고 base 형태 차이에 의한 것으로 알려져 있으며[13], base pressure에 의한 저항(Drag)을 최소화 할 수 있는 핀틀 형상 설계의 필요성을 나타낸 것이다.

(2) 노즐 벽면 압력에 의한 추력

노즐 추력은 초기에 설계된 노즐목을 중심으로 노즐 유입부와 팽창부로 나누어 분석하였다.

(a) 노즐 유입부 부분

노즐 유입부는 그림 2의 노즐목 A_t 보다 상류에 있는 부분으로, 노즐 벽면의 압력 벡터가 추력과 반대 방향이기 때문에 벽면 압력이 낮을수록 큰 추력을 얻을 수 있다.

그림 9는 압력지수 0.7 그리고 노즐목 감소율 50%를 적용하여 핀틀 형상에 따른 노즐 유입부 벽면 압력을 비교한 것이다.

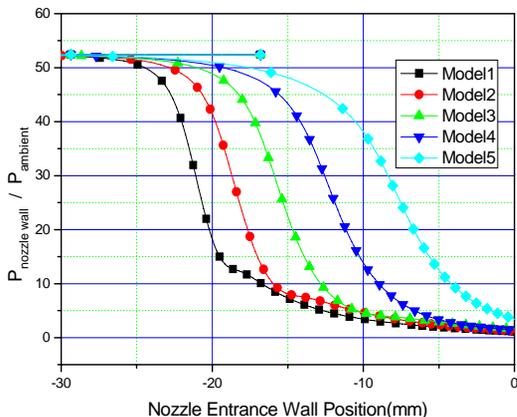


Fig. 9. 핀틀 형상에 따른 노즐 유입부 압력 분포

비관통형 핀틀은 새로운 노즐목 위치가 관통형 보다 훨씬 상류에 위치하므로 유입부에서 유동이 팽창하면서 속도가 빨라져 벽면 압력은 감소하게 된다. 반대로 관통형은 핀틀이 이동하여도 새로운 노즐목 위치가 거의 초기 노즐목 위치 근처에 위치하여 유입부 벽면에 작용하는 압력은 거의 연소실 정체압력과 같게 된다. 따라서 핀틀 직경이 클수록 노즐 유입부 압력에 의한 추력은 증가하게 된다.

(b) 노즐 확대부 부분

노즐 확대부는 그림 3의 노즐목 A_t 보다 하류에 있는 부분으로, 노즐 확대부에 작용하는 압력은 추력과 동일한 방향 벡터를 가지므로 벽면 압력이 클수록 추력은 증가한다. 그림 10은 압력지수 0.7 그리고 노즐목 감소율 50%를 적용하여 핀틀 형상에 따른 노즐 확대부 벽면 압력을 비교한 것이다.

비관통형 핀틀은 이미 노즐 유입부에서 팽창된 유동이 노즐 팽창부에서 더욱 팽창하면서 속도가 빨라져 노즐 벽면에 작용하는 압력은 지속적으로 감소하는 반면에 관통형은 노즐 팽창부에서 유동이 팽창하기 시작하므로 높은 벽면 압력을 가지게 된다. 따라서 노즐 확대부에서는 관통형핀틀이 비관통형 보다 큰 추력을 발생시키게 된다.

그림 10의 20~25 mm 부근에서 나타나는 압력 상승은 핀틀 몸체에서 시작된 Lip-shock과 노즐 벽면의 경계층이 상호작용을 일으켜 발생한 유동박리에 의한 것으로 추력에 보탬이 되는 것으로 착각할 수 있다. Lip-shock의 강도가 세고 일찍 발생한다는 것은 유동이 과팽창(Overexpansion) 되었다는 것을 의미하므로 이에 따른 추력손실이 수반되게 된다[14].

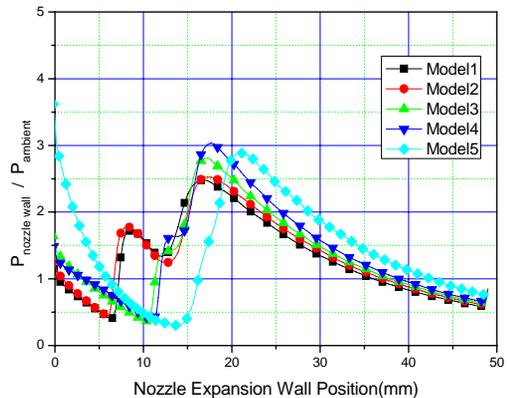


Fig. 10. 핀틀 형상에 따른 노즐 확대부 압력 분포

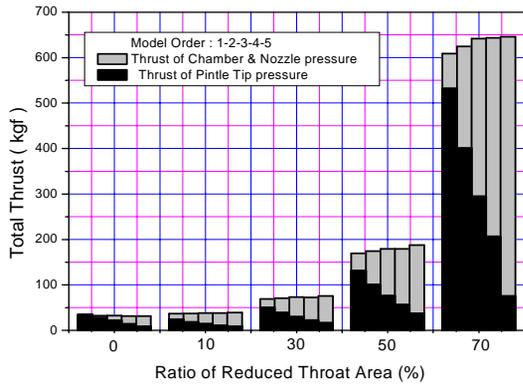


Fig. 11. 핀틀 형상에 따른 구성 추력

핀틀 직경이 클수록 노즐 벽면과 Lip-shock이 충돌하는 위치가 상류쪽으로 이동하였으며 관통형은 Lip-shock이 노즐과 충돌하지 않고 노즐 출구쪽으로 진행되었다.

(3) 연소실 압력에 의한 추력

연소실에 작용하는 압력은 적용된 핀틀 형상에 거의 영향을 받지 않고 연소실 내부의 정체압력(Stagnation pressure)과 같은 크기로, 연소실 압력에 의한 추력은 적용된 핀틀 형상에 의한 영향은 거의 없었다.

(4) 전체 추력 및 비추력

압력지수 0.7을 적용하여 구한 각각의 추력을 모두 합하여 얻은 총 추력을 그림 11에 나타내었다.

관통형은 핀틀이 노즐목 쪽으로 접근하여 노즐목 크기가 작아지면 핀틀 팁의 압력에 의한 추력은 비관통형과 비교하여 크게 감소하지만 노즐 벽면 압력과 연소실 압력에 의한 추력은 오히려 증가하여 전체적인 추력은 비관통형보다 관통형이 더 크게 나타났다.

추진기관의 비추력(specific impulse)은 추진기관의 효율을 나타내는 주요인자로 식(8)과 같이 정의된다.

$$I_{sp} = \frac{Thrust}{mg} \quad (sec) \quad (8)$$

여기서 m 은 질량 유량율, g 는 중력가속도이다. 그림 6의 질량 유량율과 그림 10의 추력으로 압력지수 0.7 조건에서 구한 비추력은 표 2와 같다. Model 1과 Model 5의 추력 차이가 약 5% 내외인 반면에 비추력은 약 1.7% 차이를 보여주었다. 전체적으로 핀틀 형상에 대해서 비추력 차이는 크지 않았다.

표 2. 핀틀 형상별 비추력(sec) 비교 (300K 공기조건)

면적 감소비 (%)	Model 순서				
	1	2	3	4	5
0	4.70	4.70	4.76	4.65	4.70
10	5.01	5.00	5.06	4.98	4.99
30	5.61	5.61	5.68	5.58	5.63
50	6.43	6.44	6.53	6.36	6.43
70	7.02	7.01	7.06	6.84	6.90

본 논문에서는 압력 지수 0.7을 중심으로 결과를 정리하였으나 나머지 압력 지수 조건에서 해석결과의 경향성도 위의 것과 동일하였다. 위의 결과로부터 핀틀 추진기관에서 큰 추력을 얻기 위해서는 핀틀에 작용하는 BPR과 압력 크기를 증가시키고 노즐 유입부에 유동속도를 빠르게 할 수 있는 핀틀과 노즐형상 설계가 필수적임을 알 수 있다.

III. 결 론

압력 지수와 노즐목 크기 변화에 따른 연소실 압력 상승을 이론적으로 계산하고 이상기체 조건을 가정하여 Fluent의 Spalart-Allmaras 난류모델을 적용한 후 핀틀 형상 변화에 따른 핀틀 추진기관의 추력을 비교하여 다음의 결과를 얻었다.

- 동일 노즐목 면적에서 노즐목을 지나는 질량 유량율은 핀틀 직경이 클수록 감소하였다. 이것은 노즐목을 이루는 핀틀 몸체와 노즐 벽면 사이의 거리가 핀틀 직경이 클수록 가까워져 경계층 두께가 차지하는 상대적인 면적이 증가하여 유효 노즐목 면적이 감소하기 때문이다.
- 핀틀 팁의 압력에 의한 추력은 핀틀 직경이 클수록 증가하였다. 이것은 핀틀 직경이 크면 BPR의 압력과 크기가 증가하기 때문이다.
- 노즐 유입부 압력에 의한 추력은 핀틀 직경이 클수록 증가하였다. 이것은 핀틀 직경이 클수록 노즐 유입부 상류에 노즐목이 형성되어 이후로 유동이 팽창하여 벽면 압력이 감소하기 때문이다.
- 노즐 확대부 압력에 의한 추력은 핀틀 직경이 클수록 감소하였다. 이것은 핀틀 직경이 클수록 노즐 유입에서 이미 팽창이 시작된 유동이 더욱 팽창하여 노즐 확대부의 벽면 압력이 낮아지기 때문이다.
- 핀틀 추진기관의 추력은 핀틀 직경이 작을수

록 증가하였다. 이것은 핀틀 직경이 작을수록 새롭게 형성되는 노즐목이 초기 설계된 노즐목 근처에 존재함으로써 유동의 팽창조건이 이상적인 조건에 가까워지기 때문이다.

- 핀틀 추진기관의 비추력은 적용된 핀틀 형상에 큰 영향을 받지 않는다.

참고문헌

- 1) Charles T. Levinsky and Gerald F. Kobalter, "Feasibility demonstration of a single-chamber controllable solid rocket motor", Air Force Rocket Propulsion Lab., AFRPL-TR-67-300, 1967.
- 2) M.J. Ostrander, J.L. Bergmans and M.E. Thomas, "Pintle Motor Challenges for Tactical Missiles", AIAA 2000-3310, 2000.
- 3) Christia A. Davis and Amy B. Gerards, "Variable thrust solid propulsion control using Labview", AIAA-2003-5341, 2003.
- 4) S.Burroughs, "Status of army pintle technology for controllable thrust propulsion", AIAA-2001-3598, 2001.
- 5) John Napior and Victoria Garmy, "Controllable Solid Propulsion For Launch Vehicle And Spacecraft Application", AIAA 2006-905, 2006.
- 6) Francis R. Hama, "Experimental studies on the lip shock", AIAA67-29, 1967.
- 7) Delery, J., and Marvin. J. G., "Shock-wave boundary layer interactions", AGARD No. 280, ISBN 92-835-1519-6, 1986.
- 8) Barry L. Reeves, and Lester Lees, "Theory of laminar near wake of blunt bodies in hypersonic flow", AIAA journal, Vol. 3, No. 11, pp. 2061-2074, 1965.
- 9) 김중근, 이지형, 장홍빈, "핀틀 공압 시험 결과 보고", 국방과학연구소 보고서, ADDR-421 -080682, 2008.
- 10) George P. Sutton, "Rocket Propulsion Element : An introduction to the engineering of Rockets", John Wiley & Sons, Inc., pp. 365~415, 1992.
- 11) Michel A. Saad, Compressible fluid flow, Prentice-Hall, Inc., pp. 83~131, 1985.
- 12) 노오현, "점성유동이론", 박영사, pp. 201~240, 2006.
- 13) Dean R. Chapman, Donald M. Keuhn and Howard K. Larson, "Investigation of separated flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effect of transition", NACA-3869, 1957.
- 14) Jan Ostlund, "Flow processing in rocket engine nozzle with focus on flow separation and side-loads", TRITA-MEK, Technical Report 2002:09, ISSN 0348-467X, 2002.