

## 論文

## 유한요소법 기반의 복합재료 블레이드 단면 특성치 계산에 관한 연구

박일주\*, 정성남\*\*, 조진연\*\*\*, 김도형\*\*\*\*

A Study on Calculation of Cross-Section Properties  
for Composite Rotor Blades Using Finite Element Method

Il-Ju Park\*, Sung Nam Jung\*\*, Jin Yeon Cho\*\*\* and Do-Hyung Kim\*\*\*\*

## ABSTRACT

A two-dimensional cross-section analysis program based on the finite element method has been developed for composite blades with solid, thin-walled and compound cross-sections. The weighted-modulus method is introduced to determine the laminated composite material properties. The shear center and the torsion constant for any given section are calculated according to the Trefftz' definition and the St. Venant torsion theory, respectively. The singular value problem of cross-section stiffness properties faced during the section analysis has been solved by performing an eigenvalue analysis to remove the rigid body mode. Numerical results showing the accuracy of the program obtained for stiffness, offset and inertia properties are compared in this analysis. The current analysis results are validated with those obtained by commercial software and published data available in the literature and a good correlation has generally been achieved through a series of validation study.

## 초 록

유한요소법을 적용하여 고풍, 박벽 및 혼합형 단면을 갖는 복합재료 블레이드의 2차원 단면 해석 프로그램을 개발하였다. 이중 적층 복합재료에 대한 물성치는 가중 계수법을 도입하여 결정하였다. 전단 중심치와 비틀림 강성 계수는 St. Venant 비틀림 이론 및 Trefftz 의 정의를 토대로 구하였다. 해석 과정에서 발생하는 단면 강성 행렬의 특이치 문제는 고유치 해석으로부터 강제 모드를 제거함으로써 해결하였다. 다양한 단면 형상에 대한 강성치, 중심치 및 관성치에 대한 수치계산을 수행하였다. 기존의 상용해석 소프트웨어 및 여타 문헌에 제시된 단면 해석 결과와 폭 넓은 비교, 검증 연구를 수행하였으며, 이를 토대로 본 해석 프로그램의 타당성을 보였다.

**Key Words** : Finite Element Method(유한요소법), Warping Function(워핑 함수), Stiffness Coefficient(강성 계수), Intertia Property(관성치), Shear Center(전단 중심)

† 2009년 2월 23일 접수 ~ 2009년 4월 30일 심사완료

\* 정회원, 건국대학교 항공우주정보시스템공학과 대학원

\*\* 정회원, 건국대학교 항공우주정보시스템공학과  
교신저자, E-mail : snjung@konkuk.ac.kr

서울 광진구 화양동 1번지

\*\*\* 정회원, 인하대학교 항공우주공학과

\*\*\*\* 정회원, 한국항공우주연구원 로터팀

## 1. 서 론

일반적으로 회전익의 해석 시 큰 세장비를 갖는 로터 블레이드는 1차원 보 형태로 모델링하며, 이 경우 회전익의 단면 물성치가 필요하게 된다. CAMRAD II [1], DYMORE [2], UMARC [3],

PreComp [4]와 같은 회전익 해석 소프트웨어들은 단면 물성치 등을 입력 자료로 요구하고 있으며, 이를 위한 단면 해석 프로그램들이 개발되어 오고 있다.

단면 해석 프로그램에서 사용되는 방법은 크게 단면을 이산화 하는 유한요소법 기반 프로그램과 박벽 단면의 중심선을 이산화 하는 중심선 기반 프로그램으로 구분 할 수 있다. 유한요소법을 기반으로 하는 프로그램 중 하나인 VABS [5]는 변분 점근사 방법과 단면 이산화를 적용하는 관계로 중심선 기반 프로그램에 비해 계산 시간이 다소 소요되는 단점을 안고 있으나, 직접 및 연계 강성치, 그리고 3차원 비등방성 물성치 고려가 가능한 장점이 있다. Pilkey [6]는 단면을 모델링함에 있어서 중심선과 단면을 각각 NURBS 곡선과 9절점 사각형 요소를 이용하여 단면 형상 최적화에 보다 편리한 프로그램을 개발하였으며, 워핑 함수를 이용하여 비틀림 상수를 계산하였다. Jung 등[7]에 의해 개발된 단면 해석 프로그램은 중심선 기반의 프로그램으로서, 혼합 변분법을 이용하여 체계적인 수식전개와 정확한 해석 결과를 산출해 낼 수 있다는 장점을 갖고 있으나, 고형(solid) 단면이 사용된 블레이드의 단면 물성치를 구하는데 한계가 있다.

본 연구는 복합재료로 제작된 고형, 박벽 및 혼합형 단면을 갖는 로터 블레이드의 단면 특성치 계산에 관한 연구로서, 단면 모델링을 위해 유한요소법을 사용하였다. 복잡한 단면 형상에 대한 유한요소 모델링의 편리함을 기하기 위해 3절점 삼각형 요소를 이용하였다. 복합재료 물성치를 고려하기 위해 가중계수법을 도입하였으며, 비틀림 강성 및 전단 중심치를 구하기 위해 워핑 함수와 Trefftz 정의를 이용하였다. 이 과정에서 발생하는 단면 강성 행렬의 특이치 문제는 고유치 해석으로부터 강제 모드를 제거함으로써 해결하였다. 프로그램의 정확도를 확보하기 위해 단순 개방형, 폐쇄형 및 에어포일 형상 단면에 대한 단면 물성치를 비교해 보았다.

## II. 본 론

### 2.1 유한요소법

본 연구에서는 복합재료 블레이드의 단면을 모델링하기 위해서 2차원 유한요소를 이용하였다. 복잡한 단면 형상에 대한 유한요소 모델링의 편리함을 기하기 위해 3절점 삼각형 요소를 이용하였다. Fig. 1은 3절점 삼각형 요소로서 가우스 적분점과 좌표계를 나타내었다.

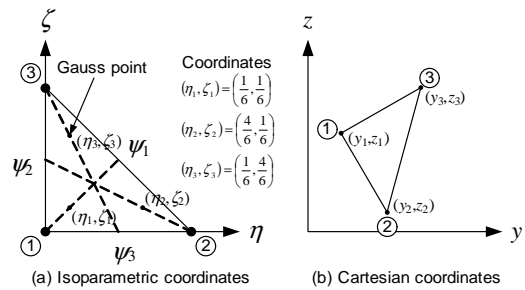


Fig. 1. Coordinates for a 3node triangular element

2차원 유한 요소를 이용하여 단면을 모델링 하기 위해 기준요소와 실제 단면의 좌표와의 관계는 형상 함수( $N$ )를 이용해서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} y(\eta, \zeta) &= N(\eta, \zeta) \hat{y} \\ z(\eta, \zeta) &= N(\eta, \zeta) \hat{z} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서

$$\begin{aligned} N(\eta, \zeta) &= \begin{bmatrix} \psi_1 & \psi_2 & \psi_3 \end{bmatrix} \\ \psi_1 &= 1 - \zeta - \eta & \psi_2 &= \zeta & \psi_3 &= \eta \end{aligned} \quad (2)$$

이고,  $\hat{y}_e$ 와  $\hat{z}_e$ 는  $y$ 와  $z$ 방향에 대한 유한 요소의 절점 위치 벡터이다. 단면에 대한 적분은 실제 좌표에 대하여 직접적으로 수행하는 것 보다 기준요소(master element)를 이용하는 방법이 보다 편리하다. 일반적인 면적 적분 형태를 기준 요소를 이용하여 적분 형태로 표현하면 다음과 같다

$$\int f(y, z) dA = \int f(y, z) dydz = \int f(\eta, \zeta) |J| d\eta d\zeta \quad (3)$$

여기서  $|J|$ 는 Jacobian 행렬이다. 단면을  $M$ 개의 요소로 이산화 했을 경우 단면의 적분 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \int_A f(\eta, \zeta) |J| d\eta d\zeta &= \sum_{e=1}^M \int_0^1 \int_0^{1-\zeta} f(\eta, \zeta) |J_e| d\eta d\zeta \\ &= \sum_{e=1}^M \sum_{i=1}^3 f(\eta_i, \zeta_i) w_i |J_e| \end{aligned} \quad (4)$$

여기서,  $w_i$ 는 가우스 적분에 사용되는 가중치로서 본 연구에서는 1/6을 사용하였다.

식(3)은 등방성 물성치에 대한 식으로서 복합재료 물성치를 고려하기 위해 다음과 같은 가중계수법을 도입하였다[6].

$$d\tilde{A}_e = \frac{E_e}{E_r} dA_e \quad d\tilde{A}_e^* = \frac{G_e}{G_r} dA_e^* \quad (5)$$

여기에서  $E_r$ 과  $G_r$ 은 기준이 되는 물성치의 영계수 및 전단 계수이고,  $E_e$ 와  $G_e$ 는 이산화된 단면에서 특정 요소의 영계수와 전단 계수이다.

## 2.2 복합재료 모델링

복합재료 적층판에 대해서  $E_c, G_c$ 와 같은 적층 공학 상수(laminate engineering constants)를 계산하기 위해 고전 적층 판 이론(CLPT)을 이용하였다. 고전 적층 판 이론에서 면내 하중만을 고려할 경우 힘-변위 관계식은 아래와 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

식(6)을 역변환된 형태로 고쳐쓰면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A'_{11} & A'_{12} & A'_{16} \\ A'_{12} & A'_{22} & A'_{26} \\ A'_{16} & A'_{26} & A'_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

인장 방향 영계수( $E_x: E_c$ )는 단위 길이 당 인장 하중( $N_x$ )에 대한 응답을 결정하는 상수로서 다음과 같이 정의된다.

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\epsilon_x^0} = \frac{N_x/t}{A_{11} N_x} = \frac{1}{tA_{11}} \quad (8)$$

측 방향 영계수( $E_y$ )는 단위 길이 당 측 방향 하중( $N_y$ )에 대한 응답을 결정하는 상수로서 다음과 같이 정의된다.

$$E_y = \frac{\sigma_y}{\epsilon_y^0} = \frac{N_y/t}{A_{22} N_y} = \frac{1}{tA_{22}} \quad (9)$$

적층판의 전단 계수( $G_{xy}: G_c$ )는 단위 길이 당 전단 하중( $N_{xy}$ )에 대한 응답을 결정하는 상수로서 다음과 같이 정의된다.

$$G_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}^0} = \frac{N_{xy}/t}{A_{66} N_{xy}} = \frac{1}{tA_{66}} \quad (10)$$

## 2.3 굽힘 강성치(Bending rigidities)

굽힘 강성치는 가중 계수 중심(weighted-modulus center)을 기준으로 계산된 값으로서, 영계수가 고려된 1차 관성모멘트로부터 구한다.

$$\begin{aligned} \bar{Q}_y &= \int_A z d\tilde{A} = \sum_{c=1}^M \int_0^1 \int_0^{1-\zeta} N\hat{z}_c |J_c| \frac{E_c}{E_r} d\eta d\zeta \\ \bar{Q}_z &= \int_A y d\tilde{A} = \sum_{c=1}^M \int_0^1 \int_0^{1-\zeta} N\hat{y}_c |J_c| \frac{E_c}{E_r} d\eta d\zeta \end{aligned} \quad (11)$$

식(11)을 이용하여 가중 계수 중심을 구하면,

$$\bar{y}_c = \frac{\bar{Q}_z}{A}, \quad \bar{z}_c = \frac{\bar{Q}_y}{A} \quad (12)$$

이고, 여기서  $\tilde{A}$ 는 영계수가 고려된 단면의 면적이다. 영계수가 고려된 가중 계수 중심은 인장 중심(tension center)을 의미하며, 등방성 물성치일 경우 도심과 일치하게 된다. 식(4)와 (5)를 이용하여 기준 축으로부터 영계수가 고려된 2차 관성 모멘트를 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \tilde{I}_y &= \int_A z^2 d\tilde{A} \\ &= \sum_{c=1}^M \int_0^1 \int_0^{1-\zeta} (N\hat{z}_c)^2 |J_c| \frac{E_c}{E_r} d\eta d\zeta \\ \tilde{I}_z &= \int_A y^2 d\tilde{A} \\ &= \sum_{c=1}^M \int_0^1 \int_0^{1-\zeta} (N\hat{y}_c)^2 |J_c| \frac{E_c}{E_r} d\eta d\zeta \end{aligned} \quad (13)$$

식(11)과 식(13)을 이용하면 인장 중심에 대한 2차 관성 모멘트를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\tilde{I}_{y_c} = \tilde{I}_y - \frac{\bar{Q}_y^2}{A}, \quad \tilde{I}_{z_c} = \tilde{I}_z - \frac{\bar{Q}_z^2}{A} \quad (14)$$

식(14)를 이용하여 굽힘 강성치( $EI_y, EI_z$ )를 표현하면 아래와 같다.

$$EI_y = E_r \tilde{I}_{y_c}, \quad EI_z = E_r \tilde{I}_{z_c} \quad (15)$$

## 2.4 비틀림 상수(Torsion constant)

St. Venant 비틀림 이론에서 단위 길이 당 비틀림각과 면의 워핑 함수를 각각  $\theta$ 와  $\omega$ 라고 하면, 단면 내 한 점 A의 변위는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} u_x &= \theta\omega(y, z) \\ u_y &= -zx\theta \\ u_z &= yx\theta \end{aligned} \quad (16)$$

여기서  $x$ 는 보의 길이 방향에서 임의의 위치를 나타낸다. 식(16)을 이용하여 단면에 대한 변형-변위 관계식을 표현하면,

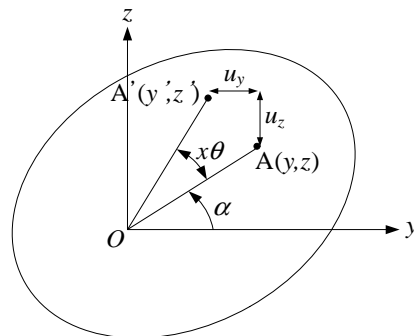


Fig. 2. Displacements of point A under torsion

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0 & \epsilon_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \\ \epsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} = \theta \left( -z + \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) \\ \gamma_{xz} &= \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} = \theta \left( y + \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial u_z}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

이다. 식(17)을 이용해서 토오크(torque)를 표현하면,

$$T = G_r \theta \int_A (\tau_{xz} y - \tau_{xy} z) d\tilde{A}^* = G_r \tilde{J} \theta \quad (18)$$

이다. 여기서,  $\tilde{J}$  는 비틀림 상수(torsion constant)로서 다음과 같다.

$$\tilde{J} = \int_A \left[ \left( y + \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) y - \left( -z + \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) z \right] d\tilde{A}^* \quad (19)$$

식(19)에서 워핑을 구하면 비틀림 상수를 구할 수 있다.

### 2.5 워핑 함수(Warping function)

워핑 벡터를 구하기 위해서, St. Venant 토오크에 대한 축방향 응답을 나타내는 미분 방정식을 이용하며, 워핑 함수를 이용해 표현하면 다음과 같다[6].

$$\int_A \left[ \left( \frac{\partial}{\partial y} \delta \omega \frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \delta \omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) - \left( \frac{\partial}{\partial y} \delta \omega z - \frac{\partial}{\partial z} \delta \omega y \right) \right] d\tilde{A}^* = 0 \quad (20)$$

워핑 함수( $\omega(y, z)$ )를 형상 함수로 표현하면,

$$\begin{aligned} \omega(y, z) &= N \omega^e \\ \omega^e &= \begin{Bmatrix} \omega_1^e \\ \omega_2^e \\ \omega_3^e \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

이고,  $\omega^e$  는 요소 절점에서의 워핑 값(warping value)으로 구성된 벡터를 의미한다. 식(21)을 이용하여 식(20)을 다시 쓰면,

$$\int_A \delta \omega (K \omega - P) d\tilde{A}^* = 0 \quad (22)$$

여기서

$$\begin{aligned} K &= \begin{pmatrix} \frac{\partial N^T}{\partial y} \frac{\partial N}{\partial y} + \frac{\partial N^T}{\partial z} \frac{\partial N}{\partial z} \\ \frac{\partial N^T}{\partial y} \frac{\partial N}{\partial z} - \frac{\partial N^T}{\partial z} \frac{\partial N}{\partial y} \end{pmatrix} \\ P &= \begin{pmatrix} z \frac{\partial N^T}{\partial y} - y \frac{\partial N^T}{\partial z} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (23)$$

이다.  $K$ 는 단면 강성 행렬이고,  $P$ 는 하중 벡터이다. 식(23)을 다시 쓰면,

$$\begin{aligned} K &= \int_0^1 \int_0^{1-\zeta} B^T B d\tilde{A}^* \\ P &= \int_0^1 \int_0^{1-\zeta} B^T \begin{Bmatrix} N \hat{z} \\ -N \hat{y} \end{Bmatrix} d\tilde{A}^* \end{aligned} \quad (24)$$

로 쓸 수 있고, 여기에서  $B^T$ 는 다음과 같다.

$$B^T = \left[ \frac{\partial N^T}{\partial \eta} \quad \frac{\partial N^T}{\partial \zeta} \right] (J^{-1})^T \quad (25)$$

여기에서  $J^{-1}$ 는 Jacobian의 역행렬이다.

위 식으로부터 미지수인 워핑 벡터( $\omega$ )는  $K$ 의 역행렬과  $P$  벡터의 곱으로부터 구할 수 있다. 그러나, 행렬  $K$ 의 특이치(singular value) 문제로 인하여 역행렬을 직접적으로 구할 수 없다. 본 논문에서는 다음과 같은 관계식을 적용하여 이를 해결하였다[8].

$$\begin{aligned} \bar{K} &= K + \alpha E_{vec} E_{vec}^T \\ \hat{\omega} &= \bar{K}^{-1} P \end{aligned} \quad (26)$$

여기서  $\alpha$ 는 패널티 매개변수(penalty parameter)이고,  $E_{vec}$ 는 강체 모드를 나타내는 고유 벡터로서 고유치 해석을 이용하여 이를 구성하였으며, 고유 벡터는 Fig. 3과 같은 강체 모드를 나타낸다.

식(19)를  $K$ 와  $P$ 를 이용하여 다시 쓰면,

$$\begin{aligned} \tilde{J} &= \int_A \left[ \left( y + \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) y - \left( -z + \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) z \right] d\tilde{A}^* \\ &= \tilde{I}_y + \tilde{I}_z - \int_A \left( z \frac{\partial \omega}{\partial y} - y \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) d\tilde{A}^* \\ &= \tilde{I}_y + \tilde{I}_z - \hat{\omega}^T \hat{P} = \tilde{I}_y + \tilde{I}_z - \hat{\omega}^T K \hat{\omega} \end{aligned} \quad (27)$$

이다. 여기에서  $\tilde{I}_y$ 와  $\tilde{I}_z$ 는 전단 계수가 고려된 2차 관성 모멘트로 계산된 값으로서 전단 계수가 고려된 가중 계수 중심을 기준으로 계산된 값이다. 식(26)에서 구해진 워핑 벡터( $\hat{\omega}$ )를 식(27)에 대입하면 비틀림 상수를 구할 수 있다.

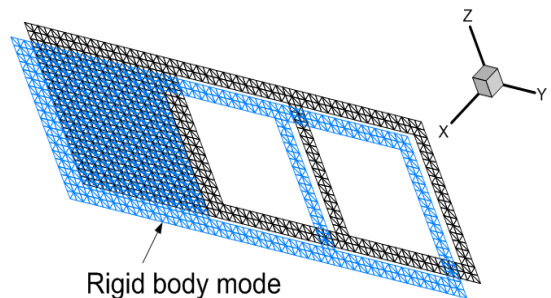


Fig. 3. Rigid body mode of double-cell compound section

### 2.6 전 단 중심

전 단 중심은 Trefftz' 정의에 입각하여 다음과 같은 식으로부터 구할 수 있다.

$$y_s = \frac{\tilde{I}_{yz}\tilde{I}_{y\omega} - \tilde{I}_z\tilde{I}_{z\omega}}{\tilde{I}_y\tilde{I}_z - \tilde{I}_{yz}^2} \quad (28)$$

$$z_s = \frac{\tilde{I}_y\tilde{I}_{y\omega} - \tilde{I}_{yz}\tilde{I}_{z\omega}}{\tilde{I}_y\tilde{I}_z - \tilde{I}_{yz}^2}$$

여기에서

$$\tilde{I}_{y\omega} = \int y\omega(y,z)d\tilde{A} \quad (29)$$

$$\tilde{I}_{z\omega} = \int z\omega(y,z)d\tilde{A}$$

$$\tilde{I}_{yz} = \int yz d\tilde{A}$$

이다.  $\tilde{I}_y$ 와  $\tilde{I}_z$ 는 인장 중심을 기준으로 계산된 값으로서 결국  $y_s$ 와  $z_s$ 는 인장 중심으로부터의 거리를 의미한다.

### III. 결과 및 검토

개발된 단면 물성치 계산 프로그램(KSec2D)의 검증을 위해 다양한 단면 형상에 대한 단면 물성치들을 비교해 보았다. Fig. 4는  $t/h=0.4$ 인 단일 세포 상자형 단면으로서 등방성 물성치를 사용하였으며, 크기와 기준 축을 Fig. 4에 나타내었다.

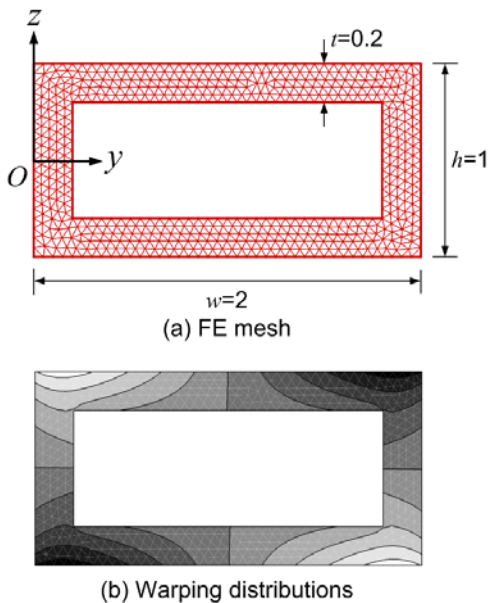


Fig. 4. FE mesh (a) and warping distributions (b) of single-cell box section

Table 1. Comparison of cross-section properties for single-cell box section

Properties	KSec2D	MD Patran	Diff' (%)	
Area (m <sup>2</sup> )	1.4	1.4	0.0	
Centroid (m)	y-dir	1.0	1.0	0.0
	z-dir	0.0	0.0	0.0
Area moment of inertia (m <sup>4</sup> )	y-dir	0.13787	0.13787	0.0
	z-dir	0.46187	0.46187	0.0
Torsion constant (m <sup>4</sup> )	0.3503	0.3191	8.91	
Shear center (m)	y-dir	0.9999	1.0000	-0.01
	z-dir	0.0001	0.0000	0.01

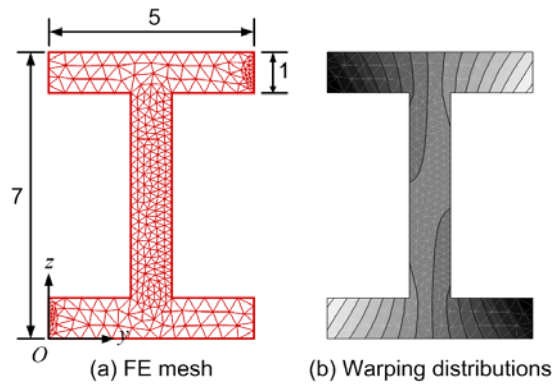


Fig. 5. FE mesh (a) and warping distributions (b) of I-section

KSec2D의 경우 615개의 절점과 1,022개의 3절점 삼각형 요소가 사용되었다. 벤치마크는 MD Patran [10]을 이용하였으며, Table 1에 결과를 나타내었다. 전 단 중심의 위치는 편의상 기준 축을 기준으로 나타내었다. 면적, 도심, 2차 관성 모멘트, 전 단 중심의 경우 거의 일치하는 결과를 보였으나 비틀림 상수의 경우 약 8.9%의 차이를 보였다.

다음 모델은 I형 단면으로서 기준 축, 요소망, 워핑 분포를 Fig. 5에 나타내었다.

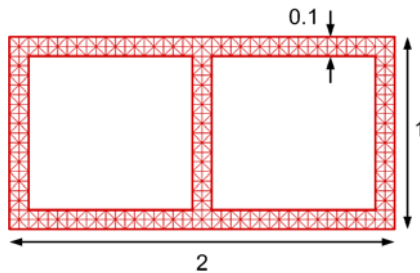
I형 단면 보 모델은 3절점 삼각형 요소 556개가 사용되었으며, 등방성 물성치를 적용하였다. MD Patran과의 비교 결과(Table. 2) 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 6은 이중 세포로 구성된 박벽 상자형 단면 보 모델로서 512개의 3절점 삼각형 요소가 사용되었다. 해당 모델의 형상은 MD Patran에서 모델링이 불가능한 관계로 MD Nastran [11]을 이용한 정적해석 결과와 비교하였으며(Fig. 7), 해석에는 41,600개의 8절점 고형 요소(CHEXA8)가 사용되었다.

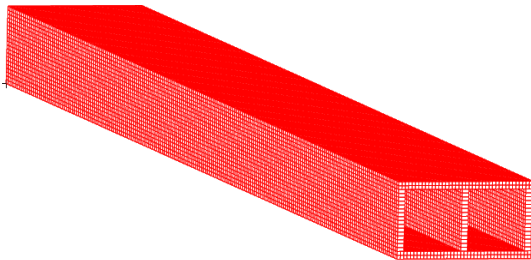
MD Nastran을 이용할 경우 도심 및 전 단 중심은

**Table 2. Comparison of cross-section properties for I-section**

Properties	KSec2D	MD Patran	Diff.(%)	
Area (m <sup>2</sup> )	15.0	15.0	0.0	
Centroid (m)	y-dir	2.50	2.50	0.0
	z-dir	3.50	3.50	0.0
Area moment of inertia (m <sup>4</sup> )	y-dir	101.25	101.25	0.0
	z-dir	21.25	21.25	0.0
Torsion constant (m <sup>4</sup> )	5.5451	5.3333	3.97	
Shear center (m)	y-dir	2.4988	2.5000	-0.05
	z-dir	3.4992	3.5000	-0.02



**Fig. 6. FE mesh of thin-walled double-cell box section**



**Fig. 7. FE mesh of MD Nastran for double-cell box section**

계산이 불가능하므로 관성치 및 비틀림 상수만 비교하였다(Table 4). 비틀림 상수의 차이는 약 0.6%로 KSec2D는 이중 세포 단면에 대해서도 적절한 모사가 가능함을 알 수 있다.

Fig. 8은 이중 세포 상자형 단면에 고형 단면이 추가된 모델로서 기존의 단면 중심선 기반의 이론의 적용이 쉽지 않은 단면 형태이다. 이러한 모델 또한 MD Patran을 이용한 해석이 불가능하기 때문에 MD Nastran을 이용하여 강성치를 계산하였다.

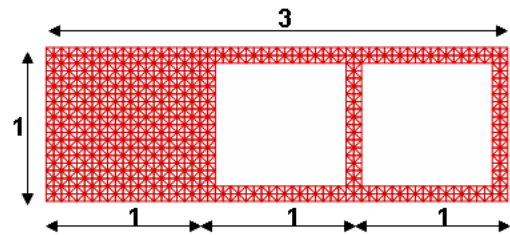
MSC/Nastran 해석에는 65,600개의 8절점 고형 요소가 사용되었으며, 유한요소 형상은 Fig. 9와 같다.

**Table 3. Comparison of cross-section properties for double-cell box section**

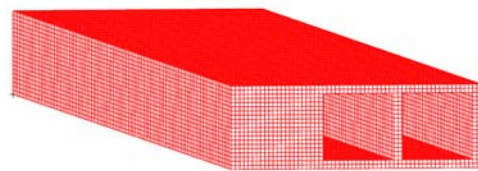
Properties	KSec2D	MD Nastran	Diff.(%)	
Area (m <sup>2</sup> )	0.64	-	-	
Area moment of inertia (m <sup>4</sup> )	y-dir	0.09413	0.09390	0.25
	z-dir	0.27793	0.27470	1.18
Torsion constant (m <sup>4</sup> )	0.21973	0.21845	0.59	

**Table 4. Comparison of cross-section properties for compound section**

Properties	KSec2D	MD Nastran	Diff.(%)	
Area (m <sup>2</sup> )	1.64	-	-	
Centroid (m)	y-dir	1.08537	-	-
	z-dir	0.50000	-	-
Area moment of inertia (m <sup>4</sup> )	y-dir	0.17747	0.17777	0.2
	z-dir	1.23932	1.20439	2.9
Torsion constant (m <sup>4</sup> )	0.48642	0.50537	3.7	
Shear center (m)	y-dir	1.17659	-	-
	z-dir	0.50000	-	-



**Fig. 8. FE mesh of KSec2D for compound section**

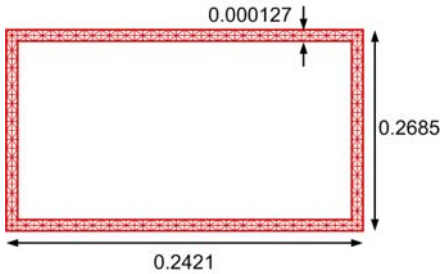


**Fig. 9. FE mesh of MD Nastran for compound section**

KSec2D의 해석에는 1,321개의 3절점 삼각형 요소가 사용되었으며, MD Nastran과의 비교 결과를 Table. 4에 나타내었다. 굽힘 강성을 나타내는 관성치의 차이는 최대 약 3%를 보였으며, 비틀림 강성의 경우 약 3.7%의 차이를 보였다. KSec2D는 복합적인 단면 형상에 대해서도 적절한 결과의 산출이 가능함을 확인하였다.

**Table 5. Comparison of cross-section properties for thin-walled composite box section**

Properties		KSec2D	CORBA	Diff(%)
Bending Rigidity (Nm <sup>2</sup> )	y-dir	281.80	295.75	4.7
	z-dir	696.00	730.76	4.8
Torsional Rigidity (Nm <sup>2</sup> )		84.40	82.35	2.5



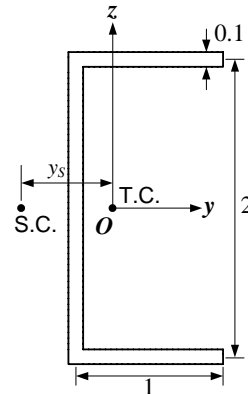
**Fig. 10. FE mesh of thin-walled composite box section**

Fig. 10은 박벽 상자형 단면으로서 복합재료 물성치를 적용하였다. 복합재료의 물성치는  $E_1 = 142 \text{ GPa}$ ,  $E_2 = 9.8 \text{ GPa}$ ,  $G_{12} = 6.14 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.25$ 이며 적층 형태는  $[0/90/\pm 45]_s$ 로 설정하였다. KSec2D의 해석에는 512개의 3절점 삼각형 요소가 사용되었다. 해당 모델은 복합재료 박벽 단면이므로 참고문헌[7]에서 정확도가 입증된 프로그램(CORBA)의 결과와 비교해 보았다. 비교된 단면 물성치는 굽힘 강성과 비틀림 강성으로서, Table 6에 나타난 KSec2D 결과를 살펴보면 굽힘 강성의 경우 약 5% 이내, 비틀림 강성의 차이는 2.5%로서 매우 정확한 결과를 산출해 낼 수 있다.

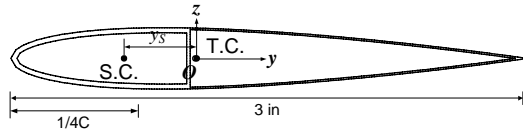
Fig. 11은 등방성 물성치로 구성된 C형 단면으로서 인장 중심과 인장 중심으로부터의 전단 중심의 위치를 도시하였다. 면적, 도심, 면적 관성 모멘트, 비틀림 상수 및 전단 중심을 Table 6에

**Table 6. Comparison of cross-section properties for C-channel section**

Properties		KSec2D	MD Patran	Diff(%)
Area (m <sup>2</sup> )		0.4	0.4	0
Centroid (m)	y-dir	2.9938E-01	2.9938E-01	0
	z-dir	1.0500E+00	1.0500E-00	0
Area moment of inertia (m <sup>4</sup> )	y-dir	2.6733E-01	2.6733E-01	0
	z-dir	4.1958E-02	4.1958E-02	0
Torsion constant (m <sup>4</sup> )		1.5001E-03	1.3333E-03	12.5
Shear center (m)	y-dir	-3.2072E-01	-3.2500E-01	-1.32
	z-dir	1.0500E+00	1.0500E+00	0



**Fig. 11. Locations of shear center and tension center for C-channel section**



**Fig. 12. Locations of shear center and tension center for composite blade with NACA0012 airfoil**

**Table 7. Comparison of cross-section properties for composite blade with NACA0012 airfoil**

$\theta = 15^\circ$		KSec2D	Chandra & Chopra [9]	Diff(%)	
Area Property	1st moment of area (m <sup>3</sup> )	y-dir	0.0000E-00	-	
		z-dir	1.9337E-06	-	
	Area moment of inertia (m <sup>4</sup> )	y-dir	7.5754E-10	-	
		z-dir	3.0314E-08	-	
Polar moment of inertia (m <sup>4</sup> )		3.1126E-08	-	-	
Principle axis (deg)		0.0 Deg	-	-	
Stiffness	EA (N)		7.3840E+06	-	
	$EI_y$ (N.m <sup>2</sup> )		7.9408E+01	7.7141E+01	2.94
	$EI_z$ (N.m <sup>2</sup> )		3.2085E+03	-	-
	GJ (N.m <sup>2</sup> )		2.5662E+01	2.5427E+01	0.93
Offset	Center of gravity (m)	y-dir	2.7432E-02	-	
		z-dir	0.0000E+00	-	
	Tension center (m)	y-dir	2.7661E-02	-	
		z-dir	0.0000E+00	-	
	Shear center (m)	y-dir	1.6825E-02	-	
		z-dir	0.0000E+00	-	

나타내었으며, 이를 위해 KSec2D 모델링에는 636개의 요소가 사용되었다.

Fig. 12는 참고문헌[9]에서 사용된 NACA0012

에어포일 단면을 갖는 복합재료 블레이드이다. 2,185개의 3절점 삼각형 요소와 1,722개의 절점으로 구성되어 있으며, 적층각 15° 경우에 대하여 관성치, 강성치, 중심치를 비교하였다(Table 7). 참고문헌에서 비교 가능한 결과는 굽힘 및 비틀림 강성치로서 약 3% 이내의 차이를 보였다.

#### IV. 결 론

본 연구에서는 유한요소법을 이용하여 복합재료로 제작된 헬리콥터 로터 블레이드의 단면 물성치 계산이 가능한 프로그램을 개발하였다. 전단 중심치와 비틀림 강성 계수를 구하기 위하여 Trefftz 정의와 St. Venant 비틀림 이론을 이용하였다. 해석 과정에서 발생하는 단면 강성 행렬의 특이치 문제는 고유치 해석을 사용하여 강제모드를 강제로 제거하는 방법으로 해결하였다. 단순 개방형, 폐쇄형, 그리고 에어포일 형상을 갖는 단일 및 다중 세포 단면의 박벽 보에 대한 중심치, 관성치 및 강성치를 상용 구조해석 소프트웨어 및 문헌에 제시된 결과들과 비교함으로써 본 프로그램의 정확도를 확보하고자 하였다. 총 7개의 다중 단면에 대한 검증 해석 결과, 본 해석 결과는 최대 약 10% 정도의 오차 범위 이내에서 단면 상수 값들을 예측하고 있음을 보였다. 본 연구결과 작성된 프로그램은 향후 항공기 날개나 회전익 블레이드, 틸트로터 등의 단면 특성 계수 결정시에 유용하게 활용될 수 있을 것이다.

#### 후 기

이 논문은 2008년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 국제과학기술협력재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. K20601000001).

#### 참고문헌

- 1) Johnson, W., *CAMRADII Volume VI : Rotorcraft Input, Analytical Methods, Inc.*, 2004.
- 2) Bauchau, O. A., *DYMORE User's Manual*, Georgia Institute of Technology, 2006.
- 3) Bir, G. S, and Chopra I., *University of maryland advanced rotorcraft code (UMARC) theory manual*, 1994.
- 4) Bir, G. S, *User's Guide to PreComp*, NREL, 2005.
- 5) Yu, W, Volovoi, V. V., Hodges, D. H., and Hong, X., "Validation of the Variational Asymptotic Beam Sectional Analysis," *AIAA Journal*, Vol. 40, No. 10, 2002, pp. 2105-2112.
- 6) Pilkey, W. D., *Analysis and Design of Elastic Bemas*, John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- 7) Jung, S. N., and Park, I. J., "Structural Behavior of Thin- and Thick-Walled Composite Blades with Multicell Sections", *AIAA Journal*, Vol. 43, No. 3, 2005, pp. 572-581.
- 8) Peters, M., Hackl, K., "Numerical aspects of the eXtended finite element method", *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 5, No. 1, 2005, pp. 355-356.
- 9) Chandra, R., and Chopra, I., "Structural Response of Composite Beams and Blades with Elastic Couplings", *Composites Engineering*, Vol. 2, Nos. 5-7, 1992, pp. 347-374.
- 10) MD Patran R2.1, MSC Software Corporation, Santa Ana, CA, 2008.
- 11) MD Nastran R2.1, MSC Software Corporation, Santa Ana, CA, 2008.