

## 論文

## 거대 구조물의 유체-구조 연계 해석을 위한 효과적인 보간기법에 대한 연구

이기두\*, 이영신\*\*, 김동수\*, 이대열\*

### A Study on the Effective Interpolation Methods to the Fluid-Structure Interaction Analysis for Large-Scale Structure

Ki-Du Lee\*, Young-Shin Lee\*\*, Dong-Soo Kim\* and Dae-Yearl Lee\*

#### ABSTRACT

Generally, the events in nature have multi-disciplinary characteristics. To solve this problems, these days loosely coupled methods are widely applied because of advantage of solvers which are already developed and well proved. Those solvers use different mesh system, so transformation and mapping of data are vital in the field of fluid-structure interaction(FSI).

In this paper, the interpolation of deformation which is used globally and compactly supported radial basis functions(RBF), and mapping of force which use principle of virtual work are examined for computing time and accuracy to compare ability with simple 3-D problem. As the results, interpolation scheme of compactly supported radial basis functions are useful to interpolation and mapping for large-scale airplane in FSI with a k-dimensional tree(kd-tree) which is a space-partitioning data structure for organizing points in a k-dimensional space.

#### 초 록

대부분의 자연현상은 다학제 특성을 갖고 표현된다. 유체-구조 연계(FSI) 문제의 경우 기존에 검증된 전산유체 해석 프로그램 및 구조해석 프로그램을 그대로 사용할 수 있다는 장점 때문에 약결합 방식이 일반적으로 이용된다. 그러나 약결합을 이용하여 해석을 수행하기 위해서는 서로 다른 특성을 갖는 격자시스템으로 발생하는 자료의 교환을 위해서 보간 및 사상이 필수적이다.

본 연구에서는 전역지지 및 국부지지 방사기저함수(RBF)를 이용한 보간 및 가상일의 원리를 적용한 사상의 성능을 단순 3차원 형상에 적용하여 검토하였다. 국부지지 RBF에 공간분할 트리의 일종으로 빠른 공간 탐색을 가능하게 해주는 kd-tree를 사용하는 경우 효과적으로 거대 구조물의 FSI에도 보간 및 사상이 적용 가능함을 여객기 형상의 항공기 모형을 이용하여 제시하였다.

**Key Words** : Deformation Interpolation(변위 보간), Force Mapping(하중 사상), Strongly/Loosely Couple(강/약 결합), Fluid-Structure Interaction(유체-구조 연계), Compactly Supported Radial Basis Function(국부지지 방사기저함수)

† 2008년 12월 26일 접수 ~ 2009년 4월 28일 심사완료

\* 정회원, 국방과학연구소

\*\* 정회원, 충남대학교 기계설계공학과  
교신저자, E-mail : leeys@cnu.ac.kr  
대전광역시 유성구 궁동 220번지

#### 1. 서 론

많은 공학 문제가 하나의 학문분야에 국한하여 발생하기보다는 여러분야가 연계되어 발생한다.

비행중 항공기의 날개거동현상, 인체 내의 혈류이동현상 및 발전소 터빈의 진동현상 등을 예로 들 수 있다.

일반적으로 유체-구조 연계(FSI) 문제의 경우 외부공력 하중의 작용에 따라 구조변형이 발생되고, 이는 다시 공력 하중의 변화를 일으키게 되므로, 공기력 및 구조변형의 반복적인 계산을 수행하여야 한다. 이러한 연계문제를 해석하는 방법에 따라 강결합(strongly couple)과 약결합(loosely couple)로 구별되는데[1, 2] 강결합의 경우 공력과 구조의 방정식을 재구성하여 동시에 계산을 수행하여, 해의 안정성 및 정확도를 높일 수 있는 장점은 있으나 구현이 어렵다는 단점을 갖는다. 반면 약결합은 각각의 초기조건을 이용하여 해를 구하고, 이의 결과를 다음 해석을 위한 입력조건으로 사용한다.

약결합을 적용하는 경우 기존에 검증된 전산유체(CFD)프로그램과 전산구조(CSD)프로그램을 그대로 사용할 수 있으며, 다양한 문제에 적용할 수 있는 장점을 갖는다. 약결합 방식의 유체-구조 연계문제의 구성은 일반적으로 Fig. 1과 같이 표현된다[3].

계산의 효율성과 용이성을 위해 유체 해석의 경우 공간고정좌표계(Eulerian)를 사용하고, 구조 해석의 경우 물체고정좌표계(Lagrangian)를 사용하며, 계산의 정확도를 위해 필요로 하는 격자의 밀도도 서로 다르게 사용한다. 유체 해석은 외형에 작용하는 하중을, 구조해석은 구조물내부의 하중경로 해석을 목적으로 하며 각각의 결과를 다른 코드의 입력으로 사용하기 위해서는 구조변형을 유체모델에 반영하기 위한 보간과 유체해석 결과인 하중을 구조해석의 입력으로 사용할 수 있게 하기 위한 사상이 필수적이다[4, 5, 6].

전역지지(globally supported) 방사기저함수에 기초한 보간기법이 상용 소프트웨어인 MSC/Nastran 및 ZAERO[7]의 공탄성 해석에서 구조물 진동모드를 공력 절점으로 보간을 위하여 사용되고 있다. 그러나 이러한 방법은 해석 시 많은 시간 및 계산 메모리를 필요로 하여 거대 구조물에는 적용하기에 적절하지 않은 것으로 알려져 있다[8, 9]. 한편 이러한 문제를 해결하기 위하여 구조물을 다수의 구역으로 구분하거나 중첩법을 이용하는 방법을 사용하기도 한다[10, 11, 12].

본 연구에서는 전역지지 및 국부지지 방사기저함수를 이용한 보간 및 가상일의 원리를 적용한 사상을 단순한 3차원 형상에 적용하여 성능 및 특성을 검토하였다. 국부지지 방사기저함수에 공간분할 트리의 일종으로 빠른 공간 탐색을 가능하게 해주는 kd-tree를 사용하는 경우 효과적으로 거대 구조물의 FSI에도 보간 및 사상이 적용 가능함을 여객기 형상의 항공기 모형을 이용하여 제시하였다.

## II. 3차원 형상에서의 보간 및 사상 기법

### 2.1 방사기저함수(RBF)를 이용한 보간기법

$u$ 를 주어진 구조 절점  $\mathbf{x} = \{x_1, \dots, x_N\}$ 에서의 변위라 하고, 이를 유체 절점  $\mathbf{y} = \{y_1, \dots, y_M\}$ 으로 방사기저함수를 이용 보간할 때 데이터 보간은 유클리드 거리(Euclidean distance)와 가중치(weight)의 선형 조합으로 식 (1)과 같이 유도된다[13, 14].

$$s(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^N \alpha_j \Phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|) + p(\mathbf{x}) \quad (1)$$

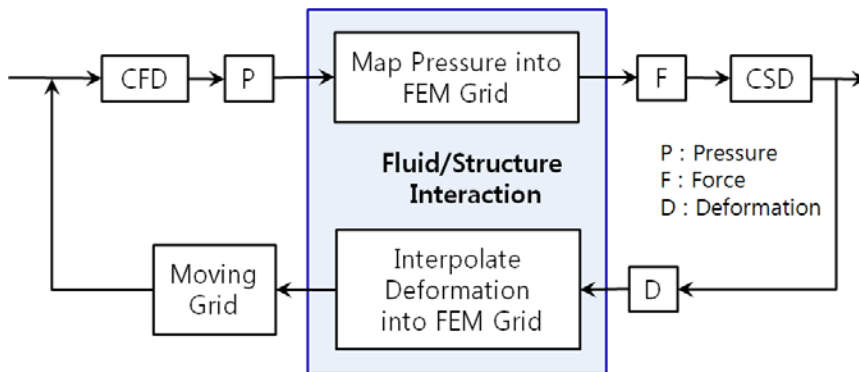


Fig. 1. Loosely coupled fluid-structure flow diagram[3]

여기서  $\Phi$ 는 방사기저함수로 양의 함수이며, 3차원에서 좌표를  $x, y, z$ 로 표현 할 때  $\sqrt{(x_i-x_j)^2+(y_i-y_j)^2+(z_i-z_j)^2}$ 이며,  $p$ 는  $k$ 차 다항식으로 식 (2)와 같이 표현된다.

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^k c_i p_i(\mathbf{x}) \quad (2)$$

이는 보간 정확도를 증대시키기는 역할을 하며, 공간상의 3차원 보간에서는

$$p(\mathbf{x}) = c_1 + c_2 x + c_3 y + c_4 z \quad (3)$$

로 표현된다.

식 (1),  $s(x_j) = u_j$ 는 미정계수 식으로 식의 해를 구하기 위해서는 추가 조건이 필요하며, 아래와 같은 직교성 조건을 고려한다.

$$\sum_{j=1}^N \alpha_j p(x_j) = 0 \quad (4)$$

식 (1)과 (4)에 의해

$$\begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [P] \\ [P]^T & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\alpha\} \\ \{c\} \end{Bmatrix} = [C] \begin{Bmatrix} \{\alpha\} \\ \{c\} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

로 표현되며, 3차원 보간을 고려하는 경우

$$A = \Phi(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|), \quad i, j = 1, \dots, N,$$

$$[P] = \begin{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix} & \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{Bmatrix} & \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{Bmatrix} & \begin{Bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_N \end{Bmatrix} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_N \end{Bmatrix}, \{\alpha\} = \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{Bmatrix}, \{c\} = \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix}$$

$\{0\} = zero$  (length 4),  $[0] = zero$  ( $4 \times 4$ )를 나타낸다. 따라서

$$\tilde{A} = \Phi(\|\mathbf{y}_i - \mathbf{x}_j\|), \quad i = 1, \dots, M, \quad j = 1, \dots, N \quad (7)$$

일 때

$$\begin{aligned} h &= [\tilde{A} \ P] \begin{bmatrix} [A] & [P] \\ [P]^T & [0] \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \\ &= [\tilde{A} \ P] [C]^{-1} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

와 같이 구조의 변형이 유체 절점의 변형으로 보 간된다.

한편 계산 행렬식이 커지면 수치적 불안정성이 발생하므로 이를 줄여주기 위하여  $A$  행렬에

대하여  $A + \lambda I$ 로 정규화(regularization)를 수행 [15] 하기도 하지만, 식 (8)에 표현되어 있듯 해를 구하기 위해 역행렬을 구해야 하며, 절점이 많은 큰 문제의 경우 긴 계산시간과 큰 메모리 용량으로 인해 역행렬을 구하는 것이 쉽지 않게 된다.

## 2.2 방사기저함수(RBF)의 선택

### 1) 전역 지지함수

기저함수는 국부지지 함수와 전역지지 함수로 구분되며[16] 대표적인 전역 지지함수로 아래의 함수에 대하여 고려하였다.

Table 1. Global supported function

RBF	Equation, $\Phi(\ \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\ )$
Thin plate(TPS)[7]	$(\ \mathbf{x}\ ^2) \log(\ \mathbf{x}\ ^2) / (16\pi D)$
Gaussian(GU)	$e^{-c^2 \ \mathbf{x}\ ^2}$
Multiquadratic(MQ)	$(c^2 + \ \mathbf{x}\ ^2)^{1/2}$

### 2) 국부지지 함수

Wendland[17]에 의해 도입된 3차원에 적용가능한 기저함수 중 평탄도(smoothness)가  $c^0, c^2$ 인 함수를 고려하였으며, 이는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \Phi(\|\mathbf{x}\|) &= (1 - \|\mathbf{x}\|)_+^2 \in c^0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \Phi(\|\mathbf{x}\|) &= (1 - \|\mathbf{x}\|)_+^4 \times (4\|\mathbf{x}\| + 1) \in c^2 \end{aligned} \quad (10)$$

식에서  $(\cdot)_+$ 는 양의 값인 경우 계산된 값, 음의 값이 되는 경우 영(zero)값을 사용함을 나타낸다.

효율적인 절점의 공간분할을 위하여 kd-tree를 사용하였다. kd-tree는 공간분할 트리의 일종으로 빠른 공간 탐색을 가능하게 해주는 자료구조로 가장 널리 사용되고 있는 방법 중 하나이다.[18] 사용된 라이브러리는 MCEF[19]에서 제공되는 자료를 사용하였다.

## 2.3 공력하중의 사상기법

공력격자에서 구해진 공력  $\{F_f\}$ 와 구조격자에 작용하는 등가하중  $\{F_s\}$ 의 관계에 가상 일의 원리(principle of virtual work)를 적용하여 구조격자에 작용하는 하중을 구할 수 있다.

식 (8)은 식 (11)과 같이 표현되고,

$$\{h\} = [G] \{u\} \quad (11)$$

식 (11)에 가상일의 원리를 적용하면 식 (12)로 표현되고

$$\{\delta h\}^T \{F_f\} = \{\delta u\}^T \{F_s\} \quad (12)$$

식 (11)을 식 (12)에 대입하고 정리하면

$$\{\delta u\}^T ([G]^T \{F_f\} - \{F_s\}) = 0 \quad (13)$$

윗 식에서 인위적인 가상변위에 대하여 항상 성립하기 위해서는 아래의 식 (14)를 만족하여야한다.

$$\{F_s\} = [G]^T \{F_f\} \quad (14)$$

식 (14)를 이용하여 공력격자에서 구한 공력하중을 구조격자의 하중으로 사상할 수 있다.

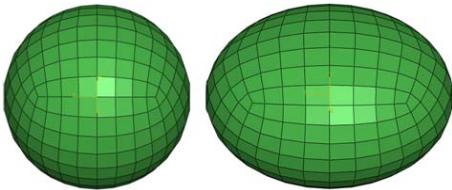
프로그램은 Matlab 소프트웨어를 이용하여 구현하였으며, 효과적인 계산을 위하여 함수 inv를 사용한 역행렬을 구하는 대신에 함수 \ (backslash)를 사용하여 계산시간을 빠르게 하였다.

모든 계산은 Core-2 Quad CPU(Q9300 @ 2.5GHz), 3.25GB RAM을 장착한 개인용 컴퓨터(PC)를 이용하였다.

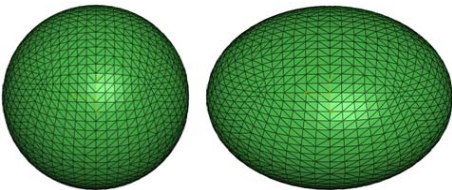
### III. 적용기법에 따른 성능 비교

#### 3.1 구 형상을 이용한 검토

보간 및 사상방법은 Matlab 소프트웨어를 이용하여 프로그래밍 하였다. 절점의 수가 적은 경우부터 많은 경우까지 3D 형상을 고려하기 위하여 Fig. 2와 같은 형상을 고려하였다. 형상의 크기는 구의 경우 각 축( $x, y, z$ )의 반경이 5m



(a) Original FEM Mesh (b) Deformed FEM Mesh



(c) Original CFD Mesh (d) Deformed CFD Mesh

Fig. 2. Sphere grids used for 3-dimensional interpolation

이며, 타원구의 경우 각 축의 반경이 각각 5, 4, 6m를 고려하였다.

4각 요소 386개 및 삼각요소 1,398개, 3,838개, 7,478개로 구성된 모델을 고려하였다. Fig. 2는 386개 및 1,398개의 절점으로 구성된 모델을 나타내며, 절점의 수가 적은 구조형상 (a)가 타원구 (b)로 변형될 때 조밀 절점을 갖는 공력모양 (c)가 보간기법에 의하여 변형된 형상 (d)를 표현하는지 검토하였다.

변형된 타원구모양 유체해석 절점에 임의의 크기, 임의의 방향의 하중이 절점에 작용하도록 하고 이의 하중이 변형된 구조 절점에 정확히 사상되는지에 대하여도 식 (14)를 이용하여 검토하였다.

Table 2는 검토 결과 중 386개의 절점을 갖는 모델이 변형되었을 때 7,478개의 절점을 갖는 유체 모델의 형상변화가 잘 반영되는지를 검토한 결과이다.

Table에 표현된 보간오차는 아래의 식 (15)와 같이 정의되었다. 변형된 형상은 실제 구조해석으로 구해진 것이 아니고 수치적으로 정의된 것이기 때문에 실제(exact)값이 있으며, 이를 사용하였다.

$$E_p(\%) = \frac{\sum_{i=1}^M (exact)_i - (predicted)_i}{\sum_{i=1}^M (exact)_i} \times 100 \quad (15)$$

사상에 대한 오차를 검토하기 위해 변형된 공력형상의 좌표를 각 축방향으로 작용하는 하중으로 고려하여 이를 구조형상에 사상하는 방법을 택하였으며, 공력형상의 각 좌표의 합을 사상된 값으로 빼서 차를 구하고 이를 공력형상의 각 좌표의 합으로 나누어 백분율로 표현되는 합력의 차( $E_{iF}$ )를 검토하였다. 또한 절점의 위치와 절점의 하중을 곱하여 표현되는 곱힘모멘트의 오차( $E_{iM}$ )를 식 (17)과 같이 검토하였다.

$$E_{iF}(\%) = \frac{\left( \sum_{j=1}^M f_j - \sum_{i=1}^N f_i \right)}{\sum_{j=1}^M f_j} \times 100 \quad (16)$$

$$E_{iM}(\%) = \quad (17)$$

$$\frac{\left( \sum_{j=1}^M (p_j \times f_j) - \sum_{i=1}^N (p_i \times f_i) \right)}{\sum_{j=1}^M (p_j \times f_j)} \times 100$$

**Table 2. Results of interpolation and mapping of sphere shape(386 × 7478)**

(unit : sec, %)

scheme		Interpolation		Mapping	
		time	error( $E_p$ )	time	error
TPS $\lambda = 6$ $D = 10^{60}$	$E_{tF}$	8.516	8.03e-13	0.109	5.46e-12
	$E_{tM}$				2.71e-13
GU ( $\varepsilon = 1$ )	$E_{tF}$	0.719	1.24e-11	0.109	4.35e-12
	$E_{tM}$				3.65e-13
MQ ( $c=0$ )	$E_{tF}$	1.235	6.36e-11	0.109	5.58e-12
	$E_{tM}$				2.82e-13
$c^0$	$E_{tF}$	0.125	8.74e-13	0.031	9.89e-13
	$E_{tM}$				2.35e-14
$c^2$	$E_{tF}$	0.157	1.08e-13	0.031	2.39e-13
	$E_{tM}$				3.53e-14

TPS의 경우  $\lambda$  및  $D$ 의 값에 따라 공력 격자로부터 사상되는 하층의 값이 다르게 표현되는 경향이 있었으며,  $\lambda$  및  $D$ 의 값이 커지는 경우 수렴하였다. 본 Table에는  $\lambda = 6$ ,  $D = 10^{60}$ 을 사용하였다. TPS의 경우 log 표현 때문에 프로그램 작성에 차이가 있었으며, 이에 따라 계산시간이 많이 소요된 것으로 실제적인 계산시간의 비교는 의미가 없는 것으로 판단된다.

국부지지 함수의 지지반경은 모두 1을 고려하였다. 고려된 단순형상의 결과에서 계산시간 및 정확도를 고려하는 경우 국부지지 함수가 성능이 우수한 것으로 표현된다.

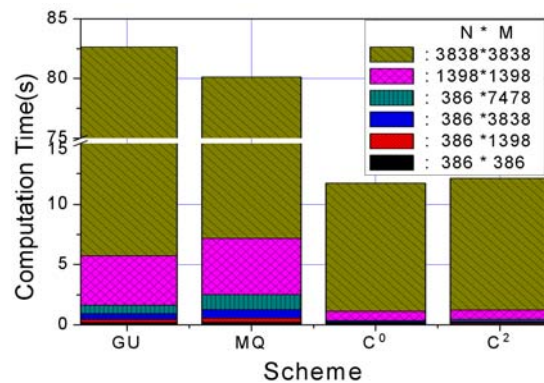
Table 3은  $c^0$  함수를 이용하여 계산 절점수에 따른 특성을 정리한 결과이다. 계산시간은 사상 시간보다 보간 시간이 많이 소요되고 있다. 정확도는 절점수로 나누어 결과를 도출하였기에 많은 수의 절점을 갖는 경우가 결과적으로 높은 정확도를 나타내고 있다. 전역지지 함수의 경우  $3,838 \times 3,838$ 개 이상의 절점부터 메모리 문제로 해를 구할 수 없었으며, 반면 국부지지 함수는  $7,433 \times 7,433$ 개 절점에 대해서도 해를 구할 수 있었다.

Fig. 3은 고려하였던 보간기법들의 계산 소요시간이 절점수에 따라 어떻게 변화되는지를 보여주고 있다. 고려된 절점은 항상 구조해석 절점보다 유체해석 절점이 같거나 많은 경우이며, 구조 절점의 수가 증가함에 따라 급격히 계산시간이 증가함을 보이고 있다. 전역 보간함수에 비해 국부지지 함수의 계산 시간이 적게 소요됨을 알 수

**Table 3. Results of interpolation and mapping of sphere shape using function of  $c^0$**

(unit : sec, %)

No. of Node(N × M)		Interpolation		Mapping	
		time	error	time	error
$386 \times 386$	$E_{tF}$	0.078	9.99e-07	0.015	8.49e-07
	$E_{tM}$				2.76e-14
$386 \times 1398$	$E_{tF}$	0.078	4.76e-13	0.031	6.02e-13
	$E_{tM}$				3.17e-14
$386 \times 3838$	$E_{tF}$	0.109	7.79e-13	0.31	5.88e-14
	$E_{tM}$				1.26e-13
$386 \times 7478$	$E_{tF}$	0.157	1.08e-13	0.031	2.39e-13
	$E_{tM}$				3.53e-14
$1398 \times 1398$	$E_{tF}$	0.797	5.83e-13	0.594	5.27e-13
	$E_{tM}$				3.17e-14
$1398 \times 3838$	$E_{tF}$	0.875	1.13e-12	0.594	1.06e-12
	$E_{tM}$				1.14e-14
$3838 \times 3838$	$E_{tF}$	10.875	2.11e-12	1.500	6.47e-13
	$E_{tM}$				4.94e-13
$3838 \times 7473$	$E_{tF}$	15.969	2.73e-12	1.531	2.10e-12
	$E_{tM}$				1.88e-13
$7433 \times 7473$	$E_{tF}$	125.64	4.50e-12	9.171	1.21e-11
	$E_{tM}$				2.71e-13



**Fig. 3. Performance of interpolation according to scheme and number of node**

있다. 전역 지지함수에 속하는 Gaussian과 Multi-quadratic 함수의 결과가 유사하며, 국부지지함수인  $c^0$ 와  $c^2$ 의 결과가 유사한 성능을 나타냄을 볼 수 있다.

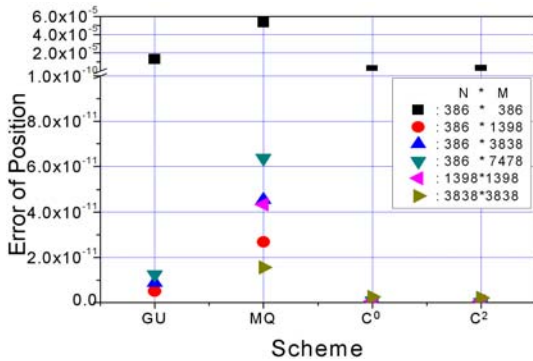


Fig. 4. Position error of interpolation according to scheme and number of node

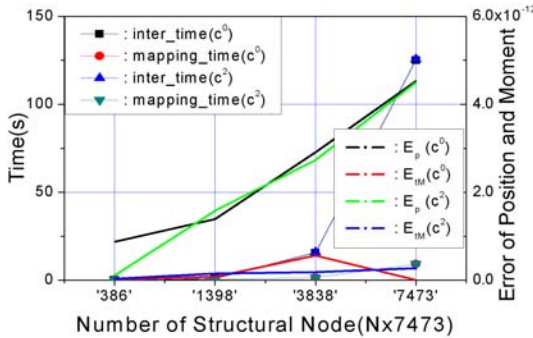


Fig. 5. Interpolation/mapping time and position/moment error to various structural node with 7,473 fluid node

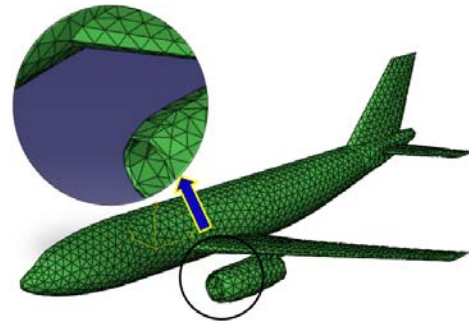
Fig. 4는 보간 기법 및 절점 수에 따른 오차를 검토한 결과이다. 국부지지함수인  $c^0$ 와  $c^2$ 의 결과에서 오차가 적음을 보이고 있으나, 오차의 크기가 전체적으로  $10^{-5}$ 에서  $10^{-14}$  정도로 공력 해석결과에 큰 영향을 미치지 못할 것으로 예상된다.

Fig. 5는 국부지지 함수( $c^0$ ,  $c^2$ )를 이용할 때 7,473개의 공력격자에 대하여 구조격자 수를 달리하면서 보간 및 사상 시 걸리는 시간과 결과로 얻어지는 위치 및 모멘트의 오차를 도시하였다. 결과에서 적은 수의 절점을 이용하는 경우가 계산시간, 정확도 측면에서 우수한 결과를 나타내었다. 이는 국부지지 함수를 이용하는 보간 문제에서 적은 수의 절점을 갖는 경우, 전체적으로 더 큰 비율의 절점을 고려하게 되고 따라서 정확도 측면에서 장점이 있는 것으로 판단된다. 지지함수의 반경을 절점수의 증가에 따라 증가시켜서 유사한 정확도를 얻을 수 있는 반면 계산시간이 증가하게 된다.

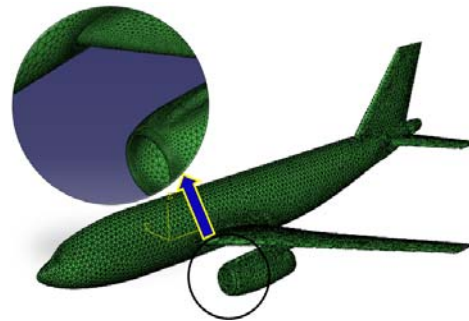
### 3.2 여객기 형상을 이용한 검토

단순 형상을 이용한 검토 결과 국부지지함수인  $c^0$ 와  $c^2$ 이 거대 구조물의 FSI 적용에 적절할 것으로 판단되었다.

거대구조물에 적용하여 특성을 파악하기 위해 Fig. 6과 같은 여객기 형상을 고려하였다. 기체의 길이는 45.13 m, wingspan은 43.90 m이다. 제작된 모델 표면의 절점 및 요소의 수는 아래 Table 4와 같다.



(a) FEM mesh(1,702 node)

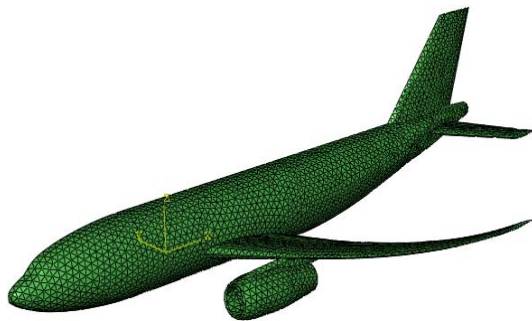


(b) CFD mesh(24,017 node)

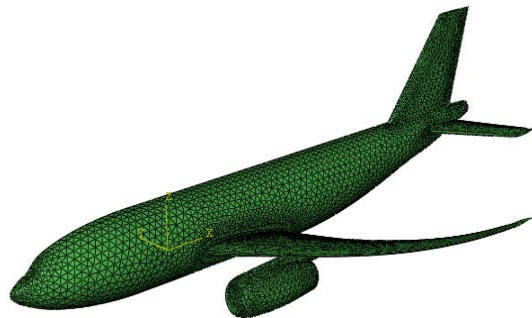
Fig. 6. Passenger aircraft model

Table 4. Considering case with number of node and size

Case		No. Node	No. Element	Remark (mesh size)
1	F	1,702	3,263	regular tri-element ( $\approx 0.75$ )
	E			
2	M	3,631	7,048	regular tri-element ( $\approx 0.50$ )
3	C	12,174	23,992	irregular tri-element (0.12 ~ 0.57)
	F			
4	D	24,017	47,488	irregular tri-element (0.064 ~ 0.45)



(a) Deformed FEM mesh(3,631 node)



(b) Interpolated CFD mesh(12,174 node)

Fig. 7. Interpolation Result

구조변형은  $z$ 좌표에 대하여 식  $z = z + y^4 \times 10^{-5}$ 를 이용하여 모사하였다. Fig. 7의 (a)는 3,631개의 균질 절점을 갖는 FEM모델이 변형된 형상이며,  $c^2$ 함수를 이용하여 12,174개의 비균질 절점 수를 갖는 CFD모델의 보간 결과는 Fig. 7의 (b)와 같다.

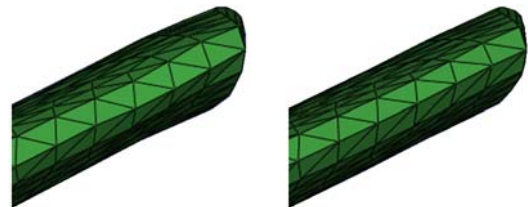
이때 지지반경은 3.3이었으며, 계산 시간은 309 초이고, 식 (15)에 의해 계산된 보간의 오차는 0.006%이었다.

Table 5는  $c^0$ 와  $c^2$ 를 사용하여 1,702개, 3,631개 절점을 갖는 FEM 모델의 변형형상을 각각 12,174개, 24,017개 절점으로 이루어진 CFD 형상으로 보간한 결과를 보이고 있다.

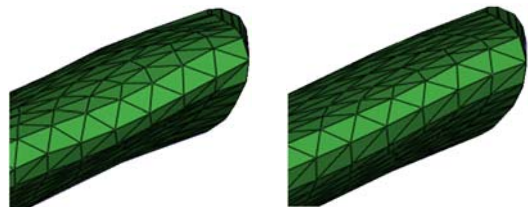
절점의 수가 증가되고, 형상이 복잡해지면서 보간 정확도가 많이 낮아짐을 나타내었다. 단순 형상에서  $c^0$ 함수를 이용하는 경우 성능면에서 우수한 것으로 파악되었으나, 복잡형상에서는  $c^2$ 함수가 계산 시간은 더 길리는 경향이 있지만 정확도가 높은 것으로 파악되었다. 지지반경을 증가 시킴에 따라 정확도는 증가되지만 계산시간이 많이 소요되며, kd-tree를 사용할 때 효율적인 행렬식의 계산은 가능하지만 절점수가 증가함에 따른 메모리 부족으로 계산이 멈추는 문제가 동일하게

Table 5. Results of interpolation error(%) and computing time(s) to support radius and node number

No. Node		1,702		3,631	
Support r		12,174	24,017	12,174	24,017
2.0	$c^0$	0.080	0.088	0.030	0.032
		20.172	38.422	109.38	192.73
	$c^2$	0.050	0.055	0.016	0.019
		0.050	39.484	108.19	192.61
2.5	$c^0$	0.056	0.062	0.022	0.025
		36.891	67.968	178.67	316.06
	$c^2$	0.034	0.037	0.010	0.013
		36.922	68.437	180.08	323.28
3.3	$c^0$	0.039	0.043	0.016	0.018
		60.672	115.77	305.59	537.69
	$c^2$	0.020	0.022	0.006	0.007
		63.813	117.16	309.98	548.83
5.0	$c^0$	0.025	0.027	0.011	-
		116.25	217.67	577.09	-
	$c^2$	0.009	0.010	0.003	-
		120.86	222.36	592.36	-
10.0	$c^0$	0.0126	-	-	-
		271.86	-	-	-
	$c^2$	0.003	-	-	$E_p$ (%)
		281.27	-	-	sec



(a)  $C^0$ , R=5m, 3631×12174 ( $E_p$  : 0.011%) (b)  $C^2$ , R=5m, 3631×12174 ( $E_p$  : 0.003%)



(c)  $C^0$ , R=3.3m, 3631×24017 ( $E_p$  : 0.018%) (d)  $C^2$ , R=3.3m, 3631×24017 ( $E_p$  : 0.007%)

Fig. 8. Interpolation Results with various RBF and node number

발생하였다. Table에 나타내지는 않았지만 식 (16) 및 (17)로 구한 오차는  $10^{-12}$ %를 갖고 있으

며, 10초 이내에 계산이 완료된다. Table의 결과에서 굵은 선으로 표현된 것으로 보간 오차( $E_p$ )가  $10^{-3}$ % 정도일 때 형상이 정상적으로 보간되는 것으로 나타났다. Fig. 8은 3,631개의 절점을 갖는 구조물의 변형을 12,174개 및 25,017개의 절점을 갖는 CFD 모델로 보간 결과를 도시한 결과이다. 본 연구에서 사용한 항공기 형상에서는 주 날개의 끝단부위에서 형상왜곡이 가장 크게 발생하였는데,  $c^2$ 함수를 이용한 계산결과의 오차가 적게 표현되어 형상 왜곡의 정도가 적게 발생함을 볼 수 있다.

#### IV. 고찰 및 결론

본 연구에서는 거대 구조물에 적용하기 위한 보간 및 사상기법으로, 전역지지 및 국부지지 방사기저 함수의 이용 가능성에 대하여 검토하였다. 절점수가 많은 경우 적은 경우와 달리 계산 시간 및 메모리 문제로 해를 구하지 못하는 경우도 발생하였다.

계산시간 및 사용 메모리 용량을 감소시키기 위한 방법으로 절점의 효율적인 계산관리를 위한 공간분할 기법인 kd-tree를 이용하여 국부지지 방사기저 함수를 적용하였다. 국부지지 방사기저 함수를 이용하는 경우 5배( $3,838 \times 3,838$  대비  $3,631 \times 24,017$ ) 이상 많은 절점을 갖는 형상에 대해서도 계산이 가능하였다. 문제의 크기 및 형상에 따라 국부지지함수들의 정확도 및 소요되는 계산 시간이 다르게 표현되었다.

효과적인 보간방법을 이용하여 어느 정도 많은 절점수를 갖는 문제를 해결하는 것이 가능하다 하여도, 복잡한 거대구조물의 경우 효과적인 보간법과 더불어 중첩기법이나 구역분할기법의 적용이 필요할 것으로 판단된다.

#### 참고문헌

- 1) K. Namkoong, H. G. Choi, and J. Y. Yoo, "Computation of Dynamic Fluid-Structure Interaction in Two-dimensional Laminar Flows using Combined Formulation", J. of Fluids and structures, vol 20, pp. 51~69, 2005.
- 2) S. K. Jung, H. A. Duong, Y. M. Lee, J. H. Lee, R. S. M. and T. H. Cho, "A Static Fluid-Structure Interaction Analysis System Based on the Navier-Stokes Equations for the Prediction of Aerodynamic Characteristics of Aircraft", KSAS International Journal, Vol.36, No. 6, pp. 532~540, 2008.

- 3) G. P. Guruswamy, "A Review of Numerical Fluid-Structures Interface Method for Computations Using High-Fidelity Equations", Comput Struct., Vol. 80, 2002, pp. 31~41

- 4) M. J. Smith and D. H. Hodges, "Evaluation of Computational Algorithms Suitable for Fluid-Structure Interactions", Journal of Aircraft, Vol. 37, No. 2, pp. 282~294, 2000.

- 5) M. H. L. Hounjet and J. J. Meijer, "Evaluation of Elastomechanical and Aerodynamic Data Transfer Methods for non-planar Configurations in Computational Aeroelastic Analysis", National Aerospace Laboratory, NLR-TP-95690, 1995.

- 6) J. H. Lee and J. H. Kwon, "A Study on the Interpolation Methods for the Fluid-Structure Interaction Analysis", Computational Fluid Dynamics Journal, Vol. 13, No. 1, pp. 41~48, 2008.

- 7) ZAERO(Engineers' Toolkit for Aeroelastic Solutions) Ver. 7.3, Theoretical Manual, ZONA Technology Inc., Section 6.0.

- 8) R. Ahrem, A. Becker, and H. Wendland, "A New Multivariate Interpolation Method for Large-Scale Spatial Coupling Problems in Aeroelasticity", International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics (IFASD) Germany, Vol. 4, ISBN 393218243X, 2005.

- 9) C. B. Allenand and T. C. S. Rendall, "Unified Approach to CFD-CSD Interpolation and Mesh Motion using Radial Basis Functions", AIAA 2007-3804, 25th AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2007.

- 10) R. Melville, "Nonlinear Simulation of F-16 Aeroelastic Instability", AIAA Paper 2001-0570, Jan. 2001.

- 11) D. H. Kim, H. J. Kwon, and I. Lee, "Virtual Flutter Test of a Full Configuration Aircraft with Pylon/External Stores", KSAS International Journal, Vol. 4, No. 1, pp. 34-44, May 2003.

- 12) D. H. Kim, Y. M. Park, I. Lee and O. J. Kwon, "Nonlinear Aeroelastic Computation of a Wing/Pylon/Finned-Store Using Parallel Computing", AIAA Journal, Vol. 43, No. 1, pp. 53-62, Jan. 2005.



13) R. Ahrem, A. Beckert and H. Wendland. "A New Multivariate Interpolation Method for Large-scale Spatial Coupling Problems in Aeroelasticity", Technical Report, Institut für Numerische und Angewandte Mathematik, Universität Göttingen, Lotzestr. 16-18, 37083 Göttingen, Germany, 2001.

14) A. Beckert and H. Wendland. "Multivariate Interpolation for Fluid-Structure Interaction Problems using Radial Basis Functions", Aerospace Science Technologies. Elsevier Scientific and Medical Editions. S1270-9638 (00) 01087-7/FLA, 2001.

15) G. Donato and S. Belongie, "Approximation Methods Thin Plate Spline Mappings and Principal Warps", ECCV, LNCS 2352, pp. 21 - 31, 2002.

16) A. de Boer, A. H. van Zuijlen and H.

Bijl, "Comparison of the Conservative and a Consistent Approach for the Coupling of Non-matching Meshes", European Conference on Computational Fluid Dynamics, pp. 1~19 , 2006.

17) H. Wendland, "Piecewise Polynomial, Positive Definite and Compactly Supported Radial Basis Functions of Minimal Degree", Adv. Comput. Math., Vol. 4, 389~396, 1995.

18) J. L. Bentley, "Multidimensional Binary Search Trees Used for Associative Searching", Communications of the ACM, pp. 509-517, 1975.

19) Matlab Central File Exchange, <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/4586>