

論文

침식효과를 고려한 고체 로켓 추진제의 비정상 연소에 관한 수치해석

이성남*, 백승욱*, 김경무**, 김윤곤**

Numerical Study on the Unsteady Solid Rocket Propellant Combustion with Erosive Burning

Sung Nam Lee*, Seung Wook Baek*, Kyung Moo Kim** and Yoon Gon Kim**

ABSTRACT

A numerical modelling was performed to predict unsteady combustion processes for the AP/HTPB/Al propellant in a solid rocket motor. Its results were compared with the experimental data. Temporal pressure development was found to match quite well with measured data. A change in propellant surface was traced using the moving grid. The propellant thickness change was also observed to confirm the erosive burning effect.

초 록

AP/HTPB/Al 연료를 사용하는 고체 로켓 모터에 대한 수치해석을 수행하였다. 그 결과는 실험 데이터와 비교하였다. 수치적으로 해석한 시간에 따른 연소실 압력 변화는 측정값과 잘 일치함을 확인할 수 있었다. 고체 추진제 표면의 변화는 이동 격자를 사용하여 추적하였다. 침식 현상을 확인하기 위해서 시간에 따른 추진제 두께의 변화를 확인하였다.

Key Words : Solid Rocket(고체로켓), Erosive Burning(침식연소), Moving Grid(이동격자), AUSM+

1. 서 론

고체로켓은 액체로켓에 비해 비추력이 낮고 한번 작동하면 제어하기 어려운 단점이 있지만 제작이 용이하고 발사가 빠르기 때문에 민간사업은 물론 군사적으로도 다양하게 응용되고 있다. 이에 고체로켓의 성능을 개선하기 위하여 많은 실험과 연구가 수행되어 오고 있다. 이번 연구에서는 고체 로켓 내부의 유동장과 연소장을 수치

적으로 해석하여 고체 추진제의 시간에 따른 변화와 함께 침식연소를 해석하였다. 지금까지는 대부분 고체로켓의 해석에 있어서 노즐과 연소실의 추진제를 동시에 해석하는 것은 격자 구성이 어렵고 계산이 복잡해지기 때문에 1차원을 가정하여 해석을 하거나 추진제가 연소실 벽면에만 존재한다고 가정하고 수치 계산을 실시하였다. 이러한 계산 방식은 결과를 쉽고 빠르게 예측할 수 있으나 추진제의 형상에 따른 연소실의 내부 유동/화염 전파를 정확히 해석할 수 없는 단점을 가지고 있다. 이에 본 연구에서는 예조건화된 Navier-Stokes[1],[2] 방정식과 이동 격자를 이용하여 추진제의 형상 변화를 확인하고 추진제의 길이/높이 비에 따른 연소실 압력변화와 침식연소 현상을 확인하였다.

† 2009년 3월 3일 접수 ~ 2009년 7월 29일 심사완료

* 정희원, KAIST 항공우주공학과
교신저자, E-mail : kirhi@kaist.ac.kr
대전 유성구 과학로 335번지

** 정희원, 국방과학연구소

II. 고체로켓의 해석

본 연구에서는 AP/HTPB/AL로 이루어진 고체 연료로 충전된 연소실과 노즐 내부에 대해서 해석을 하였다. 고체연료의 화학반응은 화학반응적으로 매우 복잡하고 연소중 생성되는 화학종들을 정확하게 파악하는 것은 매우 어렵기 때문에 간략화된 방법을 많이 이용한다. Beckstead et al[3]은 1차원에 대해 heterogenous propellant의 AP와 Binder에 대한 화염해석을 계산하였으며 Cazan and Menon[4]은 다차원에 대한 기상반응 및 표면에서의 반응을 해석하였다. 본 연구는 Cazan and Menon[4]에 나타난 식을 이용하되 화학종의 엔탈피는 AP/HTPB를 사용한 로켓의 해석이기에 Al을 고려하여 엔탈피를 수정하였다. 종전의 연구에서는 생성물의 heat of formation 이 -7.231 MJ/kg [4] 이었으나 본 연구에서는 -5.35 MJ/kg 으로 수정을 하여 실험값과 유사한 결과를 얻을 수 있었다. 실험에 사용된 추진제의 길이는 0.264 m 이며 web thickness 는 0.025 m 이다. 실험적으로 측정된 연소속도는 11.1 mm/s 이며 $a=0.023$, $n=0.43$ 이었다. 수치해석 단계는 우선 2차원 축대칭 고체로켓에 고체연료가 장착되어 있는 방식으로 해석을 실시하고, 노즐은 내삽형 노즐에 대해서 multi-block을 이용하여 계산을 하였다. 유동해석을 위해서는 Advective Upwind Splitting Method(AUSM)을 전 속도영역에서 가능하도록 변형된 AUSM+up[5]를 적용하였고 난류 모델로는 Shear Stress Transport (SST)[6] 난류모델을 적용시켰다. 고체로켓의 연구에서 추진제면을 포함하여 계산할 경우 격자 구성이 까다롭기 때문에 연소실 벽면에만 연료가 존재한다고 가정하여 계산을 하는 경우가 많았지만, 이번 연구에서는 multi-block을 사용하여 실제 로켓의 형상에 맞게 수치해석을 실시하였다. 그림 1은 이번 연구를 위한 격자 구성을 나타내고 있으며 2870개의 격자로 구성되어 있다.

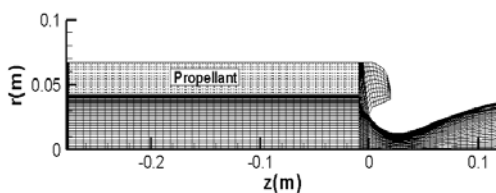


Fig. 1. 내삽형 노즐 해석 격자

III. 지배 방정식

3.1 2차원 축대칭

2차원 축대칭에 대해 예조건화된[1] 지배 방정식은 아래와 같다.

$$\Gamma \frac{\partial Q_v}{\partial t} + \frac{\partial(E - E_v)}{\partial z} + \frac{\partial(F - F_v)}{\partial r} = aH_s \quad (1)$$

$$Q_v = \{p, u, v, T, k, w, Y\}^T$$

Γ 는 지배 방정식을 예조건화 시키는 행렬이 되며 Q_v 는 원시변수를 의미한다. E, F 는 z, r 방향의 비점성 유속을 E_v, F_v 는 점성 유속을 의미한다. H_s 는 축대칭 소스항으로 $\alpha=1$ 이면 축대칭 0이면 2차원 문제를 의미한다. p 는 압력, u, v 는 z, r 방향의 속도를 T 는 온도, Y_i 는 화학종의 질량분율을 k, ω 는 난류 운동에너지와 난류 소산율을 나타낸다.

예조건화된 방정식은 연속방정식에서 시간의 밀도항이 압력 항으로 바뀌어서 비압축성의 경우에도 특이점이 없이 계산이 수월하며 압축성인 영역에서는 다시 밀도 항으로 바뀌어서 일반적인 압축성 방정식을 계산할 수가 있다.

시간에 대해서는 2차 정확도를 가진 전진 기법을 식 (1)에 적용하면 다음과 같다.

$$\left[\Gamma + \frac{3}{2} \frac{\Delta \tau}{\Delta t} \frac{\partial W}{\partial Q} \right] \Delta Q_v = \Delta \tau R^{(i-1)} + \frac{\Delta \tau}{2 \Delta t} [3W^{(i-1)} - 4W^n + W^{n-1}] \quad (2)$$

τ 는 가상의 시간을 t 는 물리적인 시간을 의미하며 R 는 잔류항을 W 는 일반적인 압축성 유동의 원시변수인 $W = \{\rho, \rho u, \rho v, \rho E, \rho k, \rho w, \rho Y\}^T$ 를 나타낸다. ρ 는 밀도를, E 는 total internal energy를 의미한다.

3.2 AUSM(+)-up

전 속도영역에서 비점성 유속항을 계산하기 위해 Liou[5]가 개발한 AUSM(+)-up[5]을 이용하여 격자 표면에서의 유속을 계산하였다.

$$m_{1/2} = a_{1/2} M_{1/2} \begin{cases} \rho_L \\ \rho_R \end{cases} \quad (3)$$

$$f_{1/2} = m_{1/2} \begin{cases} \vec{\phi}_L \\ \vec{\phi}_R \end{cases} + P_{1/2} \quad (4)$$

$$\vec{\phi} = (1u, v, H)^T$$

a 는 음속을 H 는 total enthalpy를 의미한다.

3.3 SST 난류모델

노즐 벽면근처와 내부 유동을 해석하기 위해 간단하면서도 자유류에 값에 민감도가 낮은 $\kappa\omega$ 와 $\kappa\epsilon$ 을 혼합한 SST[6] 모델을 사용하였다.

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho u k}{\partial z} + \frac{\partial \rho v k}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z}(\mu + \mu_t/\sigma_k) \frac{\partial k}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial r}(\mu + \mu_t/\sigma_k) \frac{\partial k}{\partial r} + H + S \quad (5)$$

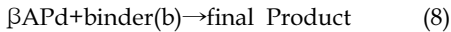
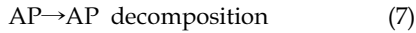
$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \omega}{\partial z} + \frac{\partial \rho v \omega}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial z}(\mu + \mu_t/\sigma_\omega) \frac{\partial \omega}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial r}(\mu + \mu_t/\sigma_\omega) \frac{\partial \omega}{\partial r} + H + S$$

$$\mu_t = 0.31 \rho k / MAX(0.31 \omega, \Omega F_2)$$

μ 와 μ_t 는 각 점성과 난류점성을 의미하며 H, S는 난류모델의 소산항을 나타낸다.

3.4 화학종 방정식

연소해석은 반응식 (9-10)에 대해서 Arrhenius 형태의 식 (11-12)로 찾아서 activation 에너지와 상수 값을 구하여 계산하였다[3].



$$R_1 = D_1 P_0^{n_1} [AP] \exp(-E_1/R_u T) \quad (9)$$

$$R_2 = D_2 P_0^{n_2} [APd][b] \exp(-E_2/R_u T) \quad (10)$$

3.5 물성치

기체상의 열전도도, 점성, 확산계수는 Chapman-Enskog 의 이론에 따라 계산하였다. 비열과 엔탈피는 Cazan and Menon[4]의 값을 이용하여 계산하였다.

Table 1. Property of AP/HTPB[4]

Parameters	Values
n_1	1
n_2	1
E_1/R_u	8.E3K
E_2/R_u	1.1E4K
D_1	2.234E7×(P(atm))
D_2	1.105E7×(P(atm))
β	8

혼합물에 대한 물성치는 점성은 Wilke[7]의 방식을 이용하였으며 열전도도는 Mathur et al.[8]의 방식을 이용하여 계산하였다.

예조건화 행렬에 대해서 유동장, 연소장, 난류장의 방정식을 한 번에 계산하는 것은 많은 계산 시간을 요하기 때문에 3개의 방정식으로 나누어서 semi-implicit 방식으로 해석을 하였다. 계산에 사용된 물성치는 표 1과 같다[4].

3.6 경계조건

노즐 벽면에서는 아래의 no-slip 경계조건을 사용하였으며 축에서는 축대칭 조건을 사용하였다.

$$\frac{\partial P}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad u = 0, \quad v = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial P}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n} = 0, \quad v = 0 \quad (12)$$

추진제 표면에서 경계 조건은 아래와 같다.

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0.5 \rho \frac{\partial v^2}{\partial y}, \quad u = 0, \quad v = \rho_s r_b / \rho_g \quad (13)$$

$$(\rho v Y_i)_g - \rho_s r_b v Y_{i,s} - (\rho D \frac{\partial Y_i}{\partial r})_g = 0 \quad (14)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial y_s} = \lambda \frac{\partial T}{\partial y_g} + \dot{m} Q \quad (15)$$

ρ_s 는 추진제의 밀도를 λ 는 열전도도를 의미한다. D는 확산계수를 의미하며 Q는 추진제 표면에서 열 발생량을 나타낸다.

난류 경계조건 축과 출구에서의 κ, ω, μ_t 는 외삽으로 계산하였으며 벽면에서의 κ 와 $\mu_t=0$ 으로 ω 는 아래의 계산으로 결정하였다.

$$w = 60 \mu / \rho / 0.075 / d^2 \quad (16)$$

여기서 d는 벽면에서 다음 격자까지의 거리를 의미한다.

IV. 연구 결과

고체 로켓 추진제의 표면이 시간에 따라 변하는 과정을 2차원 축대칭로 묘사하였다. 초기 조건은 대기압과 대기온도를 적용하였으며 벽면은 no-slip, 단일조건을 출구는 아음속일 경우 대기압으로 고정하며 초음속일 경우 내삽 하였다. 초기 고체 연료를 점화시키기 위해 10기압, 2500K의 기체를 연소실에 존재하게 하여 표면반응을

일으키도록 하였다. 추진제 표면은 질량보존식과 에너지 보존식을 이용하여 온도와, 화학종을 결정하였으며, 압력은 momentum balance를 이용하여 계산하였다. 연소속도는 침식연소를 고려하면 아래와 같이 표현된다.

$$r = ap^n + \alpha \frac{G^{0.8}}{L^{0.2}} e^{-\frac{\beta r_i \rho_c}{G}} \quad (17)$$

침식 연소는 Lenoir and Robillard [9]을 이용하여 계산하였다. 위의 침식 연소를 고려하여 추진제 표면에서의 각 격자점에서 $dr=dt \times r$ 을 이용하여 다음 시간에서의 격자점의 위치를 계산하고 격자를 재생성하여 추진제의 연소를 해석하였다.

그림 2, 3에서와 같이 수치 계산한 결과는 실험적으로 측정된 압력과 추력을[10] 비교해 보았을 때 압력은 상당히 잘 맞는 결과를 보여주고 있다. 다만 추력의 경우 실험보다 낮게 나타나는 것을 확인할 수 있는데 이는 알미늄 입자에 대한 momentum 효과를 고려하지 않은 결과로 생각된다.

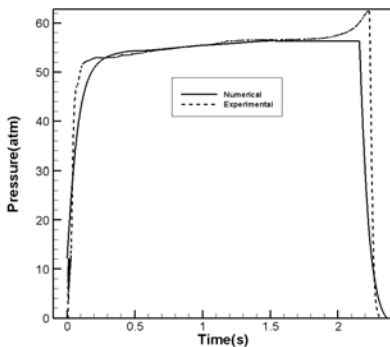


Fig. 2. 시간에 따른 연소실 압력변화

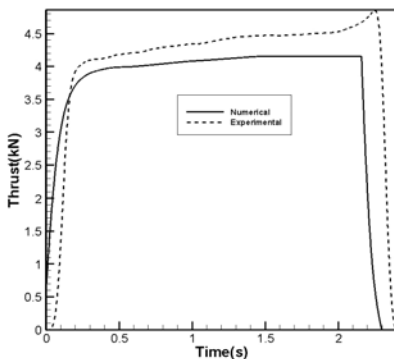
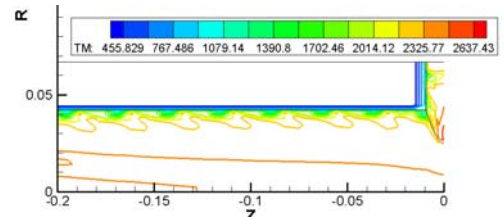
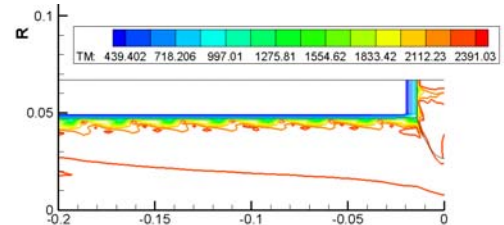


Fig. 3. 시간에 따른 추력 변화

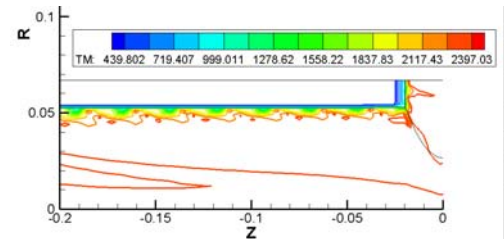
다음의 그림 4에서는 시간에 따른 변화를 확인하기 위해 온도분포와 추진제 두께 변화를 살펴보았다.



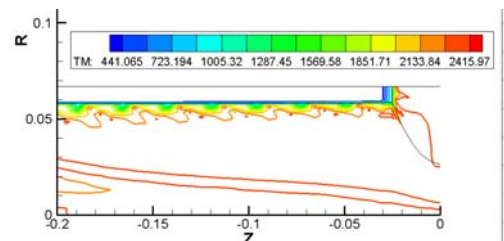
(a) 0.02초의 온도 및 추진제



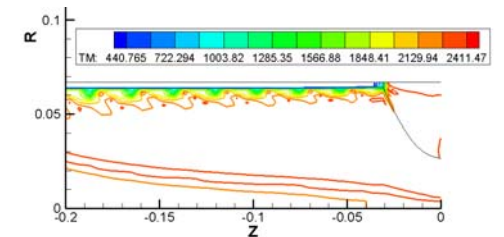
(b) 0.5초의 온도 및 추진제



(c) 1.0초의 온도 및 추진제



(d) 1.5초의 온도 및 추진제



(e) 2.0초의 온도 및 추진제

Fig. 4. 시간에 따른 온도와 추진제 두께 변화

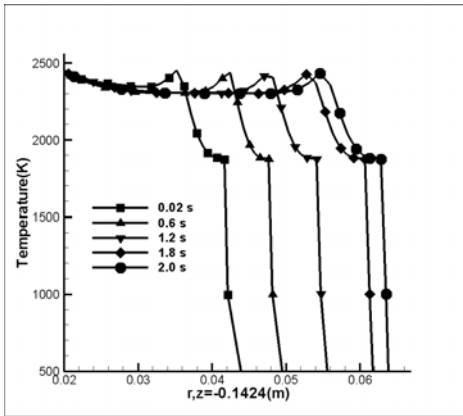


Fig. 5. 축방향의 온도 분포(연소실+추진제)

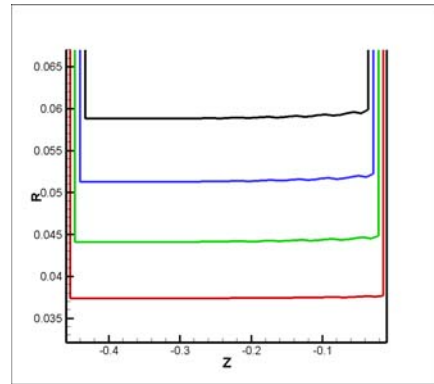


Fig. 6. 추진제 높이 변화

Table 2. 추진제의 길이에 따른 비율

Case	높이	길이	L/H
1	35mm	200mm	5.714
2	35mm	250mm	7.143
3	35mm	300mm	8.571
4	35mm	350mm	10.000
5	35mm	400mm	11.429
6	35mm	450mm	12.857
7	35mm	500mm	14.286
8	25mm	264mm	10.56
9	25mm	300mm	12

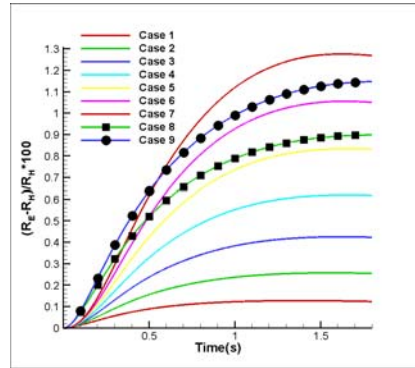


Fig. 7. 시간에 따른 추진제 높이 변화

시간에 따른 추진제 두께, 온도 변화와 함께 노즐내에서의 온도 변화도 잘 나타나있다. 추진제의 길이가 짧아 침식연소는 구체적으로 나타나지는 않는다.

그림 5는 $z = -0.1424$ m 에서의 시간에 따른 고체 추진제의 열전도를 고려한 연소실과 추진제 내부의 온도 분포를 나타내고 있다.

침식연소를 규명하기 위하여 추진제의 길이와 높이비에 따른 수치 계산을 표 2와 같이 수행하였다.

그림 6은 추진제의 시작 부분과 끝부분에서 시간에 따른 높이변화를 보여주며 침식연소로 인해 끝부분에서 더 빨리 추진제가 줄어드는 것을 확인할 수 있다. 그림 7을 보면 좀 더 정확히 침식효과를 알 수 있다. 그림 7은 추진제의 시작 부분과 끝 부분의 시간에 따른 높이의 차이를 나타내고 있다. X축은 시간을 나타내며 Y축은 (끝의 높이-시작 부분 높이)/시작 부분 높이를 %로 나타내고 있다. 추진제가 짧으면 추진제 처음과 끝단이 거의 동일하게 변화하지만 길이가 길어질수록 차이가 나타나게 된다. case 8, 9의 경우가

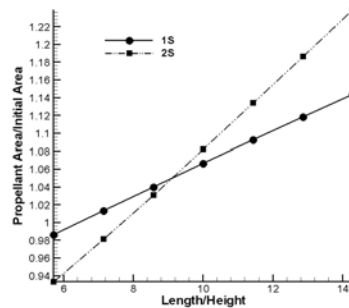


Fig. 8. L/H에 따른 연소 면적

case 5-6 경우와 비슷함을 확인하였을 때 침식효과를 추진제의 길이와 높이비(L/H)가 약 9 이상이 되었을 때 침식효과를 잘 보여준다고 할 수 있다.

시간에 따른 추진제 면적의 변화는 그림 8에 나타나 있다. 그림 8은 L/H에 따른 모타의 점화 후 1초와 2초일때의 추진제의 연소면적을 보여주고 있다. 그림 9에서 Case 4-7은 추진제 면적이

참고문헌

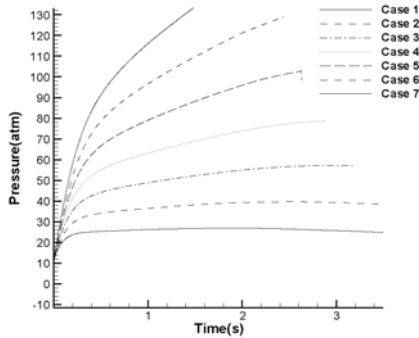


Fig. 9. L/H에 따른 압력변화

점점 증가하여 연소실 압력이 계속 증가하는 것을 보여주고 있다. L/H가 9정도 일때는 시간이 지나도 면적이 일정하게 유지되는 반면 그 이하는 그림 9에서와 같이 압력이 감소하는 regressive 연소가 일어나며 그 이상의 경우 압력이 계속 증가하는 progressive 연소가 일어나게 된다.

V. 결 론

본 연구에서는 고체 로켓 연소실내의 현상을 수치해석하여 압력변화와 추력 결과를 실험치와 비교 검증한 후 침식연소 현상을 시간에 따라 해석하였다. 연소실의 압력 및 온도 변화, 화학종 분포 그리고 노즐에서의 속도 분포 등을 정확하게 묘사하기 위해서 이동격자를 사용하여 시간에 따른 추진체 연소를 해석하였다. 추진체의 L/H 비에 따라 침식연소 현상의 정도가 달라지는 것을 확인하였다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소 지원에 의한 연구 결과로 지원에 감사드립니다.

1) Weiss, M. and Smith, W. A., "Preconditioning Applied to Variable and Constant Density Time-Accurate Flows on Unstructured Meshes.", *AIAA paper* 94-2209. 1994.

2) 고현, 강신재, 윤웅섭, "예조건화를 이용한 모든 마하수 유동장 계산.", *항공우주학회 학술발표회 논문집*, 29~34, 1998.

3) Beckstead, M. W., Derr, R.L., and Price, C. F., "A Model of Composite Solid-Propellant Combustion Based on Multiple Flames", *AIAA Journal*, Vol. 8, No. 12, 1970, pp. 2200-2207.

4) Cazan, R. and Menon, S. "Direct Numerical Simulation of Sandwich and Random-Packed Propellant Combustion", *AIAA* ,2003, 2003-5082.

5) Liou, M. S. , "A sequel to AUSM, Part II: AUSM+ -up for All Speeds", *J. Computational Physics*, 214, 2006, 137-170.

6) Park, S. H. and Kwon, J. H. "Implementation of k-w Turbulence Models in an Implicit Multigrid Method.", *AIAA Journal*, Vol. 42, No. 7, 2004.

7) Wilke, C. R. , "A Viscosity Equation for Gas Mixtures", *Journal of Chemical Physics* 18, 1950, 517~519.

8) Mathur, S., Tondon, P. K. and Saxena, S. C., "Thermal conductivity of binary, ternary and quaternary mixtures of rare gases", *Molecular Physics* 12, 1967, 569~579.

9) Lenoir, J. M. and Robillard, G. "A Mathematical Model to Predict Effects of Erosive Burning in Solid Propellant Rockets", *Proceedings of the 6th International Symposium on Combustion*, Reinhold, New York, 1957, 663-667.

10) Kim, K. M., Interim report in ADD, ADDR-S416-08121, 2008.