論文

덕트 형상 연소기의 연소불안정에 대한 Semi-Active Control

송재천*, 송진관*, 황정재*, 윤영빈**, 이종근***

A Semi-Active Control of the Combustion Instability in a Ducted Premixed Flame

Jae-Cheon Song*, Jin-Kwan Song*, Jeong-Jae Hwang*, Young-Bin Yoon** and Jong-Guen Lee***

ABSTRACT

Combustion Instabilities are caused by a coupling between acoustic waves and unsteady heat release. They can be eliminated using passive controller such as a Helmholtz resonator. But, Helmholtz resonator is normally only effective over a narrow frequency range. In this work, Helmholtz resonator is applied for reducing the combustion oscillations and we vary the Helmholtz resonator volume using piston in oder to tune in the wide range of operating conditions. As the result, it is found that the dominant combustion oscillations can be largely reduced by optimizing the size of resonator volume. And, interesting relation for phase difference of dynamic pressure both combustor and the helmholtz resonator are presented in this paper. Also, we investigate semi-active control using Helmholtz equation and phase difference.

초 록

연소불안정현상은 주로 음향파와 열방출률 섭동간의 상호작용에 의해 발생한다고 알려져 있다. 이러한 현상은 헬름홀츠 공진기와 같은 수동제어기를 사용하여 감소시킬 수 있다. 그러나 헬름홀츠 공진기는 일반적으로 좁은 주파수대역에 대해서만 효과가 있는 단점을 가진다. 따라서 본 연구에서는 다양한 작동 범위에서 효과를 가질 수 있도록 피스톤을 사용하여 헬름홀츠 공진기의 부피를 변화시켜가며 연소불안정현상에 적용하였다. 그 결과 피스톤을 최적 위치인 40mm에 동조시킴으로써 연소 불안정 모드의 진폭을 크게 감소시킬 수 있었다. 그리고, 연소기와 헬름홀츠 공진기 사이의 동압의 위상차가 흥미로운 관계에 있음을 나타내었다. 또한 헬름홀츠 공진식과 위상차를 이용한 능동적으로 동조되는 수동제어방식에 대해 알아보았다.

Key Words : Combustion Instability(연소불안정), Helmholtz Resonator(헬름홀츠 공진기), Phase Difference(위상차), Tuning Frequency(동조 주파수), Semi-active Control(능동적 동조방식의 수동제어), Helmholtz Equation(헬름홀츠 공진식)

Ⅰ. 서 론

연소불안정 현상은 열방출률 섭동과 연소실 내부에서 전파하는 음향파(acoustic wave)와의 상호작용으로 발생한다[1,2]. 이러한 상호작용으로 인해 음향파의 진폭을 어느 한도 이상으로 증

† 2009년 8월 27일 접수 ~ 2009년 10월 27일 심사완료
* 정회원, 서울대학교 기계항공공학부 대학원
** 정회원, 서울대학교 기계항공공학부
교신저자, E-mail : ybyoon@snu.ac.kr
서울특별시 관악구 대학동 서울대학교 신공학관
*** 정회원, The Pennsylvania State University

폭시키게 되면 과도한 열전달로 인한 엔진의 손상이나 구조적인 문제점을 야기하게 된다[3,4].

일반적으로, 연소불안정 현상을 제어하는 방식은 크게 능동제어와 수동제어 방식으로 나뉜다. 그러나 이러한 제어방법에는 장점뿐만 아니라 치명적인 단점을 가지고 있다. 예를 들자면 수동제어방식은 좁은 주파수대역에서만 효과가 있고, 작동영역의 변화가 생기면 이에 따라 효과가 불분명한 단점을 가지게 된다[5]. 또한 능동제어방식은 부적절한 제어(In-phase 상태)가 되면 시스템을 더욱 더 불안정하게 할 수 있고, 연소불안정 주파수의 time-scale 차원과 같은 actuator의 빠른 반응을 요구하기 때문에 결국 제어의 성공여부는 actuator의 빠른 응답성이 필수적이므로, 기계적 관성이 문제가 될 수 있다[2]. 이에 따라 최근에도 실 연소기 적용에 대한 많은 연구과 검증이 계속 진행되고 있다.

위의 두 방식과는 달리 semi-active control은 작동영역의 변화에 따라 헬름홀츠 공진기와 같은 수동제어기구의 변수를 조정하여 연소불안정 모드에 동조시켜 연소불안정을 제어하는 방식이다. 동조라는 특징적인 방법으로 전형적인 수동제어방식의 단점을 극복할 수 있고, 일반적으로 연소불안정이 발생하는 time-scale보다 훨씬 느린 작동환경 변화의 time-scale만큼의 actuation이 필요하게 됨에 따라 요구되는 actuation의 양은 작게 되고, 이는 능동제어방식보다 나은 장점이라 말할 수 있다. 결국 semi-active control은 능동제어와 수동제어의 많은 장점을 결합한 접근방법이라 할 수 있다. 이러한 제어방법은 주로 내연기관과 항공기 엔진 흡입구, 배기 덕트나 구조물 또는 환풍기 등에서 발생하는 소음이나 진동을 제어하는 방법으로 이전에 많은 연구가 있어 왔다[6,7]. 이는 거의 고정적인 음향모드에 의해 외란이 발생하고, 환경적인 변화에 의해서 발생되는 주파수범위가 넓지 않으므로 수동이나 능동제어 방식보다 훨씬 효용성이 높다고 판단되었기 때문이다. 최근에는 항공용 추진기관 엔진이나 산업용 가스터빈에서 발생할 수 있는 연소 불안정 제어에도 연구가 진행되고 있는 실정이다[8,9,10].

대표적으로 De Bedout et al.[7]는 덕트 형상에서 헬름홀츠 공진기 부피를 변화시켜가며 능동적 소음제어 연구를 수행하였다. 음압의 기울기에 기초한 제어기법을 사용하여 최대 30dB의 소음저감을 이루어냈다.

Yamanaka et al.[8]는 모형 가스터빈 연소기에서 2개의 헬름홀츠 공진기의 부피를 변화시켜가며, 연소불안정 주파수의 진동을 크게 억제할 수 있음을 확인하였다.

Dan Zhao et al.[9]는 리케튜브에서 헬름홀츠 공진기를 사용하여 다중의 연소불안정 모드를 감소시키는 연구를 진행하였다. 특히 공진기 오리피스 면적을 변화시켜가며 동조주파수를 변화시켰고, 수치적인 해석을 통하여 실험값과 비교하였다.

그러나 거의 대부분의 경우에서 증폭 또는 감소 메카니즘을 가진 연소불안정현상을 일정강도의 스피커 가진으로 대체한 음향실험이 주류를 이루었고, 또한 1차원 헬름홀츠 공진식과 동압의 크기를 사용한 제어기법들이 주로 사용되었다[7,8,9]. 따라서 실제 연소장에서 발생되는 비정상상태의 다중 음향모드에 대하여 위상차(phase difference)를 이용한 제어기법을 도입하여 살펴볼 것이고, 동압의 크기와 헬름홀츠 공진식에 기초한 제어기법의 문제점에 대하여 고찰하고자 한다.

II. 본 론

2.1 실험장치 및 방법

연소기는 주로 고속 램제트 엔진이나 애프터버너 등의 형상에 사용되는 덕트 형상을 가진다.

실험장치는 크게 가열부, 혼합부, 연소기 및 연장 덕트, 배기부로 구성되어 있다. Figure 1과 같이 압축기로부터 공급된 공기는 축열식 전기히터에서 400~410K으로 가열되어, 음향학적 경계역할을 하는 상단 오리피스를 통과한다. 상단으로부터 520mm되는 지점에서 연료로 사용된 LNG 가스가 수직 분무되어 혼합된다. 이어 혼합기는 연소기에 도달하여 토치식 점화기(H_2+air)를 통해 점화되어, Vee-gutter 형태의 보염기에 화염이 안정화되어 연소하게 된다.

연소기에는 점화기, 보염기, 가시화창, 동압센서, 온도센서 등이 장착되어 있다. 연소 후의 가스는 소닉 노즐을 거쳐 배기부를 통하여 배출된다. 또한, 연소기 길이별로 여러 개의 동압센서를 장착하여 동시측정 결과에서 가장 큰 압력파가 발생하는 위치를 anti-node지점이라고 칭했다.

헬름홀츠 공진기는 연소시 주로 발생하는 1/4 파장 모드의 anti-node(상단오리피스 부근)지점으로 예상되는 위치(630mm)에 하나가 장착되었다.

사용된 헬름홀츠 공진기의 형상은 Fig. 2로, 동조주파수 f_t에 관한 헬름홀츠 방정식은 식 (1)로 나타나게 된다[11].

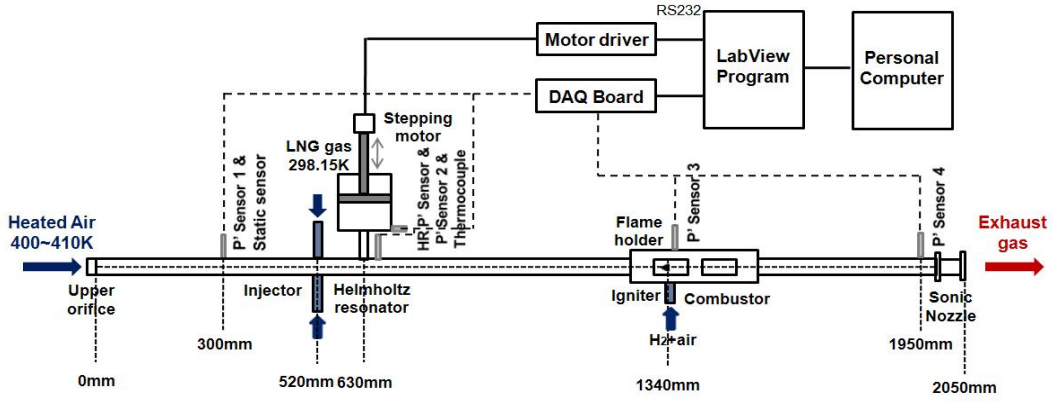


Fig. 1. Experimental apparatus with combustion

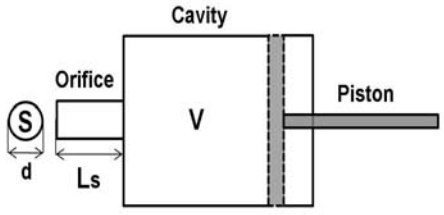


Fig. 2. Schematic of Helmholtz resonator with a movable piston

여기서 c는 오리피스 내 유체의 음속, S는 오리피스 단면적, V는 공동의 체적, L_S는 오리피스의 길이와 질량보정인자의 합으로서 근사적으로 L+0.85d(d는 오리피스 직경)으로 나타낼 수 있다.

$$\text{Helmholtz equation}: f_t = \frac{c}{2\pi}\sqrt{\frac{S}{VL_S}} \qquad (1)$$

물리적으로는 연소실내의 음향파가 오리피스를 통해서 공진기 안으로 들어오면 입사파의 파형에 대한 새로운 역상 형태의 진동으로 변한 반사파가 나오게 되고, 특정 주파수에 대한 위상변이가 발생하여 연소기안의 특정 음향파를 소멸하는 것으로 알려져 있다[5].

공진기의 체적변화는 랩뷰 프로그램의 입력신호를 모터 드라이버(Sigma Koki, SHOT- 602)를 거쳐 스텝 모터(Autonics, A8K-S566)에 인가함으로써 이루어지게 된다. 이 때 스텝모터는 플렉시블 커플링에 결합하여 피스톤을 움직이게 한다. 또한 공진기의 내부공간이 없도록 피스톤을 최대로 밀어 넣었을 때를 기준 위치(0mm)로 정한다.

동압센서는 상단오리피스(P′ sensor 1), 헬름홀츠 공진기(P′ sensor 2), 보염기(P′ sensor 3), 소닉 노즐 부근(P′ sensor 4)과 공진기내부(HR P′ sensor)에 장착하였고, 주로 anti-node지점에 위치한 P′ sensor 1에 의하여 분석을 시행하였다.

그 밖의 헬름홀츠 공진기의 형상과 실험장치의 특징과 실험조건은 Table 1, 2, 3과 같다.

Table 1. Geometry of Helmholtz resonator

Geometry	Dimension (mm)
Orifice diameter (d)	10
Orifice length (Ls)	80
Resonator diameter (D)	125.4
Resonator length (L)	from 5 to 140

Table 2. Features of experimental apparatus

Features	Value
Upper orifice cross section	40 × 5 mm
Fuel injection type	Transverse injection
Combustor cross section	40 × 40 mm
Flame holder type	12 mm Vee-gutter
Nozzle blockage ratio	0.6
Quartz glass size	80 × 40 × 20 mm
Helmholtz resonator sealing	Viton rubber O-ring

Table 3. Experimental conditions

Conditions	Value
Inlet air mass flow rate	24.97 g/s
Inlet air temperature	405 ± 5 K
Inlet air speed	17.9 m/s
Inlet air Reynolds No.	26,595 ~ 27,071
Fuel	LNG gas
Combustion pressure	101.325 KPa
Combustion mean temp.	1180 K
Equivalence ratio (ϕ)	0.67

2.2 음향실험

기본적으로 정밀한 헬름홀츠 공진기의 동조를 위해서 발생하는 음향모드와 상온에서 1차원 가정을 통해 전개된 헬름홀츠 공진식인 식 (1)의 오차를 검증해 볼 필요성이 있다. 따라서 상단오리피스의 음향학적 경계를 통해 1/4파장 모드(quarter-wave mode)의 연소불안정이 발생한다고 가정하여 한쪽 경계를 닫고, 음향실험을 시행하였다. Figure 3에서 볼 수 있듯이 연소기 길이에 따라 동압을 동시 측정해보면, 1/4파장 모드가 발생되는 것을 검증 할 수 있다.

Figure 4에서는 서브우퍼스피커를 사용하여 20 ~ 120Hz의 주파수 이동을 통해 연소기의 공진주파수가 41Hz가 됨을 확인하였다. 이것은 음향학적으로 1/4파장 모드(quarter-wave mode)의 이론적 공진 주파수 식 (2)를 통해 도출된 41.5Hz와 거의 일치함을 알 수 있다[11].

$$f_0 = \frac{(2n-1)c}{4L},\ n = 1,2,3... \qquad (2)$$

c = 340m/s, L = 2.05m

다음으로 공진기의 체적을 변화시켜 다양한 동조 주파수에 대한 주파수 응답을 구하였다. 이를 통해 동조 주파수가 공진주파수에 근접함에 따라 모드분할 현상이 나타남을 알 수 있다. 이는 에너지의 비대칭성에서 비롯되어 일반적으로 음향학적 댐퍼를 사용할 경우 흔히 나타나는 결과라고 알려져 있다[12].

여기서 주목할만한 점은 이러한 모드분할 현상으로 인한 최소 동압위치가 이론적인 헬름홀츠 공진기의 동조 주파수와 거의 일치한다는 것이다. 이러한 방법을 통하여 이론적 헬름홀츠 공진식과 최소동압지점을 비교한 결과가 Fig. 5이다. 비록 1차원가정에서 유도된 식이지만 상온에서 2%내외의 매우 정확한 측정 결과를 나타내었다.

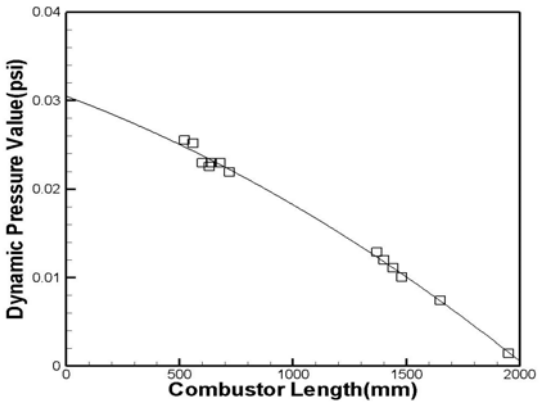


Fig. 3. Dynamic pressure level according to combustor length

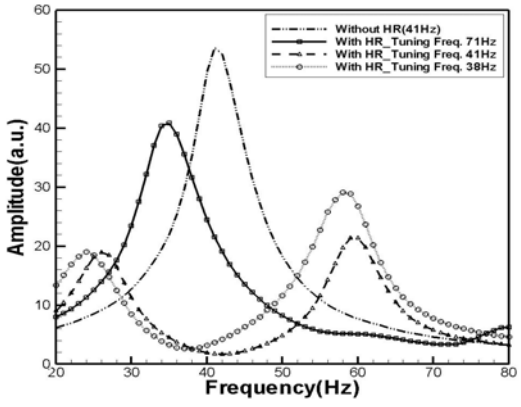


Fig. 4. Frequency response of quarter-wave mode damping according to piston position

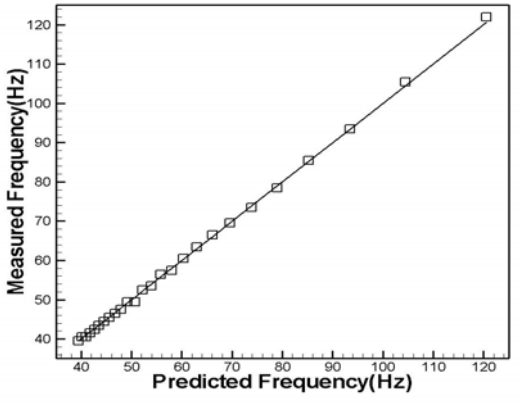


Fig. 5. Difference with measured frequency and predicted frequency

2.3 연소실험

음향실험의 결과를 토대로 LNG 연소시에 기본적인 헬름홀츠 공진기의 응답과 감쇠 특성에 대하여 살펴보았다.

Figure 6는 P′ sensor 1로 글로벌 당량비에 따른 연소실의 동압을 측정한 결과이다. 일반적으로 연소불안정 영역에 대한 정의는 아직 여러 의견이 분분하다. 하지만 통상적으로 실 가스터빈 엔진에서는 연소압의 2% 섭동을 기준으로 연소불안정을 판단하고 있고, 실험을 진행한 연소기에서도 2% 이상의 압력 섭동시에는 속도 섭동을 유발하여 유동속도와 화염전파속도간의 상대적인 속도차이가 발생하게 된다[5]. 그에 따라 가시 화염이 flashback되는 것처럼 보이게 되고, 이는 연소가 불안정한 상태라고 판단할 수 있는 근거가 된다. 이에 따라 연소의 안정과 불안정 상태를 구분 짓기 위한 경계선을 Fig. 6에 수평방향의 점선으로 표시하였다. 이것으로부터, 전 당량비 영역에서 연소불안정 현상이 발생함을 알 수 있다. 특히 flammability 근처의 당량비 0.67에서는 상대적인 희박 연소 영역으로, 매우 높은 연소불안정현상이 발생함을 알 수 있다. 작동영역에서나 에너지 밀도면에서는 일반적이지는 않지만, 제어의 관점으로 볼 때 의미가 있으므로, 이 영역부근에서 실험을 수행하였다.

Figure 7은 당량비 0.67에서 측정된 동압의 FFT(Fast Fourier Transform) 스펙트럼이다. 실제 연소시에는 연소기 형상에 의한 1/4파장 모드(quarter-wave mode)와 길이방향 모드(longitudinal mode)가 동시에 발생함을 알 수 있다. 이렇게 2개의 음향학적 모드가 발생하는 이유는 소닉 노즐에서의 음향학적 경계가 불분명하게 이루어지고 있기 때문이라 판단된다.

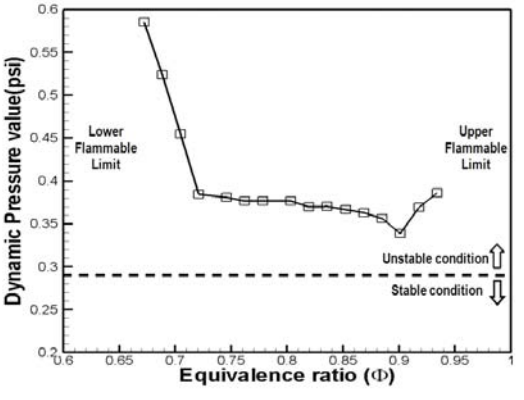


Fig. 6. Dynamic pressure level according to equivalence ratio(ϕ)

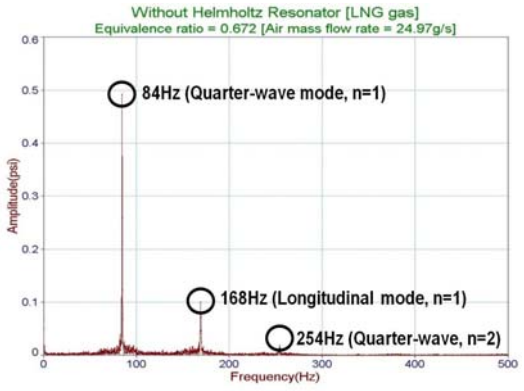


Fig. 7. FFT spectrum on P′ sensor 1 without Helmholtz resonator(ϕ=0.67)

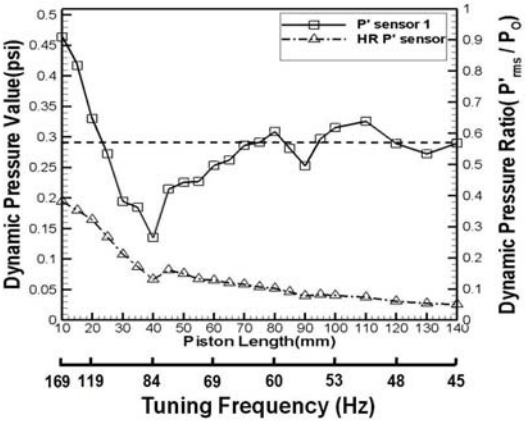


Fig. 8. Dynamic pressure level & ratio according to piston length with combustion(ϕ=0.67)

그러나 모든 동압측정지점에서 1/4파장 모드가 가장 크게 검출되므로, 제어대상이 되는 연소불안정 주파수로 결정한다.

Figure 8은 피스톤 길이조정에 따른 P′ sensor 1과 HR P′ sensor에서의 동압 값과 감쇠비를 살펴본 결과이다. 피스톤 위치가 40mm부근에서 초기 연소불안정강도에 대비하여 약 72%의 감쇠가 이루어짐을 알 수 있다. 또한 이 지점은 헬름홀츠 공진식에 의한 동조주파수가 84Hz근방이 되는 지점이기도 하다.

그에 비해 HR P′ sensor에서 측정된 동압은 피스톤길이가 증가됨에 따라 감소되는 경향을 보이게 된다. 이는 헬름홀츠 공진기 내부의 체적이 커짐에 따라 신호값이 감소되는 것이라 판단된다.

중요한 사실은 동조 주파수 근처로 피스톤이 위치하기만 하면 40% 이상의 감쇠효과를 가진다는 것이다. 이러한 결과는 능동제어와는 달리 헬름홀츠 공진기가 부적절한 동조가 되더라도 항상 연소장을 안정된 상태로 유지 시켜줄 수 있다는 증거가 될 수 있다. 실제로 피스톤 길이가 25~70mm 이내에서는 연소가 불안정한 상태에서 안정한 상태로 변화됨을 볼 수 있다.

또한 피스톤 길이가 90mm 부근에서는 연소불안정 주파수가 동조 주파수와 연관이 없음에도 불구하고 동압이 감소하는 현상을 볼 수 있다. 이러한 현상은 비정상상태의 열방출률 섭동에 의한 연소불안정의 자연적인 감쇠 메카니즘에 따르는 것이라 볼 수 있다. 그러므로, 실제 제어시에 동압의 크기나 기울기를 통한 제어방법은 의도와는 다른 동조 위치로 움직일 수 있다.

Figure 9은 공진기의 피스톤 길이가 40mm인 최적동조지점에서의 FFT 스펙트럼이다. 최적동조 위치근처로 피스톤을 위치시키자, 연소불안정 주파수의 섭동량이 큰 폭으로 감소됨을 알 수 있다. 또한 하모닉 주파수인 1/4파장 모드(n=3)과 길이방향 모드(n=1)의 섭동량도 거의 보이지 않게 된다.

연소기내의 화염이 안정된 상태로 연소할 때에는 Fig. 10과 같은 형상을 가지게 된다. 이는 Zukoski[13]가 제안한 화염 구조와 동일한 형상이라 사료된다. 보염기 끝부분에서부터 화염면이 형성되고, 화염면 사이에는 화염을 안정화 시키게 하는 재순환 영역이 존재한다. 재순환 영역이 끝나는 영역부터 화염면이 확장되며 긴 화염이 형성 된다.

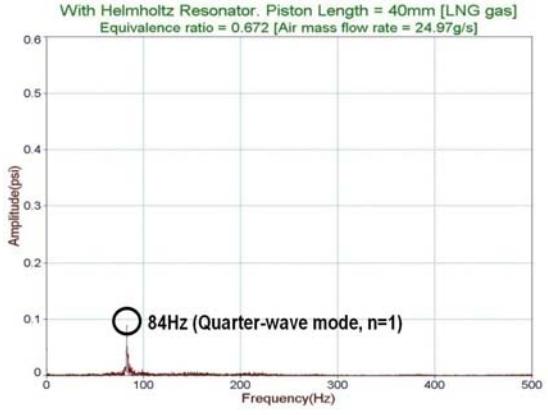


Fig. 9. FFT spectrum on P′ sensor 1 with Helmholtz resonator(ϕ=0.67)

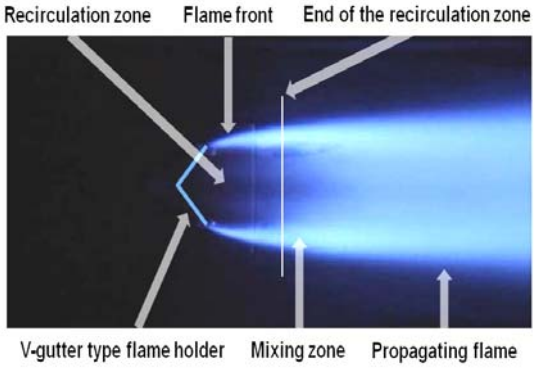


Fig. 10. Typical flame structure stabilized V-gutter type flame holder

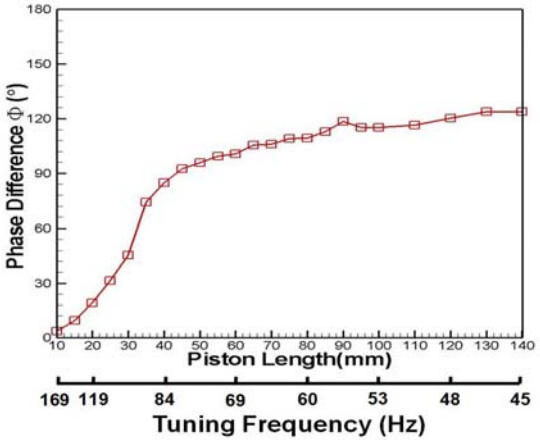


Fig. 11. Phase difference according to piston position at resonance frequency(ϕ=0.67)

Figure 11은 피스톤 길이조정에 따른 P′ sensor 1과 HR P′ sensor의 위상차를 측정한 결과이다. 피스톤 길이가 증가함에 따라 위상차도 증가되는 추세를 확인할 수 있다.

또한 최적 동조위치인 40mm부근에서 위상차가 90°가 됨을 확인하였다. 미분방정식 이론에 의하면, 헬름홀츠 공진기내의 감쇠 메카니즘으로 인하여 공진기의 동압은 연소불안정 주파수와 같은 주파수에 다른 진폭과 위상을 갖는 조화함수의 형태가 되고, 미정계수법에 의하여 식 (3)과 같이 가정할 수 있다. 그리고 감쇠력의 영향 때문에 식 (4)와 같이 위상차(phase difference)가 발생하게 되고, 동조주파수(w_t)가 연소불안정 주파수(w_c)에 근접하면 위상차(ϕ)는 90°에 근접하게 되는 것이다[10,14].

$$\widetilde{P_{H.R}}(t) = X\cos(w_t t + \Phi) \quad (3)$$

$$\Phi = \tan^{-1}\frac{2\zeta w_c w_t}{w_c^2 - w_t^2} \quad (4)$$

여기서 $\widetilde{P_{H.R}}(t)$는 시간에 따른 공진기내의 압력섭동, w_c는 연소불안정 주파수, w_t는 헬름홀츠 공진기의 동조 주파수, ζ는 헬름홀츠 공진기의 감쇠비, X는 동압의 진폭을 나타낸다.

따라서 실제 연소시에 동압의 크기 및 기울기 뿐만 아니라 위상차를 통한 제어도 충분히 이용할 수 있는 하나의 동조방법이라 사료된다.

2.4 헬름홀츠 공진식과 위상차를 이용한 Semi-Active Control

앞 절에서 얻은 결과를 토대로 동일한 당량비에서 actuator(스텝모터)를 사용하여 semi-active control를 시행하였다.

기본적인 알고리즘은 Fig. 12와 같이 구성되어 있다. 다시 말해, 연소기에서 발생한 연소불안정 주파수와 진폭을 동압센서로 측정하여, 실시간적으로 가장 유해한 연소불안정 주파수를 검출한다. 그 후에 랩뷰 프로그램으로 헬름홀츠 공진식을 사용하여 스텝모터를 통해 피스톤위치를 조정하여 초기동조를 이룬다. 이차적으로 위상차를 이용하여 미세조정을 하여 외부환경의 변화나 온도변화에 따른 최적동조를 이루게 되는 것이다.

Figure 13은 semi-active control의 실시간 결과이다. 제어를 2번 반복하여 시행하였고, Fig. 13(a)의 화살표는 제어순서를 나타낸다. Figure 13(b), (c), (d)는 위상차와 피스톤 위치, 불안정 주파수의 진폭을 측정한 값이다. Semi-active control의 결과로 동압을 최대 80~90% 정도까지 감소시킬 수 있었다. 그러나 Fig. 13(c)에서와 같이 헬름홀츠 공진식에 따른 초기동조위치가 최적동조위치로부터 꽤 차이가 발생함을 알 수 있다.

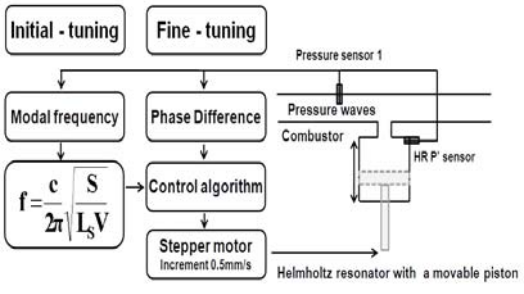
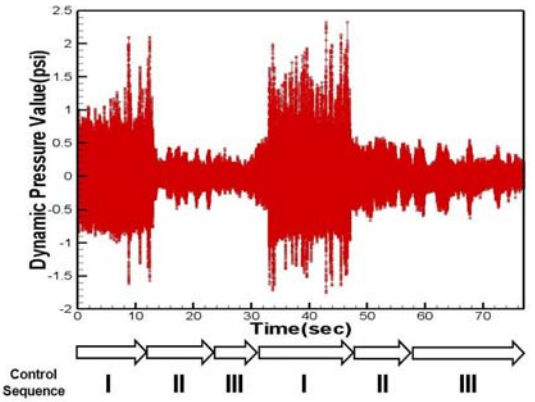
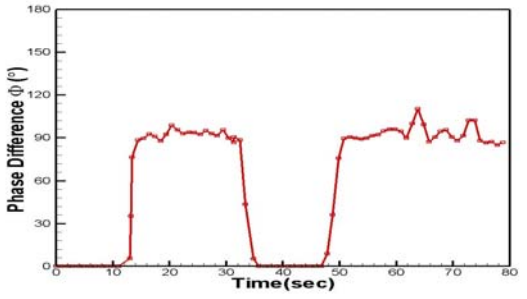


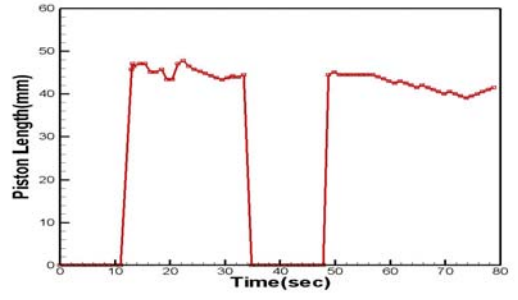
Fig. 12. The feedback control loop of semi-active control



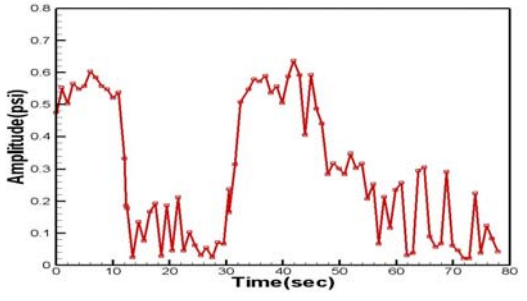
(a) Dynamic pressure level(I : No control with combustion, II : Control On with Initial Tunning, III : Control On with Fing Tunning (Phase difference))



(b) Phase difference



(c) Piston length



(d) Amplitude

Fig. 13. The damping effect of semi-active control at combustion instability mode

이것은 연소시 시간경과에 따라 연소기 내부 열전달로 인해 오리피스내의 온도측정이 점차적으로 부정확해지기 때문이다. 또한 연소시에 헬름홀츠 공진기의 비선형 효과[14]가 중요하게 되고, 그에 따라 오리피스의 내부유동이 매우 복잡하게 되어 정확한 음속 측정이 어렵기 때문일 수도 있다. 즉, 헬름홀츠 공진식에 의한 초기동조방법은 오차가 상당히 커질 수 있음을 내포하고 있다는 것이다. 또한, 13(d)와 같이 최적동조위치에서도 동압의 섭동이 아직 존재함을 알 수 있다. 이것은 불안정 주파수 중 길이방향 모드가 완벽히 제거되지 않았다는 반증이다. 이로 인해 실제 다중의 연소불안정 모드에서는 동압의 섭동으로 인해, 동압의 크기에 기초한 방법을 통한 제어방법이 매우 어려울 것이라 판단된다. 즉, 압력섭동으로 인해 정확한 동압의 측정이 불가하다면, 제어방향과 최소동압지점의 예측이 어렵기 때문이다.

따라서 연소시에는 기존의 헬름홀츠 공진식과 동압의 크기에 기초한 알고리즘보다 위상차를 이용한 알고리즘이 뛰어난 적응제어 방법이 될 수 있음을 확인할 수 있었다.

III. 결 론

본 연구에서는 음향학적 댐퍼 중 하나인 헬름홀츠 공진기의 부피를 실시간적으로 이동하여 덕트 형상의 연소기의 연소불안정현상에 적용하여 제어하였다. 그에 따라 헬름홀츠 공진기의 기초적인 특성 및 효과에 대하여 살펴보았고, 연소기의 연소불안정 주파수와 헬름홀츠 공진기의 동조주파수가 일치할 때 가장 최적의 성능을 보이며, 근접한 주파수대역에 동조되더라도 어느 정도의 효과가 있다는 것을 확인하였다. 또한 semi-active control 알고리즘으로 일반적으로 이용되는 헬름홀츠 공진식이나 동압의 크기를 사용한 방법뿐만 아니라 위상차를 사용하는 것도 하나의 제어방법이 될 수 있음을 확인하였다. 또한 실제 연소시에는 기존의 동압 크기에 기초한 제어방법보다 위상차를 사용한 제어방법이 더욱 효과적인 방법이 될 수 있음을 확인하였다.

후 기

본 연구는 항공우주신기술연구소 및 기초전력연구원(한국서부발전 연구개발 과제)의 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

1) Morgans, A. S., Dowling, A. P., “Feedback Control of Combustion Oscillations“, Annual Review of Fluid Mechanics 37, 2005, pp. 151-182.

2) McManus, K. R., Poinsot, T., Candel, S. M., “A Review of Active Control of Combustion Instabilities“, Progress in Energy and Combustion Science 19, 1993, pp. 1-29.

3) Harrje, D. J., Reardon, F. H. (eds.), “Liquid Propellant Rocket Combustion Instability“, NASA SP-194, 1972.

4) Yang, V., Anderson, W. E., "Liquid Rocket Engine Combustion Instability“, Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 169, AIAA, 1995, pp. 377~399.

5) Richards, G. A., Straub, D. L., Robey, E. H., “Passive Control of Combustion Dynamics in Stationary Gas Turbines“, Journal of Propulsion and Power 19, 2003, pp. 795-810.

6) Ryan, M. W., “Adaptive-Passive Vibration Control“, M. Sc. Thesis, Purdue University, 1994.

7) De Bedout, J. M., Franchek, M. A., Bernhard, R. J., and Mongeau, L., “Adaptive-Passive Noise Control with Self-Tuning Helmholtz Resonators”, Journal of Sound and Vibration 202(1), 1997, pp. 109-123.

8) Yamanaka, S., Shioda, K., "Application of the Helmholtz Resonator for Reducing the Combustion Oscillation in Gas turbines“, Proceedings of the International Gas turbine Congress (IGTC-TS-146), 2003.

9) Zhao, D., Morgans, A. S., “Tuned Passive Control of Combustion Instabilities using Multiple Helmholtz Resonators“, Journal of Sound and Vibration 320, 2009, pp. 744-757.

10) Zhao, D., A’Barrow, C., Morgans, A. S., Carrotte, J., “Acoustic Damping of a Helmholtz Resonator with an Oscillating Volume“, AIAA Journal, vol. 47, issue 7, 2009, pp. 1672-1679.

11) Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppens, A. B., Sanders, J. V., “Fundamentals of Acoustics, Wiley“, New York, 2000.

12) Campreale, S. M., Forte, A., Fortunato, B., Mastrovito, M. and Ferrante, A., "Numerical

Simulation of the Acoustic Pressure Field in an Annular Combustion Chamber with Helmholtz Resonator“, ASME paper GT2004-54139, 2004.

13) Zukoski. E.E., Flame Stabilization of Bluff Bodies at Low and Intermediate Reynolds Numbers, Ph.D. Thesis, 1954.

14) Zinn, B. T., "A Theoretical Study of Nonlinear Damping by Helmholtz Resonators“, Journal of Sound and Vibration 13(3), 1970, pp.347-356.