

카오스 시계열에 대한 잡음의 영향 Influence of Noise on Chaotic Time Series

최민호* / 이은태** / 김형수***

Choi, Min-Ho / Lee, Eun Tae / Kim, Hung Soo

Abstract

The purpose of this paper is to investigate the influence of noise on chaotic time series. We used two time series of Lorenz system and of Great Salt Lake's volume data which are well known as chaotic systems. This study investigated the attractors, correlation dimensions, and Close Returns Plots and Close Returns Histograms of two time series to investigate the influence of noise as increasing noise level. We performed Chi-square test to the relative frequency of Close Returns Histogram from Close Returns Plot for the investigation of stochastic process of chaotic time series as increasing noise level of time series. As the results, two time series were changed from chaotic to stochastic series as noise level is increased. Finally, we analyzed the effect of noise cancellation by using Simple Moving Average method. The results of applications of Simple Moving Average method to Lorenz and GSL time series showed that we could effectively cancel the noise. Then we could confirm the applicability of Simple Moving Average method to cancel the noise for the hydrologic time series having chaotic characteristics.

keywords : Chaotic Time Series, Correlation Dimension, Close Returns Test, Noise Cancellation

요 지

본 연구에서는 카오스 특성을 보이는 수문시계열에 대한 잡음의 영향을 검토하기 위하여 카오스 특성을 보이는 자료로 알려져 있는 Lorenz 시계열과 미국 Great Salt Lake의 용적 자료계열을 이용하였다. 잡음의 영향을 고려하기 위한 방법으로 잡음의 비율을 증가시키면서 끌개, 상관차원, Close Returns Plot의 변화 특성을 살펴보면서 카오스의 특성이 어떻게 변화하는지를 검토하였다. 또한 Close Returns Plot의 점들의 도수에 의해 표현되는 Close Returns Histogram의 상대도수에 대하여 χ^2 검정을 수행하였다. 그 결과, Lorenz 시계열과 GSL 용적 자료계열 모두 잡음의 비율이 증가함에 따라 카오스 특성이 사라지고 선형 추계학적인 과정의 자료로 변화됨을 확인하였다. 또한 단순 이동평균 방법에 의하여 Lorenz 시계열과 GSL 용적 자료계열에 대한 잡음의 제거 효과가 있는지에 대하여 검토한 결과 단순 이동평균 방법으로 자료의 잡음을 효과적으로 제거할 수 있었고, 카오스 특성을 보이는 실측 수문시계열에 적용성이 있음을 확인할 수 있었다.

핵심용어 : 카오스 시계열, 상관차원, Close Returns Test, 잡음 제거

* 교신저자, 경희대학교 토목건축공학부 박사과정

Corresponding Author, Ph. D., student, dept. of civil & architecture engrg., kyunghee univ., gyeonggi-do 446-701, korea.
(e-mail: dgeng@chol.com)

** 경희대학교 토목건축공학부 교수

Pfor., dept. of civil & architecture engrg., kyunghee univ., gyeonggi-do 446-701, korea.
(e-mail: etlee@khu.ac.kr)

*** 인하대학교 토목공학과 교수

Pfor., dept. of civil engrg., Inha univ., Incheon 402-751, korea.
(e-mail: sookim@inha.ac.kr)

1. 서 론

수문자료를 이용하여 수문분석을 실시하기 위한 첫 단계로 자료의 무작위성에 대한 검토를 수행한다. 실제로 우리가 통상적으로 사용하는 선형 추계학적 통계기법은 수문자료의 무작위성 가정에 바탕을 두고 있기 때문에 자료의 무작위성 여부는 자료 해석시 가장 중요한 문제라 할 수 있다. 이러한 수문시계열의 무작위성 검토 방법에는 자료계열의 상관성에 대한 가설의 기각 여부에 따라 무작위성(randomness)을 검토하는 Anderson의 Correlogram Test, Run Test, Spearman의 Rank Correlation Coefficient Test, Turing Point Test 등이 있다(Salas *et al.*, 1993). 그러나 이들 기존의 방법들은 비선형 특성을 지닌 시계열에 대해서는 제대로 검토하지 못함이 밝혀지고 있다(Kim *et al.*, 2003).

수문과정을 포함하는 자연현상은 통상 비선형적인 구조를 가지고 있는 것으로 알려져 있으며, 비선형 구조를 파악하기 위해서 많은 수문학자들은 1980년대 이후 통계학자와 동역학자들에 의해 제시된 자연 시스템의 비선형적인 현상을 해석하고 분석하기 위해 노력하였다(Rodriguez-Iturbe *et al.*, 1989; Wilcox *et al.*, 1991; Mindlin and Gilmore, 1992; Sangoyomi *et al.*, 1996; Kim *et al.* 1998, 2001; Bouzata *et al.* 2004). 여기에서 비선형 구조를 해석하는 방법론 중 대표적인 연구로 카오스 이론을 적용할 수 있으며 이러한 카오스 자료의 구조를 검토 할 수 있다. Kim *et al.*(2001)은 Close Returns Plot을 이용하여 미국 플로리다주 St. Johns강과 Ocklawaha 강의 유량자료에 대해 카오스 분석을 실시하였고, 세크라멘토 강 유역의 Tree Ring 자료와 미국 유타주의 Great Salt Lake(GSL) 용적자료에 대해서도 카오스 분석을 실시하여 비선형 및 카오스 동역학 구조를 밝혀낸 바 있다. 또한 Kim *et al.*(2003)은 BDS 통계와 잔차 분석을 통해서, 널리 사용되는 전통적인 비모수 통계기법(Non-parametric tests)보다 BDS 통계가 더욱 합리적임을 보였다.

Sivakumar *et al.*(2005, 2007)는 강우량과 유출량과 같은 수문시계열에 대하여 카오스 특성분석을 실시한 후 수문과정의 복잡성을 확인하고 해석하는 방법들을 제시하였다. 또한 카오스 시계열에 대하여 잡음의 영향을 알아보고 잡음을 제거하기 위한 노력도 있었다. Abraham(1989)는 카오스계열에서 잡음을 구분하였고 Schreiber(1993)은 비선형 잡음을 제거하기 위한 연구를 수행한 바 있다. 국내에서 오창열 등(2006)은 일 TOC(Total Organic Carbon) 시계열 자료에 대한 비선형성을 분석하고 잡음을 제거하기 위한 연구를 수행하

였다.

본 연구에서는 카오스 특성을 보이는 수문시계열과 같이 비선형 구조를 나타내는 자료에 대해 잡음이 어떠한 영향을 미치는지에 대해서 살펴본 후 자료의 무작위성을 검토하기 위한 방법으로 Mindlin and Gilmore (1992), Gilmore(1993), 김형수와 윤용남(1996)에 의하여 적용성이 확인된 Close Returns Test에 의한 방법을 적용하고자 한다. 또한 카오스 특성을 보이는 시계열에 잡음(noise)이 어떠한 영향을 미치는지에 대하여 검토하고, 이러한 잡음을 효과적으로 제거하기 위하여 단순 이동평균 방법을 이용하고자 한다.

2. 카오스 특성분석을 위한 방법론

시계열의 카오스 특성을 분석하기 위해 이용하는 방법으로 미터법(metric method)인 상관차원(Correlation Dimension)방법, Lyapunov 지수법 등이 있으며, 위상학적 방법(topological method)으로는 Close Returns Test 방법 등이 있다. 이 중에서 실제로 시계열의 카오스 특성을 분석하기 위해 상관차원 방법이 가장 널리 이용되고 있다. 미터법인 상관차원방법을 이용하기 위해 우선 시계열을 상태공간에 재건한 후, 상관차원을 구하여 시계열의 카오스 특성을 분석하고 있다. 본 연구에서는 상관차원방법과 Close Returns Test 방법을 이용하여 기존 카오스 시스템과 카오스 시계열로 밝혀진 미국의 GSL 용적자료에 대해 카오스 특성분석을 실시하도록 한다. 특히, 잡음의 영향에 따라 이들 시계열 자료들이 어떻게 영향을 받는지를 분석하고자 한다.

2.1 시계열의 상태공간 재건

상태공간(state space) 또는 위상공간(phase space)은 동력학계의 운동을 표현하기 위한 시간축이 없는 공간으로 상태공간의 차원은 계의 운동을 표현하는데 필요한 수를 의미한다. 어떤 자료가 시계열일 경우 이를 상태공간에 재구성하는 방법으로 시간지체법(time delay embedding method)이 있다(Packard *et al.*, 1980). 예를 들어 어떠한 시계열 x_t 에 대하여 하나의 시간에 종속되는 시계열 Y_t 가 있다면 이를 매립차원(embedding dimension), m 차원의 상태공간에서 아래와 같은 좌표를 가지는 궤적(trajecory)으로 표현하는 방법이다.

$$Y_t = (x_t, x_{t-\tau}, x_{t-2\tau}, \dots, x_{t-(m-1)\tau}) \quad (1)$$

여기서, τ 는 지체시간(delay time)을 나타낸다.

2.2 상관차원

상관차원은 상태공간 끌개(attractor)의 전형적인 기하학적 구조 및 국소적 분포를 정량화한다. Gassberger and Procaccia(1983)는 상관적분(Correlation Integral)이라고 불리는 양을 계산하여 상관차원을 구하는 방법을 제안하였는데, 상관적분, $C(r)$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i,j=i+1, i \neq j}^N \Theta(r - \|Y_i - Y_j\|) \quad (2)$$

여기서, $\Theta(a) = 0$, if $a < 0$
 $\Theta(a) = 1$, if $a \geq 0$

Θ 는 단위계단함수(heaviside step function)로서 0보다 작은 실수에 대해서는 0의 값을, 0보다 큰 실수에 대해서는 1을 갖는 함수이다. 반경 r 의 값이 작을 경우 Eq. (3) 과 같은 지수법칙이 성립한다.

$$C(r) \propto r^{D_2} \quad (3)$$

위에서 구한 상관적분에 의해 구한 Eq. (3) 을 대수 변환의 축척(logarithmic scale)으로 변환하면 Eq. (4) 와 같이 상관차원 D_2 로 표현된다.

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log[C(r)]}{\log r} \quad (4)$$

즉, 상관적분은 끌개 상의 두 점이 r 이하의 거리에 분포할 확률이고 상관차원은 축척 변화에 따른 상관적분 변화량으로 정의된다. 어떤 수문시계열이 추계학적 특성을 가질 경우, 매립차원, m 이 증가하면 상관차원 D_2 는 이에 비례하여 같이 증가하지만, 카오스 특성을 가진다면 상관차원 D_2 가 매립차원이 증가하여도 더 이상 비례하여 증가하지 않고 수렴된다. 이때 수렴하는 D_2 의 값이 대상 시계열의 상관차원 값이 된다. 자세한 사항은 Kim *et al.*(1998)의 연구를 참고할 수 있다.

2.3 Close Returns Test

Close Returns Test는 Close Returns Plot(CRP)과 Close Returns Histogram(CRH)에 의해 시계열의 카오스 특성을 분석하는 것을 의미한다. 이들에 대한 자세한 설명은 아래의 절들에서 서술하도록 한다. 보다 자

세한 사항은 Mindelin and Gilmore(1992), Gilmore (1993), 김형수와 윤용남(1996), Kim *et al.*(2001)의 논문을 참고할 수 있다.

2.3.1 Close Returns Plot

카오스 시스템은 상태공간에서 비주기적인 궤도가 반복하여 일어남으로써 복잡하고 이상한 끌개를 가진다. 이러한 카오스 시스템은 결국은 어느 임의의 시간 후에 이웃점(neighborhood point)을 다시 지나게 된다. 이러한 규칙을 바탕으로 한 분석이 CRP이다. 이를 나타내기 위해 Eq. (5) 와 같이 시계열의 차에 의해 표시되는 δ 를 이용한다.

$$\text{시계열 } \{x_i\} : \{i = 1, 2, 3, \dots\}, \delta = |x_i - x_j| \quad (5)$$

만약 상태공간의 $t = 1$ 에서 계(system)가 $t = j$ 의 상태에 가까이 있다면 필요조건은 $\delta = |x_i - x_j| \rightarrow 0$ 이고 이러한 δ 는 대각선으로 그려진다. 또한 $i = j$ 에서 같은 대각선이 반복하여 그려진다. δ 가 그려지는 원리는 다음과 같다.

$$\delta = |x_i - x_j| \begin{cases} \text{black point} & \text{if } \delta < r \\ \text{white} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

$$r = (0.01 \sim 0.1) \times |X_{\max} - X_{\min}|$$

여기서, r 은 임의지점에서의 반지름, X_{\max} 와 X_{\min} 은 시계열의 최대값과 최소값이다.

2.3.2 Close Returns Histogram

무작위성 검정을 위하여 “자료계열은 카오스 과정이 아닌 추계학적 과정이다”라는 귀무가설을 검정하는 방법을 검토할 수 있다(김형수와 윤용남, 1996). 본 검정을 위하여 다음과 같이 Close Returns Histogram을 고려할 때 T방향의 Histogram은 Eq. (7) 과 같다. Eq. (7)에서 알 수 있듯이 CRH는 CRP에 그려진 점들의 도수(frequency)에 의해 나타내어진다.

$$H(T) = \sum_{i=1}^N \Theta(r - |X_i - X_{i+T}|) \quad (7)$$

여기서 Θ 는 Eq. (2) 의 개념과 같다. 만약 시계열이 선형 추계학적 과정이라면 $H(T)$ 는 균일한 분포를 보일 것이다. 하지만, 시계열이 강하게 CRP에 의존한다면 $H(T)$ 는 균일한 분포와는 거리가 멀게 침두값이 반복적으로 나타나게 될 것이다.

Chi-Square 검정으로 자료계열이 선형 추계학적인 과정을 따르는지에 대한 검정을 수행할 수 있으며 다음과 같이 검정통계량을 표현한다(Mckenzie, 2001).

$$\chi^2 = \sum_{T=1}^N \frac{(H(T) - \bar{H})^2}{\bar{H}} \quad (8)$$

여기서, $\bar{H} = \frac{1}{N_T} \sum_T H(T)$ 이고 N_T 는 Histogram에서 계급구간 T의 상대도수를 의미한다. 그리고 χ^2 의 확률 함수 $Q(\chi^2 | \nu)$ 는 불완전 감마함수와 자유도 $\nu = N_T - 1$ 인 함수이다. $Q(\chi^2 | \nu)$ 은 자유도가 ν 인 χ^2 분포에서 검정통계량 χ^2 보다 큰 영역, 즉 우측검정의 수행에 의한 기각영역의 확률값을 의미한다.

3. 카오스 시계열에 대한 잡음의 영향과 잡음제거

본 연구에서는 대표적인 카오스 시스템으로 알려진 Lorenz 시계열과 실제 수문시계열로서 Sangoyomi *et al.*(1996)과 Kim *et al.*(2001)에 의해서 자료의 특성이 카오스로 밝혀진 미국 GSL의 용적자료를 이용하였다.

Lorenz 시스템은 다음과 같은 3개의 미분방정식의 해를 산정함으로써 자료계열을 발생 시킬 수 있다.

$$\dot{x} = a(y - z), \quad \dot{y} = -xz + cx - y, \quad \dot{z} = xy - bz \quad (9)$$

본 연구에서는 계수 $a = 16.0$, $b = 4.0$, $c = 45.92$ 를 적용하고 x 의 간격을 0.01로 하여 Lorenz System에 대한 자료계열을 발생시켰다.

미국의 GSL는 Utah, Idaho, Wyoming의 유역(59,570 km²)을 포함하는 세계에서 네 번째로 큰 호수이다. 호수의 평균 깊이는 3-5m이고 표면적은 6,400km² 이상이다(Sangoyomi *et al.*, 1996). 본 연구에서는 GSL의

1847-1888년에 이르는 1,000개의 15일 단위 용적 자료(평균: 21,786,388 ft³, 표준편차: 4,320,363 ft³)를 가지고 적용하였다.

Lorenz 시계열과 GSL 용적자료의 시계열을 Fig. 1에 나타내었다. Lorenz 시계열과 GSL 용적자료 시계열에 잡음이 미치는 영향을 고려하기 위하여 다음과 같이 원 자료에 Gaussian noise를 추가하였다.

$$y_i = x_i + \eta \cdot \sigma \cdot \epsilon_i \quad (10)$$

여기서, x_i 는 원자료계열, 즉, Lorenz system의 x시계열 또는 GSL 용적자료, η 는 잡음의 비율($\eta=0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0$), σ 는 자료계열의 표준편차, ϵ_i 는 평균 '0', 표준편차 '1'의 Gauss분포의 확률변수이다. 그리고 y_i 는 위의 Eq. (10) 으로부터 재구성된 자료계열이다.

3.1 카오스 시계열의 상태공간 재건

Lorenz 시계열과 GSL 용적 자료계열에 임의로 잡음을 추가하여 상태공간에 위상을 재건하고, 원자료의 끝개와 비교하였다(Fig. 2). 카오스 특성을 보이는 자료계열을 지체시간에 의해 상태공간에 표현할 경우, 이상한 끝개(strange attractor)의 형태를 보이는 특성이 있다(Fig. 1의 왼쪽 끝개). Sivakumar *et al.*(2007)은 2차원 상태공간에 재건된 끝개에 대하여 상대적인 차원을 분석하였는데, 끝개의 형상이 단순하면 시계열 자료는 낮은 차원이고 복잡하면 높은 차원임을 보였다. Fig. 2와 같이 Lorenz 시계열과 GSL 용적 자료계열에 잡음의 비율을 증가시킨 결과 자료계열은 단순한 형태에서 복잡한 형태로 차원이 증가하고 있고, 이는 자료계열에 더욱 많은 인자가 영향을 미치고 있음을 판단할 수 있다. 또한 이상한 끝개 형태의 자료계열은 본래의 카오스적 특성을 잃고 무작위한 형태를 보이게 됨을 확인할 수 있다.

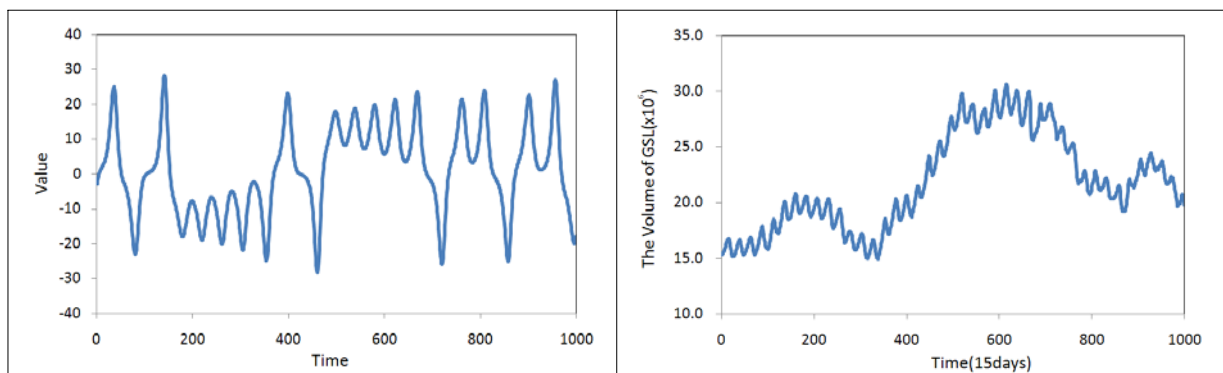


Fig. 1. Time Series of Lorenz System(left) and Great Salt Lake Volume Series(right)

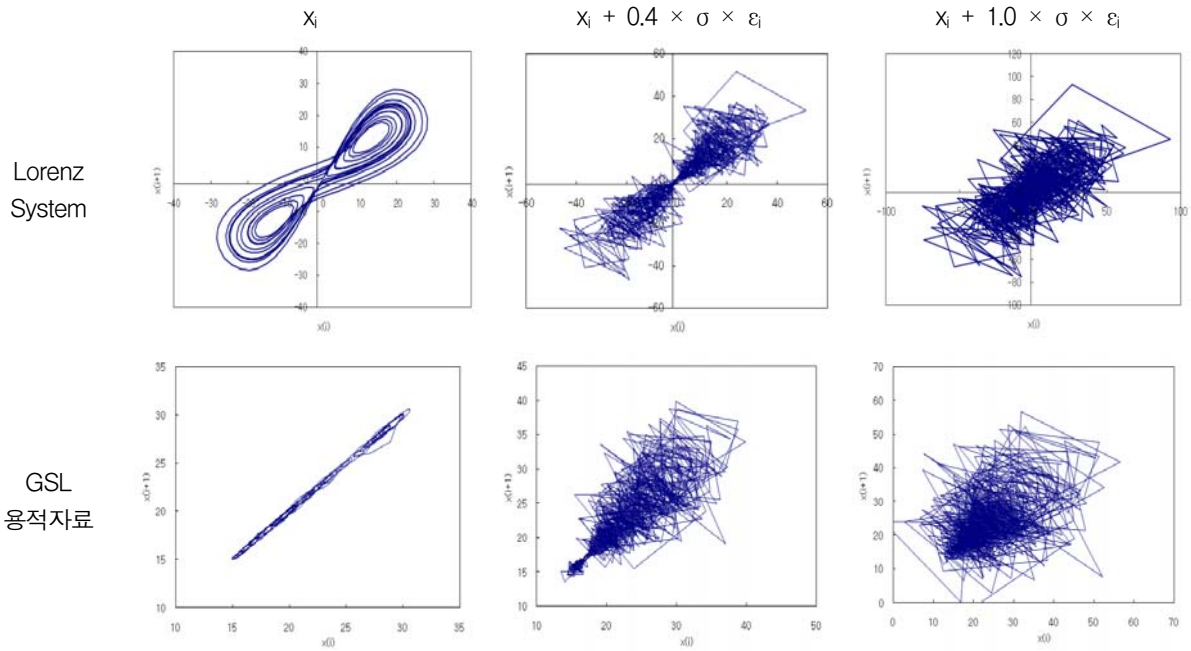


Fig. 2. Attractors of Lorenz Series and GSL Volume Series

3.2 카오스 시계열의 상관차원 추정

Lorenz 시계열과 GSL용적 자료계열에 대하여 대표적인 카오스 특성분석 방법의 하나로 알려진 상관차원을 산정하였다. 상관차원을 추정할 때 지체시간 산정과 상관차원을 구하기 위한 국부지역의 경사를 계산하는 과정이 있는데 이들은 각각 Kim *et al.*(1999) 및 Kim(1997)과 Kim *et al.*(2001)을 참고할 수 있다. 만약 매립차원에 대한 상관차원을 그래프로 표현했을 때 상

관차원의 어느 한 값으로 수렴하지 않고 발산한다면 이는 추계학적 특성을 보이는 자료라고 할 수 있는데 Fig. 3을 보면, Lorenz 시계열과 GSL용적 자료계열의 원자료(x_i)는 특정값에 수렴하는 것으로 보아 카오스 자료임을 알 수 있다. 하지만, 잡음의 비율을 0.4와 1.0 배 추가하여 증가시킨 결과 자료계열은 수렴하는 형태에서 벗어나는 것을 알 수 있어 자료계열이 추계학적인 형태로 변화하고 있음을 알 수 있다.

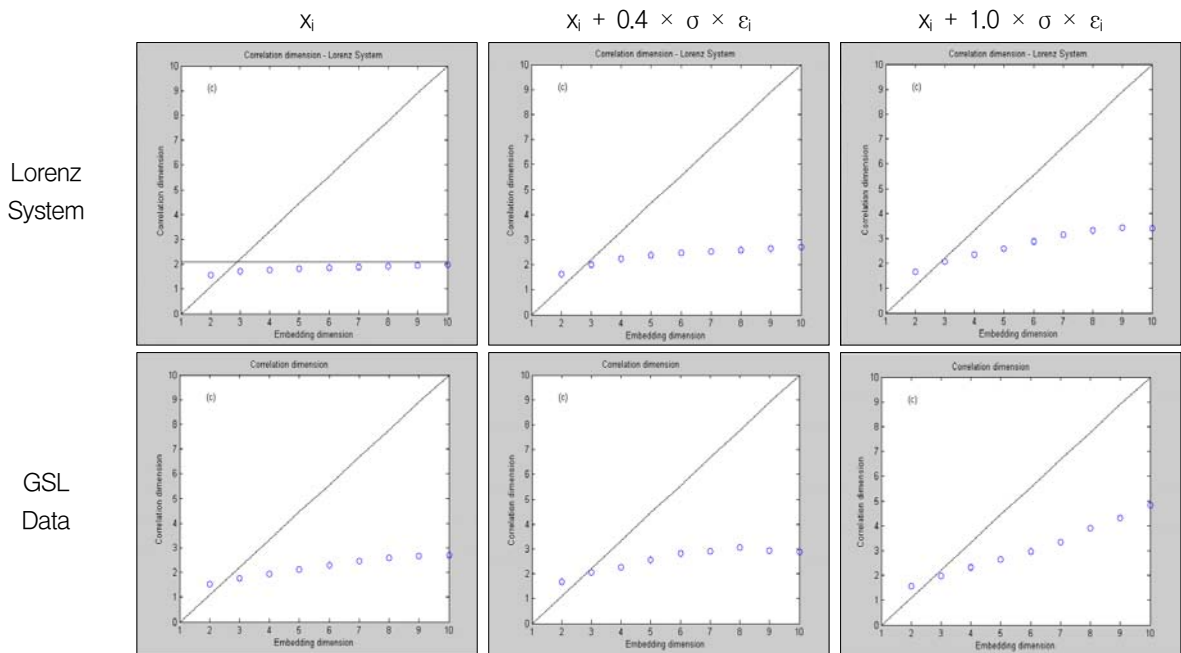


Fig. 3. Correlation Dimensions of Lorenz System and GSL Volume Series

3.3 카오스 시계열에 대한 Close Returns Test

3.3.1 카오스 시계열의 Close Returns Plot

CRP의 특성은 자료계열이 카오스 특성을 보인다면 특정한 주기에서 수평선 형태의 그림이 불규칙적으로 그려지고 선형 추계학적 특성을 보인다면 무작위한 잡음의 형태로 그려지게 된다. Fig. 4 를 보면, Lorenz 시계열과 GSL 용적 자료계열의 원자료(x_i)는 특정구간에서 일정하게 수평선이 그려지는 것을 확인할 수 있어 카오스 자료임을 알 수 있다. 그러나 잡음의 비율이 증가함에 따라 카오스 특성이 사라지고 사선 형태의 무작위한 그림이 그려지는 것을 알 수 있다. 특히 잡음 비율을 1.0배 추가하여 증가시킨 결과는 본래 자료를 크게 왜곡하였고 카오스 특성을 찾아볼 수 없었다.

3.3.2 카오스 시계열에 대한 Close Returns Histogram

본 연구에서는 카오스 계열에 대하여 CRH를 이용하는 무작위성 검정 방법을 이용하였다. Fig. 5 에서 확인할 수 있듯이 자료계열이 선형 추계과정을 따르는 Gaussian Noise는 CRH가 균일한 분포를 나타낸다. 그리고 카오스 과정을 따르는 Lorenz 시계열과 GSL용적 자료계열은 균일한 분포와는 거리가 있는 것을 확인할 수 있다(Fig. 5의 Lorenz System과 GSL 자료는 원자료(x_i)부터 순차적으로 잡음비율이 증가함에 따라 빈도($H(T)$)가 증가하는 형식으로 그려짐). 하지만 원자료(x_i)에서 잡음의 비율이 증가함에 따라 자료계열의 상대도수는 각 계급구간에서 편차가 순차적으로 줄어들고 있고 잡음의 비율을 더욱 증가시킨다면 자료 계열은 균일한 분포를 나타내는 선형 추계학적 과정을 따를 것으로 판단된다.

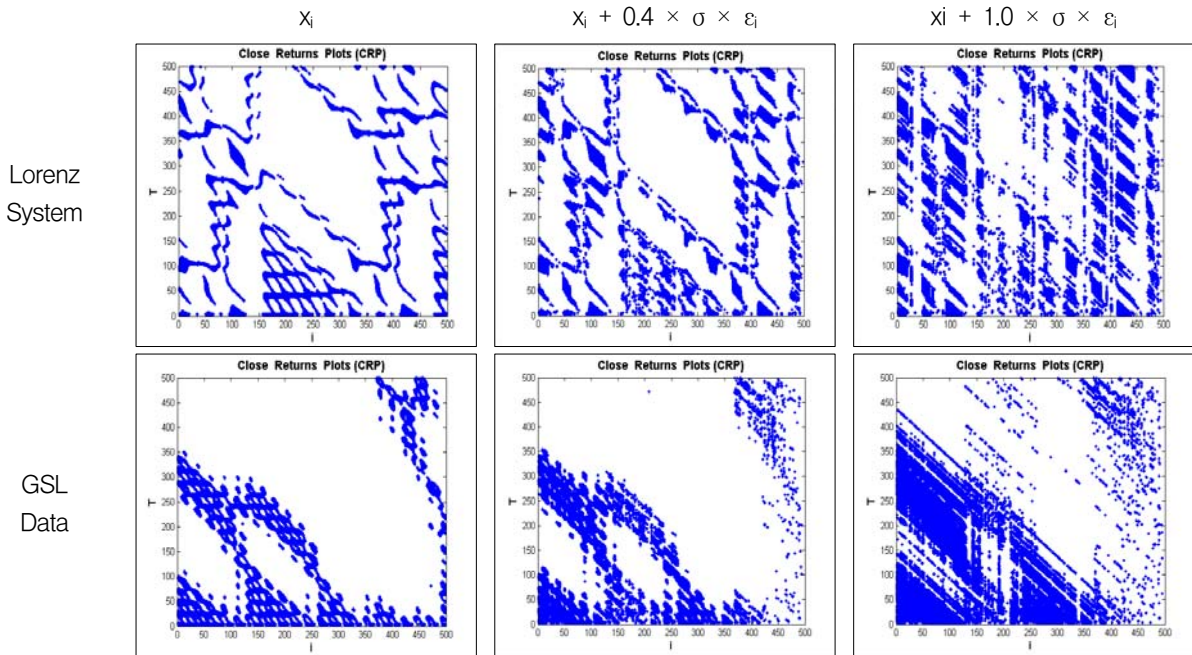


Figure 4. Close Returns Plots of Lorenz System and GSL Volume Series

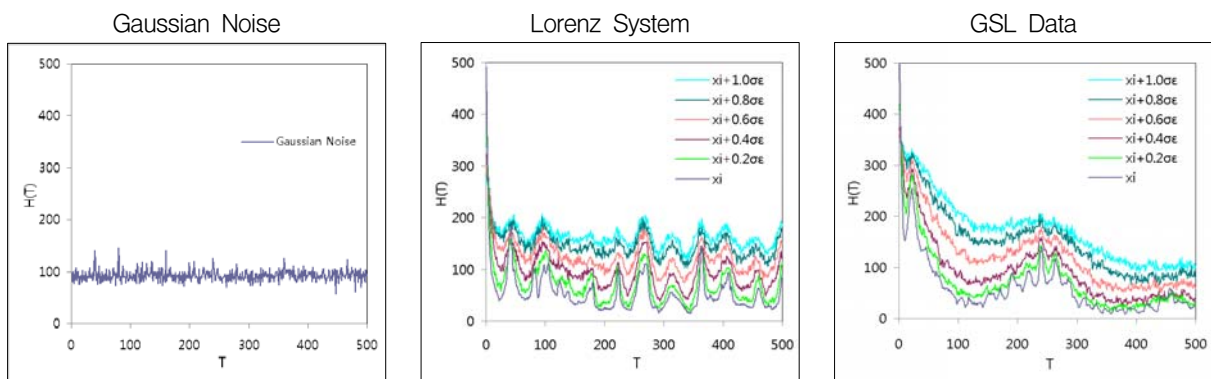


Fig. 5. Close Returns Histograms of Gaussian Noise, Lorenz series, and GSL Volume Series

잡음의 영향이 자료계열에 어떠한 영향을 미치는지에 대한 검토를 수행하기 위하여 χ^2 검정을 실시하였다 (Table 1 참고). χ^2 의 검정통계량이 작으면 자료계열은 선형 추계과정을 따르고 χ^2 의 검정통계량 값이 크다면 카오스 과정을 따른다. Table 1 에서 선형 추계학적 과정인 Gaussian Noise를 기준으로 볼 때 Lorenz 시계열과 GSL 용적 자료계열은 카오스 과정을 따르고 있음을 확인 할 수 있고, 유의수준 1%에서 “자료계열이 추계학적 과정을 따른다”는 귀무가설을 강하게 기각함을 알 수 있다. 또한 잡음의 비율이 증가함에 따라 χ^2 의 검정통계량 값이 작아지는 것은 잡음의 영향이 커짐에 따라 카오스 과정은 추계학적 과정으로 변화됨을 의미한다.

3.3.3 카오스 시계열의 잡음 제거

Lorenz 시계열과 GSL Data와 같은 카오스 특성을 보이는 자료계열에 임의로 잡음을 추가하면 잡음의 비율이 증가할 때 자료계열은 카오스 특성이 사라지게 되고 추계과정의 특성을 보이는 것을 확인하였다. 본 연구에서는 자료의 손실에 대한 우려에도 불구하고 간편

히 자료에 대한 잡음제거 효과를 얻을 수 있을 뿐만 아니라 잡음효과가 뛰어난 것으로 알려져 있는 단순 이동평균법(Simple Moving Average)에 의하여 잡음제거 방법을 검토하였다. 다음과 같이 단순 이동평균의 방법에 의하여 CRP의 잡음을 제거할 수 있다(Hou, 1993).

$$x_i = \sum_{j=0}^N w_j x_{i+j} \quad (11)$$

여기서, w_j 는 가중치, x 는 단순 이동평균 방법인 MA(N)의 N차 자료계열이다.

본 연구에서는 잡음비율 $\eta=1.0$ 으로 재구성한 Lorenz시계열과 GSL 용적 자료계열에 대하여 단순 이동평균 방법에 의한 잡음제거를 실시하였다. Fig. 6 과 같이 CRP를 확인한 결과 잡음이 효과적으로 제거되고 있음을 확인할 수 있었다. 그리고 차수 N을 10차에서 20차로 증가시켰을 경우 잡음의 제거 효과가 더 뛰어난 것으로 나타났다.

Table 1. χ^2 Value and Q Value by Noise Levels

	Gaussian Noise		Lorenz System		GSL Data	
	χ^2 value	Q value	χ^2 value	Q value	χ^2 value	Q value
x_i	556.4	0.0309	12,512.0	0.0000	25,621.0	0.0000
$x_i + 0.2\sigma\epsilon_i$			9,891.8	0.0000	24,942.0	0.0000
$x_i + 0.4\sigma\epsilon_i$			6,278.9	0.0000	21,142.0	0.0000
$x_i + 0.6\sigma\epsilon_i$			3,624.9	0.0000	16,848.0	0.0000
$x_i + 0.8\sigma\epsilon_i$			2,053.0	0.0000	14,178.0	0.0000
$x_i + 1.0\sigma\epsilon_i$			1,309.1	0.0000	11,625.0	0.0000

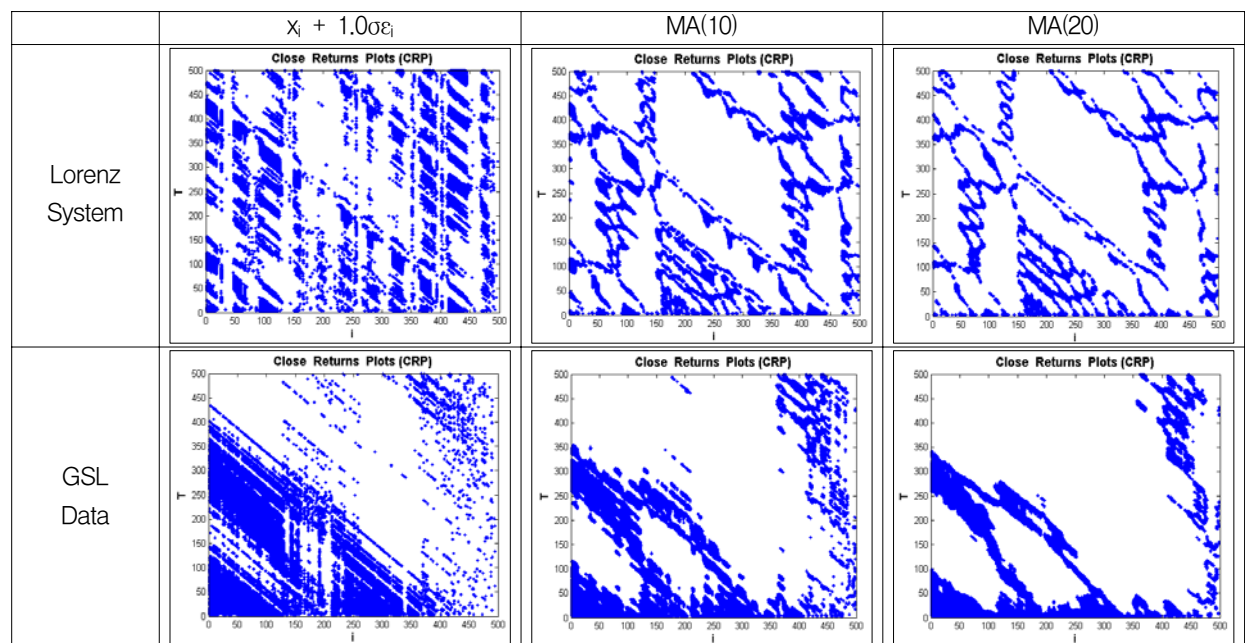


Fig. 6. Comparison of CRPs of Noise Added Series and Simple Moving Averaged Series

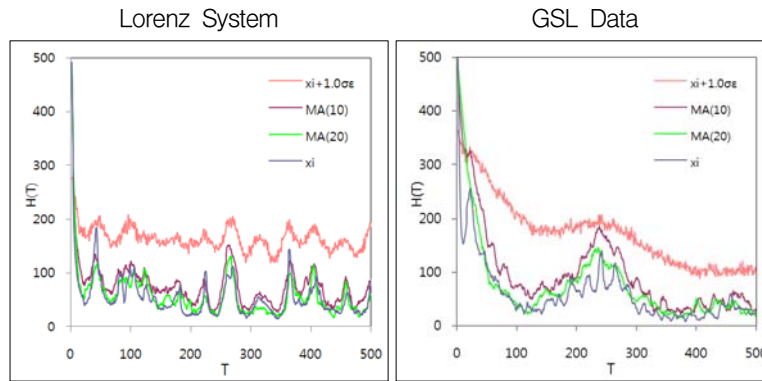


Fig. 7. CRHs of Noise Added Series and Simple Moving Averaged Series

Table 2. Comparison of χ^2 Value for Each Time Series

	x_i	MA(20)	MA(10)	$x_i + 1.0\sigma\epsilon_i$	Gaussian
Lorenz System	12,512	12,411	9,256.3	1,309.1	556.4

	MA(20)	MA(10)	x_i	$x_i + 1.0\sigma\epsilon_i$	Gaussian
GSL Data	36,900	31,170	25,621	11,625	556.4

단순 이동평균 방법에 의한 MA(10)과 MA(20)의 자료계열을 이용하여 CRH를 Fig. 7과 같이 도시한 결과 Fig. 7에서 확인할 수 있듯이 MA(10)과 MA(20)은 Lorenz 시계열과 GSL 용적 자료계열의 원자료(x_i)에 근접해 있는 것을 확인할 수 있다.

단순 이동평균 방법으로 잡음을 제거한 자료계열에 대하여 χ^2 검정통계량을 비교하였고 Table 2와 같은 결과를 얻었다. 여기에서 검정통계량 값이 커진다면 카오스 특성을 작아진다면 무작위한 선형추계학적인 특성을 나타낸다고 볼때, 우선 Lorenz 시계열의 경우 MA(10)에서 MA(20)으로 차수를 증가시켜 잡음을 제거한 결과 그 효과가 뛰어남을 알 수 있다. GSL 용적 자료계열의 경우도 MA(10)에서 MA(20)으로 차수를 증가시킴에 따라 잡음의 제거 효과가 뛰어났다. 하지만 GSL 용적 자료계열의 원자료 보다도 더욱 검정통계량의 값이 커지는 것을 확인할 수 있었는데 이는 GSL 용적 자료계열이 잡음을 많이 포함하고 있는 측정자료이기 때문으로 판단된다. 따라서 순수한 카오스 자료인 Lorenz 시계열과는 달리 원자료 보다도 검정통계량이 크게 나오는 결과를 얻을 수 있었다. 이는 또한 단순 이동평균 방법으로 실제자료의 잡음을 효과적으로 제거할 수 있음을 나타내는 결과라고 할 수 있다.

4. 요약 및 결론

본 연구에서는 카오스 특성을 보이는 수문시계열에

대한 잡음의 영향과 무작위성을 검토하기 위하여 순수한 카오스 자료인 Lorenz 시계열과 카오스 특성을 보이는 자료로 알려져 있는 GSL 용적 자료계열을 이용하였다. 잡음의 영향을 고려하기 위하여 임의로 잡음의 비율을 증가시키면서 상태공간의 재건, 상관차원 해석, Close Returns Test를 실시하였다. Close Returns Test는 CRP에 의한 카오스특성 분석수행하였고, CRH에 의한 CRP 도수의 상대도수에 대하여 χ^2 검정을 수행한 결과 Lorenz 시계열과 GSL 용적 자료계열 모두 잡음의 비율이 증가함에 따라 카오스 특성이 사라지고 선형 추계학적인 과정의 자료로 변화됨을 확인하였다.

잡음이 추가된 자료에 대하여 단순 이동평균 방법에 의해 잡음을 제거하는 방법으로 시계열을 재구성하였는데, Lorenz 시계열과 GSL 용적 자료계열에 대한 잡음의 제거 효과를 검토하였다. Lorenz 시계열의 경우 단순 이동평균 방법의 차수를 증가시킬수록 잡음의 제거 효과가 뛰어났다. GSL 용적 자료계열의 경우도 차수를 증가시킴에 따라 잡음의 제거 효과가 뛰어났을 뿐만 아니라 원자료 보다도 더욱 강한 카오스 특성을 보였다. 이러한 결과는 GSL 용적 자료계열의 경우는 순수한 Lorenz 시계열의 자료와는 다르게 잡음이 많이 포함된 실측자료이기 때문인 것으로 판단되었다. 이와 같이 단순 이동평균 방법으로 카오스 자료의 잡음을 효과적으로 제거할 수 있었고 카오스 특성을 보이는 실측 수문시계열 적용성이 있음을 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

- 김형수, 윤용남, (1996.) “카오스의 위상학적 견지: (II) 독립성과 잡음제거”, **대한토목학회논문집**, 대한토목학회, 제16권, 제II-5호, pp.453-459.
- 오창열, 진영훈, 박성천, 정우철. (2006) “하천의 일 TOC 시계열 자료의 비선형 동역학적 거동 분석” **한국수자원학회 2006년도 학술발표회 논문집**, 한국수자원학회, pp.1032-1036.
- Bouzata S., Wioa H.S., and Mindlin G.B., (2004) “Characterization of spatiotemporal chaos in an inhomogeneous active medium”, *Physica D*, Vol. 199, pp. 185-193.
- Demitre S., (2008) “Effect of noise on fractal structure”, *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol 38, pp. 921-924,
- Gassberger P. and Procaccia I., (1983) “Characterization of Strange Attractors”. *Physical Review Letters*, Vol. 50, pp. 345-349.
- Gilmore C.G., (1993). “A New Test for chaos”, *Journal of Economic Behavior and Organization*, Vol. 22. pp. 209-237.
- Hou X., (1993) *Chaotic Data Analyses*, Ph. D. Dissertation, Drexel University, USA.
- Kim H.S., (1997) *Applicability of chaotic system in hydrologic time series*. Ph.D. Dissertation, Colorado State Univ., Fort Collins, Colorado, USA.
- Kim H.S., Eykholt R., and Salas J.D., (1998) “Delay time window and plateau onset of the correlation dimension for small data sets”, *Physical Review E*, Vol. 58, No. 5, pp. 5676-5682.
- Kim H.S., Eykholt R., and Salas J.D., (1999) “Nonlinear dynamics, delay times, and embedding windows”, *Physica D* 127, pp. 48-60.
- Kim H.S., Yoon Y.N., Kim J.H., and Kim J.H. (2001) “Searching for strange attractor in wastewater flow”, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, Vol. 15, No. 5, pp. 399-413.
- Kim H.S., Kang D.S., and Kim J.H. (2003) “The BDS statistic and residual test”, *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, Vol.17, pp. 104-115.
- Mckenzie M.D., (2001) “Chaotic behavior in national stock market indices new evidence from the close returns test”, *Global Finance Journal*, Vol. 12, pp. 35-53.
- Mindlin G. and Gilmore R., (1992) “Topological analysis and synthesis of chaotic time series”, *Physica D*, Vol. 58, pp. 229-242.
- Packard N.H., Crutchfield J.P., Farmer J.D., and Shaw R.S., (1980) “Geometry from a time series”, *Physical Review Letters*, Vol. 45, No. 9, 712-716.
- Rodriguez-Iturbe I., Power B.F.D., Sharifi M.B. and Georgakakos K.P., (1989). “Chaos in Rainfall”, *Water resources Research*, Vol.25, No.7, pp.1667-1675.
- Salas J.D., Smith R.A., Tabios III G.Q. and Heo J.H., (1993) “Statistical Computer Techniques in Hydrology and Water Resources”, Unpublished text book in CE 622. *Colorado State University*.
- Sangoyormi T.B., Lall U, and Abarbanel H.D.I., (1996) “Nonlinear dynamics of the Great Salt Lake: dimension estimation”, *Water Resources Research*. Vol. 32, No. 1. pp. 149-159.
- Schreiber T. (1993) “Extremely simple nonlinear noise-reduction method”, *Physical Review E*, Vol. 47, No. 4, pp. 2041-2044.
- Sivakumar B., Berndtsson R, Persson M, and Uvo C.B., (2005) “A multi-variable time series phase-space reconstruction approach to investigation of chaos in hydrological process”, *International Journal of Civil and Environmental Engineering*, Vol. 1, No. 1, pp. 35-51.
- Sivakumar B., Jayawardena, A.W., and Li, W.K. (2007) “Hydrologic complexity and classification: a simple data reconstruction approach”, *Hydrological Processes*, Vol. 21, pp. 2713-2728.
- Wilcox B.P., Seyfried M.S., and Matison T.H., (1991) “Searching for Chaotic Dynamics in Snow melt Runoff”, *Water resources Research*. Vol. 27, No. 6, pp. 1005-1010.
- Witold O. (2008) “The new method of measuring the effects of noise reduction in chaotic data” *Chaos, Solitons and Fractals* 38, pp. 1355-1368.

(논문번호:09-02/접수:2009.01.06/심사완료:2009.03.26)