

Cumulant 급수이론을 이용한 추계학적 토양 물수지 방정식의 확률 해

한수희 · 김상단[†]

부경대학교 환경시스템공학부

Probabilistic Solution to Stochastic Soil Water Balance Equation using Cumulant Expansion Theory

Suhee Han · Sangdan Kim[†]

Department of Environmental System Engineering, Pukyong National University

(Received 19 September 2008, Revised 9 December 2008, Accepted 19 December 2008)

Abstract

Based on the study of soil water dynamics, this study is to suggest an advanced stochastic soil water model for future study for drought application. One distinguishable remark of this study is the derivation of soil water dynamic controlling equation for 3-stage loss functions in order to understand the temporal behaviour of soil water with reaction to the precipitation. In terms of modeling, a model with rather simpler structure can be applied to regenerate the key characteristics of soil water behavior, and especially the probabilistic solution of the derived soil water dynamic equation can be helpful to provide better and clearer understanding of soil water behavior. Moreover, this study will be the future cornerstone of applying to more realistic phenomenon such as drought management.

keywords : Ecohydrology, Fokker-Planck equation, Soil water dynamics, Stochastic model

1. 서론

토양수분은 강우, 유량, 지하수를 연결하는 수문 순환에 있어 작은 부분만을 차지하고 있기 때문에 수환경 관련 전문가들로부터 많은 관심을 받지는 못하고 있는 실정이다. 그러나 최근 들어, 대기 순환의 프로세스를 지표면의 프로세스와 연결하는데 토양수분이 중요한 역할을 한다는 인식이 널리 자리 잡고 있다. 토양수분은 간헐적으로 내리는 강수에 의해 지속적으로 채워지며 유량, 침투, 증발산의 과정에 의해 없어진다(Bell et al., 1980; Castelli and Rodriguez-Iturbe, 1996; Entekhabi and Rodriguez-Iturbe, 1994; Entekhabi et al., 1996; Kim et al., 2005; Kim and Jang, 2007). 토양수분의 형태로 토양에 공급되는 물의 양에 따라 농업 생산성 역시 크게 영향을 받는다. 그러므로 가뭄 사상과 가뭄의 특성에 대한 보다 자세한 이해를 위해 토양수분을 파악하는 것이 꼭 필요하다고 하겠다(Yoo et al., 2006).

토양수분의 특성은 궁극적으로 확률밀도함수(Probability Density Function, PDF)로 표현되는 통계치로 요약해 볼 수 있다. 기본적으로 토양수분에 대한 특성을 이해하는 데는 방대한 양의 관측 자료가 필요하기 때문에 관측 자료가 없는 현실을 고려할 때 대부분의 경우에 있어 이러한 특성화가 불가능한데, 이에 대비하여 모델링 연구를 바탕으로 토

양수분 특성을 추정하며 동시에 이를 바탕으로 스케일이 큰 관측을 설계하는데도 사용할 수 있을 것이다(Jackson and Le Vine, 1996; Njoku and Entekhabi, 1996). 모델링을 사용하여 토양수분 특성을 추정한 연구들은 Yoo and Kim(2004)과 Yoo 등(2006)에서도 찾아볼 수 있으며, 이들은 토양수분의 시간적 거동을 공간(Yoo and Kim, 2004)과 시간(Yoo et al., 2006)에 대하여 특성화 시킨 바 있다. Kim 등(2008)은 또한 토양수분과 강우 사이의 관계를 살펴본 후, 특정 조건 하에서 추계학적 토양수분 물수지 방정식에 대한 해석적인 해를 유도하기도 하였다.

본 연구에서는 한수희와 김상단(2008)에 의해 수행된 토양수분 동역학에 관한 연구를 바탕으로 추후의 가뭄에 대한 적용을 염두에 둔 보다 진보된 추계학적 토양수분모형을 제시하고자 한다. 본 연구에서 중점을 두고 있는 사항은 기존 모형의 두 가지 형태의 손실 항목을 세 가지 형태로 구분하여 토양수분 확률밀도함수의 지배방정식을 유도하여, 토양수분이 강수와 반응함에 따른 시간적인 확률적 거동을 살펴보는 데 있다. 모형화의 관점에서 보면 토양수분 동역학의 중요한 특징을 구현하기 위하여 비교적 간단한 구조의 모형이 적용될 수 있으며, 특히 이로부터 유도된 토양수분 지배방정식의 확률 해(probabilistic solution)로부터 토양수분의 동역학을 보다 명확하게 이해하는데 도움이 될 수 있을 것이다. 또한 이는 추후 가뭄과 같은 보다 관리가 이루어져야할 보다 실질적인 현상의 적용을 가능하게 하는 기본적인 토대가 될 수 있다.

[†] To whom correspondence should be addressed.
skim@pknu.ac.kr

본 연구에서 추구하는 토양수분 동역학은 일 단위로 해석되며, 토양은 추계학적으로 거동하는 일련의 강수사상에 의해 간헐적으로 수분을 공급받는 개념적인 저수지로 모형화된다. 따라서 하루 중 변화하는 기상 및 토양 상태의 변화특성은 고려대상에서 제외된다. 보다 간단한 모형의 구성을 위하여 토양은 공간적으로 동질성을 가진 것으로 가정하며, 일 단위에서는 강수발생 시 식생이 존재하는 토양깊이 내에서의 wetting front 현상 및 강우 종료 시 토양수분의 수직적 재분포 현상은 무시된다고 가정하게 된다. 또한 토양 저수지로의 토양수분 공급은 오직 강수에 의한 수직방향 침투에 의해서 이루어지는 것으로 가정함으로써, 식생의 뿌리 깊이 정도 상부토양층에서의 토양수분을 주요 고려대상으로 하였다. 토양수분의 손실과 관련된 증발산량은 토양수분이 풍족할 경우 잠재증발산량까지 상승할 수 있으며, 토양수분이 부족할 경우에는 선형적으로 감소하는 것으로 가정함으로써 대기로의 토양수분의 손실이 토양 내 수분 자체의 양에 의존하는 현상을 고려하고자 하였다. 또한, 더 깊은 토양층으로의 토양수분의 손실을 모형의 구조에 포함시키고자 하였다.

2. 연구방법

2.1. 토양수분 동역학에 대한 추계학적 모형의 유도

토양수분에 있어 시공간적 특성이 중요한 역할을 하기 때문에 이러한 특성을 적절히 반영해 주는 것이 토양수분 동역학을 모형화하는데 핵심사항이 될 것이다. 본 연구에서는 Rodriguez-Iturbe 등(1999)에 의해 제안된 아래와 같은 토양수분 동역학 지배방정식에 기초하여 추계학적 모형을 유도하고자 하였다.

$$nZ_r \frac{ds}{dt} = -L(s) + nZ_r(k\nabla^2 s) + I(R,s) \quad (1)$$

여기서 n 은 토양의 공극비이며, Z_r 은 지표면 근처 식생 뿌리가 존재하는 토양층의 두께[L]이다. L 은 기후, 토양 및 식생 조건에 따른 토양수분의 손실과 관련된 함수이며, I 는 강수 R 로부터 토양에 공급되는 수분 양, s 는 토양수분, k 는 공간적 확산계수이다. 본 연구에서는 모형의 단순화를 위하여 토양은 공간적으로 균질하다고 가정하여 토양수분 동역학의 공간적 변동성을 무시함으로써 식 (1)은 다음과 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

$$nZ_r \frac{ds}{dt} = -L(s) + I(R,s) \quad (2)$$

본 연구가 기존에 수행된 연구(한수희와 김상단, 2008)와 가장 차별화되는 부분 중 하나는 토양수분의 이득함수 $I(R,s)$ 와 손실함수 $L(s)$ 의 보다 현실적인 표현이라 할 수 있다. 토양수분의 이득함수 $I(R,s)$ 의 확률밀도함수(Probability Density Function, PDF)는 아래와 같이 토양수분의

현재 상태 및 강수량에 따라 크게 세 가지로 구분할 수 있다.

$$\begin{aligned} f_I(i) &= 1 - \lambda, & \text{for } i = 0 \\ &= \frac{\lambda}{R_m} e^{-i/R_m}, & \text{for } 0 < i < (1-s)nZ_r \\ &= \lambda e^{-(1-s)nZ_r/R_m}, & \text{for } i > (1-s)nZ_r \end{aligned} \quad (3)$$

여기서, R_m 는 비가 온 날의 강수량 평균값이며, λ 는 강수일의 확률이다. 따라서 토양이 포화되도록 비가 올 확률은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} P_{Rs} &= \int_{(1-s)nZ_r}^{\infty} \frac{\lambda}{R_m} e^{-r/R_m} dr \\ &= \lambda e^{-(1-s)nZ_r/R_m} \end{aligned} \quad (4)$$

이득함수 $I(R,s)$ 의 PDF를 도시하면 Fig. 1과 같다.

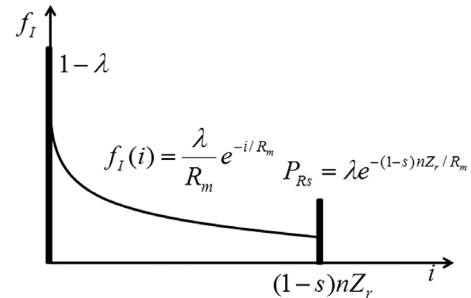


Fig. 1. Infiltration probability density function.

토양수분의 손실함수 $L(s)$ 를 토양수분의 상태에 따라 아래와 같이 크게 세 가지로 구분할 수 있다. 즉,

$$\begin{aligned} L(s) &= \frac{E_{\max} s}{s^*}, & \text{for } 0 < s < s^* \\ &= E_{\max}, & \text{for } s^* < s < s_l \\ &= \frac{K_s s}{1-s_l} - \frac{K_s s_l}{1-s_l} + E_{\max}, & \text{for } s_l < s < 1 \end{aligned} \quad (5)$$

여기서, s^* 와 s_l 은 토양수분 상태의 임계값을 나타내며, E_{\max} 와 K_s 는 각각 잠재증발산량과 포화투수계수를 의미한다. 손실함수 $L(s)$ 를 도시하면 Fig. 2와 같다.

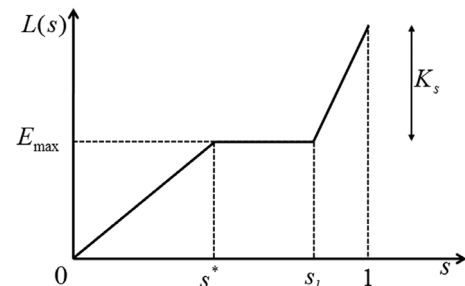


Fig. 2. Loss function divided into 3 phases.

식 (2)의 확률평균(ensemble average) 형태는 cumulant 급수이론을 이용하여 직접 구할 수도 있으나(Kavvas, 2003), 상태변수에 대한 확률밀도에 관한 해를 얻기 위해서는 cumulant 급수이론을 사용하기 전에 먼저 식 (2)의 확률공간에서의 연속방정식인 추계학적 Liouville 방정식(Kubo, 1963)을 고려할 필요가 있게 된다. 이러한 확률공간에서의 확률평균은 기존 식(본 연구의 경우 식 (2))의 상태변수(본 연구의 경우 토양수분)의 확률밀도함수가 된다(Van Kampen, 1981). 유도에 관한 보다 상세한 사항은 Kavvas(2003)를 참조할 수 있으며, 본 연구의 경우 토양수분 확률밀도함수의 시간적 거동을 나타내는 Fokker-Planck 방정식은 아래와 같이 유도될 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p(s,t)}{\partial t} = & -\frac{\partial}{\partial s} \left[\left(\frac{1}{nZ_r} \lambda R_m (1 - e^{-\frac{(1-s)nZ_r}{TR_m}}) \right. \right. \\ & - \frac{1}{nZ_r} L(s) + \frac{\theta(1-s)\lambda}{2T^2} e^{-\frac{(1-s)nZ_r}{R_m T}} \\ & - \frac{\theta \lambda^2 R_m}{2T \cdot nZ_r} (1 - e^{-\frac{(1-s)nZ_r}{TR_m}}) e^{-\frac{(1-s)nZ_r}{R_m T}} \left. \right) p(s,t) \Big] \\ & + \frac{\partial}{\partial s} \left[\left(\frac{\lambda R_m \theta}{2(nZ_r)^2 T} 2TR_m (1 - e^{-\frac{(1-s)nZ_r}{TR_m}}) \right. \right. \\ & - 2nZ_r (1-s) e^{-\frac{(1-s)nZ_r}{TR_m}} \\ & \left. \left. - \lambda R_m T (1 - e^{-\frac{(1-s)nZ_r}{TR_m}})^2 \right) \times \frac{\partial p(s,t)}{\partial s} \right] \end{aligned} \tag{6}$$

여기서, $p(s,t)$ 는 시간 t 에 따른 상태변수 s 의 확률밀도 함수이며, θ 는 강수의 변동 scale로서 다음과 같이 정의된다.

$$\theta = 2 \int_0^\infty \rho(\tau) d\tau \tag{7}$$

여기서 $\rho(\tau)$ 는 일 강수량 시계열의 자기상관함수이다.

2.2. 추계학적 모형에 대한 수치해석기법

위에서 유도한 추계학적 모형을 수치적으로 해석하기 위하여 식 (6)을 보다 간단하게 표현하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial s} (BP) + \frac{\partial}{\partial s} \left(C \frac{\partial P}{\partial s} \right) = -\frac{\partial}{\partial s} \left(BP - C \frac{\partial P}{\partial s} \right) = -\frac{\partial J}{\partial s} \tag{8}$$

식 (8)은 그 형태가 일반적인 이송-확산의 방정식과 동일하기 때문에 B 와 C 를 각각 이송과 확산 계수라 볼 수 있으며 본 연구에서 유도한 추계학적 모형인 식 (6)과 연관시켜 각각 추정할 수 있다.

식 (8)을 해석하기 위한 초기 조건은 균등 분포를 가정하며, 확률 공간에서 이 조건은 다음과 같이 해석될 수 있다.

$$P(s,0) = 1 \text{ for all } s \tag{9}$$

즉, 시간 t 가 0일 때 모든 확률 질량이 전 구간에 걸쳐 고르게 분포되는 균등분포라고 가정함을 의미한다. 이러한 초기 조건의 효과에 대해서는 추후 다시 논의될 것이다.

적절한 경계조건을 결정하기 위해서는 Fokker-Planck 방정식의 상태 변수들의 거동을 자세히 살펴볼 필요가 있다. 본 연구에서 Fokker-Planck 방정식의 상태 변수가 확률 밀도로 존재하므로, 모의 시 어떠한 계산 구간에서도 계 내의 확률 질량이 보존되어야 한다. 따라서 계 내에서 확률 질량이 경계들을 통하여 흩어지는 것을 막기 위하여 경계 조건으로는 확률 flux가 0이 됨을 선택할 수 있으며 (Gardiner, 1986), 이를 수학적으로 표현하면 다음과 같다.

$$J(0,t) = J(I,t) = 0 \tag{10}$$

여기서 I 는 최대 토양수분 양이며 본 연구에서는 1로 나타낼 수 있다.

확률 밀도가 음수가 될 수 없기 때문에 항상 양의 값을 갖는다는 것을 이용하여 Chang and Cooper(1970)는 특별한 방법을 개발하였는데, 이를 정리하면 우선 식 (8)은 다음과 같이 다시 표현될 수 있다.

$$\frac{P_j^{n+1} - P_j^n}{\Delta t} = - \frac{J_{j+\frac{1}{2}\Delta s}^{n+1} - J_{j-\frac{1}{2}\Delta s}^{n+1}}{\Delta s} \tag{11}$$

여기서 $J=0, \Delta s, 2\Delta s, \dots, I$ 이며, 본 연구에서는 Δs 를 0.1로 하여 계산하였다. 가상의 경계 지점인 $j = -1/2 \cdot \Delta s$ 와 $j = I + 1/2 \cdot \Delta s$ 에서 확률 flux가 0인 경계조건이 적용되며, 이러한 분리법은 계 내에서의 확률 질량을 보존하게 된다. 즉,

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{j=0}^I (P_j^{n+1} - P_j^n) \Delta s}{\Delta t} &= - \sum_{j=0}^I \left(\frac{J_{j+\frac{1}{2}\Delta s}^{n+1} - J_{j-\frac{1}{2}\Delta s}^{n+1}}{\Delta s} \right) \\ &= - \left(\frac{J_{I+\frac{1}{2}\Delta s}^{n+1} - J_{-\frac{1}{2}\Delta s}^{n+1}}{\Delta s} \right) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{12}$$

따라서 계 내의 확률 질량은 계산 시간 단위에 대하여 변하지 않게 되는데 이는 다음과 같이 경계 밖의 절반 지점에서 flux가 0인 경계 조건 때문이다.

$$J_{-\frac{1}{2}\Delta s}^{n+1} = J_{I+\frac{1}{2}\Delta s}^{n+1} = 0 \tag{13}$$

두 번째로 다음과 같은 수치 기법이 적용된다.

$$P_{j+\frac{1}{2}\Delta s}^{n+1} = (1 - \delta_j^{n+1}) P_{j+\Delta s}^{n+1} + \delta_j^{n+1} P_j^{n+1} \tag{14}$$

여기서, δ_j^{n+1} 는 가장 인자로서 Chang and Cooper(1970)는 확률 값이 항상 양수임을 확실히 보증하기 위하여 다음과 같이 산정하도록 제안하였다.

$$\delta_j^{n+1} = \frac{C_{j+1/2\Delta s}^n - (C_{j+1/2\Delta s}^n - \Delta s \cdot B_{j+1/2\Delta s}^n) \exp\left[\Delta s \frac{B_{j+1/2\Delta s}^n}{C_{j+1/2\Delta s}^n}\right]}{\Delta s \cdot B_{j+1/2\Delta s}^n \left(\exp\left[\Delta s \frac{B_{j+1/2\Delta s}^n}{C_{j+1/2\Delta s}^n}\right] - 1\right)} \quad (15)$$

이와 같은 방법을 이용하면 J 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$J_{j+1/2\Delta s}^{n+1} = \left[(1 - \delta_j^{n+1}) B_{j+1/2\Delta s}^{n+1} - \frac{1}{\Delta s} C_{j+1/2\Delta s}^{n+1} \right] P_{j+\Delta s}^{n+1} + \left[\delta_j^{n+1} B_{j+1/2\Delta s}^{n+1} + \frac{1}{\Delta s} C_{j+1/2\Delta s}^{n+1} \right] P_j^{n+1} \quad (16)$$

따라서 일반적인 해는 다음과 같으며,

$$P_j^{n+1} = \left[-\frac{\Delta t}{\Delta s} \delta_{j-\Delta s}^{n+1} B_{j-1/2\Delta s}^{n+1} - \frac{\Delta t}{\Delta s^2} C_{j-1/2\Delta s}^{n+1} \right] P_{j-\Delta s}^{n+1} + \left[1 + \frac{\Delta t}{\Delta s} \delta_j^{n+1} B_{j+1/2\Delta s}^{n+1} + \frac{\Delta t}{\Delta s^2} C_{j+1/2\Delta s}^{n+1} - \frac{\Delta t}{\Delta s} (1 - \delta_{j-\Delta s}^{n+1}) B_{j-1/2\Delta s}^{n+1} + \frac{\Delta t}{\Delta s^2} C_{j-1/2\Delta s}^{n+1} \right] P_j^{n+1} + \left[\frac{\Delta t}{\Delta s} (1 - \delta_j^{n+1}) B_{j-1/2\Delta s}^{n+1} - \frac{\Delta t}{\Delta s^2} C_{j+1/2\Delta s}^{n+1} \right] P_{j+\Delta s}^{n+1} \quad (17)$$

경계 조건의 경우에서는 경계조건인 flux가 0인 것을 이용하여 구할 수 있다. 사용된 프로그램은 Matlab을 이용해서 직접 코딩하여 사용하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1. 대상구역 및 매개변수 추정

본 연구를 통해 유도된 토양수분 모형의 적용성을 살펴보기 위하여 충청북도 옥천군의 농업기상관측소 지점을 연구지점으로 선정하여 옥천군에서 관측된 농업 및 기상 자료를 이용하여 연구를 진행하고자 하였다. 옥천군은 동경 127°29'~127°53', 북위 36°10'~36°27'에 위치하고 있으며, 한랭건조한 긴 겨울과 고온다습한 긴 여름이 존재하는 전형적인 대륙성 기후를 띠는 곳이다. 옥천군의 연평균 기온은 11.8°C이며 연평균강수량은 1,147 mm이다.

유도된 토양수분 모형에서 사용되는 매개변수들을 산정하기 위해 농업기상정보시스템(<http://weather.rda.go.kr>)과 기상청(www.kma.go.kr)에서 제공하는 자료를 이용하였다. 모형 매개변수 중 하나인 E_{\max} 의 산정을 위해 1971년부터 2000년까지의 옥천군 인근의 청주관측소에서 관측된 소형 증발량 자료를 획득하여 월별 평균값을 계산한 후 이에 접

시계수 0.7을 곱하여 적용하였다. 강수량은 2004년과 2005년 매 시간마다의 값을 획득하여 월별 평균값을 구하였으며 θ 는 다음과 같은 방법으로 산정하였다.

$$\theta = 2 \times \rho(1) \times \Delta t \quad (18)$$

여기서, $\rho(1)$ 은 일강수 시계열의 1차 자기상관계수이다.

또한 월별 λ 값 역시 상기 강수량 자료를 바탕으로 산정하였다. 월별로 산정된 각 매개변수 값은 Table 1에 나타나 있다. 또한 토양특성에 해당하는 매개변수 nZ_r 과 포화투수계수 K_s , 토양수분 상태의 임계값인 s^* 와 s_l 은 최적화 기법 중 하나인 유전자 알고리즘을 사용하여 추정하였으며 이들을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} nZ_r &= 299.7759 \text{ mm} \\ K_s &= 103.497 \text{ mm/day} \\ s^* &= 0.4859 \\ s_l &= 0.51056 \end{aligned}$$

Table 1. Parameter estimation

Month	E_{\max}	R_m	θ	λ
January	0.76	1.2273	0.33708	0.17742
February	1.09	3.7813	0.84670	0.28070
March	1.76	8.0538	0.03532	0.20968
April	2.74	8.0000	0.73492	0.25000
May	3.23	8.4250	0.50680	0.32258
June	3.29	26.143	0.96856	0.35000
July	2.93	23.264	0.61986	0.45161
August	2.98	24.310	1.07250	0.46774
September	2.38	11.600	0.43726	0.41667
October	1.77	4.7857	0.00000	0.11290
November	1.04	5.2917	0.04813	0.20000
December	0.77	5.3636	0.00919	0.17742

note) E_{\max} is the potential daily evapotranspiration estimated by pen evaporation observation multiplied by 0.7, R_m is estimated as the mean daily precipitation on days when precipitation occurs, θ is the scale of fluctuation of precipitation and λ is the probability that the precipitation event occurs in a day.

3.2. 관측자료와의 비교

유도된 토양수분 모형의 정확성을 살펴보기 위하여 위에서 산정된 매개변수 값들을 적용하여 모의된 값과 관측 자료의 값을 비교해 보았다. 관측 자료는 농업정보시스템에서 2004년부터 2005년까지 매 시간 관측한 강수와 토양수분 자료를 이용하였다. 토양수분의 경우 우리나라에서 실제로 관측자료를 제공하고 있는 곳은 사실상 농업정보시스템이 유일한 곳인데, 우리나라 전역에 걸쳐 그 관측 지점이 총 30개가 되지 않으며 이 또한 지난 5년간의 자료가 있다면 매우 많은 것이라 볼 수 있을 만큼 그 자료수준이 아직은 일천하다.

토양 수분을 측정하는 기기는 석고블록토양수분계이며 토양에 매설되어 토양과 수분이 평형을 이루었을 때 전기 저항을 측정하여 토양수분 값을 백분율(%)로 관측하는 것



Fig. 3. Observation site in Okchun.

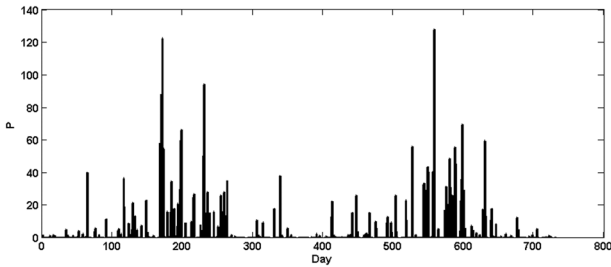


Fig. 4. Precipitation in 2004 and 2005.

이며 본 연구에서 사용되는 값은 백분율에 100을 나눈 0과 1 사이의 값이다. 토양수분의 관측은 Fig. 3과 같이 현장에

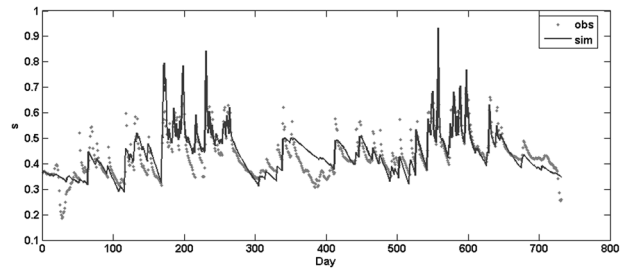


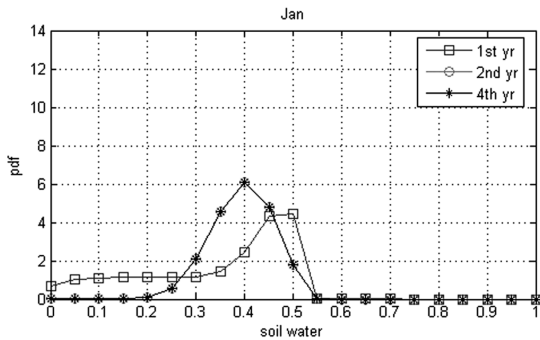
Fig. 5. Comparison between simulated and measured soil water in 2004 and 2005.

서 이루어진다.

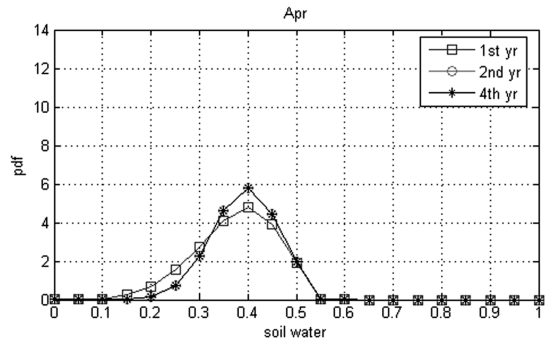
Fig. 4는 2년 동안 내린 비의 양을 나타낸 것이며 Fig. 5는 관측된 토양수분의 값과 모의된 토양수분의 값을 비교해 놓은 것이다. 그림에서 보여지는 것처럼 모의 값이 관측 값을 완벽하게 잘 재현한다고 볼 수는 없으나 대부분의 모의 자료가 관측 자료를 비교적 우수하게 재현하고 있음을 알 수 있으며 이들의 예측능력을 조사해 본 결과, R^2 는 0.64258, NSC 는 0.63653로서 관측 자료와 모의된 값이 비교적 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

3.3. 수치해 모의 결과

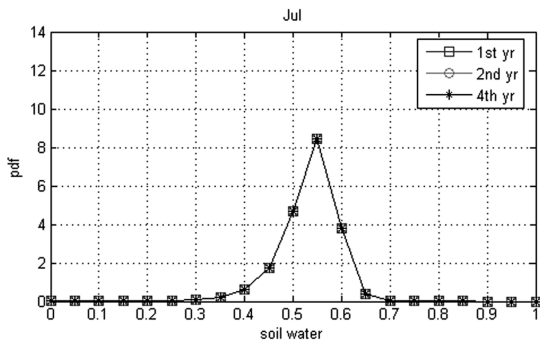
우선 모형 모의에서 초기 효과를 알아보기 위하여 1년, 2년, 4년 동안의 토양수분 모의를 시도하였으며, 그 결과가 Fig. 6을 통해 나타나 있다. 주목할 만한 사실은 초기 1년 동안의 모의를 시도한 이후 2년과 4년까지 후속 모의를 하였을 때, 2년제와 4년제의 모의 결과가 동일하며 심지어 7



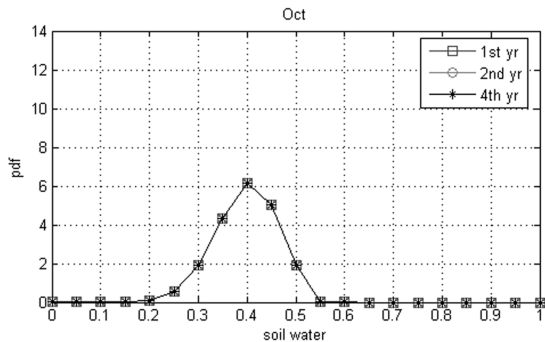
(a) January



(b) April



(c) July



(d) October

Fig. 6. Warming-up Simulation for 1, 2, and 4 years.

월과 10월의 경우 첫 번째 해의 모의 자료부터 이후 모의 결과와 동일한 결과를 준다는 사실이다. 이로 인해 토양수분의 모의에 있어 warming-up 단계로 1년 정도만 시험 모의를 해주어도 유도한 토양수분 모형이 초기 값의 영향으로부터 독립적으로 적절하게 토양수분의 상태를 모의할 수 있음을 알 수 있다.

상기와 같이 warming-up을 통해 모형의 적정성을 평가한 후, 두 번째로 모의된 값과 관측된 값이 어느 정도 유사성을 가지는 지 알아보고자 각 월별로 비교를 수행하였으며 그 결과는 Fig. 7에 나타나 있다. 전반적으로 살펴보았을 때, 관측 자료가 가지는 패턴을 모형이 어느 정도 재현하고 있음을 우선 알 수 있다. 즉, 강수와 침투에 의해 토양수분이 결정되는 것에 대한 전체적인 형태를 토양수분 모의를 통해 알 수 있다.

토양수분의 월별 확률밀도함수를 이용하여 토양수분의 월별 평균값을 산정하고 이를 관측된 토양수분의 월별 평균값과 비교해보았다. Fig. 8에서 나타나듯이 확률밀도함수 상에서 어느 정도 차이가 있는 것처럼 보인 반면 평균값의 경우에는 토양수분을 잘 모의하고 있음을 알 수 있다. 다만 토양수분 모의에 있어 겨울철(1월과 2월)의 경우 다소 낮게 산정되고 6, 7월의 경우 다소 높게 산정되는 경향이 보인다.

한 가지 주의할 점은 본 연구에서 사용한 잠재증발산량의 경우 육천군 인근의 청주 기상청에서 관측된 소형증발량에 단순히 0.7을 곱하여 산정한 것이므로, 기온에 대한 고려가 부족할 뿐만 아니라 산정 자체에 매우 큰 불확실성이 존재하게 된다(Fig. 9 참고). 따라서 이러한 잠재증발산량 추정 문제점으로 인하여 실제 토양수분의 값과 모의

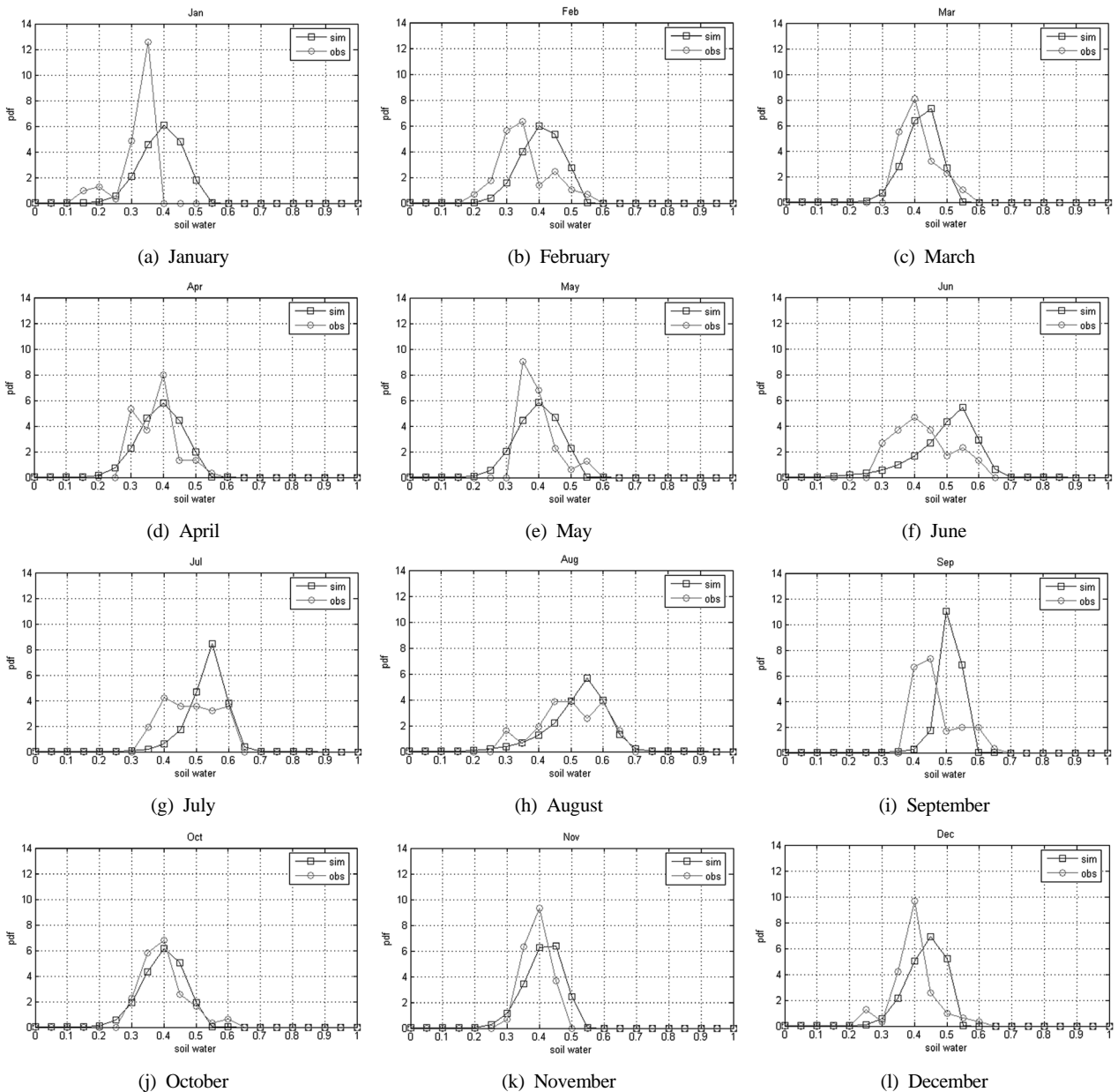


Fig. 7. Monthly probability density function (PDF) of soil moisture for simulation and observation.

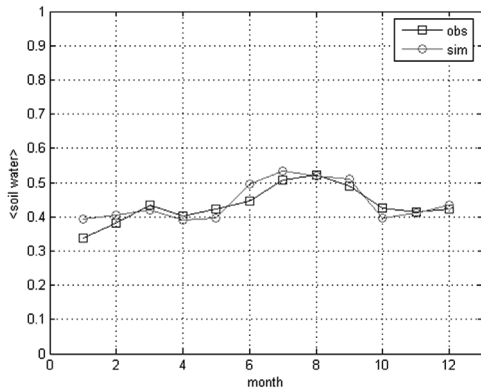


Fig. 8. Comparison between simulated and observed soil water for each month.

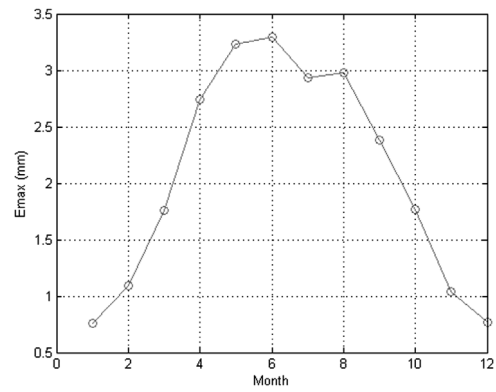
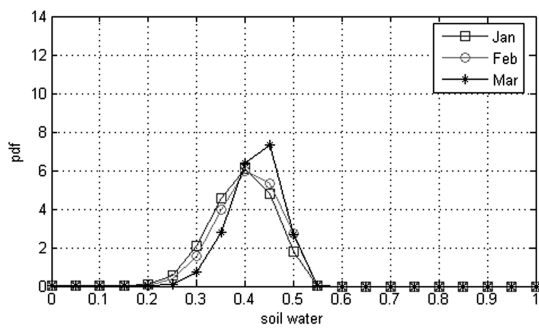
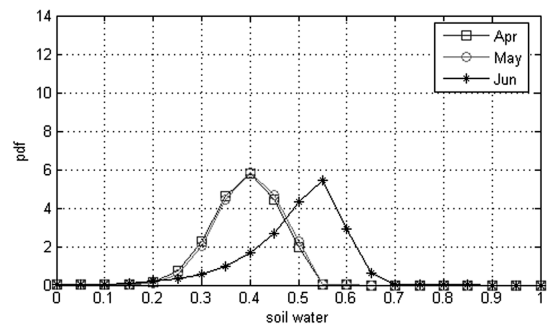


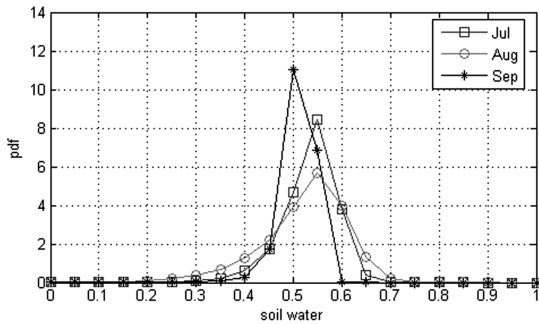
Fig. 9. Potential evapotranspiration for each month.



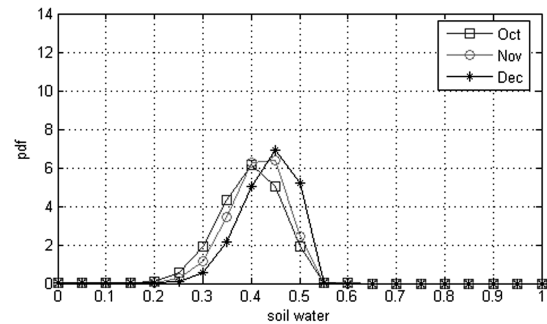
(a) PDFs from January to March



(b) PDFs from April to June



(c) PDFs from July to September



(d) PDFs from October to December

Fig. 10. Monthly Probability density function (PDF) of soil water.

된 값 사이에 어느 정도의 차이가 발생한 것으로 보인다. 따라서 추후 연구 시에는 기온을 고려한 잠재증발산량 산정기법을 사용하는 것이 보다 바람직할 것으로 판단된다.

또한 대부분의 그림에서도 볼 수 있듯이 토양수분 확률 밀도함수가 갑자기 높아지는 경우에는 모형이 이를 제대로 따라가지 못함을 알 수 있다. 이는 토양수분 관측 자료의 불충함에 따른 매개변수의 불완전한 추정에서 오는 현상이라고 판단되며, 이에 덧붙여서 앞에서도 언급한 바와 같이 토양수분에 대한 관측 자료가 부족하여 본 연구에서는 단지 2년간의 자료만이 사용된 관계로 관측 토양수분의 확률 밀도함수가 유연하게 구성되는 것이 아니라 상대적으로 중앙으로 집중되는 형태의 곡선이 나오는 것으로 분석될 수 있다. 이러한 관측 자료의 부족을 감안한다면 본 연구에서

얻은 모의 자료의 재현성이 비교적으로 우수한 것임을 역설적으로 알 수 있다.

Fig. 10을 통하여 토양수분의 확률밀도함수가 각 월별로 어떻게 거동하는지 알아보하고자 하였다. 그림에서 알 수 있듯이 토양수분은 크게 4가지 상태로 거동함을 알 수 있는데, 우선 1~3월의 경우 토양수분이 0.3에서 0.5 사이, 즉 토양에 수분이 적은 쪽으로 거동함을 볼 수 있다. 4, 5, 6월로 시간이 흐르면서 토양 수분은 점차 많아지며, 7, 8, 9월, 즉 강우가 많아지는 여름철이 되면 토양 수분은 0.5에서 0.6 사이에서 평균값이 형성되고 있음을 알 수 있다. 그러다가 겨울철로 가면서 강수량이 줄어들게 되면 이에 대한 반응으로 토양의 수분량도 점차 작아져 다시 1, 2, 3월의 형태로 돌아가는 토양수분의 연중순환의 형태를 보이게 된다.

주목할 만한 것은 모든 경우에 있어 토양수분이 0.7 이상 되는 시기가 없다는 사실인데, 즉 옥천군 관측지점의 토양은 포화 상태이기 보다는 항상 수분이 부족한 상태로 모의가 된다는 것이다. 참고로 작물의 이상적인 성장을 위해서는 토양수분이 0.75이하인 경우 인위적인 수분공급(즉, 관개 배수)이 필요하다고 추천되어있다(농업기상정보시스템, 2008).

4. 결론

본 연구에서는 한수희와 김상단(2008)에 의해 수행된 토양수분 동역학에 관한 연구를 바탕으로 추후의 가뭄에 대한 적용을 염두에 둔 보다 진보된 추계학적 토양수분모형을 제시하고자 기존의 연구를 바탕으로 손실 항목을 세 가지 단계로 구분하여 강우와 손실에 따른 토양수분의 확률적인 거동을 살펴보고자 하였다. 특히 강우에 의한 토양수분의 이득함수에 강우의 추계학적 성분을 고려하여 기존 연구에서 부족했던 현실성을 좀 더 반영하고자 하였다. 토양수분 확률밀도함수의 시간적인 거동을 나타내는 Fokker-Planck 방정식의 수치적인 해석을 이용하였으며 이에 대한 매개변수들은 농업기상정보시스템 및 기상청에서 확보한 관측 자료를 이용하거나 이를 이용한 최적화 기법을 통하여 구축 및 추정하였다.

모의 결과 본 연구에서 제안하고 있는 토양수분모형으로 관측 자료를 비교적 적절하게 재현할 수 있었다. 토양수분의 확률적인 거동에 있어 다소 불완전한 결과도 나왔으나, 이는 관측 자료의 부족으로부터 주로 기인한 것으로 보여지며, 또한 잠재증발산량의 추정 시 기온에 대한 적절한 고려가 되지 않았다는 점이 이러한 결과의 원인으로 판단된다. 이는 추후 관련 연구의 진행 시에 중요한 참고사항으로 제시될 수 있을 것이다.

그러나 이러한 한계점에도 불구하고 토양수분의 확률적인 거동이 전반적으로 잘 모의가 되었으며 이를 통하여 시간에 따른 토양수분의 거동을 이해하는데 도움이 될 것으로 판단되며, 더 나아가 추후 가뭄을 비롯한 보다 관리가 이루어져야할 보다 실질적인 현상에의 적용 연구에 좋은 기반을 제공할 것으로 기대된다.

사 사

이 논문은 2007년도 정부(과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(No. R01-2007-000-10364-0).

참고문헌

기상청(2008). <http://www.kma.go.kr>.
 농업기상정보시스템(2008). <http://weather.rda.go.kr>.
 한수희, 김상단(2008). 토양수분과 식생의 물 압박에 대한 생태수문학적 해석: 추계학적 모형의 유도과 적용을 중심으로. *수질보전 한국물환경학회지*, **24**, pp. 99-106.

Bell, K. R., Balanchard, B. J., Schmutge, T. J., and Witzczak, M. W. (1980). Analysis of surface moisture variations within large field sites. *Water Resources Research*, **16**, pp. 796-810.
 Castelli, F. and Rodriguez-Iturbe, I. (1996). On the dynamical coupling of large scale spatial patterns of rainfall and soil moisture. *Tellus*, **48**(A), pp. 290-311.
 Chang, J. S. and Cooper, G. (1970). A practical difference scheme for Fokker-Planck equations. *Journal of Computational Physics*, **6**, pp. 1-16.
 Entekhabi, D. and Rodriguez-Iturbe, I. (1994). Analytical framework for the characterization of the space-time variability of soil moisture. *Advances in Water Resources*, **17**, pp. 35-45.
 Entekhabi, D., Rodriguez-Iurbe, I., and Castelli, F. (1996). Mutual interaction of soil moisture and atmospheric processes. *Journal of Hydrology*, **184**, pp. 3-17.
 Gardiner, C. W. (1986). *Handbook of stochastic methods*, Springer, NewYork.
 Jackson, T. J. and Le Vine, D. E. (1996). Mapping surface soil moisture using an aircraft-based passive microwave instrument: algorithm and example. *Journal of Hydrology*, **184**, pp. 85-99.
 Kavvas, M. L. (2003). Nonlinear hydrologic processes: Conservation equation for determining their means and probability distribution. *Journal of Hydrologic Engineering ASCE*, **8**, pp. 44-53.
 Kim, S., Kavvas, M. L., and Chen, Z. (2005). A root water uptake model under heterogeneous soil surface. *ASCE Journal of Hydrologic Engineering*, **10**, pp. 160-167.
 Kim, S., Han, S., and Kavvas, M. L. (2008). Analytical derivation of steady-state soil water probability density function coupled with simple stochastic point rainfall model. *ASCE Journal of Hydrologic Engineering*, **13**, pp. 1069-1077.
 Kim, S. and Jang, S. H. (2007). Analytical derivation of steady state soil water probability distribution function under rainfall forcing using cumulant expansion theory. *KSCCE Journal of Civil Engineering*, **11**, pp. 227-232.
 Kubo, R. (1963). Stochastic Liouville equation. *Journal of Mathematical Physics*, **4**, pp. 174-183.
 Njoku, E. and Entekhabi, D. (1996). Passive microwave remote sensing of soil moisture. *Journal of Hydrology*, **184**, pp. 101-129.
 Rodriguez-Iturbe, I., Porporato, A., Ridolfi, L., Islam, V., and Cox, D. (1999). Probabilistic modeling of water balance at a point: the role of climate, soil and vegetation. *Proc. R. Soc. Ser. A*, **455**, pp. 3789-3805.
 Van Kampen, N. G. (1981). *Stochastic processes in physics and chemistry*, Elsevier, North-Holland, Amsterdam.
 Yoo, C. and Kim, S. (2004). EOF analysis of surface soil moisture field variability. *Advances in Water Resources*, **27**, pp. 831-842.
 Yoo, C., Kim, S., and Kim, T. W. (2006). Assessment of drought vulnerability based on the soil moisture PDF. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, **21**, pp. 131-141.