

전자탐사 자료 해석을 위한 1차장 계산

김희준¹ · 최지향^{2,3} · 한누리³ · 송윤호^{2*} · 이기하¹

¹부경대학교 에너지자원공학과

²한국지질자원연구원 국토지질연구본부

³서울대학교 에너지자원공학과

Primary Solution Evaluations for Interpreting Electromagnetic Data

Hee Joon Kim¹, Jihyang Choi^{2,3}, Nuree Han³, Yoonho Song^{2*}, and Ki Ha Lee¹

¹Pukyong National University, Department of Energy Resources Engineering

²Korea Institute of Geoscience and Mineral Resources, Geological Research Division

³Seoul National University, Department of Energy Resources Engineering

요약: 전자탐사에서 수평 층서구조에 대한 Green 함수의 계산은 전자기 반응의 모델링에서 핵심적인 부분을 담당한다. 해석적으로 구해진 핵함수의 Hankel 변환으로 계산되는 Green 함수는 핵함수의 대수적 등가 표현방식에 의해 그 정확도가 결정된다. 특히 3차원 모델링의 경우 Green 함수 계산 횟수가 매우 많아서 Hankel 변환 계산이 전체 계산시간의 상당량을 차지하므로, 빠르고 정확한 Hankel 변환의 계산을 위해서 선형 수치필터를 이용한다. 최근 많이 시도되는 3차원 역산을 위한 모델링에서는 송신점에서의 특이성 문제를 피하기 위해 전기장을 1차장과 2차장으로 나누어 계산하는 것이 보통이다. 이 연구에서는 균질 반무한공간에 대해 지표면에 놓인 다섯 종류의 송신원에 대한 지하 매질에서의 전기장 세성분을 Hankel 변환을 이용하여 정리하고, 그 계산 방법에 대해 고찰하였다. 그리고 2중 반공간에서 EM1D를 이용하여 공기와 바다의 영향을 모두 고려한 전자기장을 계산할 때, 보다 정확한 해의 계산을 위해 TE 및 TM 모드에서의 반사계수를 유도하였다. 여기서 정리한 해를 이용하면 MT 문제는 물론, 해양 전자탐사의 경우에도 1차장을 정확히 계산할 수 있으므로 3차원 역산에서 보다 정확하고 효율적인 감도 계산이 가능할 것이다.

주요어: 전자탐사, Green 함수, Hankel 변환, 모델링, 1차장, EM1D

Abstract: Layered-earth Green's functions in electromagnetic (EM) surveys play a key role in modeling the response of exploration targets. They are computed through the Hankel transforms of analytic kernels. Computational precision depends upon the choice of algebraically equivalent forms by which these kernels are expressed. Since three-dimensional (3D) modeling can require a huge number of Green's function evaluations, total computational time can be influenced by computational time for the Hankel transform evaluations. Linear digital filters have proven to be a fast and accurate method of computing these Hankel transforms. In EM modeling for 3D inversion, electric fields are generally evaluated by the secondary field formulation to avoid the singularity problem. In this study, three components of electric fields for five different sources on the surface of homogeneous half-space were derived as primary field solutions. Moreover, reflection coefficients in TE and TM modes were produced to calculate EM responses accurately for a two-layered model having a sea layer. Accurate primary fields should substantially improve accuracy and decrease computation times for Green's function-based problems like MT problems and marine EM surveys.

Keywords : electromagnetic, Green's function, Hankel transform, modeling, primary field, EM1D

머리말

전자탐사는 오랜 기간 지구 내부구조 규명이나 자원개발 분야에 이용되어 왔다. 과거에는 주로 육상에서의 지질구조 규명,

2009년 9월 6일 접수; 2009년 10월 26일 채택

*Corresponding author

E-mail: song@kigam.re.kr

Address: KIGAM, 92 Gwahang-no Yuseong-gu,
Daejeon, 305-350, Korea

자원개발, 환경오염 모니터링 등의 분야에서 전자탐사의 이용 범위를 꾸준히 넓혀왔으며(Goldstein, 1988; Buselli and Lu, 2001; Berdichevsky and Dmitriev, 2002; Solon *et al.*, 2005), 해양에서도 인공송신원 전자탐사(controlled-source EM; CSEM)를 해양 분지와 활성 해령의 연구에 적용한 예가 있다(Chave and Cox, 1982; Chave *et al.*, 1991; Constable and Cox, 1996; MacGregor *et al.*, 1998; 2001). 최근에는 해양에서의 탄화수소 탐지에도 전자탐사를 이용하기 시작하였다(Eidesmo *et al.*, 2002; Ellingsrud *et al.*, 2002; Constable, 2006; Weiss and

Constable, 2006). 해양 전자탐사를 이용하면 탄화수소층의 고비저항 특성으로 인해 전자탐사 자료에 뚜렷한 신호가 나타나므로 탄화수소 부존 유무에 대한 직접적인 정보를 얻을 수 있어, 탄화수소 탐사에 주로 이용되는 탄성파탐사에 보조적인 역할을 할 수 있다(Key *et al.*, 2004; Zhdanov *et al.*, 2004). Key *et al.* (2004)은 탄성파탐사의 보완으로 해양 MT 탐사를 수행하여 해저의 암염돔 구조를 파악하였으며, Schwalenberg *et al.* (2005)은 탄성파 자료의 반사 이벤트가 없는 지역에서 해양 전자탐사를 이용해 해저의 탄화수소를 탐지하였다.

전자탐사 자료의 3차원 역산은 막대한 계산시간 및 컴퓨터 기억용량 소모의 문제로 인해 그 적용에 한계가 있었으나, 현실적으로 적용이 가능한 3차원 역산에 대한 연구가 지난십여년 동안 다양한 방법으로 이루어져왔다. Zhdanov *et al.* (2000)은 Green 함수에 대한 준선형(quasi-linear) 근사를 이용하여 빠른 속도로 3차원 역산을 수행할 수 있는 알고리듬을 개발하였으며, Farquharson *et al.* (2002)는 수반 방정식(adjoint equation)의 해를 반무한공간이나 충서구조에 대한 값으로 근사하였다. Mackie and Madden (1993)과 Newman and Alumbaugh (2000)는 각각 선형 및 비선형 conjugate gradient법에 기초하여 감도를 직접 계산하지 않고 역산을 수행하는 방법을 개발하였다.

최근에는 전자탐사 자료에 대해 직접적으로 감도를 계산하는 3차원 역산이 많이 시도되고 있다. 이는 컴퓨터 용량과 속도가 급속히 발전하고 있고, 연립방정식에 대한 Krylov 공간 반복해법이 보급되었으며, 상반성의 원리(reciprocity principle)를 이용하여 감도 계산이 용이해졌기 때문이다. 이 중 상반원리를 이용한 감도 계산을 위해서는, 각 측정점에서 측정성분에 해당하는 가상의 단위 쌍극자가 놓여 있다고 가정하고 구하고자 하는 매질에서 이 송신원에 의한 전기장을 계산하여야 한다. 이를 위해서는 가상 송신원에 대한 수치적인 모델링 과정이 요구되며 송신점에서의 특이성(singularity) 문제를 피하기 위해 전기장을 배경매질에 대한 1차장과 이상체에 대한 2차장으로 나누어 계산하는 방법이 주로 이용된다. 이 때 1차장은 보통 측정점이 위치하는 지하 매질의 전기전도도 값을 가지는 균질 전공간 혹은 반무한공간에 대해 계산하지만, 해양 전자탐사와 같은 해저 환경에서는 바다와 지층 매질을 모두 포함하는 수평 2층구조에 대한 해를 계산하는 것이 보다 바람직하다. 여기서는 균질 반무한공간 및 수평 2층구조에서 1차장을 신속 정확하게 구하는데 필요한 몇 가지 방법에 대해 검토하여 상반성을 이용한 전자탐사 자료의 3차원 역산 해석에 도움을 주고자 한다.

상반성을 이용한 감도(sensitivity) 계산

역산문제를 풀기 위해서는 구하고자 하는 지하 매질의 전기적 물성에 대한 측정 전자기장의 미분인 감도가 필요하다. 상반성을 이용한 감도계산에서 대상 영역 V 의 전기전도도 σ 에

대한 전기장 \mathbf{E} 의 편미분은

$$\frac{\partial E_i}{\partial \sigma} = \int_V \mathbf{E}_{J_i}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') dv', \quad (i=x, y, \text{ or } z) \quad (1)$$

로 표현할 수 있다(김희준 등, 2004). 여기서 J_i 는 i ($=x, y, \text{ or } z$) 방향 전기쌍극자를 나타내고 \mathbf{r}' 은 가상 송신원의 위치벡터를 나타낸다. 마찬가지로 자기장에 대한 편미분은

$$\frac{\partial H_i}{\partial \sigma} = -\frac{1}{j\omega\mu} \int_V \mathbf{E}_{M_i}(\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') dv', \quad (2)$$

이며, 여기서 ω 는 각주파수, μ 는 투자율, M_i 는 i 방향 자기쌍극자를 나타낸다. 이렇게 수신점에서의 전기장 또는 자기장에 대한 편미분은 수신점에 놓인 가상적인 전기 또는 자기쌍극자에 의한 영역 내의 전기장과 실제 송신원에 의한 전기장의 내적을 그 영역에 대해 체적적분함으로써 구해진다. 전자기장의 편미분으로부터 표면 임피던스나 겉보기비저항의 편미분은 쉽게 유도할 수 있다(김희준 등, 2004).

만약 쌍극자원과 같은 인공전류원이 존재한다면 전류원 근처에서 전기장이 급격히 변화하게 되는데, 이러한 특이점 문제를 피하기 위한 한 예로 배경매질에 대한 1차장 \mathbf{E}_p 와 불균질체에 의한 2차장 \mathbf{E}_s 로 나누어 계산하는 방법을 이용한다. 이 때 2차장은 다음과 같은 미분방정식을 만족한다.

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}_s + j\omega\mu_0\sigma \mathbf{E}_s = -j\omega\mu_0(\sigma - \sigma_p)\mathbf{E}_p, \quad (3)$$

여기서 σ_p 는 배경매질의 전기전도도이며 우변의 1차장 \mathbf{E}_p 는 해석적으로 구해진다. (3)식에서 좌변의 \mathbf{E}_s 는 송신원에서 특이점이 나타나지 않으며 송신원 근처에서의 변화도 완만하다. 최종적으로 전기장 \mathbf{E} 는 \mathbf{E}_p 와 \mathbf{E}_s 의 합으로 구해진다.

1차장은 꼭 σ_p 가 일정한 값을 가진 균질 반무한공간에 대해서 계산해야 할 필요는 없다. 한 예로 해양 전자탐사의 경우 대부분 해저에서 전기장 측정이 이루어지기 때문에 보통 수평 2층구조에서 바다와 지층의 경계에 전류원이 존재하는 경우에 대한 1차장을 계산한다. 어떠한 경우라도 역산을 위한 모델링 과정에서 1차장 계산을 염청나게 반복해야 함을 고려하면 그 해가 신속 정확하게 얻어지는 것이 바람직하다.

EM1D

수평 다층구조에서 전자기 반응을 계산하는 프로그램인 EM1D는 지구의 전자기장에 관한 연구와 관련하여 전세계적으로 가장 많이 사용되는 프로그램 중 하나이다. EM1D는 1980년대 초에 당시 미국 Lawrence Berkeley 연구소의 Ki Ha Lee에 의해 초기 버전이 개발되었다. 이 프로그램은 송신원으로써 전류원과 자기원을 모두 사용할 수 있고 수평다층구조에 대해 전자기장의 3성분을 모두 계산할 수 있다. 또한 송신점과 수신점의 위치를 지표, 공중, 지하 어디에든 자유롭게 지정

할 수 있는 특징이 있다. 이 모든 계산이 13 종류의 핵함수(kernel function)의 Hankel 변환으로 평가가 가능하다. 프로그램 내부를 살펴보면, 크게 핵함수를 유도하는 부분과 Hankel 적분 부분으로 나눌 수 있다. 이 중 핵함수 유도 부분은 개발 당시부터 완성도가 높아서 특이항(singular term)을 제거하는 기능이 비교적 초기에 도입된 것 외에는 변화가 없다. Hankel 적분 부분은 EM1D 개발 시기 즈음에는 미국 Geological Survey의 W. L. Anderson^o 개발한 수치필터를 이용하고 있었으며, 그 후 필터에 ZHANKS (Anderson, 1979), DZHANK (Anderson, 1989) 등을 장착한 버전들이 나왔다.

초기 프로그램의 개발 이후 다른 연구자들과의 합동 연구를 통해 프로그램이 향상되었다. 일반적인 전자기 문제는 전도전류를 중심으로 계산하므로 EM1D도 준정적(quasi-static) 근사가 성립하는 낮은 주파수 대역에 초점이 맞춰져 있었으나, 변위전류(displacement current)를 이용하는 높은 주파수 대역에 대한 전자기장 계산에서는 핵함수가 급격히 변화하므로 적분 계산에 수치필터보다 정확도가 높은 Gaussian quadrature를 이용하게 되었다(Song *et al.*, 2002). 또한 높은 주파수 대역에서 Cole-Cole 모델로 전기적 물성을 취급하는 변형도 만들어졌다(Kim *et al.*, 1997).

DZHANK를 이용한 배정밀도 프로그램은 준정적 근사가 성립하는 주파수 대역에서는 대단히 정확도가 높으나 3차원 역산에서와 같이 1차장을 염청난 횟수로 반복 계산해야 하는 경우에는 계산시간 면에서 부담이 될 수 있다. 한편, 수치필터는 초기의 Fourier 변환을 이용하는 필터 계수 유도에 의한 방법 대신 Wiener-Hopf 최소화를 이용하는 방법이 도입되었고, 길이가 짧으면서도 성능이 좋은 필터가 많이 개발되고 있다(Johansen and Sorensen, 1979; Guptasarma, 1982; Christensen, 1990; 1991; Sorensen and Christensen, 1994; Guptasarma and Singh, 1997).

균질 반무한공간

MT 문제의 경우 보통 지표면에서 수평 전기장과 수평 및 수직 자기장을 측정하기 때문에 지하의 전기적 물성에 대한 전자기장의 감도 계산을 위해서는 지표($x', y', 0$)에 놓인 J_x, J_y, M_x, M_y 및 M_z 송신원에 대한 지하(x, y, z)에서의 전기장이 필요하며 전자기장의 시간 의존성을 $e^{i\omega t}$ 라고 할 때 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} E_x^{J_x} &= \frac{1}{2\pi\sigma} \left\{ \frac{(y-y')^2}{\rho^2} \int_0^\infty \lambda^2 e^{-uz} J_0(\lambda\rho) d\lambda \right. \\ &\quad + \left[1 - \frac{2(y-y')^2}{\rho^2} \right] \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \lambda e^{-uz} J_1(\lambda\rho) d\lambda \\ &\quad \left. - \frac{e^{-kR}}{R^5} [k^2 R^2 z^2 + (kR+1)(2z^2 - \rho^2)] \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} E_y^{J_x} &= \frac{1}{2\pi\sigma} \frac{(x-x')(y-y')}{\rho^2} \left[\frac{2}{\rho} \int_0^\infty \lambda e^{-uz} J_1(\lambda\rho) d\lambda \right. \\ &\quad \left. - \int_0^\infty \lambda^2 e^{-uz} J_0(\lambda\rho) d\lambda \right] \end{aligned} \quad (5)$$

$$E_z^{J_x} = \frac{1}{2\pi\sigma} \frac{(x-x')ze^{-kR}}{R^5} (k^2 R^2 + 3kR + 3) \quad (6)$$

$$E_x^{J_y} = E_y^{J_x} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} E_y^{J_y} &= \frac{1}{2\pi\sigma} \left\{ \frac{(x-x')^2}{\rho^2} \int_0^\infty \lambda^2 e^{-uz} J_0(\lambda\rho) d\lambda \right. \\ &\quad + \left[1 - \frac{2(x-x')^2}{\rho^2} \right] \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \lambda e^{-uz} J_1(\lambda\rho) d\lambda \\ &\quad \left. - \frac{e^{-kR}}{R^5} [k^2 R^2 z^2 + (kR+1)(2z^2 - \rho^2)] \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

$$E_z^{J_y} = \frac{1}{2\pi\sigma} \frac{(y-y')ze^{-kR}}{R^5} (k^2 R^2 + 3kR + 3) \quad (9)$$

$$\begin{aligned} E_x^{M_x} &= \frac{i\omega\mu}{2\pi} \frac{(x-x')(y-y')}{\rho^2} \left[\frac{2}{\rho} \int_0^\infty \frac{\lambda}{\lambda+u} e^{-uz} J_1(\lambda\rho) d\lambda \right. \\ &\quad \left. - \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{\lambda+u} e^{-uz} J_0(\lambda\rho) d\lambda \right] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} E_y^{M_x} &= \frac{i\omega\mu}{2\pi} \left\{ \frac{(x-x')^2}{\rho^2} \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{\lambda+u} e^{-uz} J_0(\lambda\rho) d\lambda \right. \\ &\quad + \left[1 - \frac{2(x-x')^2}{\rho^2} \right] \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \frac{\lambda}{\lambda+u} e^{-uz} J_1(\lambda\rho) d\lambda \left. \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

$$E_z^{M_x} = 0 \quad (12)$$

$$\begin{aligned} E_x^{M_y} &= -\frac{i\omega\mu}{2\pi} \left\{ \frac{(y-y')^2}{\rho^2} \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{\lambda+u} e^{-uz} J_0(\lambda\rho) d\lambda \right. \\ &\quad + \left[1 - \frac{2(y-y')^2}{\rho^2} \right] \frac{1}{\rho} \int_0^\infty \frac{\lambda}{\lambda+u} e^{-uz} J_1(\lambda\rho) d\lambda \left. \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

$$E_y^{M_y} = -E_x^{M_y} \quad (14)$$

$$E_z^{M_y} = 0 \quad (15)$$

$$E_x^{M_z} = \frac{i\omega\mu(y-y')}{2\pi\rho} \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{\lambda+u} e^{-uz} J_1(\lambda\rho) d\lambda \quad (16)$$

$$E_y^{M_z} = -\frac{i\omega\mu(x-x')}{2\pi\rho} \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{\lambda+u} e^{-uz} J_1(\lambda\rho) d\lambda \quad (17)$$

$$E_z^{M_z} = 0 \quad (18)$$

여기서 $k=\sqrt{i\omega\mu_0\sigma}$ 는 공간 파수, $\omega=2\pi f$ 는 각주파수, f (Hz)는 주파수, $\mu_0=4\pi\times 10^{-7}$ (H/m)는 진공의 투자율, $u=\sqrt{\lambda^2+k^2}$, $\rho=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}$, $R=\sqrt{\rho^2+z^2}$, 그리고 z 는 지표면을 원점으로 하며 심도가 증가하는 방향이 (+) 방향이다.

(4)~(18)식에 나타낸 전기장 유도에는 해석해가 최대한 사용

되고 있으며, 수신점이 지표에 있는 경우에는($z = 0$) 더 간단하게 정리되어 있는 해석해를 이용할 수 있다(Appendix 참조). 위의 전기장 계산을 위해서는 단지 5종류의 핵함수에 대한 Hankel 변환만이 필요하다. 이 계산에는 주파수가 수 kHz 이하로 그리 높지 않으면 핵함수의 변동이 크지 않아 비교적 짧은 필터로도 정확한 값을 구할 수 있다. 예를 들어 Guptasarma and Singh (1997)이 개발한 두 종류의 필터 중 짧은 필터는 J_0 와 J_1 변환에 대해 각각 61과 47개의 계수만을 이용한다. 다만 이 필터의 경우 ρ 가 수 km 이상으로 큰 경우 다소 오차가 생긴다.

Loop-loop 시스템을 지표 근처나 상공에서 이용하는 전자탐사의 경우는 보통 공중에서 자기장을 측정한다. 그래서 감도 계산에는 측정 자기장에 따라서 M_x , M_y 및 M_z 송신원에 대한 전기장이 필요하게 된다((10)~(18)식). 다만 송신원 위치가 공중이기 때문에 핵함수 중 e^{-uz} 대신 $e^{-uz+z'}$ 을 사용해야 한다. 여기서 z' 은 지표로부터 송신원까지의 높이를 나타내고, 따라서 z 와는 부호가 반대가 된다.

수평 2층구조

해양 전자탐사에서 1차장의 계산은 바다층을 포함하는 수평 2층구조에 대해 계산하는 것이 일반적이다. 특히 해저면을 중심으로 하여 위아래가 모두 균질 반무한공간으로 이루어진 구조(Fig. 1에서 공기층이 결여된 구조)를 2중 반공간(double half-space) 구조라고 정의하며, 이 구조에서 수평 전기쌍극자에 의한 전기장을 Chave and Cox (1982)가 계산한 바 있다. 하지만 그 해는 두 가지 면에서 문제가 있다. 하나는 공기층을 제거했기 때문에 이를 통과하는 전자기파인 공기파(air wave; Nordskag and Amundsen, 2007)를 고려할 수 없는 것이고, 다른 하나는 이 계산에서는 송신원과 수신점이 바다층 안에 있는 경우를 가정하는데 해양 전자탐사 자료의 역산에서는 해저면에 위치하는 송신원에 대한 해저 밑 지층에서의 전기장이 필요하다는 것이다. 이런 문제점 해결을 위한 가장 순쉬운 방법은 배정밀도 EM1D를 사용하여 전기장을 계산하는 것이다. 이 때 계산시간을 줄이기 위해 단정도 EM1D를 이용하거나 Anderson의 필터인 DZHANK가 아닌 다른 필터를 사용하는 데에는 신중을 기해야 한다. 이는 바다와 같이 전기전도도가 대단히 높은 환경에서는 길이가 짧은 필터로는 광범위하게 변화하는 전기장을 정확히 계산할 수 없기 때문이다(Kong, 2007). 현재 해양 전자탐사 기기의 잡음역(noise floor)은 전기장 크기가 $10^{-14} \sim 10^{-15}$ V/m이다(Constable and Srnka, 2007). 앞으로 장비의 발전으로 잡음역이 10^{-16} V/m까지 감소할 것을 가정하면 자료 해석 시 적어도 10^{-16} V/m의 수준까지 전기장의 계산이 가능하여야 한다(Constable and Weiss, 2006). 이 경우 앞에서 언급한 필터 중 Guptasarma and Singh (1997)의 긴 필터(J_0 및 J_1 변환에 대해 각각 120과 140개의 계수)나 Kong

Air $\sigma = 0$

Ocean σ_1

Lithosphere σ_2

Fig. 1. A two-layered model.

(2007)의 61개 길이의 필터면 충분하다. 단 Kong (2007)의 필터를 적용할 경우 필터링 부분을 배정밀도로 계산해야 한다.

Hankel 변환에 필요한 핵함수 중 TE 및 TM 모드 전자기파에 관한 반사계수인 R_{TE} 및 R_{TM} 의 유도도 전기장의 계산 위치가 바다층 아래의 지층이기 때문에 공기와의 경계면인 지표면의 경우와는 달리야 한다. 일반적인 Wait (1962)의 순환 반복 방법을 반대로 적용하면 해저면 하부 지층에서의 반사 계수는 각각

$$R_{TE} = \frac{Y_2 - \hat{Y}_1}{Y_2 + \hat{Y}_1}, \quad R_{TM} = \frac{Z_2 - \hat{Z}_1}{Z_2 + \hat{Z}_1}, \quad (19)$$

이다. 여기서 Y 와 Z 는 지층의 admittance와 impedance^o고,

$$\hat{Y}_1 = Y_1 \frac{\hat{Y}_0 + Y_1 \tanh(u_1 h_1)}{Y_1 + \hat{Y}_0 \tanh(u_1 h_1)}, \quad \hat{Z}_1 = Z_1 \frac{\hat{Z}_0 + Z_1 \tanh(u_1 h_1)}{Z_1 + \hat{Z}_0 \tanh(u_1 h_1)}, \quad (20)$$

$$Y_j = \frac{u_j}{i\omega\mu_0}, \quad Z_j = \frac{u_j}{\sigma_j}, \quad (j=1 \text{ or } 2) \quad (21)$$

$$\hat{Y}_0 = Y_0 = \frac{\lambda}{i\omega\mu_0}, \quad \hat{Z}_0 = Z_0 = \frac{\lambda}{i\omega\varepsilon}, \quad (22)$$

이다. 그러나 이 Wait (1962)의 방법은 수치적으로 마무리오차(round-off error)에 취약하다. 수치적으로 더 안정된 결과는

$$R_{TE} = \frac{r_2^{TE} + r_1^{TE} e^{-2u_1 h_1}}{1 + r_2^{TE} r_1^{TE} e^{-2u_1 h_1}}, \quad R_{TM} = \frac{r_2^{TM} + r_1^{TM} e^{-2u_1 h_1}}{1 + r_2^{TM} r_1^{TM} e^{-2u_1 h_1}}, \quad (23)$$

와 같이 고쳐 쓰면 얻어질 수 있다. 여기서

$$r_j^{TE} = \frac{Y_j - Y_{j-1}}{Y_j + Y_{j-1}}, \quad r_j^{TM} = \frac{Z_j - Z_{j-1}}{Z_j + Z_{j-1}}, \quad (24)$$

는 층 경계에서의 admittance와 impedance에 관한 반사계수이다. (24)식 대신

$$r_j^{TE} = \frac{i\omega\mu_0(\sigma_j - \sigma_{j-1})}{(u_j + u_{j-1})^2}, \\ r_j^{TM} = \frac{(\sigma_{j-1} - \sigma_j)[\lambda^2(\sigma_{j-1} + \sigma_j) + i\omega\mu_0\sigma_j\sigma_{j-1}]}{(\sigma_{j-1}u_j + \sigma_ju_{j-1})^2}, \quad (25)$$

를 쓰면 좀 더 안정된 결과가 얻어진다.

Fig. 2는 단정도 계산의 경우 (19)식과 (23)식으로 계산된 해저면에서 R_{TE} 의 실수부를 나타낸 것으로서, 기존의 방법이 마

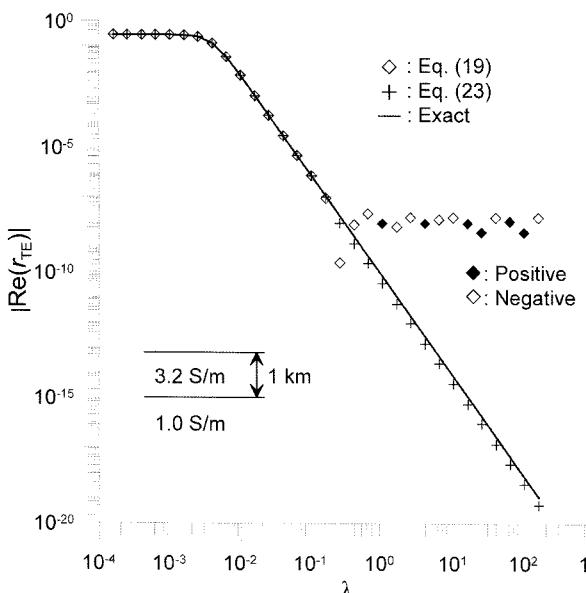


Fig. 2. Comparison of the kernal representation in the real part of r_{TE} using equations (19) and (23) at the seafloor.

무리오차에 얼마나 취약한지를 알 수 있다. 그럼에서 십자 기호는 (23)식의 계산에 (24)식을 적용한 경우지만 (25)식을 적용하면 값이 좀 더 정확해지고 정답과 거의 차이를 보이지 않는다.

마지막으로

준정적 근사가 성립하는 주파수 범위에서 수평다층구조에 대한 1차장의 계산을 위해서는 필터 DZHANK를 이용한 배정 밀도 EM1D가 적합하다. 이는 송신선 위치를 불문할 뿐만 아니라 수치해의 정확도도 대단히 높다. 그러나 필터 계수가 무려 801개에 달해 3차원 역산과 같이 대단히 많은 양의 1차장 계산을 반복하는 경우에는 계산시간 면에서 상당히 부담스러울 때가 있다. 전자기 문제의 3차원 역산에 쓰이는 1차장의 경우 고려해야 할 층의 수는 최대 2층인데, 이런 단순한 모형에서는 Hankel변환의 핵함수의 변동이 크지 않아서 좀 더 짧은 필터를 사용해도 정확한 해의 계산이 가능하다. 다행히 최근에는 길이가 짧으면서 성능이 우수한 필터가 많이 알려져 있다.

이 연구에서는 균질 반무한공간에 대해 지표면에 놓인 다섯 종류의 송신원에 대한 지하 매질에서의 전기장 세 성분을 Hankel 변환을 이용하여 정리하고, 그 계산 방법에 대해 연구하였다. 또한 2중 반무한공간에서 EM1D를 이용하여 공기와 바다의 영향을 모두 고려한 전자기장을 계산할 때, 보다 정확한 해의 계산을 위해 TE 및 TM 모드에서의 반사계수를 유도하였다. 여기서 정리한 해를 이용하면 일반적인 전자기 문제는 물론, 해양 전자탐사의 경우에도 1차장을 정확히 계산할 수 있으므로 3차원 역산에서 보다 정확한 감도 계산이 가능할 것으로 판단된다.

사사

이 논문은 2008년도 한국학술진흥재단의 지원(KRF-2008-013-D00159)과 한국지질자원연구원의 기본사업인 ‘저온 지열 열병합 발전에 활용 가능한 삼부 지열수 자원 확보 기술 개발’의 지원, Brain Korea 21 Project의 지원을 받아 수행된 연구임.

참고문헌

- 김희준, 남명진, 한누리, 최지향, 이태종, 송윤호, 서정희, 2004, MT 자료의 3차원 역산 개관, 물리탐사, 7, 207-212.
 Anderson, W. L., 1979, Numerical integration of related Hankel transforms of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering, *Geophysics*, 44, 1287-1305.
 Anderson, W. L., 1989, A hybrid fast Hankel transform algorithm for electromagnetic modelling, *Geophysics*, 54, 263-266.
 Berdichevsky, M. N., and Dmitriev, V. I., 2002, *Magnetotellurics in the Context of the Theory of Ill-posed Problems*, Soc. Explor. Geophys.
 Buselli, G., and Lu, K., 2001, Groundwater contamination monitoring with multichannel electrical and electromagnetic methods, *J. Applied Geophys.*, 48, 11-23.
 Chave, A. D., Constable, S., and Edwards, N., 1991, Electrical exploration methods for seafloor, in Nabighian, M. N., ed., *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics*, Soc. Expl. Geophys., Vol II, 931-966.
 Chave, A. D., and Cox, C. S., 1982, Controlled electromagnetic sources for measuring electrical conductivity beneath the oceans, 1. Forward problem and model study, *J. Geophys. Res.*, 87, 5327-5338.
 Christensen, N. B., 1990, Optimized fast Handel transform filters, *Geophys. Prosp.*, 38, 545-558.
 Christensen, N. B., 1991, Reply to comments by Walter L. Anderson, *Geophys. Prosp.*, 39, 449-450.
 Constable, S., and Cox, C. S., 1996, Marine controlled source electromagnetic sounding: 2. The PEGASUS experiment, *J. Geophys. Res.*, 101, 5519-5530.
 Constable, S., 2006, Marine electromagnetic methods-A new tool for offshore exploration, *The Leading Edge*, 25, 438-444.
 Constable, S., and Srnka, L. J., 2007, An introduction to marine controlled-source electromagnetic methods for hydrocarbon exploration, *Geophysics*, 72, WA3-WA12.
 Constable, S., and Weiss, C. J., 2006, Mapping thin resistors and hydrocarbons with marine EM methods: Insights from 1D modeling, *Geophysics*, 71, G43-G51.
 Eidesmo, T., Ellingsrud, S., MacGregor, L. M., Constable, S., Sinha, M. C., Johanson, S., Kong, F. N., and Westerdahl, H., 2002, Sea Bed Logging (SBL), a new method for remote and direct identification of hydrocarbon filled layers in deepwater areas, *First Break*, 20, 144-152.
 Ellingsrud, S., Eidesmo, T., Johansen, S., Sinha, M. C., MacGregor, L. M., and Constable, S., 2002, Remote sensing of hydrocarbon layers by seabed logging (SBL): Results from

- a cruise offshore Angola, *The Leading Edge*, **21**, 972-982.
- Farquharson, C. G., Oldenburg, D. W., and Haber, E., 2002, An algorithm for the three-dimensional inversion of magnetotelluric data, *Expanded Abstract, 72nd Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys.*, 649-652.
- Goldstein, N. E., 1988, Subregional and detailed exploration for geothermal-hydrothermal resources, *Geotherm. Sci. and Tech.*, **1**, 303-431.
- Guptasarma, D., 1982, Optimization of shorter digital filters for increasing accuracy, *Geophysical Prospecting*, **30**, 501-514.
- Guptasarma, D., and Singh, B., 1997, New digital linear filters for Handel J_0 and J_1 transforms, *Geophysical Prospecting*, **45**, 745-762.
- Johansen, H. K., and Sorensen, K. I., 1979, Fast Hankel transforms, *Geophysical Prospecting*, **27**, 876-901.
- Key, K. W., Constable, S. C., and Weiss, C. J., 2004, Mapping 3D salt using 2D marine magnetotelluric method: Case study from Gemini Prospect, Gulf of Mexico, *74th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstract*, 596-599.
- Kim, H. J., Song, Y., and Lee, K. H., 1997, High-frequency electromagnetic inversion for a dispersive layered earth, *J. Geomag. Geoelect.*, **49**, 1439-1450.
- Kong, F.N., 2007, Hankel transform filters for dipole antenna radiation in a conductive medium, *Geophys. Prosp.*, **55**, 83-89.
- MacGregor, L. M., Constable, S., and Sinha, M. C., 1998, The RAMESSES experiment III: Controlled source electromagnetic sounding of the Reykjanes Ridge at $57^{\circ}45'$, *J. Geophys. Res.*, **135**, 773-789.
- MacGregor, L. M., Constable, S., and Sinha, M. C., 2001, Electrical resistivity structures of the Valu Fa Ridge, Lau basin, from marine controlled source electromagnetic sounding, *Geophys. J. Int.*, **146**, 217-236.
- Mackie, R. L., and Madden, T. R., 1993, Three-dimensional magnetotelluric inversion using conjugate gradients, *Geophys. J. Int.*, **115**, 215-229.
- Newman, G. A., and Alumbaugh, D. L., 2000, Three-dimensional magnetotelluric inversion using non-linear conjugate gradients, *Geophys. J. Int.*, **140**, 410-424.
- Nordskag, J. I., and Amundsen, L., 2007, Asymptotic airwave modeling for marine controlled-source electromagnetic surveying, *Geophysics*, **72**, F249-F255.
- Schwalenberg, K., Willoughby, E., Mir, R., and Edwards, N. R., 2005, Marine gas hydrate electromagnetic signatures in Cascadia and their correlation with seismic blank zones, *First Break*, **23**, 57-63.
- Solon, K. D., Jones, A. G., Nelson, K. D., Unsworth, M. J., Kidd, W. F., Wei, W., Tan, H., Jin, S., Deng, M., Booker, J. R., Li, S., and Bedrosian, P., 2005, Structure of the crust in the vicinity of the Banggong-Nujiang suture in central Tibet from INDEPTH magnetotelluric data, *J. Geophys. Res.*, **110**, B10102.
- Song, Y., Kim, H. J., and Lee, K. H., 2002, High frequency electromagnetic impedance for subsurface imaging, *Geophysics*, **67**, 501-510.
- Sorensen, K. I., and Christensen, N. B., 1994, The fields from a finite electrical dipole - A new computational approach, *Geophysics*, **59**, 864-880.
- Wait, J. R., 1962, Theory of magnetotelluric fields, *J. Res. Nat. Bur. Stand., U. S.*, **D66**, 509-541.
- Ward, S. H., and Hohmann, G. W., 1988, Electromagnetic theory for geophysical applications, in Nabighian, M. N., ed., *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics*, v. 1, Soc. Expl. Geophys., 203-252.
- Weiss, C. J., and Constable, S., 2006, Mapping thin resistors and hydrocarbons with marine EM methods, Part II-Modeling and analysis in 3D, *Geophysics*, **71**, G321-G332.
- Zhdanov, M. S., Fang, S., and Hursan, G., 2000, Electromagnetic inversion using quasi-linear approximation, *Geophysics*, **65**, 1501-1513.
- Zhdanov, M. S., Wan, L., Constable, S., and Key, K., 2004, New development in 3D marine MT modeling and inversion for off-shore petroleum exploration, *74th Ann. Internat. Mtg., Soc. Expl. Geophys., Expanded Abstract*, 588-591.

Appendix

균질 반무한공간에서 송신점과 수신점이 모두 지표에 있는 경우에는 해석해가 존재한다(Ward and Hohmann, 1988).

$$\begin{aligned} E_x^{J_x} &= \frac{1}{2\pi\sigma\rho^3} \left\{ -2 + (1+k\rho)e^{-k\rho} + \frac{3x^2}{\rho^2} \right\} \\ E_y^{J_x} &= \frac{3xy}{2\pi\sigma\rho^5} \\ E_y^{J_y} &= \frac{1}{2\pi\sigma\rho^3} \left\{ -2 + (1+k\rho)e^{-k\rho} + \frac{3y^2}{\rho^2} \right\} \\ E_x^{M_x} &= \frac{i\omega\mu xy}{2\pi\rho^2\rho^2} \left\{ 4I_1K_1 - \frac{k\rho}{2}(I_0K_1 - I_1K_0) \right\} \\ E_y^{M_x} &= \frac{i\omega\mu}{2\pi\rho^2} \left\{ I_1K_1 - \frac{x^2}{\rho^2} \left[4I_1K_1 - \frac{k\rho}{2}(I_0K_1 - I_1K_0) \right] \right\} \\ E_x^{M_y} &= \frac{i\omega\mu}{2\pi\rho^2} \left\{ \frac{y^2}{\rho^2} \left[4I_1K_1 - \frac{k\rho}{2}(I_0K_1 - I_1K_0) \right] - I_1K_1 \right\} \\ E_x^{M_z} &= \frac{1}{2\pi\sigma\rho^4\rho} [3 - (3+3k\rho+k^2\rho^2)e^{-k\rho}] \\ E_y^{M_z} &= -\frac{1}{2\pi\sigma\rho^4\rho} \frac{x}{\rho} [3 - (3+3k\rho+k^2\rho^2)e^{-k\rho}] \end{aligned}$$

여기서 I_n 및 K_n 는 차수가 n (= 0 or 1)인 수정 Bessel 함수이다.