

# 분수의 덧셈과 뺄셈에 관한 초등학교 수학과 교과용 도서 분석

방정숙<sup>1)</sup> · 이지영<sup>2)</sup>

초등학교 수와 연산 영역 중 핵심적인 내용이면서 많은 학생들이 어려워하는 부분이 분수 연산임에도 불구하고 분수의 덧셈과 뺄셈에 관한 연구는 상대적으로 많지 않다. 이에 본 논문은 제7차 및 개정 교육과정에 제시된 내용을 바탕으로 교육과정과 교과서간 연계성, 지도시기의 적절성, 차시 구성의 적절성 측면에서 분수의 덧셈과 뺄셈에 관한 내용을 분석하고 교과서의 내용 전개에 따라 도입, 활동, 익히기 부분으로 나뉘어 면밀히 분석하였다. 또한 관련된 내용이 있는 경우마다 익힘책의 내용을 추가적으로 탐색함으로써 분석의 깊이를 고려하였다. 구체적으로 도입 부분에 대해서는 '생활에서 알아보기'에 제시된 문장제가 실생활과 어느 정도 연결되는지, 다루는 문장제의 의미는 무엇이며 그 빈도는 어떠한지, 문장제의 해결 방법을 어떻게 제시하고 있는지를 분석하였다. 활동 부분에 대해서는 공통적으로 많이 활용하고 있는 시각적 모델에 대해서 활용의 다양성과 적절성을 살펴보고, 활동을 통해 계산 원리 및 방법을 어떻게 형식화하는지를 탐색하였다. 마지막으로, 적용 부분에 대해서는 교과서의 '익히기'와 수학익힘책에 제시된 문제 유형을 분석하고, 문장제를 통해 드러나는 연산의 의미를 집중적으로 분석하였다. 이를 통해 본 논문은 개정 교육과정에 의한 수학과 교과용 도서 개발에 논의거리와 시사점을 제공하고자 한다.

[주제어] 수학 교과서 분석, 수학 익힘책 분석, 분수의 덧셈과 뺄셈, 문장제

## I. 서론

초등학교의 수와 연산 영역 중 분수의 연산은 초등학교 고학년의 핵심 내용일 뿐만 아니라 초등학생들이 개념적으로 이해하기 어려워하는 대표적인 부분이다. 많은 학생들이 알고리즘을 바탕으로 분수 연산을 정확하게 수행하는 반면 연산의 저변에 깔려 있는 원리는 제대로 이해하지 못하는 경우가 많다.

이런 측면에서 분수 연산에 대한 많은 연구가 진행되어 왔는데, 대부분 분수의 덧셈, 뺄셈, 곱셈 보다는 나눗셈에 치중되어 왔으며, 예비교사를 대상으로 한 경우가 많다(예, 박교식, 송상현, 임재훈, 2004; 박만구, 2002; 방정숙 & Li, 2008). 학생을 대상으로 한 경우는 분수 연산보다는 분수 자체에 대한 개념 이미지, 표상, 분수의 다양한 의미에 대한 이해 등을 분석한 연구가 많다(예, 권성룡, 2003). 또한 분수 연산 지도 방법과 관련해서는 다른 나라 교과서와 우리나라 교과서의 분수 알고리즘 지도 방법에 대한 비교 연구가 주를 이루고 있

1) [제1저자] 한국교원대학교 초등교육과(수학교육)  
2) 한국교원대학교 대학원

는 반면에(강홍규, 2005; 임재훈, 김수미, 박교식, 2005), 우리나라 교과서의 분수 덧셈과 뺄셈에 관한 지도 방법을 전반적으로 그리고 심도 있게 분석한 연구는 상대적으로 적다.

이에 본 연구는 분수 덧셈과 뺄셈에 대한 우리나라 초등학교 수학과 교과용 도서를 분석하고자 한다. 특히 개정 수학과 교육과정을 바탕으로 현재 초등학교 3·4학년 실험본 교과서가 시범 적용되고 있고, 5·6학년 교과서가 한창 개발되고 있는 시점에서 현행 초등학교 교과용 도서를 여러 가지 측면에서 면밀하게 분석하는 것은 시의적절한 것으로 판단된다. 이를 통해 보다 나은 교과용 도서 개발에 기초적인 자료 및 시사점을 제공하고자 한다.

## II. 교육과정과 교과서에 제시된 분수의 덧셈과 뺄셈 지도 내용의 전반적인 분석

### 1. 제7차 및 개정 교육과정에 제시된 분수의 덧셈과 뺄셈 내용 분석

현행 초등학교 수학과 교과용 도서의 분수 덧셈과 뺄셈 내용을 분석하기 위한 기초 작업으로 우선 그와 같은 도서의 근간이 되는 제7차 수학과 교육과정을 살펴볼 필요가 있다. <표 1>은 분수의 덧셈과 뺄셈에 대해서 교육과정에 제시된 목표와 내용을 단계별로 정리한 것이다(교육부, 1997). 또한 <표 2>는 개정 교육과정의 해당 내용을 정리한 것인데(교육과학기술부, 2008), 이는 현행 교과용도서의 분석을 개정 교육과정과도 연계하여 시사점을 찾기 위한 노력의 일환이다.

<표 1> 제7차 교육과정에 제시된 분수의 덧셈과 뺄셈 관련 목표와 내용

단계	목표	내용
4가	..., 간단한 분수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.	<분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈> <ul style="list-style-type: none"> <li>분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.</li> </ul> <학습지도상의 유의점> - 계산하기 전에 답을 어렵해 보게 한다.
5가	..., 분수의 덧셈, 뺄셈을 할 수 있다.	<분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈> <ul style="list-style-type: none"> <li>분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.</li> </ul>

<표 2> 개정 교육과정에 제시된 분수의 덧셈과 뺄셈 관련 내용

학년	내용
4	<분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈> <ul style="list-style-type: none"> <li>분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.</li> </ul> [교수·학습 상의 유의점] <ul style="list-style-type: none"> <li>분수의 계산에서 계산하기 전에 답을 어렵해 보게 할 수 있다.</li> <li>계산하거나 어려운 값을 계산기를 사용하여 확인해 볼 수 있다.</li> </ul>
5	<분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈> <ul style="list-style-type: none"> <li>분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.</li> </ul>

제7차 교육과정과 개정 교육과정의 주요 내용을 비교분석해 보면 다음과 같다. 첫째, 지도시기를 살펴보면, 제7차 교육과정에서는 4-가 단계에서 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 다루고 5-가 단계에서 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 다룸으로써 4-나 단계에서 분수 연산을 다루지 않도록 되어 있다. 즉, 4-가 단계와 5-가 단계에서 공통적으로 분수의 덧셈과 뺄셈을 다루는 데 비해 분모가 같은지 다른지에 따라서 1년의 시기가 차이가 난다. 난이도는 물론 다르지만 동일한 종류의 연산을 각각 1년 뒤에 불연속적으로 다루는 것에 대해 재고할 필요가 있다. 이에 비해 개정 교육과정에서는 지도시기를 학년별로 제시함으로써 학습 내용을 탄력적으로 조절하여 제시할 수 있도록 했는데, 실제 교과서 개발은 학기별로 진행되므로, 이와 같이 동일한 연산이 불연속적으로 지도되는지, 그리고 그럴 필요가 분명히 있는지에 대해서 살펴볼 필요가 있다.

둘째, 지도내용 중 제7차 교육과정과 개정 교육과정에서 공통적으로 어렵하는 활동을 지도상의 유의점으로 제시하고 있다. 특히 개정 교육과정에서는 계산기를 사용하여 계산하거나 어려운 값을 확인할 수 있다는 점을 명시함으로써 계산 결과를 도출하는 데서 그치지 않고 계산 결과가 합리적인지 그렇지 않은지를 추구하도록 강조한다고 볼 수 있다. 이와 같이 분수의 연산에서 어림을 활용하는 것은 학생들의 수감각 향상 측면에서 도움이 될 뿐만 아니라 자칫 분수 연산에서 알고리즘 위주로 학습될 가능성에 반하여 자연수 연산에서 강조해온 어림을 일관성 있게 활용함으로써 자연수 연산과도 연계될 수 있는 장점이 있다.

셋째, <표 3>과 같이 분수의 곱셈과 나눗셈에서는 각각 계산 원리에 대한 이해가 명시적으로 제시된 것에 비해 덧셈과 뺄셈에서는 원리 이해에 대한 언급 없이 “... 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다”로 기술함으로써 상대적으로 계산 원리에 대한 이해가 약화된 채 계산 기능을 강조하는 방향으로 기술되어 있다. 이는 개정 교육과정에서도 일관된 패턴으로 유지된다. 물론 교육과정 해설서(교육과학기술부, 2008)를 보면, 분수의 덧셈과 뺄셈의 계산 원리를 이해한다는 설명이 포함되어 있지만, 교육과정 자체에는 이렇듯 덧셈과 뺄셈에서 연산의 의미나 계산 원리에 대한 강조가 없다는 점에 유의할 필요가 있다.

<표 3> 분수의 곱셈과 나눗셈 관련 내용

교육과정	단계 (학년)	내용
7차	5-나	<분수의 곱셈과 나눗셈> ▪ '(분수)÷(자연수)'의 계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.
개정	5	<분수의 곱셈과 나눗셈> ▪ 자연수와 분수의 곱셈, 분수끼리의 곱셈의 의미와 계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다. ▪ '(분수)÷(자연수)'의 계산 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

## 2. 교과서에 제시된 분수의 덧셈과 뺄셈 내용의 전반적인 분석

분수의 덧셈과 뺄셈의 지도 내용을 상세하게 분석하기에 앞서 전반적인 지도 계열 및 내용을 파악해 볼 필요가 있다. 이에 <표 4>는 분수의 덧셈과 뺄셈을 다루는 교과서의 단원별로 지도 계열 및 내용을 정리한 것이다(교육과학기술부, 2009a, 2009b, 2009c). 이를

바탕으로, 본 절에서는 교육과정과 교과서간 연계성, 지도시기의 적절성, 차시구성의 적절성 측면에서 현행 수학 교과서에 제시된 단계별 지도 내용을 분석하고자 한다. 또한 논의를 확장하기 위해서 현재 개발된 실험본 교과서 중 분수 연산과 관련된 내용을 다루는 4학년 교과서도 필요한 경우 포함하여 분석한다(교육과학기술부, 2009d, 2009e). 우선 교육과정과 교과서간 연계성은 교육과정에서 단계 또는 학년별로 제시된 내용이 교과서의 해당 단계 또는 학년(학기)에서 제대로 구현되었는지 외형적인 일치 여부를 중심으로 분석한다. 둘째, 지도 시기의 적절성은 각 단원 내 지도내용의 횡적 연결성뿐만 아니라 여러 단계 또는 학기에 걸친 지도내용의 종적 연결성을 분석함으로써 그 적절성 여부를 분석한다. 마지막으로, 차시구성의 적절성은 차시 구분의 기준과 지도 내용 전개의 중복성 등을 토대로 분석한다. 이와 같은 분석은 분수의 덧셈과 뺄셈에 관한 교과서 분석이 거의 없는 상황에서 후속 논의를 이끌 수 있는 기초 자료를 제공할 것으로 기대된다.

<표 4> 제7차 수학 교과서의 분수 덧셈과 뺄셈 지도 계열과 지도 내용

단계	단원명	지도 계열	지도 내용
4-가	7. 분수	동분모 분수의 덧셈	받아올림이 없는 동분모 진분수의 덧셈 → 받아들림이 없는 동분모 대분수의 덧셈
		동분모 분수의 뺄셈	받아내림이 없는 동분모 진분수의 뺄셈 → 받아들림이 없는 동분모 대분수의 뺄셈
4-나	1. 분수	동분모 분수의 덧셈	받아올림이 있는 동분모 진분수의 덧셈 → 받아들림이 있는 동분모 대분수의 덧셈
		동분모 분수의 뺄셈	자연수와 진분수의 뺄셈 → 받아들림이 있는 동분모 대분수의 뺄셈
5-가	5. 분수의 덧셈과 뺄셈	이분모 분수의 덧셈	두 분모의 곱이 최소공배수인 받아들림이 없는 이분모 진분수의 덧셈 → 두 분모의 곱이 최소공배수가 아닌 받아들림이 없는 이분모 진분수의 덧셈 → 받아들림이 없는 이분모 대분수의 덧셈 → 받아들림이 있는 이분모 진분수의 덧셈 → 받아들림이 있는 이분모 대분수의 덧셈
		이분모 분수의 뺄셈	두 분모의 곱이 최소공배수인 이분모 진분수의 뺄셈 → 두 분모의 곱이 최소공배수가 아닌 이분모 진분수의 뺄셈 → 받아들림이 없는 이분모 대분수의 뺄셈 → 받아들림이 있는 이분모 대분수의 뺄셈
		이분모 분수의 혼합 계산	세 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈

가. 교육과정과 교과서간 연계성

교육과정과 교과서에 제시된 분수 연산 지도 내용의 연계성을 살펴보기 위해, <표 1>과 <표 4>를 비교해 보면 분수 연산을 다루는 단계에서 약간의 차이가 있음을 알 수 있다.

즉, 제7차 교육과정에는 분수 덧셈과 뺄셈에 관련된 목표와 내용이 4-가와 5-가 단계에서만 제시된 반면에, 교과서에는 위의 단계 이외에 4-나 단계에서도 관련 내용이 지도되고 있다. 실제 제7차 교육과정의 4-나 단계의 목표와 내용을 살펴보면(<표 5> 참조), 분수 연산과 관련된 목표나 내용이 제시되어 있지 않으므로, 외형적으로 교육과정과 교과서간 연계성이 부족하다고 볼 수 있다.

<표 5> 제7차 교육과정에 제시된 4-나 단계 분수 관련 목표와 내용

단계	목표	내용
4-나	(가) 분수의 여러 가지 의미를 이해하고, ... , 분수와 소수의 크기를 비교할 수 있다.	<분수> • 두 양의 크기를 비교하여 분수로 나타낼 수 있다. • '(자연수)÷(자연수)'를 분수로 나타낼 수 있다. <분수와 소수의 크기 비교> • 분수끼리, 소수끼리 크기를 비교할 수 있다. [학습 지도상의 유의점] • 분수의 의미는 구체적인 상황을 통하여 이해하도록 한다. • 분수와 관련지어서 혼소수를 지도한다. [심화과정] • 분수와 소수가 관련된 실생활의 문제를 찾아 해결할 수 있다.

개정 교육과정에서는 단계 구분 없이 학년별로 지도 내용을 제시하고 있기 때문에 이러한 연계성 부족은 발생되지 않는다. 그러나 교과서가 학기별로 개발되기 때문에 현행 교과서에서처럼 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 각기 다른 학기에 제시할 것인지, 아니면 같은 학기에 제시할 것인지를 신중히 생각해 봐야 한다. 이를 위해 현행 교과서를 다시 살펴보면, 4-가 단계의 7단원과 4-나 단계의 1단원에 배열함으로써 형식상 1단원(즉, '문제 푸는 방법 찾기')만큼의 차이만 있으나, 실제 학생들은 단계의 구분으로 인해서 수개월 후에 동일한 연산을 학습하도록 되어 있다. 따라서 학생들로 하여금 내용상의 연계를 쉽게 추구하게 하려면 같은 학기에 제시하는 것이 보다 바람직할 것으로 생각된다. 개정 교육과정에 의한 실험본 교과서에 따르면, 4학년 2학기에 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 한 단원에서 집중적으로 다루고 있다(교육과학기술부, 2009e). 따라서 현행 교과서와의 차이점을 인식하고 실험 적용하는 과정에서 이렇게 한 단원에서 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 함께 다루는 것에 대한 효과가 분석되어야 할 것이다.

나. 지도 시기의 적절성

분수의 덧셈과 뺄셈의 지도시기를 보다 자세히 살펴보면 4-가 단계 7단원 내의 주된 학습 8차시 중 뒷부분 2차시에 걸쳐 다루어지고, 4-나 단계 1단원 내의 주된 학습 5차시 중 뒷부분 2차시에 걸쳐 다루어진다. 이렇듯 분수의 덧셈과 뺄셈이 각각 한 단원 내에서 2차시씩만 지도되는 이유는 각 단계에서 분수의 연산과 함께 분수의 개념에 대해서도 다루기 때문이다. 이런 이유로 단원명 역시 연산에 대한 내용은 제시하지 못하고, '분수'라는 명칭을 사용하고 있다. 구체적으로 4-가 단계에서는 이산량을 대상으로 전체와 부분의 관계를 이해하고 이를 분수로 나타내는 활동을 한 다음, 분수의 종류를 알아보고 이를 분류하는

활동을 한다. 그 다음 대분수와 가분수를 서로 변환하는 방법을 알아보고, 분모가 같은 분수의 크기를 비교한다. 이를 바탕으로 마지막 2차시 동안 받아올림이 없는 동분모 분수의 덧셈과 받아내림이 없는 동분모 분수의 뺄셈을 학습한다. 또한 4나 단계에서는 두 양의 크기를 비교하여 비로서의 분수를 알아보고, (자연수) $\div$ (자연수)를 통해 몫의 의미로서의 분수를 알아본 후, 1과 크기가 같은 분수를 알아본다. 다음으로, 분모가 같은 대분수의 크기를 비교한 후에 마지막 2차시 동안 받아올림이 있는 동분모 분수의 덧셈과 받아내림이 있는 동분모 분수의 뺄셈을 각각 학습한다.

분수의 기본적인 의미, 종류, 변환, 크기 비교 등의 내용을 바탕으로 분수 연산을 학습하는 것이 적절하지만, 이러한 내용을 한 단원 내에서 다루므로써 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 받아올림과 받아내림의 유무에 따라 4가, 4나 단계에 걸쳐 각 단원의 마지막 2차시에서 따로 지도하는 것이 효율적인지 재고할 필요가 있다. 4나 단계의 받아올림과 받아내림이 있는 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 하기 위해서 필요한 사전 지식은 대분수와 가분수를 서로 변환하는 것이다. 이는 4가 단계에서 동분수의 덧셈과 뺄셈을 지도하기 이전에 이미 다루었던 내용이다. 대분수와 가분수를 서로 변환하는 활동을 제외하고는 내용 전개가 같은 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 4가 단계와 4나 단계에서 세분화하여 지도하는 것은 비효율적이다<sup>3)</sup>.

이런 측면에서 실험본 교과서 중 4학년 1학기에서는 분수의 종류, 변환, 크기 비교만을 다루고, 4학년 2학기에서는 분수의 덧셈과 뺄셈만을 한 단원 내에서 집중적으로 다룬다는 점에서 효율적일 것으로 기대된다(교육과학기술부, 2009d, 2009e). 다만, 제7차 교과서에서는 받아올림 또는 내림의 유무가 지도시기를 결정하는 주된 요소인 반면에(예, 받아올림이 없는 동분모 진분수의 덧셈  $\rightarrow$  받아올림이 없는 동분모 대분수의 덧셈  $\rightarrow$  받아올림이 없는 동분모 진분수의 뺄셈  $\rightarrow$  받아올림이 없는 동분모 대분수의 뺄셈 등), 실험본 교과서에서는 연산의 종류 자체가 지도시기를 결정하는 주된 요소이다(예, 받아올림이 없는 동분모 진분수의 덧셈  $\rightarrow$  받아올림이 있는 동분모 진분수의 덧셈  $\rightarrow$  받아올림이 없는 동분모 대분수의 덧셈  $\rightarrow$  받아올림이 있는 동분모 대분수의 덧셈). 이런 측면에서 교과서의 실험 적용에 대한 분석에서 받아올림 또는 내림의 유무가 우선적인 관건인지, 아니면 연산의 종류 자체가 관건인지에 대해서 심도 있게 살펴볼 필요가 있다.

#### 다. 차시 구성의 적절성

교과서에 제시된 각 단원의 차시 구성 측면에서 살펴보면, 우리나라 교과서의 분수 연산 단원 구성에서 전반적으로 지나친 세분화에 대한 비판이 많다(임재훈 외, 2005). 분수의 덧셈과 뺄셈은 크게 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈, 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈으로 구분할 수 있다. 받아올림과 받아내림의 유무나 분수의 종류에 따라 새로운 알고리즘이나 확장된 지식을 알아야 하는 것이 아님에도 불구하고 현행 교과서에서는 세 단계에 걸쳐 총 11개의 주제로 나누어서 지도하고 있다. 이에 따라 각 차시의 내용 전개가 매우 반복되는 경향을 보이며, 이는 학생들의 사고를 점진적으로 확대시키는 것과는 다소 거리가 있다<sup>4)</sup>.

3) 이와 같이 우리나라 교과서는 4가와 4나 단계에 걸쳐 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 세분하여 지도하는 반면에, 싱가포르 교과서는 4학년 1학기에 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 한 단원 내에서 함께 지도하고 있다. 또한 동일한 단원에서 분모가 배수 관계에 있는 이분모 분수들의 덧셈과 뺄셈을 '관련 있는 분수(related fractions)의 덧셈(뺄셈)'이라는 이름으로 지도함으로써, 5학년 1학기에 배우게 되는 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈 지도의 기초를 쌓게 한다(박은희, 2007).

이렇듯 세부 내용 요소로 구별하고 각각을 일정 분량으로 구성하는 방식은 자칫 교과서 분량의 증가를 가져오고 수업 시간과 학습량의 양적인 측면에서 부담의 원인이 될 수 있다. 따라서 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 다루는 4학년 2학기 실험본 교과서에서 어느 학습 주제를 한 차시 구성으로 요목화하는 것이 필요한지 면밀히 분석할 필요가 있고, 현재 개발·심의 중인 5학년 교과서에서 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 다룰 때 어떻게 차시를 구성하는 것이 가장 적합한지에 대해서 충분히 고민할 필요가 있겠다. 이에 대한 보다 심도 깊은 논의는 다음 장에서 분석되는, 현행 교과서 전개에 대한 상세 분석을 통해서 보다 시사점을 얻을 수 있을 것으로 기대된다.

### Ⅲ. 분수의 덧셈과 뺄셈의 내용 전개에 따른 교과서와 익힘책의 상세분석

#### 1. 분석의 개요

교과서에 제시된 분수의 덧셈과 뺄셈의 각 차시당 전개되는 내용을 전반적으로 살펴보면 <표 6>과 같이 대체로 ‘생활에서 알아보기 → 수식을 시각적 모델로 나타내기 → 계산 방법을 전개식으로 명시하여 형식화하기 → 익힌 알고리즘을 반복·적용하는 익히기’와 같은 패턴으로 일정하게 구성되어 있다(교육과학기술부, 2009a, 2009b, 2009c). 이에 교과서의 흐름을 크게 도입 부분, 활동 부분, 익히기 부분으로 구분하였다. 도입 부분은 주로 ‘생활에서 알아보기’를 지칭하고, 활동 부분은 차시별 활동1, 활동2, 활동3 등을 지칭하며, 익히기 부분은 차시별 익히기뿐만 아니라 익힘책에 대한 분석을 지칭한다(교육과학기술부, 2009f, 2009g, 2009h).

한편, 분수 연산 지도 방법과 관련한 선행 연구를 살펴보면, 크게 문장제의 의미에 대한 이해, 시각적 모델을 통한 구체화 활동, 분수 연산 알고리즘의 의미 있는 형식화로 구분할 수 있다(예, 김용태, 신봉숙, 최대욱, 이순희, 2005; 박교식 외, 2004; 백선수, 2004; 임재훈, 2007; 임재훈 외, 2005; Flores, 2002; Ma, 1999; Siebert, 2002; Sinicrope, Mick, & Kolb, 2002). 따라서 본 장에서는 교과서의 흐름에 따라 분석하되, 우선 도입 부분에 대해서는 ‘생활에서 알아보기’를 통해 차시에서 다루고자 하는 분수 연산을 어떠한 문장제로 도입하고 있는지, 문장제의 의미별로 제시 빈도가 어떠한지 등을 중심으로 분석하였다. 활동 부분에 대해서는 교과서의 활동에 주로 활용된 시각적 모델의 적절성과 분수 연산 알고리즘의 형식화 과정에 초점을 두어 분석하였으며, 익히기 부분에 대해서는 교과서의 익히기와 익힘책에 제시된 문제 유형과 연산의 의미 등을 집중적으로 분석하였다.

4) 이와 같이 우리나라 교과서는 지도계열이 세분화되어 있고 결과적으로 내용 전개가 반복되는 경향이 있는 반면에, 싱가포르 교과서는 분수의 덧셈과 뺄셈에서는 주로 구체물을 통해 학습하고, 이를 바탕으로 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈에서는 계산 방법이나 풀이 과정에 대해서 자세하게 설명하는 방식으로 내용 전개의 반복을 피하고 있다(박은희, 2007).

<표 6> 분수의 덧셈과 뺄셈에 관한 전반적인 내용 전개

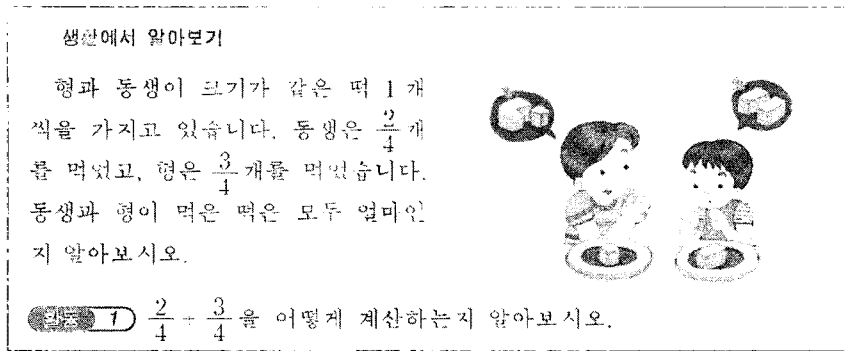
단계	주제	생활에서 알아보기		활동1		익히기		활동2		익히기		활동3		익히기	
		소재	문장제 유형	기호식 제시*	시각 모델	산술식	문장제	기호식 제시	시각 모델	산술식	문장제	기호식 제시	기호적 표현	산술식	문장제
4   가	동분모 분수의 덧셈	빵	합병	$\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$	영역 (직사각형)	3	-	$2\frac{1}{4} + 1\frac{2}{4}$	영역 (직사각형)	3	-	-	-	-	-
	동분모 분수의 뺄셈	빵	제거	$\frac{5}{6} - \frac{3}{6}$	분수막대	3	-	$2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4}$	영역 (직사각형)	3	-	-	-	-	-
4   나	동분모 분수의 덧셈	떡	합병	$\frac{2}{4} + \frac{3}{4}$	영역 (직사각형)	2	-	$2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{4}$	영역 (원) 전개식	2	-	-	-	-	-
	동분모 분수의 뺄셈	테이프	제거	$3 - \frac{3}{4}$	분수막대	2	-	$4\frac{1}{6} - 1\frac{3}{6}$	영역 (직사각형) 전개식	2	-	-	-	-	-
5   가	이분모 진분수의 덧셈	꽃	합병	$\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$	영역 (직사각형)	-	-	$\frac{1}{2} + \frac{2}{5}$	-	3	-	$\frac{1}{6} + \frac{3}{4}$	전개식 명시	3	-
	이분모 대분수의 덧셈	테이프	합병	$2\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5}$	분수막대	3	-	$\frac{3}{4} + \frac{4}{5}$	분수막대	-	-	$2\frac{3}{4} + 1\frac{4}{5}$	-	6	-
	이분모 진분수의 뺄셈	빵	비교	$\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$	영역 (직사각형)	-	-	$\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$	-	3	-	$\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$	전개식 명시	3	-
	이분모 대분수의 뺄셈	철사	제거	$4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4}$	분수막대	3	-	$4\frac{1}{2} - 2\frac{4}{5}$	분수막대	3	-	$4\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4}$	전개식 명시	3	-
	이분모 분수의 혼합 계산	물	합병	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$	-	4	-	-	-	-	-	-	-	-	-
총 계						20	0			19	0			15	0

▶\*는 생활에서 알아보기에 제시된 문장제에 알맞은 식이 활동1의 문제에 제시되어 있음

## 2. 도입 부분에 대한 분석

교과서의 '생활에서 알아보기'에 대한 분석은 내용의 특성과 선행 연구를 참조하여 실생활 상황과의 연결성, 문장제 의미별 제시 빈도, 문장제 해결 방법이라는 세 가지 측면에서 분석하였다. 첫째, '생활에서 알아보기'에 제시된 문제 상황이 실제 학생들이 접할 수 있는 상황과 어느 정도 연결되어 있는지를 분석하였다. 교과서는 실생활 문제의 해결 능력을 강조하는 제7차 수학과 교육과정의 목표를 반영하여 분수 덧셈과 뺄셈에 관련된 주제들을 '생활에서 알아보기'로부터 도입하고 있다. 이는 '생활에서 알아보기'를 통해 생활 현상과 관련된 학생들의 경험을 수학적 개념, 원리, 법칙과 자연스럽게 연결하여 이해를 도모하기 위함이다(교육인적자원부, 2006). 어려운 분수 연산의 의미나 복잡한 알고리즘을 단순하고 익숙한 문제 상황으로부터 도입하는 것은 학생들의 개념 이해 측면에서 매우 중요하다. 그러나 '생활에서 알아보기'에 제시된 문제 상황이 학생들의 실생활과 직접적으로 연결된다고 보기에는 무리가 있는 경우가 있다. 대표적인 예로 [그림 1]과 같이 동분모 분수의 덧셈을 하기 위한 필수적인 조건으로 크기가 같은 떡을 한 개씩 가지고 있는 상황에서 떡  $\frac{2}{4}$ 개, 떡  $\frac{3}{4}$ 개와 같은 표현은 현실 생활에서 사용하지 않는 것은 물론이고, 이산량의 단위인 '개'를 분수에 적용하는 문제점까지 보이고 있다.





[그림 1] 교과서 4-나 단계에 제시된 ‘생활에서 알아보기’와 ‘활동 1’

물론, 많은 선행 연구에서 분수 연산 교수·학습의 어려움으로 분수 연산에 대한 실제적이고 구체적인 상황 설정이 힘들다는 점을 제기하듯이(예, 김용태 외, 2005; 전평국, 박혜경, 2003), 학생들의 실생활과 밀접한 분수 연산 문장제를 제시하는 것은 매우 난해한 일이다. 또한 ‘생활에서 알아보기’가 학습의 시작 부분인 것을 감안해 볼 때, 복잡한 실생활을 더욱 단순화하여 간단하게 제시하는 것 역시 쉽지 않다. 그러나 학생들의 분수 연산에 대한 이해를 돕기 위해 ‘생활에서 알아보기’를 제시하는 것이라면 되도록 학생들에게 친근한 소재나 표현 등을 활용하는 것이 바람직하다.

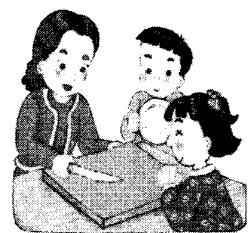
둘째, ‘생활에서 알아보기’에 제시되는 모든 문제의 형태가 문장제이므로, 문장제가 지닌 연산의 의미별로 제시 빈도를 분석하였다. <표 7>은 ‘생활에서 알아보기’에 제시된 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 의미별 제시 빈도를 분석한 결과이다.

분수의 덧셈과 뺄셈은 4-가에서 5-가 단계에 이르기까지 총 9번의 ‘생활에서 알아보기’가 제시되는데, 5개가 분수의 덧셈에 관한 것이고, 4개가 분수의 뺄셈에 관한 것이다. 분수의 덧셈은 첨가와 합병의 상황 중에서 합병 상황만 다루고 있다. 이를 통해, 두 가지 상황 중에서 어느 하나에만 치중된 경향을 보이는 것에 대한 논의가 필요하나, 이에 앞서 덧셈의 기본적인 의미인 첨가 상황이 단 한 번도 제시되지 않았다는 점에 주목할 필요가 있다. ‘생활에서 알아보기’는 하나의 주제에 대한 학습을 시작하는 과정이므로 학생들에게 보다 익숙하고 이해하기 쉬운 의미로 접근하는 것이 바람직하다. 즉, 학생들의 이해를 위해 기본적인 의미의 문장제부터 시작하여 단원이 점차 진행되면서 연산이 갖는 다양한 의미를 접하도록 배려할 필요가 있다.

분수의 뺄셈은 제거와 비교 상황이 모두 제시되었으며, 4-가와 4-나 단계에서는 뺄셈의 가장 기본적인 의미인 제거 상황을 통해 주제를 도입하여 학생들의 이해를 돕고, 5-가 단계에서는 비교 상황을 통해 주제를 다루고 있다. 이를 통해 분수 뺄셈의 다양한 의미를 점진적으로 지도하고 있다고 볼 수 있다. 이처럼 분수의 덧셈에서도 어느 특정 의미에 치우쳐서 문제 상황을 제시하는 것을 지양하고, 덧셈의 기본적인 의미를 먼저 다루고 점차 다양한 의미를 제시함으로써, 분수의 연산에 대한 깊고 폭넓은 이해를 도와야 할 것이다.

<표 7> 분수의 덧셈과 뺄셈 단원의 '생활에서 알아보기'에 제시된 연산의 의미

연산의 종류	연산의 의미	제시된 빈도수	제시 단계 (빈도수)	예
분수의 덧셈(5)	첨가	0	-	-
	합병	5	4-가(1)	생활에서 알아보기 꽃밭의 $\frac{1}{2}$ 에는 해송화를 심었고, $\frac{2}{5}$ 에는 봉선화를 심었습니다. 해송화와 봉선화를 심은 부분은 전체의 얼마인지 알아보시오.
			4-나(1)	
5-가(3)				
분수의 뺄셈(4)	제거	3	4-가(1)	생활에서 알아보기 용호가 가지고 있는 테이프는 길이가 3 m입니다. 용호는 이 중에서 $\frac{3}{4}$ m의 테이프를 썼습니다. 남은 테이프는 얼마인지 알아보시오.
			4-나(1)	
			5-가(1)	
비교	1	5-가(1)	생활에서 알아보기 어머니께서 네모 모양의 커다란 빵을 한 개 사 오셨습니다. 누나에게는 $\frac{2}{3}$ 를, 준호에게는 $\frac{1}{4}$ 을 주셨습니다. 누나의 것은 준호의 것보다 얼마나 더 큰지 알아보시오.	



셋째, '생활에서 알아보기'에서 제시된 문장제를 해결하는 방법에 대해서 간단하게 살펴 보았다. '생활에서 알아보기'의 문장제는 주제를 도입하기 위해서 제시한다는 특성상, 학생들이 과정이나 전략 등을 자기 주도적으로 직접 생각할 기회를 제시하지 못하는 경향이 있다. 사실 교과서에 어느 정도의 안내와 지시가 있어야 다음 학습으로 연결될 수 있다. 그러나 [그림 1]과 같이 각 문장제에 적합한 수식이 '활동1'의 문제에 곧바로 제시되어 있으며, 이러한 구조는 4-가에서 5-가에 이르기까지 모두 동일하다. 문장제에 맞는 수식을 바로 뒤에 제시하는 것으로 인해, 학생들은 다양한 연산의 의미나 상황에 대해 생각할 기회가 없다. 즉, 위의 예에서 떡  $\frac{2}{4}$ 개와 떡  $\frac{3}{4}$ 개를 합하는 상황이 제시되어 있음에도 불구하고, 학생들은 상황에 대한 고려 없이  $\frac{2}{4}$ 와  $\frac{3}{4}$ 이라는 수를 나타낸 그림에만 집중하여 더해 보는 활동을 하게 될 가능성이 높다. 이는 '생활에서 알아보기'와 '활동'의 연계성 측면에서도 적절하지 않으며, 문장제를 제시하는 본래의 의도에도 어긋난다. 문장제는 학생이 의미론적 구조에 대해 생각하는 기회를 제공한다는 것이 큰 장점이며, 의미론적 구조에 적합한 수식 구조를 탐색하고 연결하는 데에 매우 용이하다(김성준, 김한나, 2005). 그러므로 '생활에서 알아보기'에 제시되는 문장제의 특성을 살려 학생들이 의미와 상황을 풍부하게 생각하는 경험을 제공하기 위해 활동1에 바로 수식을 제시하는 현재의 방법을 재고해야 한다.

### 3. 활동 부분에 대한 분석

교사용 지도서에서는 교과서에 제시된 내용의 전개가 학생들의 인지 능력에 알맞게 구성되어야 한다고 설명한다(교육인적자원부, 2006). 즉, "구체물을 통한 구체적인 활동 → 반 구체물을 통한 구체적인 활동 → 추상적인 그림이나 식을 통한 활동 → 개념을 추상적으로 형성하는 과정 → 학생들이 원리나 법칙을 스스로 발견하도록 하는 과정"으로 지도해야 한다고 설명하고 있다(교육인적자원부, 2006, p. 46). 이에 비추어 <표 6>을 살펴보면, 분수의 덧셈과 뺄셈에서는 먼저 다양한 조작활동을 통해 연산을 알아보고, 계산하는 방법에 대해 생각하는 기회를 제공한다. 그 다음으로, 분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 하나의 예를 들고, 이를 전개식으로 나타내는 과정을 통해 알고리즘을 형식화한다. 이러한 지도 순서에 따라 활동 부분은 먼저 연산의 의미를 이해하기 위해서 어떤 모델을 통해서 활동 과정을 제시하는지 분석한 후, 계산 원리나 법칙을 형식화하는 과정에 대해서 조사하였다.

우선 교과서에 제시된 활동 과정을 살펴보면, 시각적 모델의 활용 빈도가 매우 높음을 알 수 있다. 대체로 활동1은 '생활에서 알아보기'에 제시된 문장제 상황을 시각적 모델을 통해 알아본다. 보다 정확하게 표현하자면, 활동1의 문제에 나와 있는 수식을 시각적인 모델로 표현해보는 것이다. 활동2에서도 시각적 모델을 통해 분수의 덧셈과 뺄셈 과정을 알아보고, 활동3에서는 기호적 표현을 사용하여 분수식을 나타내는 활동을 한다. 반면, 교사용 지도서에서 제시하고 있는 구체물을 통한 활동은 찾아볼 수 없는데, 이는 분수나 분수 연산의 특성상 구체물을 통한 활동을 하기가 어렵기 때문인 것으로 유추된다. 일부 선행 연구에서는 분수 연산에 대한 학생들의 이해를 돕기 위해 퀴즈네어 막대, 패턴 블록과 같이 규격에 맞게 제작된 고무나 색종이, 끈, 막대와 같은 다양한 구체물을 통한 조작활동을 강조하기도 한다(김용태 외, 2005). 시각적 모델을 활용하고 계산 과정을 형식화 하기에 앞서 다양한 구체물로 조작하는 활동을 하면 분수의 덧셈과 뺄셈 과정을 실질적으로 경험해 볼 수 있으며 이를 통해 연산의 방법이나 원리에 대한 개념적인 이해를 도모할 수 있다. 따라서, 다양한 구체물을 통해 분수의 덧셈과 뺄셈의 원리를 파악해보는 활동을 적절한 시기에 교과서에 반영하는 것도 고려해볼만 하다. 그러나 교과서에서 이러한 조작 과정을 상세하게 안내하기에는 여러 가지 한계가 있으므로, 적어도 교사용 지도서에 이를 제시함으로써 교사가 필요에 따라 다양한 구체물을 효율적으로 활용할 수 있도록 안내할 필요가 있다고 본다.

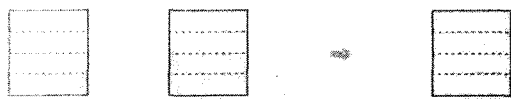
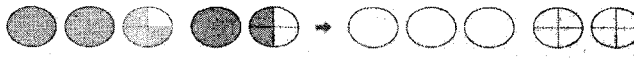
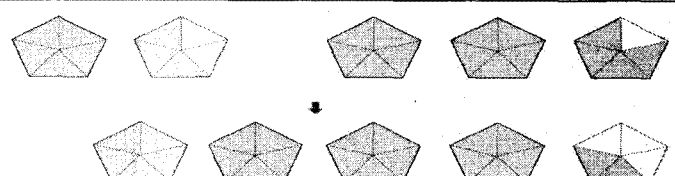
한편, 시각적 모델을 활용하는 방법 측면에서 보다 자세히 살펴보면, 교과서에는 시각적 모델에 이미 통분 표시가 되어 있다거나, 색칠이 칠해져 있는 등, 중요한 정보들을 모두 세세하게 안내하고 있다. 교과서는 모든 수준의 학생들을 대상으로 하고, 학생들의 전반적인 수학적 능력을 감안하여 제시되어야 하므로, 시각적 모델을 활용하는 기본적인 방법을 안내하는 것은 당연하다. 그러나 자세하게 안내된 시각적 모델이 획일적으로 제시된다면, 학생들은 시각적 모델을 통해 계산 원리나 방법을 파악하려고 노력하기 보다는 교과서의 세세한 안내에 따라 제시된 도구를 절차적으로 사용하는 것에만 집중할 수도 있다. 따라서 적어도 교사용 지도서에 이와 같은 지도상의 유의점을 제시함으로써 교사가 교과서를 그대로 사용하지 않고, 학생의 수준을 감안하여 때에 따라서는 통분이 표시되어 있지 않거나, 미리 색칠되어 있지 않는 영역 모델, 분수 막대 모델, 수직선 모델<sup>5)</sup> 등을 적절하게 활

5) 분수 연산에서 사용하는 시각적 모델로는 원이나 직사각형을 나누어 영역을 표시하는 영역 모델, 수직선을 이용하여 나타내는 수직선 모델, 영역 모델과 수직선 모델을 동시에 결합한 분수 막대 모델 등이 있다(배중수, 2005). 영역 모델은 원이나 직사각형을 똑같이 나누어 그 넓이로 나타내


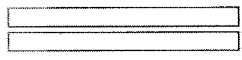
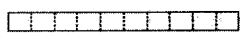

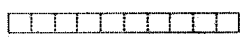
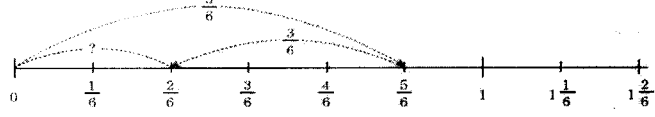
용할 수 있도록 안내하는 것이 필요하다.

<표 8>은 교과서와 익힘책에 제시된 시각적 모델의 빈도수를 분석한 결과이다. 분수의 덧셈과 뺄셈에서는 시각적 모델이 총 17번 제시되는데 가장 많이 사용되는 모델은 영역 모델(9번)이다. 또한, 영역 모델에서는 원 모양보다 직사각형 모양이 더욱 많이 활용되었는데, 직사각형 모양의 모델을 사용하면 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈에서 통분과정을 표현하는데 용이하기 때문에 여겨진다. 반면에 교과서에 수직선 모델은 따로 제시되어 있지 않다. 따라서 익힘책에서 이러한 부분을 보충하고 있는지 분석하였는데, <표 8>에 제시했듯이 오각형 형태의 영역 모델과 수직선 모델을 새롭게 추가하여 학생들이 다양한 표현을 접할 수 있는 기회를 제공하였다.

<표 8> 교과서와 익힘책의 분수 덧셈과 뺄셈 단원에서 사용한 시각적 모델의 빈도수와 예시

유형	교과서	익힘책	예
직사각형	9	10	<p><b>활동 7</b> <math>\frac{1}{4} + \frac{2}{4}</math>를 어떻게 계산하는지 알아보시오.</p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>• 오른쪽에 <math>\frac{1}{4}</math>만큼 색칠하시오.</li> <li>• 이어서 <math>\frac{2}{4}</math>만큼 더 색칠하시오.</li> <li>• <math>\frac{1}{4} + \frac{2}{4}</math>는 얼마라고 생각합니까?</li> </ul> $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{\square}{\square}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• 왜 그렇게 생각합니까?</li> </ul>
영역 모델 원	3	1	<p><b>활동 2</b> <math>2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{4}</math>를 어떻게 계산하는지 알아보시오.</p>  <ul style="list-style-type: none"> <li>• 오른쪽 그림에 <math>2\frac{3}{4}</math>만큼 색칠하여 보시오.</li> <li>• 이어서 <math>1\frac{2}{4}</math>만큼 색칠하여 보시오.</li> <li>• 모두 색칠한 원은 몇 개입니까?</li> <li>• 분수로 나타낸 두 원을 더하면 얼마입니까?</li> <li>• <math>2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{4}</math>는 얼마라고 생각합니까?</li> </ul> $2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{4} = \square\frac{\square}{\square}$ <ul style="list-style-type: none"> <li>• 왜 그렇게 생각합니까?</li> </ul>
오각형	0	1	


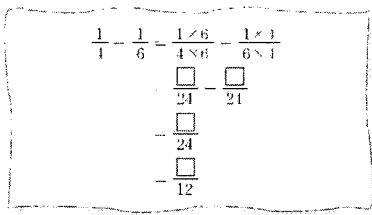
는 것이고, 수직선이나 분수 막대 모델은 길이로서 분수의 크기를 나타내어 더하고 빼는 것이므로, '생활에서 알아보기'에서 빵, 피자, 떡으로 도입한 문제는 영역 모델로 활동이 이어지고 색 테이프나 철사는 분수 막대 모델로 활동이 이어지는 경향이 있다.

<p>분수 막대 모델</p>	<p>5</p>	<p>5</p>	<p> <math>2\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5}</math>를 계산하는 방법을 알아보시오.</p> <p>※ 그림에 <math>2\frac{1}{2}</math>와 <math>3\frac{2}{5}</math>를 색칠하여 나타내어 보시오.</p> <p><math>2\frac{1}{2}</math>  </p> <p><math>3\frac{2}{5}</math>  </p> <p>● <math>2\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5}</math>는 얼마라고 생각합니까? ● 왜 그렇게 생각합니까?</p>
<p>수직선 모델</p>	<p>0</p>	<p>2</p>	<p></p> <p><math>\frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{\square}{\square}</math></p>

그러나 시각적 모델의 유형별 빈도에 있어서는 교과서와 마찬가지로 직사각형 모양의 영역 모델과 분수 막대 모델이 거의 대부분을 차지하고 있었다. 특히, 수직선 모델 같은 경우에는 분수 막대 모델과 유사한 방법으로 활용될 수 있으나, 분수 막대 모델에 비하여 제시 빈도가 상대적으로 낮다. 외국의 선행 연구들은 연산 단원에서 수직선이나 빈 수직선 모델을 다루는 경험을 늘려 다양한 표현을 접할 수 있는 기회를 풍부하게 제공해야 한다고 주장하고 있는데(예, Murphy, 2008), 우리나라 교과서에서도 수직선을 보다 적극적으로 활용하여 분수 연산 과정을 이해하는 데 도움을 줄 수 있는지 연구할 필요가 있다.

둘째, 계산 원리나 방법을 형식화하는 과정에 대해 살펴보면, 분수의 덧셈과 뺄셈에서는 주로 활동1과 활동2에서 구체적인 경험을 하는 기회를 제공하고 활동3에서 해당 연산에 관한 전개식을 명시하여 형식화하고 있다. 계산 원리에 대한 형식화 방법은 학년 단계에 따라 조금씩 차이가 있는데, 단계별로 형식화 과정을 정리하면 <표 9>와 같다. 받아올림과 받아내림이 없는 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈을 다루는 4가 단계는 분수의 덧셈과 뺄셈을 처음 접하는 시기이므로, 계산 원리를 무리하게 식으로 명시하지 않는다. 대신 구체적인 활동을 통해 알게 된 계산 원리에 대해 직접 생각해보고 학생들의 언어로 정리하도록 한다. 4나 단계에서는 받아올림과 받아내림이 있는 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈 계산 원리를 적용한 하나의 전개식을 대표적인 예로 들고, 학생들에게 계산 방법을 찾게 한다. 5가 단계에서는 이분모 분수의 덧셈과 뺄셈 계산 원리를 활동1, 2를 통해 학생들의 언어로 표현해보게 한 후, 활동3에서 표준 알고리즘을 전개식으로 명시하여 형식화하고 있다. 이를 통해, 분수의 덧셈과 뺄셈은 4가 단계에서 5가 단계에 걸쳐 알고리즘의 형식화 과정이 체계적으로 잘 연결되어 있다고 볼 수 있다.

<표 9> 분수 덧셈과 뺄셈 단원에서 단계별 형식화 과정의 예

주제	교과서	예	방법
받아올림/ 내림이 없는 동분모 분수의 덧셈과 뺄셈	4가 7단원	분모가 같은 진분수의 덧셈을 하는 방법 활동 1에서 공부한 것을 생각하여 분모가 같은 진분수의 덧셈을 하는 방법을 찾아보시오.	활동을 통해 학생들이 직접 방법을 찾도록 함
받아올림/ 내림이 있는 동분모 대분수의 덧셈과 뺄셈	4나 1단원	 분모가 같은 대분수의 덧셈을 하는 방법 위의 활동에서 공부한 것을 생각하여, 분모가 같은 대분수의 덧셈을 하는 방법을 찾아보시오.	제시된 전개식을 보고 방법을 찾도록 함
이분모 분수의 덧셈과 뺄셈	5나 5단원	 ① $\frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ 을 여러 가지 방법으로 계산하여 보시오. ○ 공통분모를 4와 6의 곱인 24로 하여 두 분수를 통분한 다음, 차를 구하여 보시오. ○ 공통분모를 4와 6의 최소공배수인 12로 하여 두 분수를 통분한 다음, 차를 구하여 보시오. 위의 두 방법은 각각 어떤 점이 좋은지 말하여 보시오. 다른 방법으로도 차를 구할 수 있는지 알아보시오.	분수의 덧셈과 뺄셈에 대한 알고리즘을 전개식으로 명시하여 형식화 함

4. 익히기 부분에 대한 분석

우선 교과서의 '익히기'에 대한 분석은 '익히기'가 언제, 어떤 형태로 제시되는지를 중심으로 살펴보았다. <표 6>을 보면 '익히기'가 매 활동마다 제시되고 있음을 알 수 있다. 이는 분수의 덧셈과 뺄셈 단원에서는 하나의 수식을 여러 활동에 걸쳐 지도하지 않고, 각 활동에서 서로 다른 수식을 다루고 있기 때문으로 여겨진다. 이러한 수식은 사용되는 분수의 종류나 구조에서도 차이를 보이기 때문에 학생들은 '익히기'를 통해 각 활동에서 알게 된 계산 원리나 기능을 곧바로 연습하는 기회를 갖는다. 예를 들어, 4가 단계의 동분모 분수의 덧셈에서 활동1에서는 진분수끼리의 덧셈인  $\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$  를 다루고, 활동2에서는 대분수끼리

의 덧셈인  $2\frac{1}{4} + 1\frac{2}{4}$ 를 다룬다. 그리고 각 활동마다 ‘익히기’가 제시되어 동일한 구조의 문제를 통해 계산 방법을 익히도록 한다.

그런데, 수학익힘책에서조차 교과서의 활동1에 해당하는 내용과 활동2에 해당하는 내용을 구분하여 문제를 제시하고 있다. 이는 분수 연산 관련 차시를 구성할 때 하나의 주제를 소항목으로 다시 세분하는 교과서의 특성을 그대로 반영한 결과라고 볼 수 있다. 그러나 이로 인해 학생들은 동분모 진분수의 덧셈과 동분모 대분수의 덧셈을 각각 다른 알고리즘을 적용하여 해결하는 것으로 인식할 가능성도 배제할 수 없다. 물론, 각각의 상황과 같은 구조의 문제를 다양한 방법으로 해결하는 기회를 제공한다면 학습한 내용을 여러 상황에서 익히게 하는 것이 좋은 방법이 될 수도 있다. 이런 측면에서 교과서의 ‘익히기’와 수학익힘책에 제시된 분수의 덧셈과 뺄셈 문제의 유형과 빈도수를 분석하였는데, 그 결과는 <표 10>과 같다.

<표 10> 교과서의 ‘익히기’와 익힘책에 제시된 분수 덧셈과 뺄셈 문제의 유형과 빈도수

문제 유형	산술식	그림	문장제	기타
교과서의 ‘익히기’	54	0	0	0
익힘책	132	23	23	13

교과서의 익히기 문제의 형태는 총 54문제 모두가 산술식<sup>6)</sup>으로 계산 원리를 적용하여 단순하게 기능을 익히는 수준이다. 교과서는 기본 개념이나 원리를 터득하는 것이 목적인데 지면의 제약이 있으므로, 이러한 불균형은 수학익힘책을 통해 조절될 수 있다고 본다. 그러나 <표 10>에 제시했듯이 익힘책에서 보다 다양한 문제 유형이 제시되고는 있으나 여전히 산술식을 제시하는 빈도수가 압도적으로 많음을 알 수 있다. 연산의 의미와 연산 과정에 대한 개념적 이해를 돕기 위해서는 산술식 위주의 문제 유형 외에 그림, 문장제 등과 같은 보다 다양한 유형의 문제들로 교과서와 익힘책을 구성할 필요가 있다고 본다.

한편, 도입 부분에 대한 분석 중 문장제 의미별 제시 빈도 결과와 연계하기 위해서 교과서와 수학익힘책에 제시된 문장제 의미별 제시 빈도를 분석한 결과는 <표 11>, <표 12>와 같다. 교과서에서는 매 단원이 끝날 때마다 ‘문제해결하기’ 차시를 통해 그 단원에서 학습한 핵심적인 내용을 활용하여 문제를 해결해 보게 하거나 심화과정의 성격을 지닌 ‘실생활에 적용하기’를 제시하는데, 대개 문장제로 구성되어 있기 때문에 본 분석에 포함하였다. <표 11>을 보면, 4가 단계와 4나 단계에서는 문장제가 모두 ‘생활에서 알아보기’에만 나타나고, 합병의 의미로만 설명하고 있다. 그러다가 5가 단계에서 첨가의 의미와 합병의 의미를 다른 문장제를 제시하였는데, 첨가의 의미는 ‘생활에서 알아보기’와 ‘익히기’에서 다루지 않고 ‘문제 해결하기’ 차시에서만 다루고 있어서 학생들이 어려워 할 수 있다. 그러나 수학익힘책에서 4나 단계와 5가 단계에서 첨가의 의미를 지닌 문장제를 제시하여 교과서의 부족한 부분을 보완하고 있다. 또한 교과서에 제시된 분수의 덧셈 의미는

6) ‘산술식’은 문제가  $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$ ,  $2\frac{4}{5} + \frac{4}{5}$ 과 같이 수식으로만 제시된 유형을 일컫는다.

첨가와 합병 상황만 다루는 데 비해, 익힘책에서는 뺄셈의 역의 의미로서의 덧셈을 설명하여 보다 다양한 상황으로 제시하고 있다. 분수의 뺄셈 역시 교과서에서는 비교 상황보다는 제거 상황이 더욱 빈번하게 제시된 것에 비해, 익힘책에서는 비교 상황의 문장제를 많이 다룸으로써 이러한 불균형을 조절하였다고 볼 수 있다. 또한 한 문장제 속에 다단계 상황을 제시하여 제거와 비교의 의미를 함께 다루기도 하고, 등화기의 의미를 추가적으로 다루고 있어서 뺄셈의 의미를 보다 다양하게 제시하고 있다고 볼 수 있다.

<표 11> 교과서에 제시된 분수의 덧셈과 뺄셈 문장제

연산의 종류	연산의 의미	4가 단계			4나 단계				5-가 단계			계(%)
		①	②	③	①	②	③	④	①	②	③	
분수의 덧셈	첨가	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2(14.3%)
	합병	1	0	0	1	0	0	0	3	0	0	5(35.7%)
분수의 뺄셈	제거	1	0	0	1	0	0	2	1	0	0	5(35.7%)
	비교	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	2(14.3%)
합계		2*	0	1	2*	0	0	2	5*	0	2	14(100.0%)

① 생활에서 알아보기 ② 익히기 ③ 문제 해결하기 ④ 실생활에 적용하기  
 ▶\*는 생활에서 알아보기에 제시된 문장제에 알맞은 식이 활동1의 문제에 제시되어 있음

<표 12> 익힘책에 제시된 분수의 덧셈과 뺄셈 문장제

연산의 종류	연산의 의미	4가 단계	4나 단계	5-가 단계	계(%)
분수의 덧셈	첨가	0	1	2	3(12.5%)
	합병	0	1	4	5(20.8%)
	뺄셈의 역	0	0	1	1( 4.2%)
분수의 뺄셈	제거	0	2	3	5(20.8%)
	비교	0	1	5	6(25.0%)
	등화	0	0	1	1( 4.2%)
	제거+비교	0	1	0	1( 4.2%)
덧셈+뺄셈		0	0	2	2( 8.3%)
합계		0	6	18	24(100.0%)

7) 두 양 사이의 차를 없애려는 상황으로 예를 들어 더 많은 양과 같게 만들기 위해서 적은 양에 얼마를 더해주어야 하는지를 결정하는 것이다(Baroody & Coslick, 1998).



#### IV. 맺는 말

본 연구는 분수의 덧셈과 뺄셈에 관련된 초등학교 수학과 교과용 도서를 여러 가지 측면에서 면밀하게 분석하였다. 우선 제7차 수학과 교육과정과 개정 교육과정에서 해당 내용을 어떻게 다루고 있는지를 분석하면서 교육과정과 교과서간 연계성, 지도 시기의 적절성, 차시 구성의 적절성 등을 논의하였다. 현재 이와 관련하여 개정 교육과정에 의한 실험본 교과서가 시범 적용되고 있으므로, 제7차 수학 교과서와 다른 지도 시기 및 차시 구성 측면에서 그 효율성에 대해서 심도 깊은 분석이 요구된다.

또한 본 논문은 교과서의 흐름에 따라 도입, 활동, 익히기 부분으로 구분하여 분수의 덧셈과 뺄셈의 내용 전개에 대해서 상세한 분석을 시도하였는데, 주된 결과를 중심으로 요약하면 다음과 같다. 첫째, 도입 부분의 '생활에서 알아보기'에 제시된 문장제는 학생들에게 보다 친근한 소재나 표현을 이용하여 제시될 필요가 있고, 문장제의 의미 측면에서 특히 덧셈의 경우 세 개 단계에 걸쳐 모두 합병 상황만 제시된 점은 개선될 필요가 있다. 연산을 처음 도입할 때는 기본적인 의미를 바탕으로 하되, 학습이 진행될수록 보다 다양한 의미를 점진적으로 제시함으로써 분수 연산의 의미에 대한 폭넓은 이해를 도모해야 할 것이다.

또한 '생활에서 알아보기'의 문장제에 알맞은 수식을 '활동1'에서 곧바로 제시하는 전개 방식을 지양해야 한다. 분수의 덧셈과 뺄셈에서부터 구체적인 맥락을 배제한 채, 수식을 해결하는 데에만 집중하게 되면, 내용이 더 어려워지는 분수의 곱셈과 나눗셈에 대한 학습에서 개념적 이해를 강조하기가 어렵게 된다. 따라서 학생들이 스스로 주어진 상황에 대한 의미를 탐색하는 가운데 적절한 수식을 만들어 볼 기회를 제공하는 방법을 적극적으로 고려해야 한다.

둘째, 활동 부분에서는 시각적 모델의 활용 빈도가 매우 높았는데, 특히 직사각형 모양의 영역 모델이 교과서와 익힘책에서 가장 많이 활용되고 있다. 이는 분수의 덧셈과 뺄셈의 통분 과정을 설명하는 데 직사각형 모양의 영역 모델이 용이하기 때문인 것으로 유추되나, 연산의 특성과 학생들의 다양한 이해 측면에서 영역 모델 외에 분수 막대 모델이나 수직선 모델 등을 보다 적절히 활용할 필요가 있다. 또한 시각적 모델을 활용할 때나 분수 덧셈과 뺄셈에 대한 계산 원리 및 방법을 형식화할 때, 학생들이 활동의 결과를 토대로 해결 방법을 스스로 찾아낼 수 있도록 제시해야 한다.

셋째, 교과서의 익히기와 수학익힘책을 분석한 결과, 산술식의 비중이 그림이나 문장제와 같은 다른 여타의 문제 유형에 비해서 압도적으로 높았다는 점을 재고할 필요가 있다. 개정 교육과정에서 강조하듯이 단순한 연산 기능 획득 이외에 연산의 의미나 계산 원리에 대한 개념적 이해를 도모한다면, 보다 다양한 형태의 문제를 제시함으로써 학생들이 절차적 지식의 이면에 깔려 있는 원리에 대해서 깊이 있게 이해할 수 있는 기회를 제공해야 한다. 특히 교과서의 특성과 여러 가지 제약을 고려해 볼 때, 수학익힘책을 통해서 이러한 학습 기회를 확대하는 것이 효율적이다.

본 논문은 그 중요성에 비해서 분수의 덧셈과 뺄셈의 내용 전개에 따른 깊이 있는 분석이 별로 없는 연구 경향에 반하여, 여러 가지 측면에서 교과서의 전개 방식이나 지도 내용을 집중적으로 분석함으로써 차기 교과용 도서 개발에 기초적인 자료 및 구체적인 시사점을 제공할 수 있기를 기대한다.

## 참고문헌

- 강홍규 (2005). 분수 개념과 알고리즘 지도 양상 비교 : McLellan, MiC, 한국의 교재를 중심으로. *수학교육학연구*, 15(4), 375-399.
- 교육과학기술부 (2008). *초등학교 교육과정 해설(IV): 수학, 과학, 실과*. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 교육과학기술부 (2009a). *수학 4가*. 서울: 두산교과서주식회사.
- 교육과학기술부 (2009b). *수학 4나*. 서울: 두산교과서주식회사.
- 교육과학기술부 (2009c). *수학 5가*. 서울: 두산교과서주식회사.
- 교육과학기술부 (2009d). *수학 4-1(실험본)*. 서울: 두산동아(주)
- 교육과학기술부 (2009e). *수학 4-2(실험본)*. 서울: 두산동아(주)
- 교육과학기술부 (2009f). *수학 익힘책 4가*. 서울: 두산교과서주식회사.
- 교육과학기술부 (2009g). *수학 익힘책 4나*. 서울: 두산교과서주식회사.
- 교육과학기술부 (2009h). *수학 익힘책 5가*. 서울: 두산교과서주식회사.
- 교육인적자원부 (2006). *초등학교 교사용 지도서: 수학 4가*. 서울: 천재교육.
- 교육부 (1997). *수학과 교육과정(교육부 고시 제 1997-15호 별책 8)*. 서울: 대한교과서 주식회사.
- 권성룡 (2003). 초등학생의 분수 이해에 관한 연구, *학교수학* 5(2), 259-273.
- 김성준, 김한나 (2005). 초등수학 교과서에 제시된 문장제의 구문론·의미론 분석. *교육과정평가연구*, 8(1), 197-226.
- 김용태, 신봉숙, 최대욱, 이순희 (2005). 유추를 통한 분수 연산에 관한 연구. *수학교육 논문집*, 19(4), 715-731.
- 박교식, 송상헌, 임재훈 (2004). 우리나라 예비 초등 교사들의 분수 나눗셈의 의미 이해에 대한 연구. *학교수학*, 6(3), 235-249.
- 박만구 (2002). 왜  $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}$  인가? *수학교육논문집*, 13, 39-54.
- 박은희 (2007). *한국과 싱가포르의 초등 수학 교과서 비교 분석*. 한국교원대학교 석사학위논문.
- 방정숙, Li (2008). 예비 초등 교사들의 분수 나눗셈에 대한 지식 분석. *수학교육*, 47(3), 291-310.
- 배종수 (2005). *초등수학교육 내용지도법*. 서울: 경문사.
- 백선수 (2004). 비형식적 지식을 이용한 대안적인 분수 나눗셈의 형식화 방안에 관한 연구. *초등수학교육*, 8(2), 97-113.
- 임재훈 (2007). 카테시안 곱의 역 맥락에서 분수의 나눗셈. *학교수학*, 9(1), 13-28.
- 임재훈, 김수미, 박교식 (2005). 분수 나눗셈 알고리즘 도입 방법 연구: 남북한, 중국, 일본

- 의 초등학교 수학 교과서의 내용 비교를 중심으로. *학교수학*, 7(2), 103-121.
- 전평국, 박혜경 (2003). 분수 나눗셈의 개념적 이해를 위한 관련 지식의 연결 관계 분석. *수학교육논문집*, 15, 71-76.
- Baroody, A. J. & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to K-8 Mathematics instruction*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 권성룡 외 11인 공역 (2005). *수학의 힘을 길러주자. 왜? 어떻게?* 서울: 경문사.
- Flores, A. (2002). Profound understanding of division of fractions. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 237-246). Reston, VA: NCTM.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. 신현용, 승영조 공역 (2002). *초등학교 수학 이렇게 가르쳐라*. 서울: 승산.
- Murphy, C. (2008). The use of the empty number line in England and the Netherlands. In O. Figueras, J. L. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano, & A. Sepulveda (Eds.), *Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX, Vol 4*, pp. 9-16. Mexico: Cinvestav-UMSNH.
- Siebert, I. (2002). Connecting informal thinking and algorithms: The case of division of fraction. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 247-256). Reston, VA: NCTM.
- Sinicrope, R., Mick, H. W., & Kolb, J. R. (2002). Interpretations of fraction division. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 153-161). Reston, VA: NCTM.

<Abstract>

## An Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Elementary Mathematics Instructional Materials

Pang, JeongSuk<sup>8)</sup>; & Lee, JiYoung<sup>9)</sup>

The operations of fractions are the main contents of number and operations in the elementary mathematics curriculum. They are also difficult for students to understand conceptually. Nevertheless, there has been little study on the addition and subtraction of fractions. Given this, this paper explored the connection between the national mathematics curriculum and its concomitant textbooks, the adequacy of when to teach, and the method of constructing each unit to teach addition and subtraction of fractions. This paper then analyzed elementary mathematics textbooks and workbooks by three parts aligned with the general instructional flow: 'introduction', 'activity', and 'exercise'.

First, it was analyzed with regard to the introduction part whether the word problems of textbooks might reflect on students' daily lives as intended, how different meanings of operations would be expected to be taught, and how the subsequent activities were connected with the original word problems. Second, the main analysis of activity part of the textbooks dealt with how to use concrete or iconic models to promote students' conceptual understanding of operations and how to formalize the calculation methods and principles with regard to addition and subtraction of fractions. Third, the analysis of the part of exercise in the textbooks and workbooks was conducted with regard to problem types and meanings of operations. It is expected that the issues and suggestions stemming from this analysis of current textbooks and workbooks are informative in developing new instructional materials aligned to the recently revised mathematics curriculum.

key-words : analysis of textbooks, analysis of workbooks, addition and subtraction of fractions, word problems

논문접수: 2009. 10. 28

논문심사: 2009. 11. 4

게재확정: 2009. 11. 17

---

8) jeongsuk@knue.ac.kr

9) ez038@naver.com