

# WDM 망에서의 다중 링 설계 알고리즘 연구

정 지 복\*

## Multi-ring Design Algorithm for Survivable WDM Networks

Jibok Chung\*

### ■ Abstract ■

In this paper, we present mathematical models for the ring covering problems arising in the design of multi-ring WDM networks. Also, we present efficient algorithms to solve the suggested models. By the computational experiment, our model can solve the medium-sized networks efficiently and shows better performance than the existing heuristic method. Although we propose an efficient method for the column generation procedure, branching rule that does not destroy the column generation structure is unsolved. Further research is required to develop an effective branching rule.

Keywords : Multi-ring design, Ring Covering Problem, Branch-and-price

## 1. 서 론

과장분할다중화(WDM : Wavelength Division Multiplexing)은 기간 전송 망에서 폭발적으로 증가하는 대용량 트래픽을 비용-효과적으로 수용할 수 있는 광 기술로 기대되고 있다[9]. 대용량 전송에 수반되는 망의 생존도(survivability)를 보장하는

방법으로는 OXC(Optical Cross Connect)를 이용한 그물구조(mesh) WDM 망과 다중 링(multi-ring) 방법이 유력하다[1, 2, 13]. 망 자원의 활용측면에서는 그물구조 WDM 망이 다중 링에 비하여 효율적이라고 분석되고 있지만 다중 링이 가지고 있는 여러 장점으로 인하여 그물구조 WDM 망의 대안으로 관심을 받고 있다. 다중 링 구조의 장점은 첫째, 그

물구조 WDM망은 OXC의 망 제어 및 관리가 복잡한 반면에 다중 링은 ADM(Add-Drop Multiplexer)에 의해 망 제어 및 관리가 단순하다. 둘째, 다중 링 구조에서는 각각의 링이 독립적으로 운영됨으로써 망 자원의 분산 제어 및 관리가 가능하다. 마지막으로 링의 단순한 구조적 특성으로 빠르고 신뢰도 높은 복구가 가능하다[12, 13]. 따라서 다중 링이 그물구조 WDM 망에 대한 경쟁력을 확보하기 위해서는 망 자원을 효율적으로 사용하는 설계 모형과 알고리즘 개발이 필요하다[10].

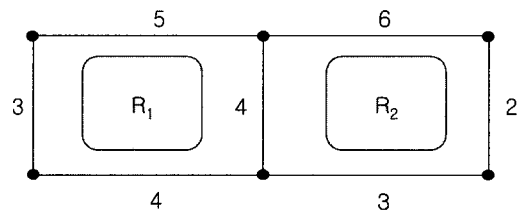
광 전송 시스템의 전송경로는 WP(Wavelength Path)와 VWP(Virtual Wavelength Path)을 고려할 수 있다[13]. WP는 단일 파장으로 구성된 경로임에 반하여 VWP는 WP와 달리 각 전송노드에서 파장 변환(wavelength conversion)이 자유롭게 이루어짐으로써 링크단위의 파장할당이 가능한 경로를 의미한다. 따라서 WP의 다중 링 설계 문제는 WP 경로 선택(routing), 다중 링 선택(Multi-ring Selection), 파장할당(Wavelength Assignment) 등의 문제를 포함하고 있다. 한편 VWP의 다중 링 설계 문제는 파장할당이 필요하지 않으므로 VWP 경로선택(routing), 다중 링 선택(Multi-ring Selection) 등의 문제를 포함하고 있다. 기존의 연구에서는 문제의 복잡성으로 인해 다중 링 설계 문제를 여러 부분 문제로 분할하여 접근하고 있다[2, 13]. 본 논문은 VWP 다중 링 선택문제를 그래프이론에 기반한 링 커버링 문제(RCP : Ring Covering Problem)로 모형화하고 효율적인 알고리즘을 개발하고자 한다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 제 2장은 다중 링 설계에 대한 문제를 정의하고 선행연구 결과를 제시한다. 제 3장은 다중 링 설계에 대한 수학적 모형을 제시한다. 제 4장은 제 3장에서 제시한 모형에 대한 알고리즘을 제안하며 제 5장은 전산실험 결과를 제시한다. 마지막으로 제 6장은 결론과 추후 연구방향을 제시한다.

## 2. 선행연구 및 문제정의

주어진 그래프  $G(V, E, C)$ 에서  $V$ 는 노드의 집합,

$E$ 는 무방향 링크의 집합,  $C$ 는 링크의 가중치 집합을 의미한다. 링 커버링 문제는 그래프  $G(V, E, C)$ 의 모든 링크가 적어도 하나 이상의 링에 포함되는 링의 집합을 찾는 문제로 정의할 수 있다[4]. 다중 링은 링의 방향성에 따라 단방향 다중 링(Unidirectional Multi-ring)과 양방향 다중 링(Bi-directional Multi-ring)으로 나눌 수 있는데 본 논문에서는 이를 각각 URCP(Unidirectional Ring Covering Problem)와 BRCP(Bidirectional Ring Covering Problem)로 정의한다. 또한 URCP에서 링의 비용은 링에 포함되는 모든 링크의 가중치 합, BRCP에서는 링에 포함되는 링크의 가중치 중에서 최대값으로 정의한다 [4]. 아래 <그림 1>에서 주어진 그래프  $G$ 를 두 개의 링( $R_1, R_2$ )으로 커버하는 경우 URCP인 경우  $R_1$ 과  $R_2$ 의 비용은 각각 16과 15으로 총 비용은 31이 되며 BRCP인 경우  $R_1$ 과  $R_2$ 의 비용은 각각 5와 6이 되어 총 비용은 11이 된다.



	$R_1$	$R_2$	총 비용
URCP	16	15	31
BRCP	5	6	11

<그림 1> 링 설계와 링 비용 예제

일반적으로 그래프  $G$ 에서 가능한 모든 링의 수는 지수적으로(exponentially) 많기 때문에 모든 링을 나열하는 방법은 효율적이지 못하다[4]. Gardner et al.[4]는 URCP에서, 주어진 그래프가 오일러 그래프(Eulerian Graph)인 경우, 여러 개의 중복되지 않는(disjoint) 링으로 분할이 가능하며 분할된 링 또한 오일러 그래프의 특징을 가지고 있음을 보였다. 따라서 각각의 분할된 링에 중복적으로 포함되는 링크가 존재하지 않도록 분할이 가능하므로 결

국 최소비용의 링 커버링이 됨을 밝혔다. 또한 오일러 그래프가 아닌 경우, 인접 노드 개수(degree)가 홀수인 노드 쌍에 인공링크를 추가하여 오일러 그래프로 변환하는 end-pairing 알고리즘을 제안하였다. Thomassen[11]는 오일러 그래프가 아닌 URCP의 계산복잡도가 NP-Hard에 속함을 증명하였으며 Labbe et al.[6]는 오일러 그래프가 아닌 URCP에 대하여 end-pairing 해법으로 노드가 100개 이내인 경우 최적해에 거의 근사한 해를 찾을 수 있었다. Gardner et al.[4]는 BRCP의 계산복잡도가 NP-hard에 속한다는 것을 증명하였고 각 링크에 우선 순위를 배정한 후, 우선 순위가 높은 링크에서부터 깊이 우선탐색(DFS : Depth First Search)을 통해 다중링을 찾는 휴리스틱 방법을 제안한 바 있다.

이처럼 BRCP 문제에 대해서는 문제의 복잡성(complexity)만 분석되었고 정확한 수리모형조차 제시되지 않은 상태이며 기존의 휴리스틱 방법에 대한 성능 비교도 이루어 지지 않고 있다. 본 연구에서는 BRCP에 대하여 정수계획법에 기반한 수리모형을 제시하고 제안하는 모형을 효율적으로 풀 수 있는 알고리즘을 제시함과 동시에 기존 휴리스틱 방법과 성능을 비교하고자 한다.

### 3. 수리모형

본 절에서는 BRCP에 대하여 3가지 수리모형을 제시하겠다. 첫째는 절단집합(Cut) 기반의 수리모형이고 둘째는 흐름(Flow) 기반 수리모형이고 셋째는 기본 환(Elementary Cycle)<sup>1)</sup> 기반 수리모형이다. 절단집합 수리모형과 흐름기반 수리모형은 일반적인 최적화 연구에서 접근하는 정수계획법 모형으로 모든 제약조건을 제약식에 직접 반영하기 때문에 제약식 수가 급증하는 단점을 가지고 있다. 특히, 링이 갖추고 있어야 할 물리적 연결조건을 선형 제약식으로 표현하는데 있어서 제약식 수가 급증하는

어려움을 가지고 있다. 반면에 기본 환 기반 수리모형은 기본 환을 변수로 하기 때문에 제약식 수는 상대적으로 적은 반면에 모든 가능한 변수를 사전에 열거(enumeration)하기 어렵다. 따라서 몇 개의 기본 환을 가지고 초기 해를 구한 후 필요한 변수를 생성하여 추가해 나가는 열 생성기법(column generation technique)이 바람직해 보인다.

#### 3.1 절단집합(Cut)기반 수리모형

앞서 언급한대로 BRCP를 수리모형화 하는데 있어서 어려운 점은 부분투어(subtour)를 방지하는 선형 제약식 표현에 어려움이 있다. 절단집합기반 수리모형은 모든 절단집합  $[S; \bar{S}]$ 에 대하여  $S$ 와  $\bar{S}$ 에 속하는 두 노드 사이에는 링에 속하는 링크들로 이루어진 경로가 존재해야 한다는 조건을 통하여 부분투어를 방지하는 모형이다. 잘 알려진 외판원 문제(Traveling Salesman Problem)의 경우는 투어(tour)의 길이가 노드 수로 고정되어 있으므로 부분투어를 방지하기 위한 선형제약조건을 표현할 수 있으나, BRCP에서는 링의 크기를 사전에 알 수 없다는 점에서 외판원문제와 같은 부분투어 방지 제약조건을 적용할 수 없다.

BRCP에 대해 절단집합기반의 수리모형을 위해 다음과 같은 용어와 표기를 사용하도록 하겠다.

- 용어 :

$G(N, A, C)$  : 주어진 그래프

$N$  : 노드집합,  $A$  : 링크집합(무방향),  $C$  : 각 링크의 가중치 =  $\{c\}$

$w^k$  : 링  $k$ 에 속하는 링크들의 최대가중치,

$$\max_{ij \in E} \{c_{ij} x_{ij}^k\}$$

$K$  : 링 갯수의 상한

- 결정 변수 :

$x_{ij}^k = 1(0)$ , 링크  $ij$ 가 링  $k$ 에 포함되는(않는) 경우

$s_i^k = 1(0)$ , 노드  $i$ 가 링  $k$ 에 포함되는(않는) 경우

1) 본 논문에서는 링(ring)과 기본 환(elementary cycle) 용어를 호환하여 사용함.

위의 용어와 표기를 사용하여 BRCP를 수리 모형화 하면 아래와 같다.

(CBRCP : Cut based Bi-directional Ring Covering Problem)

$$\text{Min} \sum_{k \in K} w^k \quad (1)$$

$$\text{s.t. } w^k \geq c_{ij} x_{ij}^k, \forall ij \in E, \forall k \in K \quad (2)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k \geq 1, \forall ij \in A \quad (3)$$

$$\sum_{i < j} x_{ij}^k + \sum_{i > j} x_{ji}^k = 2s_i^k, \forall i \in N, \forall k \in K \quad (4)$$

$$s_i^k \geq x_{ij}^k, \forall ij \in A, \forall k \in K \quad (5)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i \in S, j \notin S} x_{ij}^k + (1 - s_u^k) + (1 - s_v^k) \geq 1, \quad (6)$$

$$(S \subset N; 3 \leq |S| \leq n-3; u \in S, v \notin S)$$

$$x_{ij}^k = 0/1, \forall ij \in A, \forall k \in K,$$

$$s_i^k = 0/1, \forall i \in N, \forall k \in K$$

목적함수 (1)은 링 비용의 최소화를 의미한다. 제약식 (2)는 링 k의 비용이 링 k에 속하는 링크의 최대가중치로 정의됨을 의미한다. 제약식 (3)은 모든 링크는 적어도 하나의 링에 반드시 포함되어야 함을 의미한다. 제약식 (4), 제약식 (5)는 링크변수  $x_{ij}^k$ 와 노드 변수  $s_i^k$ 와의 관계를 나타낸다. 제약식 (6)은 링에 속하는 두 노드 사이에는 링에 속하는 링크들로 이루어진 경로가 존재하여야 함을 의미하는 부분투어 방지를 위한 제약 조건이다. 제약식 (6)에서 보듯이, 부분투어는 3개 이상의 노드로 구성되므로 부분투어를 방지하기 위한 제약식 갯수가  $O\left(\sum_{j=3}^{N-3} N C_j\right)$ 가 되는 대형 정수계획법 문제가 된다.

### 3.2 흐름(Flow)기반 수리모형

먼저 흐름을 표현하기 위하여 무방향(undirected) 링크 집합 A를 유방향(directed) 링크집합 E로 변환하며 흐름기반 수리모형을 위하여 다음의 용어와 기호를 사용하도록 하겠다.

• 용어 :

$G(N, A, C)$  : 주어진 그래프,  $N$  : 노드 집합 =  $\{v\}$ ,

$A$  : 무방향 링크집합 =  $\{e\}$ ,

$E$  : 유방향 링크집합,  $|E| = 2^*|A|$ ,  $C$  : 각 링크의 가중치 =  $\{c\}$

$w^k$  : 링 k에 속하는 링크의 최대가중치,

$$\max_{ij \in E} \{c_{ij} x_{ij}^k\}$$

$K$  : 링 갯수의 상한

$D$  : 모든 노드 쌍의 집합,  $\{(i, j) : i, j \in A, i \neq j\}$

• 결정 변수 :

$x_{ij}^k = 1(0)$ , 링크 ij가 링 k에 포함되는(않는) 경우

$s_i^k = 1(0)$ , 노드 i가 링 k에 포함되는(않는) 경우

$h_{ij}^k = 1(0)$ , 노드 ij가 링 k에 포함되는(않는) 경우

$f_{ij}^{k,uv} = 1(0)$ , 노드 쌍 uv에 대하여, 링 k가 링크 ij를 지나가는(않는) 경우

위의 용어와 표기를 사용하여, 흐름기반 BRCP를 수리 모형화 하면 아래와 같다.

(FBRCP : Flow based Bi-directional Ring Covering Problem)

$$\text{Min} \sum_{k \in K} w^k \quad (7)$$

$$\text{s.t. } w^k \geq c_{ij} x_{ij}^k, \forall ij \in E, \forall k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{k \in K} (x_{ij}^k + x_{ji}^k) \geq 1, \forall ij \in A, \forall k \in K \quad (9)$$

$$x_{ij}^k + x_{ji}^k \leq 1, \forall ij \in A \quad (10)$$

$$\sum_{(i,j) \in E} x_{ij}^k - \sum_{(j,i) \in E} x_{ji}^k = 0, \forall i \in N, \forall k \in K \quad (11)$$

$$\sum_{(i,j) \in E} x_{ij}^k \leq 1, \forall i \in N, \forall k \in K \quad (12)$$

$$\sum_{(j,i) \in E} x_{ji}^k \leq 1, \forall i \in N, \forall k \in K \quad (13)$$

$$s_i^k \geq x_{ij}^k, s_j^k \geq x_{ji}^k, \forall ij \in E, \forall k \in K \quad (14)$$

$$h_{uv}^k \leq s_u^k, h_{uv}^k \leq s_v^k, h_{uv}^k \geq s_u^k + s_v^k - 1, \quad (15)$$

$$f_{ij}^{k,uv} \leq x_{ij}^k, \forall ij \in E, \forall uv \in D, \quad (16)$$

$$\forall k \in K$$

$$\sum_{ij \in E} f_{ij}^{k,uv} - \sum_{ji \in E} f_{ji}^{k,uv} = h_{uv}^k, \quad i = u, \forall uv \in D, \forall k \in K \quad (17)$$

$$\sum_{ij \in E} f_{ij}^{k,uv} - \sum_{ji \in E} f_{ji}^{k,uv} = -h_{uv}^k, \quad i = u, \forall uv \in D, \forall k \in K \quad (18)$$

$$\sum_{ij \in E} f_{ij}^{k,uv} - \sum_{ji \in E} f_{ji}^{k,uv} = 0, \quad i \neq u, v, \forall uv \in D, \forall k \in K \quad (19)$$

$$x_{ij}^k = 0/1, \forall ij \in E, \forall k \in K$$

$$s_i^k = 0/1, \forall i \in N, \forall k \in K$$

$$h_{ij}^k = 0/1, \forall ij \in D, \forall k \in K$$

$$f_{ij}^{k,uv} = 0/1, \forall ij \in K, \forall uv \in D, \forall k \in K$$

목적함수 (7)은 링 비용의 최소화를 의미한다. 제약식 (8)은 링 비용은 링에 속하는 링크의 최대값으로 정의됨을 의미하며 제약식 (9)는 모든 링크는 적어도 하나의 링에 반드시 포함되어야 함을 의미한다. 제약식 (10)은 링크 2개로 형성되는 링이 발생하지 않기 위한 제약 조건이고 제약식 (11)은 흐름보존 제약식을 의미한다. 제약식 (12)과 제약식 (13)은 기본 환을 이루기 위한 제약 조건이다. 제약식 (14)는 링크의 포함여부와 노드의 포함여부의 상관관계를 의미한다. 제약식 (15)~제약식 (19)는 임의의 두 노드가 같은 링에 포함된다면, 두 노드 사이에는 링에 속하는 링크들로 이루어진 경로가 존재하여야 함을 의미하는 것으로 부분투어를 방지하기 위한 제약 조건이다.

위 모형은 제약식 갯수가  $O(KN^4)$ 이므로, 노드 수(N)가 많아질수록 대형정수계획법 문제가 되므로 모형의 수학적인 구조분석 없이는 효율적인 해결이 어려울 것이다.

### 3.3 기본 환(Elementary Cycle)기반 수리모형

제 3.1절에서 제시한 EBRCP는 제약식 수가 상당히 많은 정수계획법 문제라서 중·대형문제를 해결하는데 현실적인 어려움이 있다. 본 절에서는 기본 환(elementary cycle)을 변수로 가지는 수리모형을 제시하겠다.

일반적으로 그래프 G에서 가능한 기본 환의 조합은 지수적으로 많다. 따라서 모든 기본 환을 모형에 포함하는 것은 효율적인 방법이 되지 못하고, 몇 개의 기본 환으로 초기 해를 구한 후 필요한 기본 환만을 추가해 나가는 열 생성(column generation) 방식이 효율적이다. 본 논문에서는 이를 수리 모형화하기 위해서 다음과 같은 용어와 표기를 사용하겠다.

- 용어

$G(N, A, C)$  : 주어진 무방향 그래프

$N$  : 노드 집합 =  $\{v\}$ ,  $A$  : 무방향 링크집합 =  $\{e\}$ ,

$C$  : 각 링크의 가중치 =  $\{c\}$

$C_s$  : 기본 환  $s$ 의 비용,  $C_s = \max_{r \in s} \{c_r\}$

$S$  : 그래프 G의 모든 가능한 기본 환의 집합

- 결정변수

$x_s = 1(0)$ , 만약 기본 환  $s$ 가 선택되는(않는) 경우

위의 용어와 표기를 사용하여 수리모형화 하던 다음과 같다.

(EBRCP : Elementary Cycle based Bi-directional Ring Covering Problem)

$$\text{Min} \sum_{s \in S} C_s x_s \quad (20)$$

$$\text{s.t} \sum_{\{s : e \in s\}} x_s \geq 1, \forall e \in A \quad (21)$$

$$0 \leq x_s \leq 1 \quad (22)$$

목적함수인 식 (20)는 링 비용을 최소화 함을 의미하고, 제약조건 (21)은 모든 링크는 적어도 하나 이상의 환에 포함되어야 함을 의미한다. EBRCP와 비교하면 제약식 수가 현저히 줄어들었음을 알 수 있다.

## 4. 알고리즘

EBRCP 모형의 제약식은 그래프의 링크 수와 같은 장점이 있는 반면, 변수는 그래프의 모든 가능한

환의 수이므로 초기해에서 출발하여 환을 추가해나가는 열 생성 기법이 효율적인 방법이 될 것이다. 원문제인 EBRCP에 쌍대변수  $\pi_e$ 를 사용하면 쌍대문제는 다음과 같다.

DEBRCP(Dual of EBRCP)

$$\begin{aligned} & \text{Max} \sum_{e \in E} \pi_e \\ & \text{s.t} \sum_{e: e \in s} \pi_e \leq c_s, \forall s \in S \\ & \pi_e \geq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

따라서 현재의 LP해가 최적인지의 여부는 쌍대 가능 조건인 식 (23)을 만족시키는지의 여부인데 이는 아래의 부 문제(SP)를 통하여 알 수 있다.

(SP)

$$C_{sp} = \min_s \{ \max_{e \in s} c_e - \sum_{e \in s} \pi_e \}$$

만약  $C_{sp}$ 가 0이상이라면 현재의 해가 LP 최적해를 알 수 있고, 그렇지 않은 경우  $C_{sp}$ 가 0보다 작은 기본 환을 추가함으로써 LP 해를 개선할 여지가 남아 있음을 의미한다. 그러나 정리 3.1에서 보듯이 (SP)의 계산복잡도는 NP-Hard에 속하므로, 매번 (SP)문제의 최적해를 구하는 것은 효율적인 방법이 될 수 없다. 따라서 매번 (SP)문제의 최적해를 구하기보다는 휴리스틱을 이용하여 근사적으로 음수의 값을 갖는 기본 환을 찾아 해를 개선해가면서 최종적으로 더 이상의 환이 필요한지를 판정할 때에만 (SP)문제의 최적해를 구하는 것이 현실적으로 효율적인 방법이다[7].

**정리 3.1 (SP)의 계산복잡도는 NP-Hard이다.**

(증명) (SP)에서  $c_e$ 가 모두 0이라고 가정할 경우, (SP)는  $\pi_e$ 를 링크 가중치로 가지는 그래프에서의 최대 환(longest circuit) 문제로 변환되므로 (SP)의 계산복잡도는 NP-hard에 속한다는 것을 알 수 있다[5]. (증명 끝)

본 논문에서는 아래의 알고리즘을 통하여 근사적

으로 (SP)를 해결하도록 하겠다. 각 링크  $e$ 에는 두 종류의 가중치  $\{c_e, \pi_e\}$ 가 있다. 먼저  $c_e$ 값이 가장 큰 링크  $e$ 를 선택한 후 링크  $e$ 의 양 끝점을 각각 출발노드와 도착노드로,  $\pi_e$ 값에 대해 최장경로(longest path)를 구한 후 최장경로  $P$ 와 링크  $e$ 를 결합하면,  $c_e$ 를 포함하는 링 중에서 (SP)값을 최소로 하는 링을 구할 수 있다. 이와 같은 과정을 순차적으로 반복하여  $c_e$ 값을 줄여나가면 (SP)문제의 최소값을 근사적으로 구할 수 있다.

Algorithm ACG(Approximate Column Generation)

**단계 0 : 초기화.**  $E = \{e_1, \dots, e_m\}$

**단계 1 : 링크 선택.**  $E$ 에서  $w_e$ 값이 가장 큰 링크  $e$ 를 선택 후  $E$ 에서 삭제.  $E = E - \{e\}$ . 선택한 링크가 없으면 단계 4로 감.

**단계 2 : 최장 경로 구함.** 단계 1에서 선택한 링크의 양 끝점을 출발노드와 도착노드로 하여,  $\pi_e$ 값에 대한 최장경로(longest path)를 구한다.

**단계 3 : 기본 환 생성.** 단계 1의 링크와 단계 2의 최장경로를 결합하여 기본 환을 생성한 후 단계 1로 감.

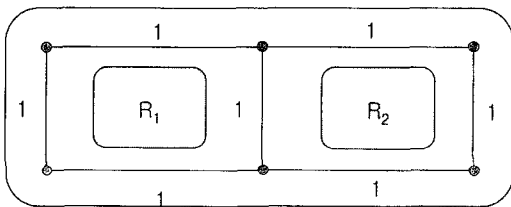
**단계 4 : 종료.** 단계 3에서 생성한 기본 환 중에서 최대값을 갖는 기본 환을 선택.

그러나 알고리즘 ACG의 단계 2에서  $\pi_e$ 값에 대해 최장경로를 구하는 문제 또한 NP-hard에 속하는 어려운 문제이다[5]. 본 논문에서는 Scholvin[8]이 제안한 kSGL(k-step greedy lookahead) 휴리스틱 방법을 사용하였다. kSGL은 출발노드에서  $k$ 개의 길이를 갖는 가장 긴 경로를 찾은 후, 출발노드의 이웃노드를 연결(augment)하는 방법으로  $k$ 값에 따라 계산시간이 증가하는데, 보통  $k$ 가 2~3인 경우 충분히 좋은 해를 구할 수 있다고 알려져 있다.

제안하는 ACG 알고리즘으로 구한 LP 최적해가 정수가 아닌 경우, 정수 최적해를 구하기 위해서는 분지(branching) 후에서도 열 생성과정에 어려움이

없으면서, 현재의 비정수해를 제거할 수 있는 분지 방법이 요구된다[7]. 예를 들어 정수가 아닌 변수  $x_s$ 에 대하여  $x_s = 1$ 로 분지를 하면  $s$ 에 속하는 링크는 하위 분지노드에서 반드시 같은 링에 포함됨을 의미하지만  $x_s = 0$ 으로 분지를 하면  $s$ 에 속하는 링크들로 이루어진 링이 생성되지 말아야 함을 의미하는데 앞서 제시한 열생성 구조를 유지하면서 이를 하위 분지노드에 강제하기 어렵다.

아래 <그림 2>에서 모든 링크의 가중치가 1인 경우 링  $R_1, R_2$ 의 가중치의 값을 가질 경우 최적해는 2이지만, 링 변수가 각각 0.5의 값을 가질 경우 LP 최적해 값은 1.5가 된다.



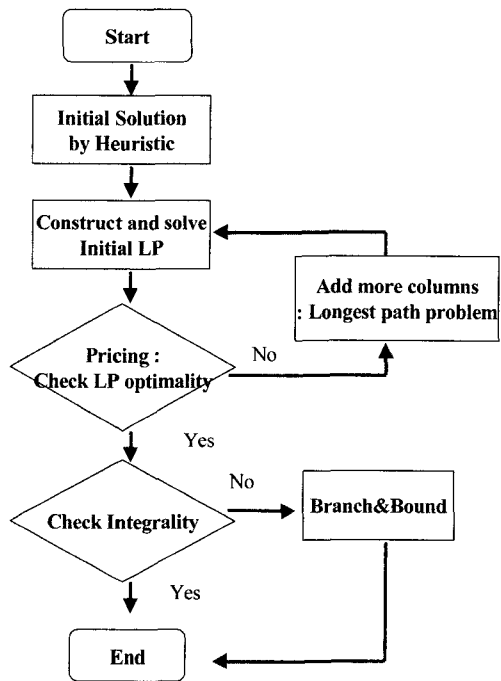
<그림 2> 비정수 LP 최적해를 갖는 경우

본 논문에서는 열생성 과정을 유지할 수 있는 분지 방법을 제안하는 대신, LP 최적해를 구성하고 있는 변수에 대하여 분지한계법(branch-and-bound)을 적용한다. 이 경우, 정수 최적해를 보장할 수는 없지만 상당히 최적해에 가까운 결과를 얻을 수 있다고 알려져 있다[7]. 본 논문에서 제안하는 알고리즘의 절차는 다음 <그림 3>과 같다.

## 5. 전산 실험

### 5.1 실험망 및 실험데이터

실험은 다음 <그림 4>의 4개 망을 실험 대상으로 하였다. <그림 4>의 (a)는 한국의 5대 도시인 서울, 대전, 대구, 광주, 부산을 연결하는 망이고, (b)는 Gardner et al.[4]가 실험한 망으로 본 논문에서 제안하는 모형과의 성능비교가 가능하다. (c)와 (d)는 미국의 LATA 망과 NSFNET 망을 의미한다.



<그림 3> EBRCP을 위한 흐름도

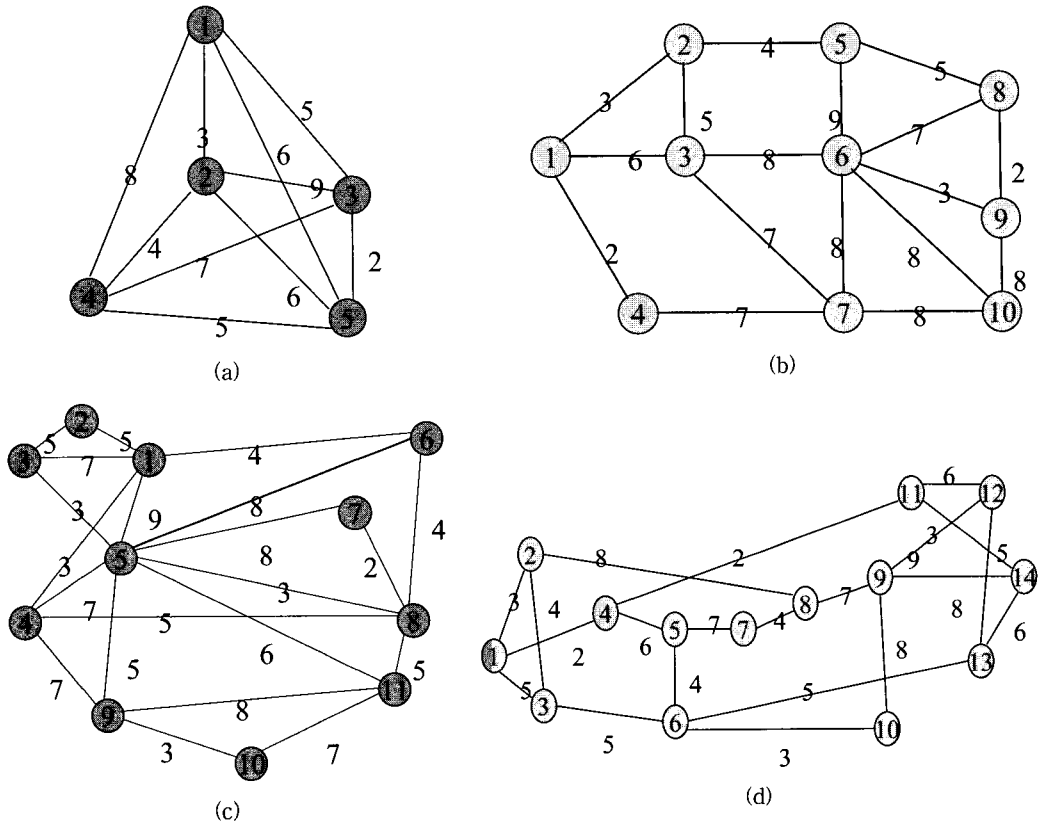
EBRCP 모형은 상용패키지인 CPLEX8.0을 사용하여 최적해를 구하였다[3].

### 5.2 실험결과

실험결과는 다음 <표 1>에 “N”은 노드 수, “L”은 링크 수를 의미한다. “B&B Node”는 분지노드 수. “Column”은 분지평가 과정에 생성된 열 개수, “Solution Gap”은 최적해의 차이를 의미한다.

<표 1>에서 보는 바와 같이, EBRCP 모형은 소형망인 (a), (b)에 한하여 최적해를 구할 수 있었으나 대형망에 대해서는 계산시간이 기하급수적으로 증가하여 24시간내에 해를 구할 수 없었다. 반면에 EBRCP 모형은 망의 크기와 상관없이 3분 이내에 해를 구할 수 있었다.

해의 품질과 관련해서 대형망인 (c), (d)의 경우는 최적해를 구할 수 없기 때문에 LP 최적해와 비교를 통하여 해의 품질을 확인 할 수 있다. EBRCP 모형으로 구한 해는 LP 최적해와 비교하면 망 (c)에서



<그림 4> 실험 망

<표 1> 전산 실험결과

Network	N	L	FBRCP			EBRCP				DFS		
			Time (sec)	B&B Node	Solution Gap	Time (sec)	Column	B&B Node	Solution Gap	Time (sec)	Solution Gap**	
소형	(a)	5	10	221.8	1287	0%	13	23	26	0%	0.1	121%
	(b)	10	17	85106	11676	0%	1.2	11	16	0%	0.1	62.5%
대형	(c)	11	21	***	-	-	174	24	168	9.6%*	0.2	64.7%**
	(d)	14	21	***	-	-	6.9	15	42	35%*	0.3	95.6%**

주) \* (Objective-LP optimal)/LP optimal, \*\* (DFS-EBRCP)/EBRCP, \*\*\* 24시간 내 풀지 못함.

9.6%, 망 (d)의 경우는 35%의 차이를 보였다. 비록 LP 최적해와의 차이(Gap)가 많이 발생하지만 최적해를 구할 수 없는 상황에서 Gardner et al.[4]가 제안한 깊이우선탐색(DFS) 기반의 휴리스틱과 비교하면 60~120% 품질이 뛰어난 것을 알 수 있다. 또한 Gardner et al.[4]가 제안한 휴리스틱 방법은 망의

크기가 커질수록 해의 품질이 급격히 저하되는 것을 알 수 있었다. (d)의 경우 EBRCP 모형에서 생성된 열의 개수가 15개로 망의 크기에 비하여 상대적으로 적게 생성됨으로 인하여 LP 최적해와의 차이가 높게 나타난 것으로 생각된다. 이는 (SP)의 문제 복잡도로 인하여 열 생성을 근사적으로 수행하기



때문으로 생각되며 추후 이를 개선할 수 있는 방안이 연구될 필요가 있다.

## 6. 결론 및 추후연구과제

본 연구에서는 양방향 링 커버링 문제(BRCP)에 대한 3가지 수리모형을 처음으로 제시하였다. 또한, 기본 환 기반의 정수계획법 모형(EBRCP)에 대한 해법으로 열 생성 기법에 기반한 분지평가법을 제시하였다. 효율적인 열 생성 알고리즘은 제시되었으나 열 생성구조를 유지하는 효과적인 분지방법은 제시되지 못하였다. 전산실험 결과, 3가지 모형 중에서 EBRCP 모형이 계산시간과 해의 품질 면에서 가장 우수하였으며 기존의 발견적 기법에 비하여 해의 품질이 우수함을 보였다. 해의 품질을 높이기 위해서는 최적화된 열 생성 알고리즘과 분지방법의 개발이 필요하고 보다 다양한 형태의 망을 대상으로 해의 안정성을 확보하기 위한 추후 연구가 필요하다.

## 참고 문헌

- [1] 이영호 외, 그물구조 WDM 망 설계 알고리즘과 망 설계 시스템 연구, 「한국경영과학회지」, 제30권, 제1호(2005), pp.1-25.
- [2] Bowornummarat, C. et al., "Using mesh and multi-ring methods in the design of survivable wavelength-routed all-optical networks," *European Transactions on Telecommunications*, Vol.2, No.16(2005), pp.157-172.
- [3] CPLEX8.0, ILOG, 2003.
- [4] Gardner, L.M. et al., Techniques for finding Ring Covers in Survivable Networks, Proc' of IEEE Globecom, 1994.
- [5] Garey, M.R. and D.S. Johnson, Computers and Intractability : A Guide to the Theory of NP-Completeness, W.H. Freeman and Company, 1979.
- [6] Labbe, M. et al., "Covering a graph with cycles," *Computers and Operations Research*, Vol.25, No.6(1998), pp.499-504.
- [7] Mehrotra, A. et al., "A Column Generation Approach for Graph Coloring," *Inform's Journal on Computing*, No.8(1996), pp.344-354.
- [8] Sholvin, J.K., Approximating the Longest Path Problem with Heuristics : A Survey, B.S. Thesis, Northwestern Univ., 1999.
- [9] Stern, T.E. and K. Bala, Multiwavelength Optical Networks, Addison Wesley, 1999.
- [10] Stidsen, T. and A.J. Glenstrup, "Quantifying Optimal Mesh and Ring Design Costs," *Naval Research Logistics*, No.25(2005), pp.150-158.
- [11] Thomassen, C., "On the Complexity of Finding a Minimum Cycle Cover of a Graph," *SIAM. Journal on Computing*, Vol.26, No.3 (1997), pp.675-677.
- [12] Wang, J. and W. Yurcik, A Multi-Ring Framework for Survivable Group Communications, Symposium of Command and Control Research Program, 2004.
- [13] Wuttisittikulkij, L. et al., "A Comparative study of mesh and multi-ring design for survivable WDM networks," *IEICE Trans. Commun*, Vol.E83-B, No.10(2000), pp.2270-2277.