

수학영재아의 문제해결 과정에 따른 사례 연구

- 수학적 사고능력을 중심으로 -

정 찬 식 (진주남강초등학교)

노 은 환 (진주교육대학교)

I. 서론

학문적으로 수학은 수량과 관련된 수학적 사실, 관계, 규칙을 다루며, 공간 속에서 일어나는 다양한 현상들에 대한 연구가 이루어지는 분야이다. 1990년대 이후 학교 수학 교육에서 강조하는 세계적인 흐름의 하나가 수학적 추론 능력, 의사소통 능력, 문제해결력과 같은 수학적 능력의 신장을 강조하는 것이다. 이러한 수학적 문제해결력 신장은 미래 사회를 살아갈 학생들에게 지속적으로 필요한 능력으로서 개정 제7차 교육과정에서도 수학적 능력의 신장이라는 교육의 핵심 목표뿐만 아니라 내용, 교수·학습 방법, 평가에 걸쳐 일관되게 강조하고 있으며, 수학적 의사소통의 신장을 위해 수학적 표현의 이해·사용, 수학적 아이디어를 말과 글로 설명·표현하고, 다른 사람과 효율적으로 의사소통할 수 있게 하여 수학을 표현하고 토론하는 것을 통해 자신의 사고를 명확히 반성해 보도록 하였다(교육과학기술부, 2008).

수학과 교육과정에는 학생들이 알아야 할 필수적인 기본내용만 제시하고 보충, 심화의 학습내용은 교사들이 학생의 성취수준이나 학교의 상황에 따라 내용을 재구성하여 수준별 학습을 할 수 있도록 하고 있지만 우리의 학교 상황¹⁾에서는 현실적으로 지도하기 어려운 점이 많

이 있다. 특히 제시한 문제를 너무나 쉽게 해결하거나 혼자서는 풀 수 없는 즉, 누군가의 도움을 받아야만 문제해결에 대한 시도를 하는 학생에게 우리는 무엇을 해야 하며, 어떻게 해야 할 것인가? 이를 위해 Polya(1973)는 문제해결의 과정을 문제이해, 계획수립, 계획실행, 반성의 4단계로 나누고, 각 단계별 필요한 발문과 권고에 따라 수학적 사고를 할 수 있는 방법을 제시하고 있다. 그리고 제시된 문제를 풀 수 없다면 보다 접근하기 쉬운 문제를 기억해 내고, 이와 관련된 문제를 고안하도록 권한다.

수학에 재능있는 학생들은 문제에 포함된 수학적 자료들을 분석적, 종합적으로²⁾ 지각(한인기, 2006)하며, 교사는 그들이 가지고 있는 잠재적인 수학적 능력을 최대한 발휘할 수 있도록 도와줌으로써 각자의 수준에 맞는 수학적 힘의 신장을 가져올 수 있을 것이다. 학생들은 교사가 제공하는 경험을 통해서 수학을 배운다. 수학을 효과적으로 가르치려면 학생들이 무엇을 알고 있으며 무엇을 학습할 필요가 있는지에 대해 이해하여야 하며 그들이 수학을 잘 배우도록 격려하고 지원해야 한다(NCTM, 2000).

본 연구에서는 주어진 문제에 대한 수학영재들의 문제해결 과정, 그 결과를 바탕으로 제시된 수준별 문제해결 과정을 통해 그들의 다양한 수학적 사고능력을 분석하고, 나아가 이러한 문제해결 과정에서 교사들의 바람

* 접수일(2009년 11월 2일), 수정일(1차 : 2009년 11월 21일), 게재확정일(2009년 11월 21일)
* ZDM분류 : D53
* MSC2000분류 : 97C30
* 주제어 : 수학영재아, 문제해결, 수학적 사고
1) 수업 외적인 교사의 업무, 주어진 단위시간 내에서의 과도한 학습내용, 학생정원, 학년이 올라갈수록 수학학습에 대한 흥미를 잃거나 학생간의 학습 수준차가 크지는 현상 등을 들 수 있다.

2) 분석은 전체를 구성하는 부분들, 요소들로 분해하는 사고 조작이며, 종합은 전체(대상)의 부분들을 연결시키는 사고 조작이다. 수학에 평균적인 학생들은 새로운 유형의 문제를 지각할 때, 문제의 개별적인 요소를 지각하기 때문에 이들에게는 문제의 수학적 요소들을 연결시키도록 요구해야 하며, 수학에 약한 학생들은 문제의 구체적인 내용(소재)으로부터 벗어나기 어려운 경우가 많으며, 문제의 수학적 의미를 보지 못한다.

직한 지도방안을 제시하는데 본 연구의 목적이 있다.

II. 이론적 배경

1. 수학적 사고

‘사고(思考)’란 문제 사태에 부딪혔을 때에 구 사태를 극복하기 위해서 이루어지는 행동으로 주로 정신과정을 말한다. 부딪힌 사태를 분석하고 자기 목적에 합당하도록 재구성하는 등의 노력이라고 교육학 사전에 정의하고 있다. 따라서 수학적 사고는 수학을 하는 정신적 활동으로서 문제해결을 목적으로 하는 방법 및 내용에 관한 수학적 발견이라 할 수 있다. 수학적 사고에 대해 강시중(1981)은 ‘대상을 수학적으로 보고 생각하며 수학을 만들고 다듬어가는 데 근원이 되는 생각’으로 정의하고 있으며, 박한식·구광조(1982)는 ‘수학의 내용 그 자체에서의 사고에 관한 사고와 수학의 내용을 매체로 하여 개별적인 내용에 구애되지 않은 사고’, 정은실(1986)은 수학적 안목으로 문제를 해결하는 것으로서 수학의 세계에서는 물론 현실세계에서 간극(間隙)을 의식하고 수학적 방법으로 그 간극을 메우는 과정을 말하는 것이라 하였다. 그리고 강옥기(1990)는 수학적 사고를 ‘논리와 직관이 긴밀한 상호작용을 통해 문제를 해결해가는 체계적인 정신활동’으로 문제해결력에 중점을 두어 수학적 사고를 정의하고 있다. 片桐重男은 수학적 사고의 유형을 수학적 방법과 관련하여 10가지³⁾를 제시하였다. 수학적 사고 능력은 수학적 문제를 이해하고 해결하는데 기본적으로 요구되는 사고 능력을 의미하며, 직관적 통찰 능력, 정보의 조직화 능력, 공간화/시각화 능력, 수학적 추상화 능력, 수학적 추론 능력(연역적, 귀납적 사고 능력), 일반화 및 적용 능력, 반성적 사고 능력과 같은 하위 능력들이 포함된다(한국교육개발원, 1997).

2. 문제해결력

문제해결은 학교 수학의 초석으로서 새로운 수학적 아이디어와 기능을 학습하는 견인차가 되기 때문에 중요하다(NCTM, 2000). Polya(1973)는 그의 저서 ‘How to solve it’에서 문제해결 과정을 4단계(문제이해, 계획수립, 계획실행, 반성)로 나누고, 그에 따른 사고 방법을 제시하고 있으며, 片桐重男(1988)은 수학적 사고의 구조화를 위해 문제해결의 단계를 5단계(문제의 형성·파악, 개괄적 구상, 해결의 실행, 논리적 조직화, 검증)로 나누고, 각 단계별 사고방법을 발문을 통해 유발하려고 하였다. 광병선(1985)은 문제해결력을 신장시키기 위해서 수업의 과정에서 문제해결의 기회를 많이 제공하여 학습 경험을 갖도록 하며, 이를 위해서는 어떤 문제가 학생들에게 좋은 문제⁴⁾인가를 알고, 적절한 문제를 개발하여 학생들에게 제공해야 한다(정은실, 1986. 재인용). 좋은 문제를 만나면 학생들은 답을 구하기 위해 최선을 다해 노력한다. 문제해결 과정에서 인내심은 중요하다. 교사는 풍부하고 적절한 문제를 선택, 활용하고 학생의 이해와 전략을 평가함으로써 학생이 문제해결자가 되도록 도울 수 있다. 이때 교사는 학생이 도움을 필요로 할 때와 도움 없이 활동할 때가 언제인지를 알아야 한다(NCTM, 2000).

〈표 1〉 유아원·유치원~12학년 학생들의 문제해결
기준(NCTM, 2000)

- 문제해결을 통해 새로운 수학적 지식을 만들어 낼 수 있다.
- 수학과 다른 교과 상황에서 나타나는 문제를 해결할 수 있다.
- 문제를 해결하기 위하여 다양하고 적절한 전략을 적용하고 채택할 수 있다.
- 수학 문제해결 과정을 관찰하고 반성할 수 있다.

3) 귀납적 사고, 연역적 사고, 유추적 사고, 통합적 사고, 발전적 사고, 단순화의 사고, 기호화의 사고, 추상화의 사고, 일반화의 사고, 특수화의 사고

4) 좋은 문제는 중요한 수학적 아이디어를 탐구하게 하고, 인내심을 지니게 하며, 다양한 전략, 수학적 속성, 관계를 이해하고 활용하게 한다(NCTM, 2000).

3. 선행연구 고찰

수학적 사고력 신장을 위한 문제해결학습은 1980년대 들어서서 강조되기 시작하였다. 문제해결과 관련된 연구는 대부분 일반아동들을 대상으로 진행되어 왔으나 영재교육진흥법이 시행되고 그에 따라 영재교육원이나 영재교육 기관에서의 영재교육이 활성화됨으로써 수학영재아를 대상으로 한 연구도 점차 확대되어 가고 있다. 이러한 연구들은 문제해결의 이론이나 모델 방안 연구, 프로그램 및 자료 개발 연구, 영재아의 특성 연구 등으로 나누어 볼 수 있는데 그 중 초등학생의 문제해결에서 수학적 사고와 관련된 몇 편의 연구들을 살펴보면 다음과 같다.

김지원·송상현(2004)은 초등학교 3학년 한 수학영재아의 수학적 사고, 태도, 성향, 인지발달, 의사소통 측면에서의 수학적 사고 특성에 관한 사례 연구를 통해 수학 영재교육과정, 선발, 자료개발, 교수법, 교사 양성의 각 부분에 주는 시사점을 제안하였으며, 최근배·김홍선(2007)은 발표와 질문을 통해 오류를 수정하여 보편적인 수학적 원리를 찾아가는 방식으로 네트워크 문제와 관련된 3가지 주제를 구성주의 교수·학습 모형을 적용하여 학생들의 알고리즘적 사고 능력을 분석하였는데 학생들은 그들의 수학적 사고를 발표함으로써 다양한 귀납적 사실을 통한 사고실험을 경험할 수 있다고 하였다. 김상미(2009)는 프랙탈 활동을 중심의 수업에서 학생들이 보여준 프랙탈 구성 방법에 대한 사례 연구를 통해 논의하고, 영재수업에서 수학적 의사소통의 중요성과 학생들의 수학적 접근에 대하여 제안하였으며, 김우현·송상현(2009)은 변형된 상금 분배 문제의 해결과정에서 나타나는 집단의 수준별 사고특성과 또래 학생들의 토론과정에서 변해가는 개인의 사고과정을 분석하였다.

이상의 선행연구 고찰에서 영재교육 프로그램의 본격적인 실행에 앞서 영재학생들에게 적합한 수준별 문제제시를 통한 문제해결의 전 과정에서 나타나는 수학적 사고능력을 분석하는 것은 영재교육을 지도하고 있는 교사에게 많은 시사점을 제공할 수 있을 것으로 생각된다.

III. 연구의 실제

1. 연구 대상자 선정

본 연구의 대상자는 경상남도 진주시 남강초등학교 6학년에 재학 중인 하동진(S1), 최명기(S2), 김재현(S3) 세 명의 학생이다. 이들은 현재 모두 경상대학교 과학영재교육원 초등수학반⁵⁾에 다니고 있으며, S1, S2는 학교 계발활동 수학 영재반에서, S3은 과학 발명반에서 활동을 하고 있다. 본 연구자는 지역교육청, 대학부설 영재교육원에서 4~5년 전부터 영재강사로 활동하고 있으며, 학교에서는 수학 영재반을 지도하고 있다. 영재지도를 하면서 이들의 수학적 활동에 관심을 갖고 있었으며, 문제해결 과정 분석에 대한 본 연구자의 접근성이 높다고 판단하여 연구 대상자로 선정하였다.

연구 대상자 3명에 대한 정의적 특성(흥미, 관심, 가치관, 학습태도, 교우관계 등), 인지적 특성(수학 및 기타 교과에 대한 학업성취도), 사회적 특성(장래희망, 부모의 기대 정도, 학원수강)에 대한 특성을 평소 연구자, 학급담임이 직접관찰 또는 학습결과를 바탕으로 정리·분석하였다. 수학, 다른 교과의 성적은 3명 모두 학급에서 최상의 수준이며, 연구자가 진행하는 영재반 수업에서도 다른 학생과 비교해 뛰어난 문제해결력을 가지고 있는 편이다. 학급보다는 영재반이나 영재원 수업에서 훨씬 활동적인 모습을 보였다. 연구에 참여한 학생들이 문제를 해결한 후 생각하는 문제 난이도를 살펴보면, 기본문제는 보통의 수준이라 하였으며, 상위문제는 기본문제를 해결하는 시간보다 배 이상이 소요(30분)되었으며, 처음 문제를 이해하고 생각보다 다소 어려웠다고 하였다. 본인이 바라는 장래 희망은 수학·과학자, 교수로 부모의 기대 수준과 거의 일치하고 있으며, 현재 이들 3명은 수학, 그 외 1~2개 영역(영어/컴퓨터/음악)에 대해 학원을 다니고 있다⁶⁾. 연구 대상자의 부모들은 그들을 믿고서

5) 경상대학교 과학영재교육원은 대학부설 영재교육기관으로 진주교육대학교와 공동으로 운영(초등과정)하고 있으며, 현재 초등수학반의 운영은 2008년 기초과정에 입학하여, 2009년 심화과정에 다니고 있는 학생과 2009년 기초와 심화를 통합한 과정에 다니고 있는 두 그룹의 학생들이 있다. S1은 초등수학 통합반, S2와 S3은 초등수학 심화과정에 다니고 있음.

지켜보는 입장이나, 교육열, 자식에 대한 기대는 대단히 높았으며, 경제적 수준은 중상 정도로 안정적인 편이다.

- S1 : 수학, 과학 교과에 많은 관심을 가지고 있으며, 활발한 성격으로 좋은 교우 관계를 유지하며, 학습태도 또한 좋은 편이다.
- S2 : 수학에 대한 관심이 많고, 원만한 교우관계를 유지하고 있으며, 문제 해결력, 집중력, 독창성이 매우 뛰어난 편이다.
- S3 : 수학 및 타 교과 성적은 학교에서 최고일 정도로 3명의 연구 대상자 중 제일 좋다. 학급 친구들과의 관계는 원만하나 독특한 음성으로 인해 그다지 활동적이지 못하며, 매우 내성적이다.

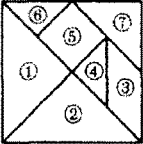
2. 연구문제 선정

본 연구의 문제는 현재 초등학교 교육과정에서 자주 다루고 있는 소재, 영재교육원, 학교 계발활동 수학 영재반 수업에서 연구자 또는 다른 강사들에 의해 한 번쯤 다루어 본 경험이 있는 칠교판 관련 내용을 가지고서 다루어 보기로 했다⁷⁾. 학생들 또한 칠교판에 대해서는 많은 관심과 흥미를 보이고 있는 내용이기도 하다. 문제해결 과정에서 학생들의 다양한 수학적 사고능력을 살펴보기 위해 세 학생들이 풀어본 경험이 없고, 기존 영재 경시대회의 칠교판 관련 문제를 기본문제로 선정하고, 문제해결 결과에 따라 수준을 달리하여 적용할 수 있는 하위수준과 상위수준의 문제를 수학 교과 전문가(현장교사/대학교수)의 타당성 검토를 거쳐 각각 한 문제씩 출제

- 6) 이들이 다니는 학원 수는 학교에 있는 또래 학생들에 비해 적은 편이다. 6학년 학생들의 학원 수강 여부를 조사해 본 결과(학교 방과후 활동 포함 평균 4곳)보다 다소 적은 편이었으며, 자기 스스로 학습하는 시간을 많이 가지는 것으로 나타났다.
- 7) 기하 아이디어는 수학의 다른 영역과 실세계 상황의 문제를 표현하고 해석하는 데 유용하기 때문에 가능할 때마다 다른 영역과 통합되어야 한다(NCTM, 2000). 한인기·Kolmogorov(2004)는 영재교육에서 기하학의 교육적 의의에 대해 ①개개 학생의 사회화를 위해 필요한 지식, ②정신적 수양, ③아름다움에 대한 미적 감각 계발, ④지적 계발, ⑤창의성 계발, ⑥영재아의 발굴에서의 중요한 역할을 한다고 하였다.

하였다. 수준별⁸⁾ 기본문제(BP), 하위문제(LP), 상위문제(AP)는 다음과 같다.

[BP] 오른쪽 칠교판에서 삼각형 ④의 넓이는 1cm²입니다. 칠교판 7개의 조각을 전부 또는 일부를 사용하여 만들 수 있는 직사각형의 넓이의 값을 모두 구하시오.



[LP] 칠교판 네 조각으로 만들 수 있는 직사각형은 모두 몇 가지인지 알아보시오(전체 모양이 같을지라도 서로 다른 조각으로 조합되어 있으면 다른 것으로 간주함).

[AP] 칠교판을 이용하여 만들 수 있는 볼록다각형*은 모두 몇 가지인지 알아보시오(전체 모양이 같을지라도 서로 다른 조각으로 조합되어 있으면 다른 것으로 간주함).

*볼록다각형 : 모든 내각의 크기가 180°보다 작은 도형

<그림 1> 칠교판 관련 수준별 문제(기본/하위/상위)

3. 자료 수집 방법

가. 관찰(observation)

관찰이란 일상생활 속에서 진행되는 자연스러운 행동을 연구하는 가장 적합한 방법⁹⁾(전남련 외, 2006)으로, 본 연구에서는 지역교육청 및 대학부설 영재교육원, 학교 영재반 수업을 통해 연구 대상자의 수업에 참여하거나 연구 대상자의 해당 담임교사 의견, 평소 학교 공개수업¹⁰⁾을 통해 이들의 수업을 참관하는 등 직·간접적

- 8) 수준별 문제는 연구자가 편의상 기본문제(Basic Problem), 하위문제(Low Problem), 상위문제(Advanced Problem) 3단계로 구분하고, 간략하게 BP, LP, AP로 나타냄. 기본문제(BP)는 「2003. 한국과학영재올림피아드<본선> 5/6학년」에서 발췌하였으며. 하위문제(LP)와 상위문제(AP)는 기본문제(BP)를 바탕으로 연구자가 고안하였음.
- 9) 관찰이란 '일상생활에서 진행되는 자연스러운 인간의 행동을 연구하고 객관적인 자료를 수집하기 위하여 관찰장면에 특별한 조작(operation)이나 제재(sanction)를 가하지 않고 관찰자가 가지고 있는 기존의 지식을 사용하여 관찰대상의 행동을 그대로 기술하는 활동'으로 정의함(전남련 외, 2006).

으로 관찰하였다.

나. 면접(interview)

면접은 질문지를 사용하지 않고 연구대상에게 직접 질문을 하여 얻은 응답을 분석하는 것(성태제, 2000)으로, 본 연구에서는 주어진 문제에 결과에 대해 연구자가 이해하기 어려운 부분에 대한 보충 설명이 필요하거나 문제 해결 과정에서 보인 부분을 확인 또는 선행 연구와 후속연구에 대한 비교를 하고자 면접을 실시하였다. 면접은 담임교사와 해당 부서 선생님의 협조를 얻어 집단 면접과 개별면접을 병행하여 실시하였다. 그리고 교사 및 학생들의 수업에 최대한 방해가 되지 않도록 하기 위해 집단면접은 연구자가 지도하는 계발활동(수학영재부) 시간을 이용하였으며, 개별면접은 담임교사의 아침 및 방과후 시간을 이용하였다.

다. 기록물 수집

본 연구에서 연구 대상자의 수학 활동과 관련된 문제 해결 과정 학습지 및 학교 영재반 수업, 대학부설 영재 교육원에 참여하면서 연구자가 평가한 내용, 연구 대상자의 활동 결과물, 학급 담임교사가 기록하고 관찰한 학습 및 학교생활 전반에 관련된 다양한 자료 및 의견을 바탕으로 연구 대상자의 수학적 능력 및 태도를 분석하는데 활용하였다.

라. 문제해결 과정

본 연구의 문제 해결에 대한 흐름은 Polya의 문제해결 과정 4단계를 토대로 기본문제를 제시한 후 문제를 해결하게 하고, 그 결과에 따라 같은 유형의 상위문제와 하위문제를 제시, 학생 주도의 문제해결을 직접 관찰을 통해 탐색하였다. 면담시에는 자신들이 수행했던 생각들을 떠올려 말이나 그림으로 표현하면서 풀이과정을 설명하도록 하였으며, 잘못 표현되거나 해결된 부분에 대해서는 면담 도중 수정을 할 수 있도록 하였다. 이러한 관찰

이나 면담, 기록물 등 연구대상과 관련된 모든 자료를 정리·종합하여 그 결과를 분석하였다.

IV. 연구의 결과

세 명의 연구 대상자가 기본문제(BP)를 바탕으로 문제해결을 시도하였으며, 두 명(S_1 , S_2)은 요구한 답(6가지)을 모두 구하였고, 1명(S_3)은 문제해결 과정은 순조로웠으나 정확한 답을 찾지는 못하였다. 하지만 기본문제에 대해 잘 이해하고 있는 것으로 판단되어, 세 학생 모두에게 상위문제(AP)를 제시하였고, 이후 학생들이 해결한 문제를 바탕으로 면담을 실시하였다. 본 연구에서 진행된 면담 내용 및 분석 결과, 문제해결의 과정(그림8)은 다음과 같다.

1. 면담 내용 및 분석 결과

가. 기본문제(BP)

1) S_1 , S_2 , S_3 의 집단면담

T : (문제를 제시한 후) 먼저, 문제를 읽어보렴.

S : 예.

T : 잘 읽어 보았니?

S : 예, 선생님.

T : 문제에서 요구하는 것이 무엇이니?

S : 칠교판 7조각을 사용하여 만들 수 있는 모든 직사각형의 넓이를 삼각형 ④를 이용하여 구하는 것(S_1), 칠교판에서 삼각형 ④의 넓이가 1cm^2 일 때, 칠교판 7개의 조각을 다 쓰거나 다 쓰지 않고 구할 수 있는 직사각형의 넓이가 (S_2), 칠교판에서 만들 수 있는 직사각형의 넓이의 값(S_3)

T : '문제에서 요구하는 것'이 의미하는 바가 무엇이라고 생각하니?

S : (의외의 질문에 다소 당황한 듯) 문제에서 주어진 조건을 이용하여 문제를 해결하는 것이라 생각합니다.

T : 그림, 이 문제에서 주어진 조건을 말해 볼래?

S : 칠교판에서 삼각형 ④의 넓이가 1cm^2 (S_3), 칠교판 7조각 전부 또는 일부를 사용해야 하는 것(S_1), 맞습니다(S_2).

T : 그래, 더 이상 주어진 조건은 없을까?

S_2 : (한참을 보더니) 주어진 칠교판의 그림도 조건이 될 수 있겠네요.

T : 왜 그렇게 생각했니?

10) 연구자가 재직하고 있는 학교는 지난 3년간 교육과학기술부 디지털교과서 연구학교를 운영하였으며, 현재는 경상남도 교육청 지정 디지털교과서 연구학교 및 교원능력개발평가 연구학교를 동시에 운영하고 있는 관계로 동료교사의 공개 수업을 참관하고, 연구 대상자에 대한 수업 장면을 관찰할 수 있는 기회가 주기적으로 있다.

S2 : 칠교판이 어떻게 구성되어 있는지를 보여주니까요.

T : 그럼, 칠교판의 원리에 대해 설명해 줄 수 있겠니?

S1 : 음, 칠교판은 하나의 정사각형을 7개의 도형으로 나누어 놓은 것을 말하는데, 큰 직각삼각형 2개, 중간 크기의 직각삼각형 1개, 제일 작은 직각삼각형 2개, 작은 정사각형 1개, 평행사변형 1개 이렇게 모두 7개로 되어 있습니다.

T : 잘 알고 있구나. 그럼 칠교판을 만드는, 그러한 방법에 대해서도 알고 있겠구나?

S : (다들 자신있게) 예,!!

T : 이제, 문제에서 요구하고 있는 직사각형의 넓이를 어떻게 하면 잘 해결할 수 있을지 다양한 방법을 제시하고, 그 중 본인이 생각하는 적절한 방법으로 문제를 해결해 보도록 하렴.

S : 예.

약 15분의 시간이 흐른 뒤 모두 나름대로 문제를 해결하였다.

T : 수고 많았다. 오늘은 여기까지 하고, 내일부터 개별적으로 선생님이 면담을 했으면 좋겠구나. 아침시간에는 동진(S1), 점심시간에는 명기(S2), 수업을 마치고는 재현(S3). 괜찮지?

S : 예.

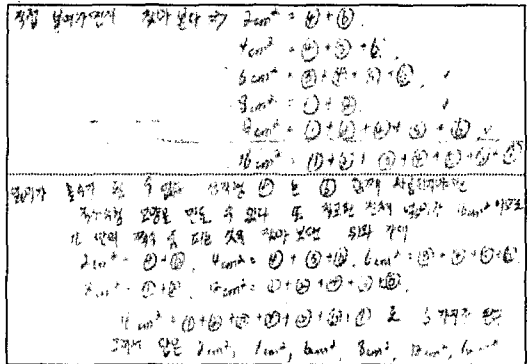
T : 각자 선생님께 문제를 제출하고 교실로 가렴. 내일 보자.

S1, S2, S3 학생의 집단면담을 통해 주어진 문제에서 구하고자 하는 것, 주어진 자료나 조건(드러나 있거나 숨겨진 속성), 용어의 의미를 살펴봄으로써 전반적인 문제의 이해를 돕고자 하였다. 면담 결과 세 명 모두 문제에 대한 이해는 잘 하고 있었다.

11) 초등학교 교육과정에 칠교판의 모양을 활용한 활동이 있고, 현재 대학부설 영재교육원 다니고 있는 학생들이므로 자신 있게 답한다고 연구자는 판단하고 있음.

- * 수학 3-가(p.45) : 정사각형의 모양(칠교판)에서 떼어난 조각으로 여러 가지 직각삼각형, 직사각형, 정사각형을 만들어 보기. 정사각형의 모양은 교과서 학습준비물에서 제공함.
- * 수학 4-가(pp.76-77) : 색종이를 가지고 주어진 도형판(칠교판)을 제시한 그림의 순서대로 접었다 편 후, 선을 따라 잘라 7개의 조각을 만들. 7조각은 각각 어떤 도형인지, 제시한 조건에 따라 도형판을 가지고 삼각형, 직사각형을 만들어 보기

2) S1의 개별면담



<그림 2> S1 문제해결 방법(상)과 검산 방법(하)

T : 동진이가 제시한 문제해결 방법은 무엇이라고 했지?

S1 : 직사각형이 나오는 경우를 모두 찾아보면 됩니다.

T : 어떻게? 좀 더 자세하게 설명해 줄 수 있겠니?

S1 : ④+⑥ 2cm², ④+⑤+⑥ 4cm², ③+④+⑤+⑥ 6cm², ①+② 8cm², ①+②+④+⑤+⑥ 12cm², ①+②+③+④+⑤+⑥ 16cm² 이렇게 해서 모두 6가지가 나옵니다.

T : 확신할 수 있니?

S1 : 예.

T : 어떻게?

S1 : 넓이가 홀수가 될 수 없기 때문에 ④와 ⑥은 함께 사용되어야만 직사각형 모양을 만들 수 있습니다. 또 칠교판 전체 넓이가 16cm²이므로 16 안의 짝수 중에서 되는 것을 찾아보면 위와 같이 6가지가 됩니다.

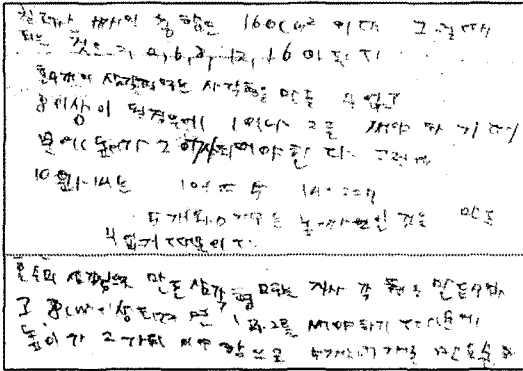
T : 그래. 그럼, 이렇게 직접 해보지 않고 할 수 있는 방법 말고는 없을까?

S1 : (머리를 굴적이며) 분명 더 있을 것 같은데, 지금 당장 생각은 나지 않네요.

T : 천천히 생각해 보렴. 오늘은 여기까지만 하자. 수고 많았다.

사실 S1 학생은 넓이가 될 수 있는 모두 경우의 수에서 주어진 조각으로 직사각형을 만들 수 없는 조건(홀수가 되어서는 안 된다는 것)을 지적하였고, 나머지 수에서 직사각형을 만들 수 없는 경우(10, 14)를 표현은 하지 않았지만 전체의 경우에서 하나씩 제거해 나가면서 해결하였기 때문에 자신의 해결방법에 확신을 갖고 있는 느낌이 들었다.

3) S₂의 개별면담



<그림 3> S2 문제해결 방법(상)과 검산 방법(하)

- T: (농담으로) 명기는 글씨가 달떨이구나.
 S₂: (경연적게 씩 웃으면서) 그렇죠?
 T: 이 문제의 해결 방법을 무엇이라고 했지?
 S₂: 넓이가 되는 것에서 되지 않는 것을 빼어주면 됩니다.
 T: 선생님은 명기의 방법이 좀 특이하다고 생각했는데, 이것 말고 다른 방법은 없었니?
 S₂: 직접 직사각형이 되도록 해 보면 되지?
 T: 근데 왜 그 방법은 사용하지 않았지?
 S₂: 시간이 많이 걸릴 것 같아서...
 T: 아주 재미있겠는걸. 명기가 생각한 대로 해결 방법을 좀 설명해 주렴.
 S₂: 예. 칠교판 전체의 넓이는 16cm². 그럴 때 될 수 있는 것은 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16입니다. 홀수개의 삼각형으로는 직사각형을 만들 수 없고, 8이상이 될 경우에는 ①이나 ②를 써야하기 때문(12)에 삼각형의 높이가 2(3)가 되어야 합니다. 그런데 10은 5(10+2)개로, 14는 7(14+2)개로 만들어야 하는데 이것으로는 높이가 2인 것을 만들 수 없습니다. 따라서 2, 4, 6, 8, 12, 16 이렇게 모두 6가지 넓이가 나옵니다.
 T: (너무나 논리적인 추론에 다소 놀라면서) 이것이 어떻게 정확하다고 할 수 있지?
 S₂: 넓이가 될 수 있는 모든 경우에서 성립되지 않는

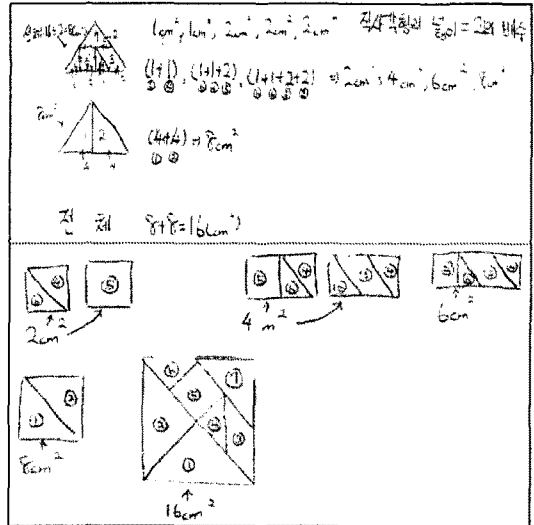
- 12) ①, ②가 아닌 나머지 조각(③~⑥) 전부를 사용하면 넓이가 8이 되나 직사각형 모양으로 만들 수가 없기 때문에 반드시 ①, ②의 일부 또는 전부를 사용해야 넓이가 8이상인 도형의 넓이를 구할 수 있다고 학생(S2)은 답변하였음.
 13) 여기서 '높이가 2'란 가장 작은 직사각형(④, ⑥)의 짧은 변을 1(실제는 $\sqrt{2}$)로 보고 이야기하고 있음.

것을 모두 빼었기 때문에 정확하다고 생각합니다.

T: 그래. 오늘 선생님 명기의 새로운 면을 봤는데..... 수고했다.

S₂ 학생은 문제해결의 방법 2가지를 제시는 하지 않았지만 자신의 생각에 합당한 방법으로 해결 방법을 가지고 있었다. 넓이가 될 수 있는 범위(1≤S≤16)를 정하고 넓이가 될 수 없는 홀수의 경우를 제외시킨 짝수(2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16)에서 다시 직사각형을 만들 수 없는 경우(2로 나누어 생긴 조각이 홀수인 경우)를 제외시켜 해결함으로써 대부분의 학생들이 사용하는 도형의 조합을 통해 해결하는 방법을 사용하지 않고 문제를 해결하는 수학적 추론 능력을 보였다. 이것은 이와 같은 추론방식은 문제 유형의 정확성을 알아보는 검산의 방법으로 적절하다고 할 수 있다.

4) S₃의 개별면담



<그림 4> S3 문제해결 방법(상)과 검산 방법(하)

- T: 선생님이 알기 쉽게 글씨도 예쁘고, 정리를 참 잘 했구나.
 S₃: (웃음으로 답한다.)
 T: 재현, 이 문제의 해결 방법 알려주겠니?
 S₃: 하나는 직접 직사각형을 만들어 푸는 것이고 다른 하나는 각각의 넓이를 합쳐서 푸는 것입니다.
 T: 그럼, 재현이가 선택한 해결 방법을 설명해 보렴.

S3 : 각 조각의 넓이를 가지고 서로 더해서 나올 수 있는 수를 만듭니다. 그리고 직사각형의 넓이는 2의 배수가 되어야 하기에 ③~⑦번 조각을 가지고 만들 수 있는 수는 2, 4, 6, 8cm²입니다. ①, ②를 가지고 8cm², ①~⑦ 전체를 가지고 만들 수 있는 16cm²이기 때문에 만들 수 있는 직사각형의 넓이는 2, 4, 6, 8, 18cm²이 됩니다.

T : 그래. 그럼 이것 말고 다른 넓이는 없을까?

S3 : (연구자의 이런 질문에 다소 의아한 눈빛을 보이며)

T : 이게 전부라 생각했는데 어떻게 확인해 보았니?

S3 : 제시한 직사각형을 그림으로 그려 확인했습니다.

T : 선생님이 보니 이진 재현이가 제시한 것에 대해서만 했으니 당연하지. 본인이 생각해도 이상하지 않나?

S3 : (자신도 쑥스러운 듯) 이상합니다.

T : 어떻게 하면 전체에 대한 점검을 할 수 있을 것 같나?

S3 : 넓이가 나올 수 있는 경우를 다시 알아보아야 할 것 같습니다.

T : 확인해 보렴.

S3 : (처음부터 점검해 보지만 쉽사리 점검이 되지 않자) 잘 안됩니다.

T : 그래. 선생님이 보기엔 재현이가 제시한 해결 방법 중 ①, ②를 가지고 만든 직사각형과 ③~⑦의 조각을 가지고 만들어 지는 경우를 빠뜨린 것 같은데.....

S3 : (눈치를 채고) 그러네요.

T : 어떤 게 빠졌지?

S3 : 10, 12, 14

T : 이게 다 만들어 질까?

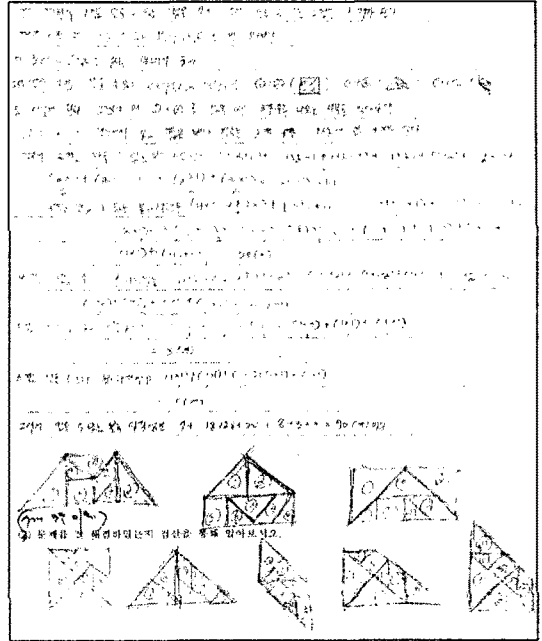
S3 : (곰곰이 생각해 보더니) 만들어지는 것은 12뿐입니다.

T : 그래. 수고 많았다. 조심해서 가렴.

S₃ 학생은 연구자가 평소 경험한 바에 의하면 앞의 두(S₁, S₂) 학생보다 문제해결 능력이 우수하다 판단하고 있었다. 하지만 이 문제에서는 너무나 쉽게 생각하여 문제 분석에 있어 다소 소홀했던 것이 사실이며, 검산에 있어서도 잘못을 범하고 있었다. 결국 처음 자신의 방법에 집착한 나머지 문제해결의 상황을 쉽게 벗어나지 못 하였으며, 그로 인해 모든 것을 어렵게 만들어 버리고 말았다.

나. 상위문제(AP)

1) S₁의 개별면담



<그림 5> S₁ 문제해결 방법(14)

T : (문제해결의 과정을 살핀 후) 문제 결과에 대한 검산이 없구나.

S1 : 이미 모든 경우에 대해 구했기 때문에.....

T : 따로 검산할 필요가 없다고 생각한 모양이구나. 그럼, 7개의 조각을 가지고 만들 수 있는 가지 수는 4개라고 했는데 이진 어떻게 구했는지 설명해 보렴.

S1 : 직접 도형을 그리면서 구했습니다.

T : 그래. 선생님은 더 있는 것 같은데...... 기준을 정해서 그려보면 어떨까? 그럼 빠뜨리는 것 없이 모두 찾을 수 있겠는데.

S1 : (자신의 해결에 확인하는 듯) 어떻게요?

T : 가장 큰 조각 ①과 ②의 변을 붙이는 경우와 떼어놓는 경우로 나누어 보면 어떨까? 한 번 해볼래.

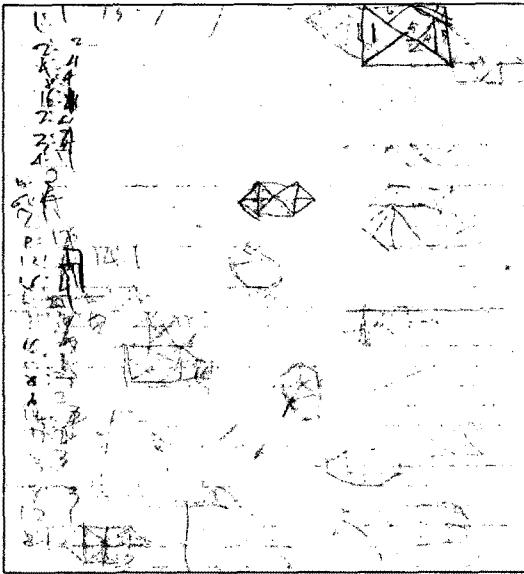
:

14) 1개 조각에서부터 7개의 조각을 이용하여 만들 수 있는 경우를 모두 더하여 불록다각형의 가지 수를 구함.

(1)7+(2)18+(3)28+(4)20+(5)8+(6)5+(7)4=90. () 안의 수는 활용한 조각의 수를 표현함. 예를 들어 (1)7은 1개의 조각을 이용하여 만들 수 있는 도형의 가지 수가 7개란 뜻이다.

이후 S1 학생은 잠시 망설이다 나머지 경우의 도형을 그리기 시작하였으며, 4개의 경우를 더 찾아 제시하였다. 위의 오른쪽은 S1 학생이 7개의 조각을 가지고서 조합한 것을 나타낸 것이다. 연구자는 다른 모든 경우에 대해서도 이와 같은 기준을 정하는 방법으로 해결해 보라고 권한 후 면담을 마쳤다.

2) S2의 개별면담



<그림 6> S2 문제해결 방법15)

T : (문제해결 과정을 보고) 명기가 풀었다는 걸 한 눈에 알아보겠는걸.
 S2 : (씩 웃으며)
 T : 풀이 과정을 설명해 보렴.
 S2 : 삼각형 ④와 ⑥의 넓이를 1cm²로 잡고, 삼각형, 사각형, 오각형, ... 이렇게 도형의 모양으로 찾아보았습니다.
 T : 그러면 어디가 도형의 끝이지?

S2 : 8각형입니다.
 T : 그 이유를 설명해 줄 수 있겠나?
 S2 : 예. 7개의 조각을 모두 사용했을 때의 한 각의 최대 각도는 135°를 초과하면 되지 않습니다(16). 그리고 정팔각형 한 각은 135°이기 때문에 팔각형까지 하면 됩니다.
 T : 생각이 기발하구나. 확인하는 차원에서 다시 한번 점검해 보도록 하렴.
 :

S2 학생은 기본문제에서도 나머지 두(S1, S3) 학생의 해결 방법에 비해 다른 방법을 사용했는데 상위문제에서도 새로운 방법을 사용했다. 즉, 7개의 조각으로 만들 수 있는 가장 작은 삼각형에서부터 팔각형에 이르는 불록다각형 각각의 경우에 대해 나올 수 있는 넓이의 조건을 모두 확인한 다음 구하려고 하였다.

3) S3의 개별면담

각각의 넓이: ①(1), ②(2), ③(4), ④(8), ⑤(16)
 $2 \times 2 + \dots$
 $8 \times 3 = 24$ (7가지)
 조합 개수(다른 방법): 5가지
 $2 \times 3 = 6$ (7가지)
 $2 \times 5 + 6 = 35$ (7가지)

1개짜리:	7개
2개짜리:	$(\textcircled{1} + \textcircled{2}) / \Delta + (\Delta + \textcircled{1} + \textcircled{2}) \times 2 = 8$ (4)
3개짜리:	$(\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3}) / \Delta + 3 \times (\Delta + \textcircled{1} + \textcircled{2}) + (\Delta + \textcircled{1} + \textcircled{2}) = 11$ (4)
4개짜리:	$(\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} + \textcircled{4}) / \Delta + (\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}) \times 2 = 13$ (4)
5개짜리:	정사각형 = ④ 1개
7개짜리:	3개

<그림 7> S3 문제해결 방법17) 1차(상), 2차(하)

T : (문제 해결 과정을 보고서) 해결과정을 설명해 줄

15) 삼각형 모양으로 만들 수 있는 넓이는 5가지(1, 2, 4, 8, 16 cm²)의 경우가 나온다. 이때 1cm²는 1가지, 2cm²는 2가지, 4cm²는 4가지, 8cm²는 4가지, 16cm²는 1가지가 나온다는 것으로 S1 학생은 표현하였다. 여기서 1cm²의 경우는 문제의 조건에서 모양은 같을지라도 서로 다른 조각으로 되어있으면 다른 것으로 간주한다고 했기에 1가지가 아니라 2가지(④와 ⑥의 삼각형)가 맞다.

16) 7개의 조각에서 나올 수 있는 각은 45°, 90°, 135° 이렇게 3가지가 나온다. 이 조합으로 나올 수 있는(불록다각형을 만들 수 있는) 각의 최대는 135°이다.

17) 1차(상) 시도에서 적용한 3가지 도형의 모양을 2차(하) 시도에서도 계속 사용하고 하고 있는 것으로 보아 처음 자신이 시도한 문제 해결법에 많은 집착을 가지고 있는 것으로 보인다.

수 있겠나?
 S3 : 나올 수 있는 넓이에 3가지 모양(직사각형/삼각형/평행사변형)을 가지고서 구했습니다.
 T : 그럼, \square (④/⑥+⑤)은?
 S3 : (고개를 가우뚱 하면서) 생각 못했습니다.
 T : 그래. 따져볼 가능성이 많아 보이는구나. 다른 방법으로 시도해 보면 어떨까?
 S3 : 조각...
 T : 그래. 조각을 이용해서 해보렴.
 S3 : 예.
 :

S₃ 학생은 기본문제에서 넓이를 이용하여 경우의 수를 구한 것에 집착한 나머지 이 문제에서도 넓이를 기준으로 삼고서 해결하고자 하였다. 이후 조각의 경우를 가지고서 2차 시도를 하였으나 결과에 대해서는 확신을 갖지 못하였다.

2. 문제해결 과정의 지도방안 모델

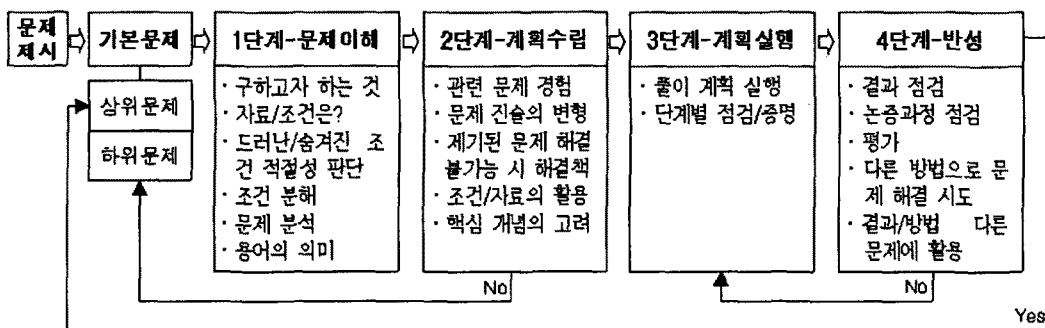
수학적 사고는 문제해결을 위한 수학적 발견을 의미하는 것으로서 수학 내용을 이해하고 창의적으로 문제를 해결하는 것으로 볼 수 있다. 지금까지 문제해결 과정에 대한 여러 모형들이 연구 제시되었으나 본 연구에서는 앞에서 제시된 면담 결과와 Polya의 문제해결 4단계를 바탕으로 문제해결 과정의 모델을 구상하였는데 이를 그림으로 나타내면 <그림 8>과 같다. 먼저 기본문제 제시로부터 출발하여 문제를 이해하고 계획을 수립한다. 만약 계획수립이 불가능하다고 판단되면 유형이 같은 하위 문제를 제시하여 다시 1, 2단계를 밟도록 한다. 그리고

3, 4단계의 과정을 거치도록 한다. 4단계 반성에서 결과를 검증하고 다른 문제로의 응용이 어렵다면 계획실행의 3단계로 돌아가 다시 점검해 보도록 하고, 문제해결의 모든 단계를 잘 수행했다고 판단되면 상위문제를 선택하여 이와 같은 과정을 반복하여 문제를 해결하도록 한다. 이때 교사는 각 단계별 진행 상황 정도에 대한 분석을 철저히 하여 학생들이 수준에 적합한 문제를 선택하여 원만한 진행이 될 수 있도록 학습 보조자로서의 역할을 충실히 수행하여야 한다.

Polya는 각 단계별 유효하고 일반화된 발문과 권고에 따라 사고해 가는 방법을 제시하지만 본 연구에서는 최대한 교사의 간섭을 줄이고 학생 스스로 해결해 갈 수 있도록 하였다. 문제해결 과정에 대한 전반적인 안내 후, 기본문제 제시, 집단면담을 통한 문제의 이해 여부를 확인하고 학생 스스로 계획을 수립·실행하는 동안 관찰을 한다. 마지막 반성의 단계에서 결과를 확인하고 논증과정을 점검하는 과정에서는 집단면담을 절차를 적용하면 수학적 의사소통의 가치¹⁸⁾를 느낄 수 있을 것이다.

V. 결론

본 연구는 영재교육 경험이 있는 초등학교 6학년 학생 3명을 대상으로 연구자의 관찰과 면담을 통한 질적연구 방법으로 문제해결 과정에서 나타나는 학생들의 수학적 사고능력을 분석하고, 기본문제의 결과에 따른 수준별 문제 제시를 통한 해결 과정을 통해 학생들의 종합적인 문제해결 능력을 살펴봄으로써 문제해결 방법(유형)에 따른 교사의 바람직한 역할에 대한 시사점을 얻기 위



<그림 8> 문제해결 과정

한 것이다.

문제해결 과정을 Polya의 문제해결 4단계를 바탕으로 기본문제에서 수준별 문제 해결 과정에 이르기까지 학생 중심의 문제해결 과정을 진행한 본 연구의 결과를 정리하면 다음과 같다.

첫째, 학생들의 정의적, 인지적, 사회적 특성을 살펴보면, 연구에 참여한 학생들은 또래의 학생보다 수학에 대한 관심이 매우 높고, 문제해결에 대한 강한 집착을 보였다. 특히, 일반학급에서 보다는 영재 관련 학습 상황에서 매우 적극적으로 수업에 참여하고 교우관계에서도 활발한 면을 보였다. 그리고 학원 수강 정도가 낮고, 자기주도적으로 학습하는 편이며, 이들 부모 역시 자식에 대한 높은 신뢰를 지니고 있었다. 이러한 학생의 학습과 관련된 특성, 가정에서의 관심은 영재수업에서의 높은 참여와 활동으로 나타났으며, 자신의 문제해결에 대한 자신감, 올바른 사회성을 형성하는 계기가 되었다.

둘째, 기본문제의 이해 단계에서 집단면담의 의사소통을 통해 문제해결의 절차, 방법 등에 대한 서로간의 생각을 공유함으로써 문제해결에 대한 도전적인 자세와 자신감을 얻을 수 있었고, 계획실행 이후에는 개별면담을 통해 자신의 해결 전략, 풀이 방법 및 결과에 대해 문제해결자로서 되돌아보는 반성적인 시간을 가짐으로써 자신들의 수학적 사고에 대한 다양한 실험적 사고를 경험하고, 문제해결의 방법적인 기능을 향상시킬 수 있었다.

셋째, 세(S1~S3) 학생들은 문제에서 주어진 조건, 요구하는 것에 대한 이해는 전반적으로 잘 이해하고, 있으나 해결 방법에 대한 다양한 전략을 제시하지는 못하였으며, 문제 결과에 대한 검토(검산)를 계산(연산) 결과에 대한 확인 정도로만 이용하고 있어 검산에 대한 정확한 의미를 알지 못하였다. 그리고 문제해결에 있어 자신만의 독특한 문제해결 방법에 대한 유형을 계속 활용하는 것을 알 수 있었다. 연구자가 예측하지 못한 새로운 방법으로 기본문제와 상위문제를 해결하려고 한 S2 학생

의 경우, S1과 S3학생이 주로 사용한 도형의 조합을 통한 경우의 수를 구하는 것을 아예 처음부터 생각지도 않고 있었다. 직관이나 유추적 사고를 통한 문제해결, 자신만의 독특한 문제해결 방법을 통해 일반화하려고 하는 경향이 있었으며, 검산과 같은 연역적 사고에 대해서는 어려움을 겪는 것으로 나타났다.

넷째, 학생들의 문제해결은 교사의 지도 계획과 실천에 의해 좌우될 수 있기에 교사의 역할은 대단히 중요하다. 학생의 수학적 능력을 향상시킬 수 있는 학생 수준에 맞고, 흥미를 유발시킬 수 있는 문제를 선정 또는 제작, 의사소통을 통한 문제해결 방법의 기회 제공, 결과 점검 및 반성을 통한 풀이에 대한 신뢰성 확보 등 문제해결 과정의 중요성을 인식하고 문제해결 과정에서 나타나는 영재아의 다양한 개인의 수학적 사고과정을 분석할 수 있도록 노력해야 한다.

본 연구는 3명의 소수 인원을 대상으로 진행한 것이기에 일반 학생들에게 일반화하기에는 한계가 있다. 따라서 바람직한 수학학습, 학생들의 문제해결력 증진을 위해 문제해결의 중요성을 인식시키고 해결과정에서 교사의 역할, 개입 정도 및 시기에 대한 좀 더 체계적이고 세밀한 분석을 할 필요가 있다.

참 고 문 헌

- 교육과학기술부 (2008). 초등학교 교육과정 해설(IV), 수학, 과학, 실과. 광주 : 한울사.
- 교육인적자원부 (2007a). 초등학교 교사용 지도서 수학 3-나. 서울 : (주)천재교육.
- (2007b). 초등학교 교사용 지도서 수학 3-나. 서울 : (주)천재교육.
- 강시중 (1981). 수학교육론. 서울 : 교육출판사.
- 김삼미 (2009). 초등수학 영재교육원 학생들의 프랙탈 구성 방법 분석. 대한수학교육학회 수학교육학연구 19(2), pp.341-354.
- 김우현·송상헌 (2009). 변형된 상금 분배 문제의 해결과정에 나타나는 초등학교 수학영재들의 사고 특성 분석. 대한수학교육학회 학교수학 11(2), pp.317-333.
- 김지원·송상헌 (2004). 한 수학영재아의 수학적 사고 특성에 관한 사례연구. 대한수학교육학회 수학교육학연구
- 18) Griffith & Clyne(1994)은 교사의 측면에서 본 의사소통의 가치를 학생들이 수학 개념과 이해의 발전에 대한 시각을 얻고, 학생들이 발전하는 과정을 학부모에게 보여줄 증거를 가질 수 있으며, 학생들이 아는 것을 기반으로 지도함으로써 더 효과적으로 교수를 계획할 수 있다고 하였다(이종희·김선희, 2003).

- 구 14(1), pp.89-110.
- 박한식·구광조 (1982). 수학과교수법. 서울 : 교학사.
- 성태제 (2000). 교육연구방법의 이해. 서울 : 학지사.
- 이종희·김선희 (2003). 수학적 의사소통. 서울 : 교우사.
- 전남련 외 2명 공저 (2006). 유아관찰평가의 이론과 실제. 파주 : 양서원.
- 정은실 (1986). 수학적 사고와 그 교육에 대한 고찰. 교육개발 43, 한국교육개발원. pp.86-92.
- 최근배·김홍선 (2007). 초등 영재 교육에서의 구성주의 교수·학습 모형 적용 연구-알고리즘 문제를 중심으로-. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 21(2), pp.153-176.
- 片桐重男, 이용율 외 3명 공역 (1997a). 수학적인 생각·태도와 그 지도 I -수학적인 생각의 구체화. 서울 : 경문사.
- (1997b). 수학적인 생각·태도와 그 지도 II -문제해결과정과 발문분석. 서울 : 경문사.
- 한국교육개발원 (1997). 수학 영재 판별 도구 개발 연구 (II). 수탁연구 CR 97-50. 서울 : 한국교육개발원.
- 한인기 (2006). 수학교육학의 기초와 실제. 경상대학교출판부, pp.12-14.
- 한인기·Kombarov A. (2004). 수학 영재교육에서 기하학의 역할 및 지도. 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 18(2), 한국수학교육학회. pp.265-276.
- National Council of Teacher of Mathematics, 류희찬 외 5명 공역 (2007). 학교수학을 위한 원리와 기준. 서울 : 경문사.
- Polya, G., 우정호 역 (2008). 어떻게 문제를 풀 것인가?. 서울 : 교우사.

Case Study : An analysis on Problem Solving Processes of Gifted Math Students

Chan Sik Jung

Namkang Elementary School, Jinju 660-808, Korea

E-mail : jcs1988@dreamwiz.com

Eun Hwan Roh

Department of Mathematics Education, Chinju National University of Education, Jinju 660-756, Korea

E-mail : ehroh@cue.ac.kr

During problem solving, “mathematical thought process” is a systematic sequence of thoughts triggered between logic and insight. The test questions are formulated into several areas of questioning-types which can reveal rather different result. The lower level questions are to investigate individual ability to solve multiple mathematical problems while using “mathematical thought.” During problem solving, “mathematical thought process” is a systematic sequence of thoughts triggered between logic and insight. The scope of this case study is to present a desirable model in solving mathematical problems and to improve teaching methods for math teachers.

* ZDM classification : D53

* 2000 Mathematics Subject Classification : 97C30

* Key Words : gifted math student, problem solving,
mathematical thought