

# 위치제어를 위한 I-PD제어계에서 PD제어기의 설계

## Design of the PD Controller in the I-PD Control System for Position Control

김성대  
Sung-Dae Kim

### 요약

산업 현장에서 요구하는 위치제어계는 고속, 고정밀의 제어를 만족하여야 하므로, 취급과 제어가 용이하고 응답특성이 우수한 직류 서보 전동기를 많이 이용하고 있다. 위치제어계에서 제어 성능을 개선시키기 위해서 많은 위치제어기법들이 제안되어져 왔다. 본 논문에서는 I-PD 위치제어계에서 PD제어기를 설계할 수 있는 설계법을 제안하였다. 제안한 설계법은 계의 전달함수를 정규화하여 제어계에서 제어기의 계수들이 결정되도록 하였다. 그리고 계의 안정조건과 근의 조건을 수학적으로 유도하였다. 이 방법을 I-PD제어계에 적용하여 PD제어기의 비례 및 미분 계수를 결정하였다. 그리고 이 제어기법을 적용한 I-PD 제어계를 시뮬레이션하여 계단 입력신호 및 외란 인가 시 계의 응답을 고찰하여 제안한 제어기법의 유효성을 검토하였다.

### Abstract

Since high speed and precision control should be satisfied in the position control system, the DC servo motor with easy control and satisfactory response characteristic is used. The various studies of position control techniques have been proposed in order to improve the control performance in the position control system. In this paper, the design method for a position control is suggested for constructing the PD controller in I-PD control system. The coefficients of PD controller in the I-PD control system are determined by using the transfer function which is normalized. Stability and root conditions of the system are derived from mathematical technique. From the result of computer simulation in I-PD control system by applying this control technique, is investigated by the method of proposed design the effectiveness of system response characteristic for input and disturbance.

**keywords** : Position control, I-PD control system, PD controller, normalize, DC servo motor

## 1. 서론

일반적으로 제어계의 제어계수는 제어대상의 비선형특성으로 인하여 종래의 선형제어 이론으로는 만족할만한 제어특성과 제어계의 정확한 수학적 모델의 선정이 어렵다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 제어계수가 적으면서도 외란이나 부하변동에 의한 계 응답의 변동시 변동의 보상이나, 비선형 제어계에 용이하게 적용할 수 있는 제어기법들이 많이 연구되고 있다[1-4].

일반적으로 산업현장에서 요구하는 위치제어계는 고속, 고정밀의 제어를 만족하여야 하므로, 취급과 제어가 용이하고 응답특성이 우수한 직류 서보 전동기를 많이 이용하고 있다[4-6].

위치제어를 위하여 고전제어기법인 PID제어기나 I-PD제어기는 구조가 간단하고 취급이 용이하므로 산업현장에 많이 사용되고 있다. 그러나 PID제어기나 I-PD제어기를 이용

하는 제어계의 동작 특성은 제어기의 이득에 따라 결정되므로 제어계에 알맞은 제어기의 이득을 조정할 필요가 있다. 특히 외란이나 부하변동에 의한 응답의 변동 발생시에는 제어기의 이득을 재조정해야하며, 이에 대한 많은 연구가 이루어지고 있다[7-9].

본 논문에서는 I-PD 위치제어계에서 PD제어기를 설계할 수 있는 설계법을 제안하였다. 제안한 설계법은 계의 전달함수에서 라플라스 연산자를 변환시켜 계수를 정규화하여 제어기의 계수들이 결정되도록 하였다. 그리고 계의 안정조건과 근의 조건을 수학적으로 유도하였다. 이 방법을 I-PD 제어계에 적용하여 PD계수들을 결정하였다. 그리고 이 제어기법을 적용한 I-PD 제어계를 시뮬레이션하여 계단 입력시 계 응답 및 외란 인가시 응답을 고찰하여 제안한 제어기법의 유효성을 검토하였다.

## II. 제어기의 설계법 및 I-PD형 위치제어계의 구성

### 2-1. 제어기의 설계법

\*동명대학교

투고 일자 : 2009. 9. 20    수정완료일자 : 2009. 10. 21  
계재확정일자 : 2009. 10. 29

제어대상  $G(s)$ 가

$$G(s) = \frac{a_3}{s^3 + a_1s^2 + a_2s} \quad (1)$$

일 때, 이것을 이용하여 단위궤환제어계를 구성하면 그림 1.과 같다.

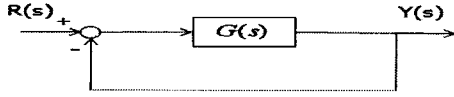


그림 1. 단위 궤환 제어계

Fig. 1. Control system with unit feedback

그림 1.에서  $R(s)$ 는 기준입력,  $Y(s)$ 는 출력이다. 계의 전달함수  $M(s)$ 는

$$M(s) = \frac{a_3}{s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3} \quad (2)$$

이다. 식 (2)을 정규화시키면 다음과 같다[9].

$$M(s) = \frac{1}{s_i^3 + \alpha s_i^2 + \beta s_i + 1} \quad (3)$$

식 (3)에서  $s_i$ ,  $\alpha$  및  $\beta$ 는 다음과 같다.

$$s_i = (a_3)^{-1/3}s, \quad \alpha = (a_3)^{-1/3}a_1, \quad \beta = (a_3)^{-2/3}a_2 \quad (4)$$

이다. 식 (3)의 특성방정식에 Routh-Hurwitz 안정도 판별법을 적용하면

$$\alpha\beta > 1 \quad (5)$$

이고, 이 조건을 만족하면 계는 안정하다.

식 (4)에서  $s_i = s/\sqrt[3]{a_3}$  이므로  $s$ 에 대한 역변환, 즉 시간함수  $f(t)$ 는

$$L^{-1}[F(as)] = \frac{1}{a}f\left(\frac{t}{a}\right) \quad (6)$$

이다. 식 (3)에서  $\alpha = \beta$ 일 때 특성방정식은

$$s_i^3 + \alpha s_i^2 + \beta s_i + 1 = (s_i + 1)\{s_i^2 + (\alpha + 1)s_i + 1\} \quad (7)$$

이다. 식 (7)에서

$$s_i^2 + (\alpha + 1)s_i + 1 = 0 \quad (8)$$

의 근은

$$s_i = \frac{1}{2}\{-(\alpha + 1) \pm \sqrt{(\alpha + 1)^2 - 4}\} \quad (9)$$

이다.

i)  $\alpha > 1$  또는  $\alpha < -3$ 이면 식 (9)는 서로 다른 실근

ii)  $\alpha = 1$  또는  $\alpha = -3$ 이면 식 (9)는 중근

iii)  $-3 < \alpha < 1$ 이면 식 (9)의 근은 공액복소근이다.

i)의 조건에서  $\alpha < -3$ 이면 식 (9)의 근이  $s$ 평면의 우반면에 존재하게 되므로

$$\alpha > 1 \quad (10)$$

이 되어야 한다. 즉 식 (10)의 조건을 만족하면 기준입력이 단위계단일 때 계의 응답에 과도응답상태가 존재하지 않는다.

### 2-2. I-PD형 위치제어계의 구성

직류서보전동기를 구동원으로 하는 I-PD형 위치제어계가 그림 2.이다. 그림 2.에서  $k_i$ 는 적분제어기의 적분계수,

$k_p$  및  $k_d$ 는 PD제어기의 비례 및 미분계수이다. 위의 관계식을 이용하여 PD제어기의 비례 및 미분계수를 결정하도록 한다.

직류 서보전동기의 전기자 전압에서 각 위치까지 전달함수  $G(s)$ 는

$$G(s) = \frac{k_m}{s(s + T_0)} \quad (11)$$

이다. 식 (11)에서  $k_m$ 과  $T_0$ 는 직류 서보 전동기의 시정수의 역이다.

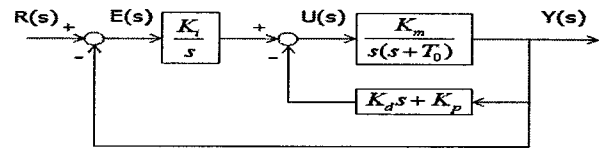


그림 2. I-PD형 위치 제어계

Fig. 2. Position control system of I-PD type

그림 2.의 전달함수  $M(s)$ 는

$$M(s) = \frac{k_i k_m}{s^3 + (T_0 + k_m k_d)s^2 + k_m k_p s + k_i k_m} \quad (12)$$

이다. 식 (2)와 식 (12)에서  $a_1$ ,  $a_2$  및  $a_3$ 는

$$a_1 = T_0 + k_m k_d, \quad a_2 = k_m k_p, \quad a_3 = k_i k_m \quad (13)$$

이다. 식 (4)에 의해  $k_v$  및  $k_p$ 를 구하면 다음과 같다.

$$k_d = \frac{\alpha \sqrt[3]{a_3} - T_0}{k_m} \quad (14)$$

$$k_p = \frac{\beta \sqrt[3]{a_3^2}}{k_m} \quad (15)$$

### III. 시뮬레이션 및 고찰

제한한 제어기에 대한 성능을 확인하기 위하여 시뮬레이션을 하였다. 시뮬레이션을 위하여 위치제어계의 구동원으로 사용하기 위한 직류서보 전동기의 전기자전압 각속도까지 전달함수  $G_0(s)$ 는

$$G_0(s) = \frac{k_2 k_3}{L_a J_m s^2 + (L_a f_m + R_a J_m)s + (R_a f_m + k_2 k_3 k_1)} \quad (16)$$

이고, 식(16)의 직류서보 전동기의 파라미터는 표 1.과 같다 [10-11].

표 1. 직류서보 전동기의 파라미터  
Table 1. DC servo motor parameters

Parameter	Value
$J_m$ : moment of inertia	$3.813237 \times 10^{-6} [kg \cdot m^2]$
$k_3$ : torque constant	$81.91398 \times 10^{-3} [Nm/A]$
$k_2$ : voltage constant	$82.12298 \times 10^{-3} [V/rad/sec]$
$k_1$ : voltage constant	$82.12398 \times 10^{-3} [V/rad/sec]$
$R_a$ : resistance	$3.35 [\Omega]$
$L_a$ : inductance	$0.35 \times 10^{-3} [mH]$

표 1에서 제동요소가 0이고,  $L_a \rightarrow 0$  이므로 이것을 무시하면 전기자 전압에서 각 위치까지 전달함수  $G(s)$ 는

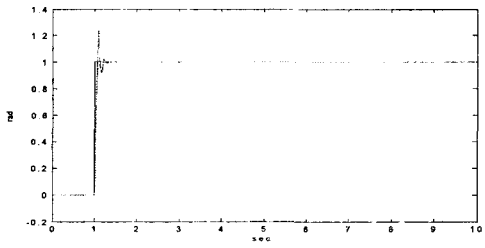
$$G(s) = \frac{k_m}{s(s + T_0)} \quad (17)$$

이다. 식 (16)에서 표 1의 직류서보 전동기의 파라미터를 적용하여  $k_m$  및  $T_0$ 를 계산한 결과는 다음과 같다.

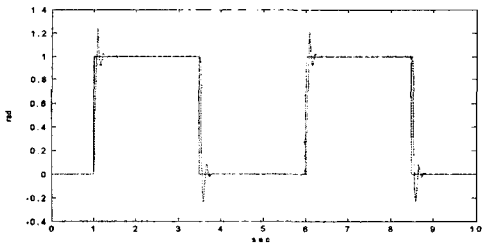
$$k_m = 526.60, T_0 = 43.25 \quad (18)$$

그림 2.에서 적분계수를  $k_i = 200$ 으로 하고, 계가 안정되기 위한 조건인  $\alpha > 1$ 에서  $\alpha, \beta$ 를 결정하여, PD제어기의 계수는 식 (18)의 값을 식 (13), (14), (15)에 대입하여  $k_p$  및  $k_d$ 를 구하였다. 그리고 MATLAB의 Simulink를 이용하여 직류서보 전동기의 위치제어계의 시뮬레이션을 통하여 제안한 제어기의 유효성을 검토하였다.

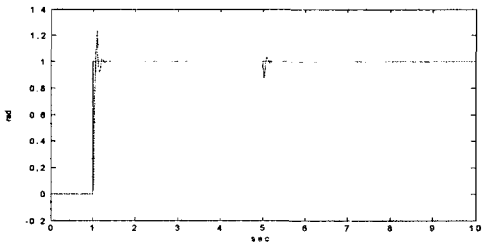
그림 3.은 정규화 계수를  $\alpha = \beta = 1.5$ 로 하였을 때의 비례 및 미분계수는 각각  $k_p = 6.35, k_d = 0.0524$ 가 되며, 단위계단 입력(a)과 입력변동시(b), 부하변동시(c)에 대한 계의 응답을 나타내고 있다. 계의 응답에서 상당한 과도응답이 발생하고 있음을 알 수 있다.



(a) 단위계단 응답  
(a) Response in step input



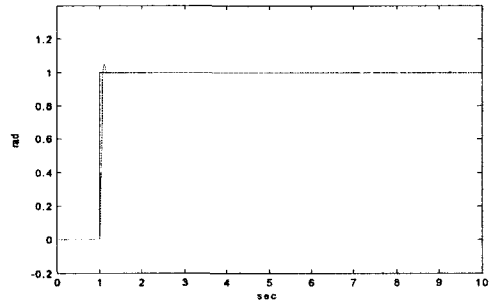
(b) 기준입력 변화시 응답  
(b) Response in reference change



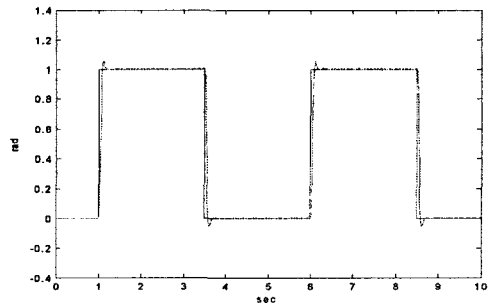
(c) 부하 변동시 응답  
(c) Response with load variation

그림 3. I-PD 제어계의 응답( $\alpha = \beta = 1.5$ )  
Fig. 3. Response of I-PD system( $\alpha = \beta = 1.5$ )

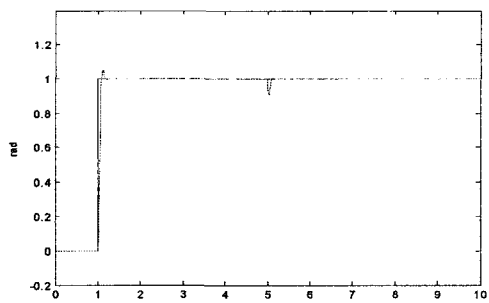
그림 4.는 정규화 계수를  $\alpha = \beta = 2$ 로 하였을 때의 비례 및 미분계수는 각각  $k_p = 8.47, k_d = 0.097$ 이 되며, 단위계단 입력(a)과 입력변동시(b), 부하변동시(c)에 대한 계의 응답을 나타내고 있다. 정규화 계수  $\alpha, \beta$ 가 증가하면 그림 3.에 비해 과도응답이 상당히 줄어들고, 외란이 많이 억제되는 것을 알 수 있다.



(a) 단위계단 응답  
(a) Response in step input



(b) 기준입력 변화시 응답  
(b) Response in reference change



(c) 부하 변동시 응답  
(c) Response with load variation

그림 4. I-PD 제어계의 응답( $\alpha = \beta = 2$ )  
Fig. 4. Response of I-PD system( $\alpha = \beta = 2$ )

그림 5.는 정규화 계수를  $\alpha = \beta = 3$ 로 하였을 때의 비례 및 미분계수는 각각  $k_p = 0.187, k_d = 12.70$ 가 되며, 단위계단 입력(a)과 입력변동시(b), 부하변동시(c)에 대한 계의 응답을 나타내고 있다. 정규화 계수  $\alpha, \beta$ 를 더 증가시키면 과도응답을 제거할 수 있지만 응답시간은 길어지고, 외란이 현저하게 억제됨을 알 수 있다.

III. 결론

본 논문에서는 I-PD 위치제어계에서 PD제어기를 설계할 수 있는 설계법을 제안하였다. 제안한 설계법을 직류서보 전동기를 구동원으로 하는 위치제어계에 적용하였다. 제어계가 안정하기 위한 조건과 정규화법에 의해서 PD제어기의 계수를 설정할 수 있도록 하였다. 시뮬레이션을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 제어계의 정규화 계수의 안정화 범위를 확인하고 이를 I-PD제어계의 PD제어기에 적용하여 미분계수와 비례계수를 구할 수 있었다.
- 2) 정규화 계수를 안정화 범위로부터 증가시키면 과도응답을 제거할 수 있었지만 상승시간이 길어지는 결과를 확인하였으며, 정규화 계수의 변화에 의해 양호한 응답특성을 얻을 수 있었다.
- 3) 외란을 인가하였을 경우 정규화 계수를 증가시키면 외란 억제에 효과가 양호함을 알 수 있었다.
- 4) 정현파 입력에 대해서도 정상상태오차가 0.05이내로 안정됨을 확인할 수 있었다.

이상과 같은 결론에서 본 논문에서 제안한 I-PD제어계의 PD제어기는 고속, 고정밀을 요하는 타 위치제어계에 응용 가능하리라 사료된다.

참고문헌

[1] A. Balestrino, G. Maria, and L. Sciavicco, "Hyperstable Adaptive Model Following Control of Nonlinear Plants", System and Control Letters, Vol. 1, No. 4, pp.232-236, 1982.

[2] Yamada and M. Nakagawa, "Positioning control of a servo motor mechanism with an oscillatory load", 計測自動制御學會論文集, Vol. 18, No. 1, pp.84-91, 1981.

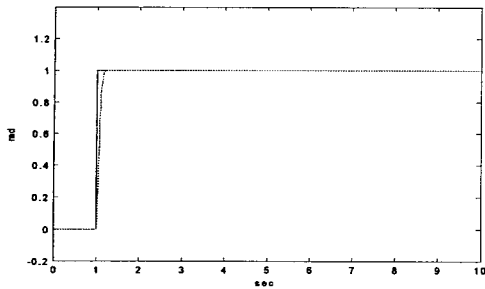
[3] K. Ohishi, M. Nakao, N. Miyazaki, K. Tamaki, and K. Miyachi, "DC servo control system having high stiffness", T. IEE Japan, Vol. 107-c, No. 3, pp.292-298, 1981.

[4] 김성근, 박진우, 고태연, "슬라이딩 평면을 이용한 I-PD 제어계의 구성", 동의대학교 산업기술연구지, 제15권, pp.179-187, 2, 2001.

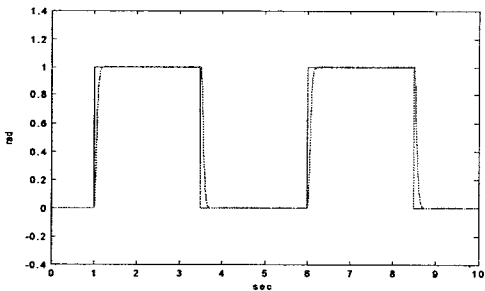
[5] Toru Yamamoto, Hirokazu Ishihara, Sigeru Omata and Toshiyuki Kitamori, "A Construction of discrete-time control system with I-PD structure by model matching method", 計測自動制御學會論文集, Vol. 27, No. 8, pp.899-906, 1991.

[6] Katsuhisa Endo, Yoshihisa Ishida and Takashi Honda, "Gain Adjustment of I-PD control", T. IEE, Vol. 133-c, No. 6. pp.409-416, Japan, 1993

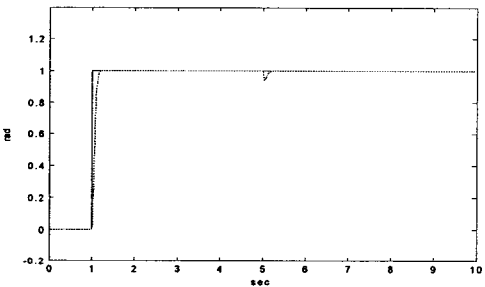
[7] 하홍곤, "I-PD 제어계에서 모델추종제어를 위한 전치보상기의 설계", Journal of KIEE, Vol. 18, No. 6, pp.84-90, November, 2004.



(a) 단위계단 응답  
(a) Response in step input



(b) 기준입력 변화시 응답  
(b) Response in reference change



(c) 부하 변동시 응답  
(c) Response with load variation

그림 5. I-PD 제어계의 응답( $\alpha = \beta = 3$ )  
Fig. 5. Response of I-PD system( $\alpha = \beta = 3$ )

그림 6은 정현파입력에 대한 계의 응답을 보여준다. 정상상태 오차가 0.05이내에서 안정됨을 확인하였다.

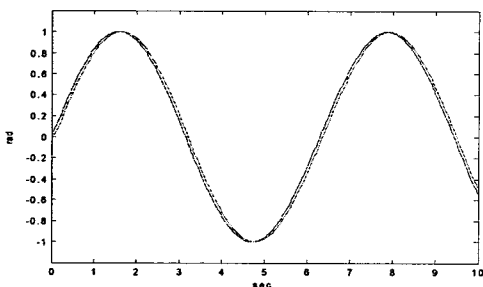


그림 6. I-PD 제어계의 응답(정현파입력)  
Fig. 6. Response of I-PD system(sine wave input)

- [8] 장지성, “ 비선형 보상기와 외란관측기를 이용한 공기압 실린더의 위치제어”, 대한기계학회논문집 A, Vol. 26, No. 9, pp. 1795-1805, 2002.
- [9] H. Hanafusa, H. Asada and T. Mikoshi, "Design of Electrohydraulic servo system for articulated robot arm Control", Proceeding of IFAC symposium on Pneumatic and Hydraulic components, Warsaw, Poland, pp. 223-228, 1980
- [10] G. Feng, R. Lozano, Adaptive Control Systems, Newnes, 1999.
- [11] 장상철, “주기적 외란의 제거를 위한 기술 함수형 적응제어기 설계”, 부경대학교 박사학위논문, 2, 2009.



**김 성 대(Sung-Dae Kim)**

正 會 員

1984년 2월 동아대 물리학과(이학사)

1986년 2월 동아대 전자공학과(공학석사)

1996년 2월 동아대 전자공학과(공학박사)

1991년 3월 ~ 현재 동명대학교 전기전자공학과 부교수

※주관심분야 : 제어시스템

---