

변형 삼각간섭계에서 위상오차가 3차원 복원영상에 미치는 영향에 관한 연구

(Effect of Phase Error on 3-D Image Reconstruction in the Modified Triangular Interferometer)

김수길*

(Soo-Gil Kim)

요 약

본 논문에서는 변형 삼각간섭계에서 발생하는 파장판의 불완전성, 파장판의 방위각, 그리고 선형편광기의 방위각 오차로 인한 홀로그램의 위상오차를 유도하고, 이러한 위상오차가 포함된 홀로그램을 시뮬레이션을 통해 복원해 봄으로써 복원영상에 대하여 변형 삼각간섭계의 위상오차가 미치는 영향을 분석하였다.

Abstract

We derive the phase error of hologram due to imperfection of a wave plate, the azimuth angle error of a wave plate, and the azimuth angle error of a linear polarizer. Also, we analyze the effect of phase error by the modified triangular interferometer in case of 3-D image reconstruction of hologram.

Key Words : Modified Triangular Interferometer, Phase Error, Image Reconstruction

1. 서 론

1966년 Cochran[1]에 의해 제안된 인코히어런트 삼각 홀로그래피는 자연광을 이용하여 홀로그램을 만들 수 있다는 장점이 있지만 근본적으로 두가지 주요한 단점을 가지고 있다. 먼저 물체가 복잡해질 때 홀로그램이 구성되는 평면에서 SNR(signal to noise ratio)이 급격히 감소한다는 것이고 두 번째는

동축홀로그램이 복원될 때 실상과 허상이 동축상에 존재하게 되어 복원영상에 잡음이 많이 존재하게 된다는 것이다. 이러한 바이어스와 공액영상은 복원영상의 선명도를 나쁘게하는 역할을 한다.

따라서, 인코히어런트 홀로그램에 존재하는 바이어스(bias)와 공액영상(conjugate image)을 제거하기 위해 반송주파수를 이용하여 바이어스와 신호를 분리하는 방법이 제안되었으며[2-4], 1992년에는 Mugnier와 Sirat[5]는 코노스코픽(conoscopic) 시스템에 LCLV(liquid crystal light valve)와 회전하는 마스크를 이용하여 출력면에서 4가지 간섭패턴을 얻고 이들의 조합에 의해 바이어스와 신호를 분리하는 방법을 제안하였다. 최근에는 기존의 삼각 간섭계에

* 주저자 : 호서대학교 공대 시스템 제어공학과 교수

Tel : 041-540-5676, Fax : 041-540-5587

E-mail : sgkim@hoseo.edu

접수일자 : 2008년 12월 1일

1차심사 : 2008년 12월 4일

심사완료 : 2009년 1월 5일

변형 삼각간섭계에서 위상오차가 3차원 복원영상에 미치는 영향에 관한 연구

간단한 수동소자를 추가하여 구성된 변형된 삼각 간섭계를 만들고, 그 출력면쪽에 위치한 파장판(wave plates)을 이용하여 변형된 삼각 간섭계내에서 시계 방향과 반시계방향으로 진행되는 두 빛의 상대적인 위상차를 조절함으로써 4가지의 빛의 세기를 얻고, 이를 전자적으로(electronically) 조작함으로써 바이어스와 공액영상이 제거된 복소홀로그램을 얻는 방법이 최근에 제안되었다[6-8].

그러나, 복원영상의 SNR에 영향을 미치는 요소는 바이어스와 허상뿐만 아니라 실험에 사용되는 여러 가지의 소자들로 인한 위상오차도 복원영상에 영향을 미친다.

본 논문에서는 변형 삼각간섭계에서 바이어스와 공액영상을 제거하기 위해 사용된 편광소자들에 의한 위상오차를 유도하고, 이 위상오차가 포함된 홀로그램을 복원할 때 위상오차가 복원영상에 미치는 영향에 대하여 분석하고자 한다.

2. 변형 삼각간섭계

2.1 최적화된 변형 삼각간섭계[9]

최적화된 변형 삼각 간섭계는 바이어스와 공액 영상이 제거된 복소홀로그램을 얻을 수 있는 수동 소자로 구성된 시스템이며 이를 그림 1에 나타내었다.

그림 1에서 Linear polarizer는 선형편광기를, 그리고 wave plate는 파장판을 나타내며, lens1과 lens2는 초점거리가 각각 f_1 과 f_2 인 렌즈들이다. PBS(Polarizing Beam Splitter)는 편광 광분할기를 나타낸다.

최적화된 변형 삼각간섭계에서 시계방향과 반시계방향으로 진행되는 빛이 출력면에서 더해지게 되는데, 출력면쪽에 위치한 선형편광기와 파장판을 이용하여 두 빛의 상대적인 위상차를 조절함으로써 출력면에서 4가지의 빛의 세기를 얻을 수 있다.

그림 1에서 좌표가 (x_0, y_0, z_0) 인 점광원의 파장을 λ 라고 하자. 그러면 출력면에서의 점광원에 의한 PSF(point spread function)는 선형편광기의 회전과 파장판의 위상지연(phase retardation)의 4가지 조합

및 프레넬(Fresnel) 근사식을 이용하면 표 1과 같이 주어진다.

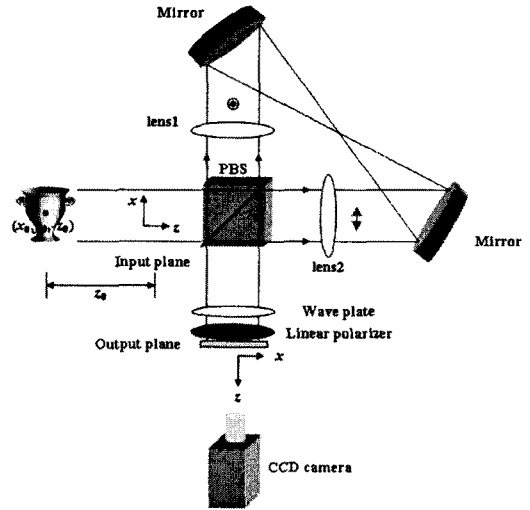


그림 1. 최적화된 변형 삼각간섭계
Fig. 1. Optimized modified triangular interferometer

표 1. 파장판과 선형편광기의 조합에 의한 빛의 세기
Table 1. Intensity patterns by combination of a wave plate and a linear polarizer.

선형편광기의 방위각	파장판의 위상지연	PSF
0도	$\Gamma = \frac{\pi}{2}$	$\{1 - \sin\phi(x,y)\}/2$
	$\Gamma = -\frac{\pi}{2}$	$\{1 + \sin\phi(x,y)\}/2$
45도	$\Gamma = \frac{\pi}{2}$	$\{1 + \cos\phi(x,y)\}/2$
-45도	$\Gamma = \frac{\pi}{2}$	$\{1 - \cos\phi(x,y)\}/2$

여기서,

$$\phi(x,y) = \frac{k}{2z_1} \{ (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 - (x_1^2 + y_1^2) \}, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

파수를 나타내며, $x_1 = \frac{x_0}{\alpha+\beta}$, $y_1 = \frac{y_0}{\alpha+\beta}$, $z_1 = \frac{z_0}{\alpha+\beta}$,

$\alpha = -\frac{f_1}{f_2}$, $\beta = -\frac{f_2}{f_1}$, 그리고 $\alpha - \beta = 1$ 이며 일정한 값을 가지는 상수는 생략되었다. 코사인항의 조합에 의해 물체의 3차원 정보가 포함된 위상 $\phi(x,y)$ 를

가진 복소홀로그래프의 실수부가 식 (1)과 같이 얻어진다.

$$I_c(x,y) = \cos\{\phi(x,y)\} \quad (1)$$

사인항들의 조합에 의해 식 (2)와 같은 복소홀로그래프의 허수부가 구해진다.

$$I_s(x,y) = \sin\{\phi(x,y)\} \quad (2)$$

따라서, 식 (1)과 (2)를 전자적으로(electronically) 결합함으로써 바이어스와 공액영상이 제거된 복소홀로그래프 $I(x,y)$ 를 얻을 수 있으며 이는 식 (3)과 같다.

$$I(x,y) = \exp\{\pm i\phi(x,y)\} \quad (3)$$

식 (3)은 선형편광기와 파장판을 이용하여 시계방향과 반시계방향으로 진행하는 빛의 상대적인 위상을 조절하여 구한 출력면에서의 4가지의 빛의 세기를 이용하여 cosine과 sine함수를 구하고 이 두 항의 결합을 통해 얻게 된 복소홀로그래프를 나타낸다.

3. 편광소자들에 의한 위상오차

최적화된 변형 삼각간섭계에서 편광소자들의 불완전성과 편광소자들의 회전오차 등이 가장 주된 위상오차 요인들이다.

그림 1에서 출력면에서 출력빔의 Jones 행렬은 다음과 같다.

$$E_{out} = A(\varphi_2)W(\varphi_1)E_{input} \quad (4)$$

여기서, E_{input} 은 입력 광파를 나타내며, $A(\varphi_2)$ 와 $W(\varphi_1)$ 는 각각 선형편광기와 파장판의 Jones 행렬을 나타낸다. 편광소자들의 Jones 행렬들은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E_{input} = \begin{pmatrix} P_{cw} \\ P_{ccw} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} be^{-j\theta_{cw}} \\ ae^{-j\theta_{ccw}} \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$A(\varphi_2) = \begin{pmatrix} \cos^2 \varphi_2 & 1/2 \sin 2\varphi_2 \\ 1/2 \sin 2\varphi_2 & \sin^2 \varphi_2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$W(\varphi_1) = \begin{pmatrix} 2i \sin^2 \varphi_1 \sin \frac{\Gamma}{2} + e^{-i\frac{\Gamma}{2}} & -i \sin 2\varphi_1 \sin \frac{\Gamma}{2} \\ -i \sin 2\varphi_1 \sin \frac{\Gamma}{2} & -2i \sin^2 \varphi_1 \sin \frac{\Gamma}{2} + e^{i\frac{\Gamma}{2}} \end{pmatrix} \quad (7)$$

여기서, $W(\varphi_1)$ 은 $\lambda/4$ 파장판의 Jones 행렬을 나타낸다. φ_1 과 φ_2 는 각각 선형편광기와 파장판의 방위각을 나타낸다. Γ 는 파장판의 위상지연을 나타낸다. 식 (4)의 빛의 세기는 다음식과 같다.

$$I = |E_{out}|^2 \quad (8)$$

3.1 파장판의 불완전성에 의한 위상오차

이 경우에, 파장판의 방위각에 의한 오차는 0이라고 가정한다. $\lambda/4$ 파장판에서 불완전성에 의한 위상오차는 다음의 선형편광기와 파장판의 4가지 조합을 이용하여 구한다.

표 2. 파장판과 선형편광기의 조합에 의한 빛의 세기
Table 2. Intensity patterns by combination of a wave plate and a linear polarizer.

선형편광기의 방위각	파장판의 방위각	intensity
	0도	$I_2 = \frac{1}{2}a^2(1 - \cos\Gamma) + \frac{1}{2}b^2(1 + \cos\Gamma) - ab\sin\phi \sin\Gamma$
45도	45도	$I_1 = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 + ab\cos\phi$
	-45도	$I_3 = \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}b^2 - ab\cos\phi$
-45도	0도	$I_4 = \frac{1}{2}a^2(1 - \cos\Gamma) + \frac{1}{2}b^2(1 + \cos\Gamma) + ab\sin\phi \sin\Gamma$

표 2에서 Cochran 삼각간섭계[1]에서 시계방향과 반시계방향으로 진행하는 두 광파사이의 위상차 ϕ' 는 다음 식과 같이 주어진다.

$$\tan \phi' = \frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} = \tan \phi \sin \Gamma \quad (9)$$

여기서, ϕ' 는 파장판의 불완전성에 의한 오차를 포함하고 있다. 일반적인 $\lambda/4$ 파장판의 경우에 대하여, 위상지연은 다음 식과 같이 생각할 수 있다.

$$\Gamma = \pi/2 + \alpha \quad (10)$$

여기서, α 는 $\lambda/4$ 에 의해 도입된 위상지연의 오차 성분을 나타낸다. 식 (10)을 식 (9)에 대입하면, 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\tan \phi' = \tan \phi \cos \alpha \quad (11)$$

$$\tan \phi' = \tan(\phi + \Delta\phi) \approx \tan \phi + \Delta\phi \sec^2 \phi \quad (12)$$

우리는 식 (11)과 (12)로부터 파장판의 불완전성에 의한 위상오차를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\Delta\phi = -1/4 \sin(2\phi) \alpha^2 \quad (13)$$

3.2 파장판의 방위각에 의한 위상오차

$\lambda/4$ 파장판의 방위각 오차에 의해 발생하는 위상 오차를 다룬다. 이 경우에, 파장판은 이상적이고, 파장판을 제외한 모든 편광소자들의 방위각 오차는 없다고 가정한다. $\varphi_1 = \pi/4$ 과 $\varphi_1 = -\pi/4$ 인 경우에 대하여, 우리는 오차를 포함한 방위각을 $\varphi_1 = \pi/4 + \beta_1$ 과 $\varphi_1 = -\pi/4 + \beta_2$ 라고 가정한다. 여기서, β_1 과 β_2 는 파장판의 방위각 오차를 나타낸다.

표 3. 방위각 오차가 포함된 파장판과 선형편광기의 조합에 의한 빛의 세기

Table 3. Intensity patterns by combination of a wave plate and a linear polarizer

선형편광기의 방위각	파장판의 방위각	intensity
0	$\pi/4 + \beta_1$	$I_1 = \frac{1}{2}a^2 + b^2(\frac{1}{2} + 2\beta_1^2) - ab(2\beta_1 \cos\phi + \sin\phi)$
	$-\pi/4 + \beta_2$	$I_2 = \frac{1}{2}a^2 + b^2(\frac{1}{2} + 2\beta_2^2) - ab(2\beta_2 \cos\phi - \sin\phi)$
45도	$\pi/4 + \beta_1$	$I_3 = \frac{1}{2}a^2(1 + 2\beta_1 + 2\beta_1^2) + \frac{1}{2}b^2(1 - 2\beta_1 + 2\beta_1^2) + ab(\cos\phi - 2\beta_1 \sin\phi)$
-45도	$\pi/4 + \beta_1$	$I_4 = \frac{1}{2}a^2(1 - 2\beta_1 + 2\beta_1^2) + \frac{1}{2}b^2(1 + 2\beta_1 + 2\beta_1^2) - ab(\cos\phi - 2\beta_1 \sin\phi)$

3.1절에서 유도한 것과 비슷한 방법으로 파장판의 방위각에 의한 위상오차는 다음과 같이 유도된다.

$$\Delta\phi = (1 + \sin^2\phi - 2\cot 2\beta \sin\phi)\beta_1 - \beta_2 \cos^2\phi \quad (14)$$

3.3 선형편광기의 방위각에 의한 위상오차

이 절에서는 선형편광기의 방위각 오차에 의해 발생하는 위상오차를 다룬다. 이 경우에 우리는 선형편광기를 제외한 모든 편광소자들의 방위각 오차는 0이라고 가정한다. $\varphi_2 = 0$, $\varphi_2 = \pi/4$, 그리고 $\varphi_2 = -\pi/4$ 인 경우에 대하여, 우리는 오차를 포함한 방위각을 $\varphi_2 = 0 + \gamma_1$, $\varphi_2 = \pi/4 + \gamma_2$, 그리고 $\varphi_2 = -\pi/4 + \gamma_3$ 라고 가정한다. 여기서, γ_1 , γ_2 , 그리고 γ_3 는 선형편광기의 방위각 오차를 나타낸다.

표 4. 파장판과 방위각 오차가 포함된 선형편광기의 조합에 의한 빛의 세기

Table 4. Intensity patterns by combination of a wave plate and of a linear polarizer

선형편광기의 방위각	파장판의 방위각	intensity
$0 + \gamma_1$	45도	$I_1 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2) - ab(2\gamma_1 \cos\phi - \sin\phi)$
	-45도	$I_2 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2) + ab(2\gamma_1 \cos\phi + \sin\phi)$
$\pi/4 + \gamma_2$	45도	$I_3 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2) + ab(\cos\phi + 2\gamma_2 \sin\phi)$
$-\pi/4 + \gamma_3$	45도	$I_4 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2) - ab(\cos\phi + 2\gamma_3 \sin\phi)$

3.1절에서 유도한 것과 비슷한 방법으로 선형편광기의 방위각에 의한 위상오차는 다음과 같이 유도된다.

$$\Delta\phi = -(\gamma_2 + \gamma_3) \sin^2\phi \quad (15)$$

4. 홀로그래ムの 복원영상에 미치는 위상오차의 영향

4.1 불완전한 파장판에 의한 위상오차의 영향

불완전한 파장판에 의한 위상오차가 포함된 경우에 있어서 점광원 홀로그래ムの 위상은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\phi_{tot} = \phi + \Delta\phi = \phi - \frac{1}{4}\alpha^2 \sin 2\phi \quad (16)$$

위 식을 식 (3)에 대입하여 점광원 홀로그램의 복원영상에 대한 빛의 세기를 구하면 다음 식과 같이 유도된다. 이 경우에 다른 회절항들에 의한 중복은 무시되었다.

$$I(0,0,z) = \frac{k^2 R^4}{4z^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m^2\left(-\frac{1}{4}\alpha^2\right) \times \text{sinc}^2\left\{\frac{k}{4}\left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z} + \frac{2m}{z_1}\right)R^2\right\} \quad (17)$$

여기서, $J_m(\cdot)$ 은 1종 m 차 베셀함수이며, R 은 홀로그램의 반경을 나타낸다. 위 식은 z 축의 방향에 대해서만 전개된 식을 보여준다.

위 식에 대한 불완전한 파장판의 위상오차에 대한 시뮬레이션 결과를 보면 다음과 같다. 여기서, 홀로그램의 반경 $R=0.1$ [m], 홀로그램으로 기록되는 물체의 거리 $z_1=0.5$ [m]로 설정하였으며, 파장판의 위상오차는 $\pi/180$, $\pi/18$, $\pi/4$, $\pi/2$, 그리고 $2\pi/3$ 다섯 가지에 대하여 고려하였다.

그림은 파장판의 불완전성에 의한 위상오차가 각각 $\pi/180$, $\pi/18$, $\pi/2$, 푸른색은 $\pi/4$, 그리고 $2\pi/3$ 인 경우에 있어서 z 축 방향에 따른 점광원의 빛의 세기 분포를 나타낸다.

그림에서 보는 바와 같이 위상오차가 $\pi/180$ 일 때와 $\pi/18$ 일 때 점광원의 세기는 거의 차이가 나지 않음을 알 수가 있다. 이것은 시중에 판매되고 있는 파장판을 이용하여 인코히어런트 홀로그램을 합성하여 홀로그램을 복원하는 경우에는 파장판에 의한 위상오차가 복원영상에 거의 영향을 주지 않는다는 것을 의미한다.

4.2 파장판의 방위각에 의한 위상오차의 영향

4.1절과 비슷한 방법으로 z 축에 대한 빛의 세기를 구하면 다음식과 같다.

$$I(0,0,z) = \frac{k^2 R^4}{4z^2} \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q^2\left\{-\frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2)\right\} \times \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m^2(-2\beta_1 \cot 2\beta) \text{sinc}^2\left\{\frac{k}{4}\left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z} + \frac{2q}{z_1} + \frac{m}{z_1}\right)R^2\right\} \quad (18)$$

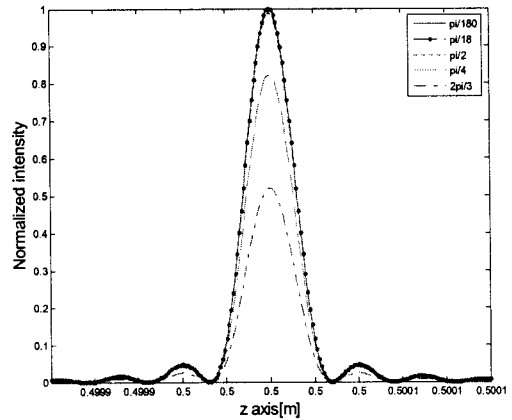


그림 2. 파장판의 불완전성에 의한 위상오차 대 점광원 홀로그램의 복원영상에 대한 z 축에 따른 빛의 세기

Fig. 2. Intensity of reconstructed image of point hologram vs. phase errors of the imperfection of a wave plate

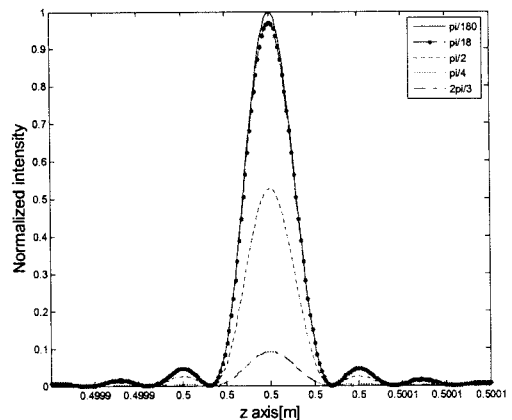


그림 3. 파장판의 방위각에 의한 위상오차 대 점광원 홀로그램의 복원영상에 대한 z 축에 따른 빛의 세기

Fig. 3. Intensity of reconstructed image of point hologram vs. phase errors due to the azimuth angle of a wave plate

위 식에 대한 시뮬레이션 결과는 다음과 같다.

그림에서 보는 바와 같이 위상오차가 $\pi/180$ 도인 경우와 $\pi/18$ 도인 경우에 있어서 z 축에 따른 빛의 세기는 육안으로 구분이 가능할 정도로 그 차이가 생기는 것을 확인할 수 있다.

4.3 선형편광기의 방위각에 의한 위상오차의 영향

4.1절에서 비슷한 방법으로 z축에 대한 빛의 세기를 구하면 다음식과 같다.

$$I(0,0,z) = \frac{k^2 R^4}{4z^2} \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q^2 \left\{ \frac{1}{2} (\gamma_2 + \gamma_3) \right\} \times \text{sinc}^2 \left\{ \frac{k}{4} \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z} + \frac{2q}{z_1} \right) R^2 \right\} \quad (19)$$

위 식에 대한 시뮬레이션 결과를 보면 다음과 같다.

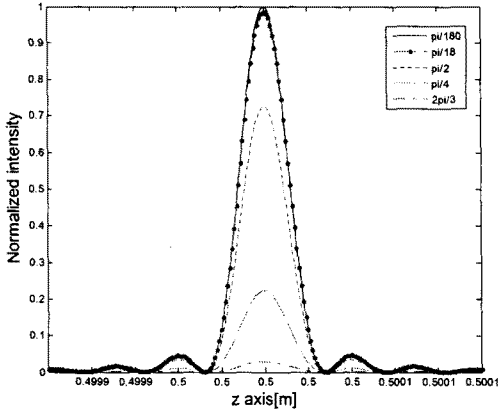


그림 4. 선형편광기의 방위각에 의한 위상오차 대 점광원 홀로그램의 복원영상에 대한 z축에 따른 빛의 세기

Fig. 4. Intensity of reconstructed image of point hologram vs. phase errors due to the azimuth angle of a linear polarizer

그림에서 보는 바와 같이 위상오차가 pi/180도인 경우와 pi/18도인 경우에 있어서 z축에 따른 빛의 세기는 육안으로 구분이 가능할 정도로 그 차이가 생기는 것을 확인할 수 있다. 이는 복원영상의 해상도에 영향을 주게 된다.

4. 결 론

본 논문에서는 변형 삼각간섭계에서 발생하는 파장판의 불완전성, 파장판의 방위각, 그리고 선형편광기의 방위각 오차로 인한 홀로그램의 위상오차를 유

도하고, 이러한 위상오차가 포함된 홀로그램을 시뮬레이션을 통해 복원해 봄으로써 복원영상에 변형 삼각간섭계로 인한 위상오차가 미치는 영향에 대하여 분석하였다. 분석결과 파장판의 불완전성에 의한 위상오차는 복원영상의 해상도에 거의 영향을 주지 않으나, 파장판과 선형편광기의 방위각에 의한 위상오차는 복원영상의 해상도에 영향을 주는 것으로 나타났다.

이 논문은 2007년도 호서대학교의 재원으로 학술연구비 지원을 받아 수행된 연구임(20070095)

References

- [1] G. Cochran, "New method of making Fresnel transforms with incoherent light," J. Opt. Soc. Am., Vol. 56, No. 11, pp. 1513-1517, 1966.
- [2] A. Kozma and N. Massey, "Bias reduction of incoherent holograms," Appl. Opt., Vol. 8, No. 2, pp. 393-397, 1969.
- [3] W. T. Rhodes, "Bipolar pointspread function synthesis by phase switching," Appl. Opt., vol. 16, No.2, pp. 265-267, 1977.
- [4] T.-C. Poon and A. Korpel, Opt. Lett., "Optical transfer function of acousto-optic heterodyning image processor," Vol. 4, No. 10, pp. 317-319, 1979.
- [5] L. M. Mugnier and G. Y. Sirat, "On-axis conoscopic holography without a conjugate image," Opt. Lett., Vol. 17, No. 4, pp. 294-296, 1992.
- [6] S.-G. Kim, E.-S. Kim, H. Lee, and B. Lee, "Theoretical study on incoherent triangular holography without bias and conjugate image," J. IEEK, Vol. 33A, No. 10, pp. 144-151, 1996.
- [7] S.-G. Kim, "Two-pupil synthesis of optical transfer function in the modified triangular interferometer," J. KIIEE Vol. 18, No. 2, pp. 29-35, 2004.
- [8] S.-G. Kim and J. Ryeom, "Analysis of optical transfer function and phase error of the modified triangular interferometer," J. KIIEE Vol. 21, No. 1, pp. 10-18, 2007.
- [9] S.-G. Kim, "Phase error due to polarization components of the modified triangular interferometer," JOSK Vol. 11, No.1, pp. 10-17, 2007.

◇ 저자소개 ◇

김수길 (金秀吉)

1965년 8월 2일생. 1988년 서울대학교 전기공학과 졸업. 1991년 서울대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1997년 서울대학교 대학원 전기공학과 졸업(박사). 1997년~현재 호서대학교 공대 시스템 제어공학과 교수.