

케이슨식 안벽의 신뢰성해석을 위한 중요도추출법의 적용 Application of Importance Sampling to Reliability Analysis of Caisson Quay Wall

김동현* · 윤길림**

Dong Hyawn Kim* and Gil Lim Yoon**

요 지 : 중요도추출법을 이용한 항만구조물의 신뢰성해석방법을 제시하였다. 몬테카를로모사법(Monte Carlo Simulation)을 이용하여 신뢰성해석을 수행할 때 전도파괴확률과 같이 매우 낮은 파괴확률을 가진 경우는 해석시간이 과다하게 소요되는 문제점이 있다. 항만구조물 신뢰성해석 시 나타나는 이러한 문제를 극복하기 위해 파괴면주위의 추출점을 이용하여 해석시간을 단축시킬 수 있는 중요도추출법을 적용하였다. 중요도추출법을 항만구조물에 적용한 경우 파괴확률이 매우 낮은 파괴모드에 대한 신뢰성해석을 효율적으로 수행할 수 있음을 보였다. 수치해석에서 케이슨 안벽의 신뢰성해석을 수행하였으며 파괴확률의 낮고 높음에 따른 중요도추출법의 효용성을 검증하였다.

핵심용어 : 항만구조물, 신뢰성, 중요도추출법, 몬테카를로모사법, 신뢰도지수, 파괴확률

Abstract : Reliability analysis of coastal structure using importance sampling was shown. When Monte Carlo simulation is used to evaluate overturning failure probability of coastal structure, very low failure probability leads to drastic increase in simulation time. However, importance sampling which uses randomly chosen design candidates around the failure surface makes it possible to analyze very low failure probability efficiently. In the numerical example, failure probability of caisson type quay wall was analyzed by using importance sampling and performance according to the level of failure probability was shown.

Keywords : coastal structure, reliability, importance sampling, MCS, reliability index, failure probability

1. 서 론

신뢰성설계의 3단계는 Level I, Level II 및 Level III이다. Level I은 목표신뢰도수준을 만족시키는 지의 여부를 판단하여 위험을 관리하고자 하는 설계법이다. Level II 설계법은 파괴확률 계산에 사용되는 한계상태함수를 1차 또는 2차 근사함수로 표현하므로써 파괴확률의 근사치를 비교적 오차가 적으면서도 쉽게 계산하여 위험도를 관리하는 설계법이다. Level III 설계법은 한계상태함수를 근사화하지 않고 본래의 형태를 이용하므로써 파괴확률의 정확해를 구하므로써 위험관리를 수행하는 설계법이다.

위에서 언급한 세 가지 설계법 중에서 신뢰성 해석 이론에 대한 깊은 이해가 없어도 비교적 쉽게 적용할 수 있

어 실용성이 높다고 여겨지는 것이 Level I 설계법이다. Level I 설계법은 목표신뢰도 지수를 이용하여 사전에 조율된 각 설계변수에 대한 개별적인 안전계수 즉 부분안전계수를 이용하는 것 외에는 기존의 설계법과 큰 차이가 없기 때문이다. 그러나, 부분안전계수를 결정하는 과정에서 꼭 필요한 자료가 한계상태함수의 민감도로써 이것은 Level II 신뢰성설계의 결과로써 얻을 수 있는 값이다. 따라서, Level II 설계법의 도움 없이 Level I 설계법이 존재하지 못한다. 그러나, 또한 Level II 설계법은 파괴확률의 근사치를 구하는 방법이므로 파괴확률의 정확치에 대한 비교 검증 없이 단독으로 그 결과를 신뢰하는 것은 바람직 하지 않다. 따라서, Level II 신뢰성설계는 Level III 신뢰성설계의 결과와 항상 비교 검증 절차를 통

*군산대학교 해양건설공학과(Corresponding author: Dong Hyawn Kim, Dept of Coastal Construction Engineering, Kunsan National Univ., Miryongdong, Kunsan 573701, Korea, welcomed@naver.com)

**한국해양연구원 연안개발에너지부(Coastal Engineering & Ocean Energy Research Department, KORDI)

과해야만 신뢰성을 확보할 수 있는 것이다. 이와 같이 세 가지 신뢰성 설계법은 어느 한 가지 방법이 독자적으로 파괴확률에 대한 신뢰성 있는 결과를 제공하는 것이 아니라 세 방법 모두 하나의 결론을 향해 같은 지향점을 가지면서 서로 보완적인 관계로써 양립해야 한다. 최근 들어 항만구조물의 신뢰성설계가 다양하게 시도되고 있으나 주로 Level II방법이나 Level I 방법만으로 결론을 유추하는 경우가 종종 있다. 그러나, 앞서서도 언급했듯이 파괴확률에 대한 정확해를 이용한 검증이 전제되지 않은 어떠한 결과도 그 자체로 신뢰성을 확보하기 어렵다.

위와 같은 현상을 초래한 원인 중의 하나는 Level III 설계법으로 주로 사용되는 몬테카를로모사법(crude Monte Carlo simulation)이 해석시간이 매우 길다는 점이다. 몬테카를로모사법으로 파괴확률을 구하기 위해서는 추정되는 파괴확률이 작을수록 더 많은 수의 한계상태함수 계산회수가 소요되기 때문이다. 더욱이 항만구조물의 전도 파괴모드와 같이 파괴확률이 매우 낮은 경우는 현실적으로 모사가 불가능한 경우도 있다. 이러한 문제점에 대한 해결책으로 본 논문에서는 파괴면 주위의 추출점을 이용하여 파괴의 회수를 가중 평균하는 방법인 중요도추출법(Importance Sampling MCS)을 소개하여 그 장점을 널리 알리고 신뢰성설계의 효율성을 높이는데 일조 하고자 한다. 또한, 수치해석을 통하여 파괴확률의 높고 낮음에 따라 중요도 추출법의 효용성이 어떻게 달라지는지도 분석하여 그 결과를 제시하였다.

2. 모사법

2.1 몬테카를로모사법

몬테카를로모사법(A.H.S. Ang *et al.*, 1984)은 Level III 신뢰성해석의 일종으로 한계상태함수에 어떠한 변형도 가하지 않은 상태에서 확률변수의 발생을 모사하여 파괴에 이르는 경우의 수를 평균하므로써 파괴확률을 산정하는 방법이다. 파괴확률이라는 것은 다음 식과 같이 파괴영역에서 확률변수의 결합확률밀도함수의 적분으로 정의된다.

$$P_f = \int_{g(x) \leq 0} f_X(x) dx \quad (1)(1)$$

여기서, $g(X)$ 는 파괴모드를 정의하는 한계상태함수이고 $f_X(x)$ 는 결합확률밀도함수, $X = [X_1, X_1, \dots, X_n]^T$, $x = [x_1, x_1, \dots, x_n]^T$ 이다. 이 때 위 적분을 직접 수행하지 않고 확

률밀도함수를 모사하여 생성된 설계후보점(x^i)을 이용하여 파괴확률의 평균치를 구하므로 다음 식과 같이 파괴확률을 산정한다.

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N W_{MCS}(x^i) \quad (2)$$

여기서, N 는 모사회수이며 W_i 는 모사된 확률변수에 의한 한계상태함수에 따라 다음과 같이 정해지는 가중치 값이다.

$$W_{MCS}(x^i) = \begin{cases} 1 & [\text{if } g(x^i) \leq 0] \\ 0 & [\text{if } g(x^i) > 0] \end{cases} \quad (3)$$

파괴확률이 상대적으로 높은 파괴모드는 모사를 적게 수행해도 파괴의 회수가 충분히 발생하므로 파괴확률을 비교적 짧은 시간 내에 구할 수 있지만 파괴확률이 매우 낮은 경우의 해석에서는 파괴의 회수가 좀처럼 모사되지 못하기 때문에 매우 많은 회수의 모사가 필요하다. 파괴확률 예측치가 가지는 실제 파괴확률(P_f^T)에 대한 오차 백분율을 ε 로 정의하면 95% 신뢰수준에서 시행회수는 다음과 같이 정의된다(Haldar, 2000).

$$N = \left(\frac{1 - P_f^T}{P_f^T} \right) \times \left(\frac{200}{\varepsilon} \right)^2 \quad (4)$$

예로 실제 파괴확률이 0.001인 파괴모드를 해석함에 있어 95% 신뢰수준의 오차 목표치를 10%로 설정하면 시행회수는 40만 회이다. Fig. 1은 추정오차 백분율과 시행회수의 관계를 그린 것이다. 추정오차를 10%로 하더라도 실제파괴확률이 0.0001이라면 수백만회의 시행이 요구된다.

2.2 중요도추출법

중요도추출법(Ripley, 1987)은 몬테카를로모사법이 확률변수의 발생을 모사할 때 자신의 확률밀도함수를 이용하므로써 파괴영역의 확률변수 발생빈도가 낮게 되는 단

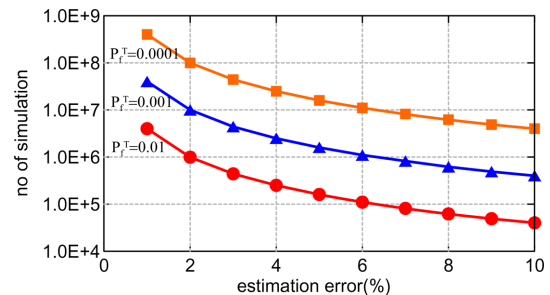


Fig. 1. MCS error vs number of simulation for 95% confidence level.

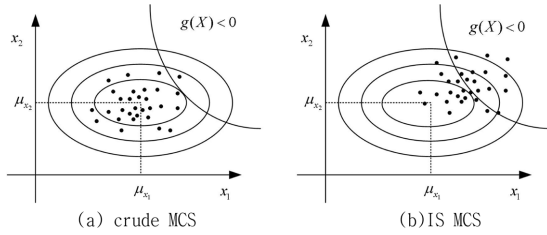


Fig. 2. Random sampling schemes of simulation methods.

점을 극복하기 위하여 개발된 방법이다. Fig. 2와 같이 몬테카를로모사법은 자신의 확률밀도함수를 이용하여 확률변수의 발생을 모사하기 때문에 파괴영역에 속하는 설계후보점의 빈도가 매우 낮다. 그러나, 중요도추출법은 확률변수의 발생이 파괴면 주위에서 많이 일어나도록 추출에 사용하는 확률밀도함수를 조정한다. 따라서, 적은 수의 모사만으로도 파괴의 경우가 다수 발생하므로 모의회수가 그 만큼 줄어들게 된다.

중요도 추출법에 의한 파괴확률은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$P_f = \int_{g(x) \leq 0} \frac{f_X(x)}{p_X(x)} p_X(x) dx \quad (5)$$

여기서, $p_X(x)$ 는 파괴면 상의 값을 평균으로 하는 가상의 확률밀도함수이다. 몬테카를로모사법에서는 $f_X(x)$ 를 이용하여 설계후보점을 추출하지만 중요도추출법에서는 $p_X(x)$ 를 이용하여 추출한다. 다만, 모사회수를 누적하기 위한 가중치는 다음의 식 (6)과 같다.

$$W_{IS}(x^i) = \begin{cases} \frac{f_X(x^i)}{p_X(x^i)} & \text{[if } g(x^i) \leq 0\text{]} \\ 0 & \text{[if } g(x^i) > 0\text{]} \end{cases} \quad (6)$$

즉, 파괴회수를 누적함에 있어 몬테카를로모사법은 파괴시마다 1회로 간주하여 그 회수를 구하는 반면에 중요도추출법은 파괴회수의 가중치를 고려하여 누적을 하는 점이 다르다. 이 때 파괴면상의 가상의 확률밀도함수를 정의하기 위해서는 파괴점에 대한 정보가 필요하다. 여기서 바로 Level II 신뢰성설계의 결과가 이용되는 것이다. 즉, 일계신뢰도법(FORM)이 최종결과로 신뢰도지수와 함께 파괴점을 구해주기 때문에 중요도추출법에서는 이 파괴점을 이용하게 된다. 즉 중요도추출법에서 설계후보점은 파괴점을 평균으로 하는 확률밀도함수에 의하여 추출한다. 그러므로 몬테카를로모사법 보다 더 적은 시행회수를 모사

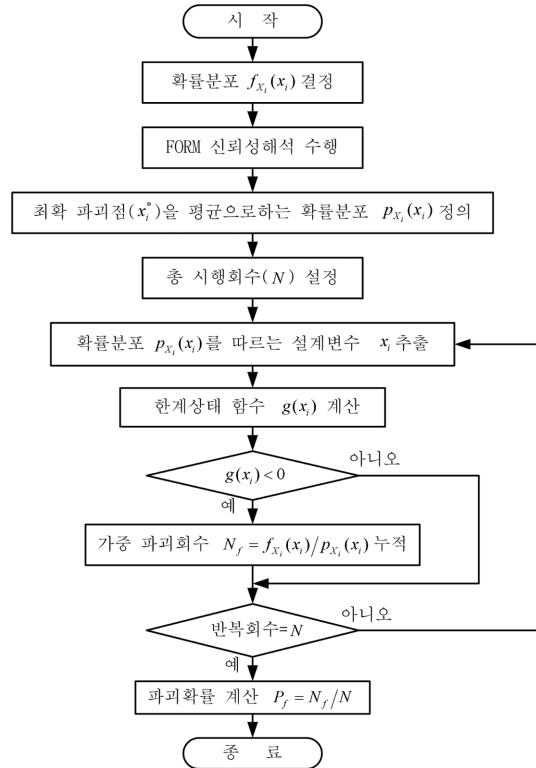


Fig. 3. Flowchart of importance sampling based MCS.

하더라도 파괴영역의 설계후보점이 많아지고 파괴회수를 가중평균하므로써 낮은 파괴확률도 매우 정확하게 계산할 수 있다. 중요도추출법의 해석 순서는 Fig. 3과 같다.

3. 수치해석

3.1 한계상태함수

케이슨식안벽의 신뢰성해석을 위한 상시 활동 및 전도 파괴모드에 대한 한계상태함수는 각각 다음의 식 (7) 및 (8)과 같다.

$$g_s(X) = f(\sum W_i - B + E_v) - (E_{st} + R) \quad (7)$$

$$g_o = \sum d_{W_i} W_i - d_B B + d_{E_v} E_v - (d_{E_{st}} E_{st} + d_R R) \quad (8)$$

여기서,

$$B = r_w [(R_w H_{HWL} + h) b + v_j] \quad (9a)$$

$$E_v = E_{st} \tan \delta \quad (9b)$$

$$R = 1/2 r_w [(R_R H_{HWL} + h)^2 - (R_w H_{HWL} + h)^2] \quad (9c)$$

위 식에서 f_c 는 제체와 저면의 마찰계수, W_f 는 제체의 중량, h 는 저면수심, b 는 제체폭, v_f 는 푸팅체적, δ 는 벽면 마찰각, r_w 는 해수 단위중량, E_{st} 는 정적 수평도압, 등이며 첨자 k 는 특성치를 의미한다. 또한, 전도안정성 평가식의 d_i 는 하중 i 의 모멘트 팔길이를 의미한다. 또한, R_w 및 R_R 은 설계조위(H_{HWL})에 대한 전면조위 및 잔류수위의 비이다.

3.2 일계신뢰도법에 의한 신뢰성해석

수치예제의 케이슨식 안벽은 삭망평균만조위가 3.873 m, 삭망평균저조위가 0.0 m, 설치수심은 18.6 m, 제체폭은 16.8 m이다. 전도에 대한 신뢰성설계를 위한 각 하중의 모멘트 팔길이는 $d_{wrc}=10.4$ m, $d_{wc}=10.4$ m, $d_{wf}=10.4$, $d_B=10.4$ m, $d_{E_v}=18.8$ m, $d_{E_{st}}=8.02$ m, 등이다. 몬테카를로 모사법에 의한 신뢰성해석 결과의 검증과 최확파괴점(Most Probable Failure Point)의 산정을 위해 일계신뢰도법에 의한 신뢰성해석을 수행하였다. 해석에 사용한 확률변수의 특성과 이를 이용한 일계신뢰도법의 해석결과는 표와 같다.

Table 1의 확률특성을 이용하여 일계신뢰도법으로 활동 및 전도 파괴모드에 대한 신뢰성해석을 수행한 결과 신뢰도지수와 파괴확률이 각각 Table 2와 같다. 활동파괴확률에 비하여 전도파괴확률이 매우 낮은 것으로 나타났다. 식 (4)에서 실제 파괴확률을 Table 2의 값으로 가정하고 목표 오차를 10%로 설정하면 소요 시행회수는 95% 신뢰수준에서 20만회(활동)와 1.1×10^{23} 회(전도)이다. 활동파괴의 신뢰성 해석은 몬테카를로모사법을 적용하더라도 충분히 계산이 가능하지만 전도파괴의 경우는 현실적으로 해석이 불가능한 상태로 볼 수 있다.

Table 1. Random variables characteristics

설계변수	확률특성			확률분포
	특성치	평균치비	변동계수	
f_c	0.6	1.06	0.15	정규분포
W_{rc}	59.0 tonf	0.98	0.02	정규분포
W_c	176.0 tonf	1.02	0.02	정규분포
W_f	425.5 tonf	1.02	0.04	정규분포
R_w	0.0	0.60	0.30	정규분포
R_R	1/2	0.66	0.36	정규분포
E_{st}	113.2 tonf	1.00	0.10	정규분포

Table 2. Reliability analysis results by FORM

구분	활동	전도
신뢰도지수	2.880	9.371
파괴확률	1.988×10^{-3}	3.592×10^{-21}

3.3 몬테카를로모사법에 의한 신뢰성해석

몬테카를로 모사법(crude MCS)과 중요도추출법(IS MCS)을 이용하여 활동 및 전도 파괴모드에 대한 신뢰성해석을 수행하였다. Fig. 4는 활동파괴모드에 대한 파괴확률 수렴곡선이다. 몬테카를로 모사법은 8,000회 이후부터 최종치에 수렴하지만 중요도추출법을 사용한 경우는 1,000회부터 매우 빠르게 수렴하는 특성을 보여주고 있다. 또한 Fig. 5는 중요도추출법에 의한 파괴확률 수렴곡선이다. 몬테카를로모사법을 이용하여 1,000,000회 수행하였으나 파괴의 경우가 발견되지 않았다. 그러나 중요도추출법을 이용하면 1,000회 만에 수렴하는 특성을 보여주고 있다. Fig. 6은 활동파괴를 중요도추출법으로 해석한 경우 식 (6)의 가중치 값이 보이는 분포도이다. 대부분 0.02보다 작

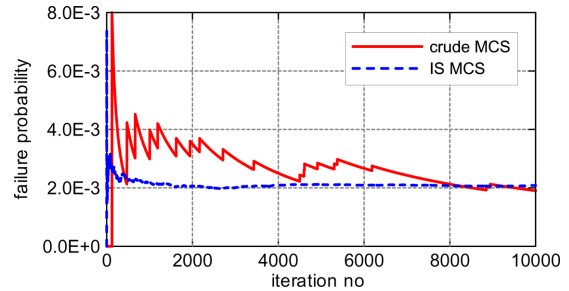


Fig. 4. Sliding failure probability by simulations.

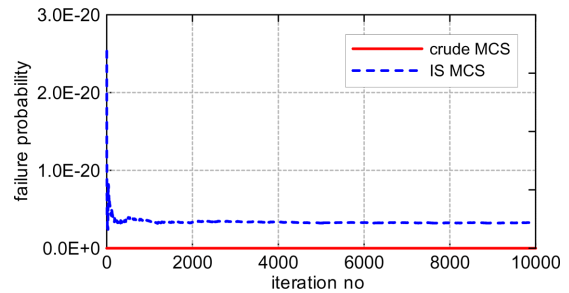


Fig. 5. Overturning failure probability by simulations.

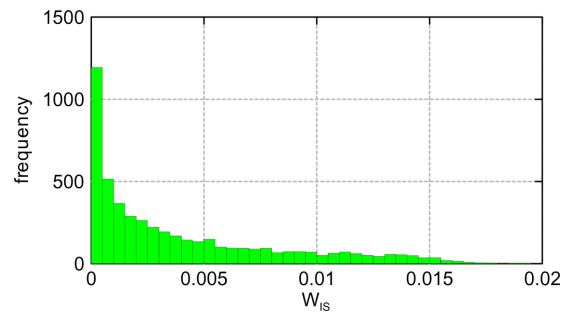


Fig. 6. Occurring frequency of W_{IS} .

Table 3. Reliability analysis results by simulations

구 분	활 동		전 도	
	crude MCS	IS MCS	crude MCS	IS MCS
총 설계점 개수(N)	10,000	10,000	1.0×10^6	10,000
안전영역의 설계점(N_s)	9,981	4,957	1.0×10^6	5,088
파괴영역의 설계점(N_f)	19	5,043	0	4,912
파괴점 비율(N_f/N)	1.90×10^{-3}	0.504	0	0.491
파괴확률(P_f)	1.90×10^{-3}	2.08×10^{-3}	0	3.263×10^{-21}

은 범위에서 분포하며 0.0 근접할수록 발생빈도가 높아지고 있다. Table 3은 두 방법을 이용하여 추출한 설계점들이 파괴영역에 어느 정도 분포하는 지를 보여주고 있다. 활동파괴 해석 시 몬테카를로모사법은 추출한 총 설계점 대비 0.176%의 비율로 파괴영역의 설계점들을 추출하고 있으나 중요도추출법에서는 총 설계점 대비 50.4%의 비율로 파괴영역에 존재하는 설계점들을 추출하고 있다. 이것은 중요도추출법에서는 파괴점을 평균으로 하는 가상의 확률밀도함수를 이용하기 때문으로 이들을 가중합산하면 매우 빠른 수렴특성을 보이게 되는 중요도추출법의 특성을 잘 표현하고 있다.

4. 결 론

케이슨식 안벽과 같은 중력식 항만구조물의 신뢰성해석을 위해 중요도추출법을 적용하였으며 수치해석을 통해 몬테카를로 모사법보다 매우 뛰어난 수렴특성을 보인다는 것을 보였다. 중력식 항만구조물의 특성상 전도파괴확률은 활동파괴확률에 비하여 매우 낮은 것이 일반적이다. 때문에 몬테카를로모사법을 이용하여 파괴확률을 구하는 것은 매우 많은 시간을 필요로 하거나 경우에 따라서는 현실적으로 불가능한 경우도 발생한다. 그러나, 중요도추출법을 사용하여 추출기준점을 파괴점 부근에 설정한다면 파

괴점과 그렇지 않은 설계점을 각각 50% 내외로 추출할 수 있기 때문에 이를 가중 평균한 파괴확률은 수렴성이 매우 높게 나타난다. 따라서 파괴확률이 상대적으로 매우 작은 경우의 신뢰성해석 시에는 중요도추출법을 이용하는 것이 바람직 할 것으로 판단된다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부 및 한국해양수산진흥원의 지원으로 수행된 “항만구조물 신뢰성설계법 개발” 과제의 일부이며 연구비 지원에 감사드립니다.

참고문헌

- A. Haldar and S. Mahadevan (2000) Reliability assessment using stochastic finite element analysis, John Wiley & Sons, Inc.
- A.H.S. Ang and W. H. Tang (1984) Probability concepts in engineering planning and design, John Wiley & Sons, Inc.
- B. D. Ripley (1987) Stochastic Simulation, Wiley & Sons, Inc.

원고접수일: 2009년 3월 19일
 수정본채택: 2009년 10월 5일
 게재확정일: 2009년 10월 19일