

Bass 확산모형의 이분 확장

홍정식*† · 엄석준**

Two Pieces Extension of the Bass Diffusion Model

Jung-Sik Hong* · Seok-Jun Eom**

■ Abstract ■

Bass diffusion model have played a central role in studying the diffusion of the new products since 1969, the year of publication of Bass model. Almost 750 publications based on the Bass diffusion model have explored extensions and applications. Extension models can be divided into two types. One is the model containing marketing-mix variables and the other is the model containing additional parameters. This paper presents another extension model of the latter type. Our model allows the time varying coefficients of innovation and imitation. Two pieces approximation of time varying coefficients is introduced and it's parameters are estimated based on NLS(Non-Linear Mean Square) method. Empirical studies are performed and the results show that our model is superior to the basic Bass model and the NUI(Non-Uniform Influence) model which is the well-known extension of the Bass model. The model developed in this paper is, also, transformed into the Bass model with the ready potential adopters in order to enhance the descriptive power.

Keyword : Bass, Diffusion, Heterogeneity, Innovation, Imitation, Two Pieces Approximation

1. 서 론

신상품이나 신규 서비스의 확산과정에 대해 1960

년 이래 매우 많은 연구가 이루어졌다. 이들 논문은 매우 방대하므로, 이들 연구결과를 정리한 논문들을 소개하는 것이 보다 유익할 것이다. 이들 연구에

논문접수일 : 2009년 07월 02일 논문게재확정일 : 2009년 09월 28일

논문수정일(1차 : 2009년 08월 26일)

* 서울산업대학교 IT정책전문대학원

** 한국정보통신산업협회, 서울산업대학교 산업대학원

† 교신저자

대한 정리 결과를 담은 서베이 논문이 1979년[10], 1990년[12], 2004년[5] 그리고 2007년[13]에 걸쳐 네 번 이루어졌다.

첫 번째 서베이 논문은 Bass 확산모형을 중심으로 이를 확장한 모형들이 소개되었고, 두 번째 서베이 논문에서는 1990년까지 추가적으로 연구된 새로운 확산모형들의 특성이 다루어졌고, 또한 신제품 확산모형이 마케팅부터 생산관리에 이르기까지 어떻게 활용될 수 있는지가 소개되었다.

세 번째 논문에서는 신제품 확산을 도입기, 성숙기, 포화기 그리고 쇠퇴기 네 단계로 나누어 단계별로 2004년까지의 연구결과를 소개하고, 연구의 한계점도 명료하게 기술하고 있다. 한편, 가장 최근의 서베이 논문에서는 주로 1990년 이후 신제품 확산 모형의 연구업적을 논하고 있으며, 이를 고객과의 상호의존성, 회사들 간의 상호의존성 그리고 고객과 회사와의 상호의존성의 측면으로 나누어 기술하고, 앞으로 어떤 연구가 필요한지를 보여주고 있다. 이들 논문을 보면 1969년에 나온 Bass 확산모형이 신제품 확산을 다루는 연구에 있어, 일종의 초석 역할을 하고 있음을 알 수 있다. Bass의 확산모형의 모수는 세 개로 이루어져 있다. 신제품을 궁극적으로 구입할 고객의 크기를 나타내는 잠재수요 m , 그리고 임의의 고객이 제품을 구입하는데 있어서 영향을 미치는 외부적 요소를 나타내는 모수 p 와 제품의 구매자들로부터의 내부적 영향을 나타내는 모수 q 가 바로 Bass 확산모형의 모수들이다. 여기에는 제품의 수요와 밀접한 관련을 맺는 변수인 가격이 포함되어 있지 않다. 따라서 Bass 확산모형이 제시된 이후, 이의 확장모형을 다룬 연구 모형들은 크게 보면, 둘로 나누어진다[17]. 즉,

- (1) 가격, 광고비 등의 수요관련 변수들을 포함한 모형-모형의 모수추정을 위해 판매 데이터 외에 가격, 광고비 지출 등의 추가적인 데이터가 요구된다.
- (2) 제품 구입 확률이나 조건부 제품 구입률에 p , q 외 추가적인 모수를 포함한 모형-모형의 모수 추정을 위해 판매 데이터 외에 추가 데이터는

불필요하다.

그런데, (1)의 계열에 속하는 논문들의 일반형을 제시한 Bass[3]는, 어떤 경우에 가격이나 광고비 등의 외부 변수가 불필요한지를 밝히고 있다. 즉, 가격이나 광고 등의 효과가 두 모수 p 와 q 를 통해 제품수요에 반영되는 측면이 있다는 것이다. 가격이나 광고비의 변화율이 일정할 경우, 가격과 광고비를 포함한 일반화된 Bass 모형(GBM, Generalized Bass Model)은 기본적인 Bass 모형이 된다는 것이 [4]에 나와 있다. 또한 이러한 모형들은 모수추정을 위해 추가적인 데이터가 필요하다는 단점을 가지고 있다. 따라서 (1)의 유형은 이론적 측면에서 일반형이 제시되었고, 실제 활용 측면에서 추가적인 데이터를 필요로 하는 단점을 갖고 있으므로 가격이나 광고비의 효과를 파악하는 특정 분야를 제외하면 신제품 확산 모형의 추가적인 연구 분야로서는 미흡하다고 할 수 있다. [13]의 향후 연구방향에서도 이 분야는 언급되어 있지 않다. 이런 이유로, 본 논문은 (2)의 유형에 속하는 모형을 제시하고자 한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 제 2장에서는 Bass 확산모형이 소개되고, (2)의 유형에 속하는 몇몇 논문이 다루어진다. 제 3장에서는 본 논문의 모형이 소개되며, 제 4장에서는 다양한 논문에서 분석된 자료를, 본 논문에서 제시된 모형으로 분석하고 그 결과를 Bass 모형 및 이의 확장 모델 중에서 잘 알려진 NUI 모형과 비교한다. 제 5장에서는 제 3장에서 제시된 모형의 모수를 변환하여 모형의 해석력을 높이기 위한 모형이 제시되고 마지막으로 제 6장에서는 결론 및 추후 연구방향이 제시된다.

2. 연구배경

2.1 Bass 확산 모형

Bass 확산모형은 다음과 같이 두 가지 수식으로 표현된다.

$$\frac{dN(t)}{dt} = (m - N(t))(p + \frac{q}{m} N(t)) \quad (1)$$

$$\frac{f(t)}{1 - F(t)} = p + qF(t) \quad (2)$$

여기서,

$N(t)$: t 시점까지의 누적수요

m : 잠재수요

p : 혁신계수

q : 모방계수

$f(t)$: t 시점의 확률밀도함수

$F(t)$: t 시점의 누적확률함수

$F(t) = \frac{N(t)}{m}$ 이고, $f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$ 이므로, 식 (2)로부터 식 (1)이 유도됨을 쉽게 알 수 있다.

식 (2)는 $F(t)$ 의 미분방정식으로 이 식을 풀면 다음과 같다[3].

$$F(t) = \frac{1 - e^{-(p+q)t}}{1 + \frac{q}{p} e^{-(p+q)t}} \quad (3)$$

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{p(p+q)^2 e^{-(p+q)t}}{(p + qe^{-(p+q)t})^2} \quad (4)$$

$f(t)$ 를 한번 미분한 수식으로부터, 수요가 최대치를 기록하는 시점 t^* 는

$$t^* = -\frac{1}{p+q} \ln\left(\frac{p}{q}\right) \quad (5)$$

$f(t)$ 를 두 번 미분하면, 변곡점이 나오며 첫 번째 변곡점을 수요가 도약하는 시점이라 하며, t^{**} 로 표기한다.

$$t^{**} = -\frac{1}{p+q} \ln\left[(2 + \sqrt{3}) \frac{p}{q}\right] \quad (6)$$

Bass 확산모형의 몇 가지 특징은 다음과 같다[8].

- (1) 모형을 이루는 모수는 m , p , q 세 개다.
- (2) 제품구입에 영향을 미치는 모수 p 는 외부적 요

소의 총합으로 해석되며, 외부 영향 계수

(coefficient of external influence), 혹은 혁신계수로 불린다.

- (3) 모수 q 는 기존 채택자와의 접촉에 의해 제품을 구입하게 되는 경우를 나타내는 모수로 내부영향 계수(coefficient of internal influence) 혹은 모방계수로 불린다.

- (4) $f(t)$ 는 t^* 를 중심으로 좌우 대칭이다.

- (5) 제품을 구매하는 구입자 집단은 동질적이다.

2.2 신제품 확산 모형과 관련된 요소

Bass 확산모형을 확장한 모형들이 어느 측면을 확장시켰는지를 살펴보기 위해 신제품 확산에 관련된 요소를 고찰해 보자.

첫째, 신제품을 받아들이는 과정은 다음 다섯 단계로 이루어져 있다[16].

- (1) 인지(awareness) : 혁신에 노출되는 것을 의미
- (2) 관심(interest) : 혁신에 대해 좀 더 많은 정보를 추구
- (3) 평가(evaluation) : 자신의 상황에 혁신을 적용시켜 봄
- (4) 시도(trial) : 작은 규모로 혁신을 실제 사용해 봄
- (5) 채택(adoption) : 혁신을 전면적으로 활용함

이상의 다섯 단계는 다음의 두 단계로 축소되기도 한다.

- (1) 인지단계 : 위 다섯 단계 중 처음 세 단계를 아우르는 과정이다. 혁신을 알게 되어 관심을 갖고 그 가치를 평가해보는 과정.
- (2) 의사결정단계 : 위 다섯 단계 중 후반 두 단계를 합한 과정이다. 혁신을 시도해보고 채택과 비채택의 결정을 내리는 과정.

한편, 이러한 단계를 거쳐 한 개인이 혁신을 채택하는 데에 있어 영향을 미치는 요소는 크게 다음 네 가지로 요약된다[22, 24].

- (1) 감화(contagion) : 채택자와의 접촉에 의해 혁신을 채택하게 되는 것.

- (2) 사회적 역치(social threshold) : 채택자 수가 일정 규모에 다다를 때 혁신을 채택
- (3) 사회 학습(social learning) : 채택자가 혁신의 채택이 충분히 가치가 있음을 입증하는 증거를 제시한 후에 채택
- (4) 가격/소득(price/income) : 채택자의 소득에 의해 정해지는 유보가격(reservation price)보다 혁신의 가격이 작아질 때 혁신을 채택

혁신을 받아들이는 위의 다섯 단계와 혁신 채택에 영향을 주는 네 가지 요소 중 어느 단계와 어떤 요소를 중시하느냐에 따라 혁신에 대한 확산과정 모형이 달라진다. 그런데 확산과정 모형을 분류하는 데에 있어 또 하나의 중요한 요소는 혁신 채택자들을 동질 집단(homogeneous population)으로 보느냐 이질집단(heterogeneous population)으로 보느냐이다.

혁신에 영향을 주는 위의 네 가지 요소 중에 처음 세 요소는 모두 기존 채택자 수에 영향을 받는 요소들이고 마지막 요소는 가격/소득에 영향을 받는 요소이다. 혁신의 채택에 영향을 미치는 위의 네 가지 요소들을 고려해보면, 감화(contagion)만이 고려된 Bass의 모형이 지나치게 단순화된 모형임을 알 수 있다.

한편, 신제품의 혁신과정을 모형화할 때, 개인 수준(individual level)에서 모형화하는 경우와 전체 채택자 수준(aggregate level)에서 모형화하는 경우가 있다. 이상의 요소를 고려하여

Bass 모형을 규정하면,

- (1) 혁신채택단계가 단순한 한 단계이며,
- (2) 혁신영향 요소는 채택자 수의 영향만을 고려하되, 채택자수에 선형적으로 영향 받는 것으로 가정하였고,
- (3) 모집단은 동질성을 가정하였으며,
- (4) 모델링 수준은 총합수준에서 다루어졌다.

따라서 Bass의 모형을 확장한 모형들은 (1)~(4)의 요소 중 어느 하나나 둘 이상의 요소를 확장한

모형이라고 할 수 있다. 가령, [23]의 논문에서의 신제품 확산 모형식은 다음과 같다.

$$f_1(t)/[1-F_1(t)] = p_1 + q_1 F_1(t) \quad (7)$$

$$f_2(t)/[1-F_2(t)] = p_2 + q_2 [\omega F_1(t) + (1-\omega)F_2(t)] \quad (8)$$

여기서,

p_1 : 여론 주도그룹의 혁신계수

q_1 : 여론 주도그룹의 모방계수

p_2 : 모방 그룹의 혁신계수

q_2 : 모방 그룹의 모방계수

$f_1(t)$: 여론 주도 그룹의 채택시간의 확률밀도함수

$F_1(t)$: 여론 주도 그룹의 채택시간의 누적확률함수

$f_2(t)$: 모방 그룹의 채택시간의 확률밀도함수

$F_2(t)$: 모방 그룹의 채택시간의 누적확률함수

ω : 가중치

이는 결국, (3)의 동질성 가정을 완화하며, 전체 모집단을 두 개의 그룹으로 모형화한 것이다.

또 다른 모형을 보자[6].

$$\frac{dF(t)}{dt} = [p + qF^\delta(t)][1 - F(t)] \quad (9)$$

여기서,

δ : 채택자수에 영향을 미치는 비선형 함수의 모수

이는 (2)의 채택자 수에 대한 선형적인 영향이라는 가정을 완화한 것이다. 현재까지 각 부문의 가정을 완화한 논문이나, 제품 자체의 특수성(모제품에 종속인 제품) 혹은, 다중세대 제품의 특성을 반영하여 Bass 모형을 확장한 연구는 많이 나와 있다[1, 2, 6, 7, 9, 15, 16, 23]. 그러나 둘 이상의 가정을 완

화한 논문은 거의 없다고 할 수 있다. 그 이유는 가정을 완화함에 따라 모형의 모수의 수가 늘어나게 되고 이는 모수추정의 신뢰성을 떨어뜨린다[14]. [21]에서 모집단을 두 그룹으로 나누어 모수추정 및 이에 따른 예측을 실시한 결과 예측의 정확도가 단순 Bass 모형보다 떨어짐을 보여주고 있다. 따라서 Bass 모형의 단점을 보완하고 모수 추정의 신뢰성이 떨어지지 않는 모형의 개발이 요구된다고 할 수 있다. 다음 절에서 우리는 이러한 모형을 제시한다.

3. 모형

Bass 확산모형은 단순한 확산모형이다. 제 2장에서 기술한 바와 같이 Bass 확산 모형의 여러 가정 중 하나를 완화하여 보다 현실적인 모형을 만들어 낼 수 있다. 물론 주어진 가정 모두를 완화하면 가장 현실적인 모형이 될 것이다. 그러나 이는 모형의 모수를 증가시키게 된다.

따라서 모수의 수를 늘리지 않되, 보다 데이터에 적합한 모형을 구축하는 것이 관건이라는 것을 알 수 있다. 우리는 다음과 같은 확산모형 수식에서 출발하고자 한다.

$$\frac{dN(t)}{dt} = (m - N(t))(p(t) + \frac{q(t)}{m}N(t)) \quad (10)$$

식 (10)은 Bass 확산모형에서 상수로 제시된 p, q 를 시간에 따라 변할 수 있는 함수 $p(t), q(t)$ 로 바꾼 것이다.

가령, 우리가 모집단을 [11, 18]과 같이 5개의 그룹으로 나눈다면, 각 그룹에 속한 사람들의 혁신계수 p 와 모방계수 q 는 모두 다를 것이다. 이 경우 시간에 따라 모집단 상의 5개 그룹의 비율은 바뀔 것이고, 또한 각 그룹들의 혁신계수와 모방계수도 시간에 따라 변하게 된다. 예를 들면, 혁신자(innovator)의 경우와 조기채택자(early adopter)의 경우 초기에 p 값이 크고, 후기에 작아진다. 반대로, 후기 다수자(late majority)의 경우 초기에 p 값이 낮고 후기에

높아진다. 특정시점 t 에서 아직 채택자에 속하지 않은 5개 그룹의 비율을 $\lambda_i(t)$ 라 하면 t 시점의 임의의 고객의 혁신계수 $p(t)$ 와 모방계수 $q(t)$ 는 다음과 같다.

$$p(t) = \sum_{i=1}^5 p_i(t) \lambda_i(t) \quad (11)$$

$$q(t) = \sum_{i=1}^5 q_i(t) \lambda_i(t) \quad (12)$$

여기서 $p_i(t)$ 와 $q_i(t)$ 는 t 시점에서 i 그룹의 혁신계수와 모방계수를 나타낸다.

물론, 시간에 따른 광고비의 지출의 변화라던가 혹은 채택자 수에 영향을 받는 정도의 변화 또한 $p(t)$ 와 $q(t)$ 에 영향을 줄 수 있다. 즉, Bass 확산 모형의 가정 중 채택자 집단의 동질성 가정을 완화하여 이질성을 모형화하는 분야의 연구는 현재 확산 모형의 매우 중요한 연구주제중 하나이다[13, 23], 그것들은 상수인 p 와 q 를 시간에 따라 변화하는 함수 $p(t), q(t)$ 로 일반화함으로써 모형에 반영되는 것이다.

따라서 식 (10)으로 대표되는 모형은 제 2장의 가정 중 (3)을 완화한 것이면서 또한 가격이나 광고비 지출 등의 외부 변수의 영향의 반영 폭이 넓어졌다는 면에서 Bass 모형의 확장모형의 하나로 볼 수 있다.

이제 다음 문제는 $p(t)$ 와 $q(t)$ 를 어떻게 설정하는냐이다. 본 논문에서, 우리는 $p(t)$ 와 $q(t)$ 의 가장 단순한 모형을 제시한다.

이를 이분 조각 모형(two pieces model)이라 하자. $p(t)$ 와 $q(t)$ 는 다음과 같이, 시점 t_c 를 기점으로 두 개의 값으로 설정된다.

$$p(t) = \begin{cases} p_1, & t \leq t_c \\ p_2, & t > t_c \end{cases}$$

$$q(t) = \begin{cases} q_1, & t \leq t_c \\ q_2, & t > t_c \end{cases}$$

여기서 문제는 t_c 및 p_i 와 q_i 값의 추정문제이다. 기본적인 Bass 모형의 모수 추정에 사용하는 NLS

(Nonlinear Least Square) 방법을 사용하면[20], t_c 값과 p_i, q_i 는 다음과 같이 추정된다.

$$Mn_{p_i, q_i, t_c} \left\{ \sum_{i=1}^{t_c-1} (\hat{X}_{i,1} - X_i)^2 + \sum_{i=t_c}^k (\hat{X}_{i,2} - X_i)^2 \right\} \quad (13)$$

여기서,

X_i : i 기간의 당기 수요

$\hat{X}_{i,1}$: $p = p_1, q = q_1$ 일 때, i 기간 당기수요의 기대치

$\hat{X}_{i,2}$: $p = p_2, q = q_2$ 일 때, i 기간 당기수요의 기대치

$\hat{X}_{i,1}$ 와 $\hat{X}_{i,2}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\hat{X}_{i,1} = m(F_1(i) - F_1(i-1)) \quad (14)$$

$$\hat{X}_{i,2} = m(F_2(i) - F_2(i-1)) \quad (15)$$

$$F_1(t) = \frac{1 - e^{-(p_1+q_1)t}}{1 + \frac{q_1}{p_1} e^{-(p_1+q_1)t}} \quad (16)$$

$$F_2(t) = \frac{1 - e^{-(p_2+q_2)t}}{1 + \frac{q_2}{p_2} e^{-(p_2+q_2)t}} \quad (17)$$

식 (12)를 보면, 모형의 계수는 5개이지만, 데이터가 t_c 를 기점으로 두 부분으로 나누어지며, 각 부

문에서 추정하는 모수의 수는 두 개라는 것이다. m 은 물론 기본적인 Bass 모형에서 추정된 m 값과 동일하게 된다.

이 경우, 다음과 같이 t_c 를 하나씩 증가시켜가면서 p_i, q_i 값을 구하게 되고, 이 때의 MSE(Mean Square Error)의 합을 구하게 된다. t_c 는 이산치로써, 구간 전체에 대해 MSE를 구하게 되므로 국부최적치(local optimal)문제를 고려할 필요는 없게 된다. 구간 전체에 대해, t_c 값에 따라 얻어진 MSE 값들을 비교하여 최소의 MSE 값을 얻고 그에 해당하는 t_c 와 p_i, q_i 값이 우리가 구하고자 하는 값이 된다. 이제 실제의 데이터를 제시된 모형과 추정절차에 따라 분석해보자.

4. 데이터와 분석

분석에 사용된 데이터는 우리나라의 이동통신서비스 가입자수와 자동차 판매대수, 그리고 미국의 8가지 내구재 판매 데이터를 사용하여 데이터 분석을 실시하였으며, 데이터 분석 프로그램은 Matlab을 사용하였다.

<표 1>은 제품별 계수 추정의 결과값을 보여주고 있으며, m, p, q 는 일반적인 Bass 모형의 모수 추정방법 중 가장 우수한 것으로 알려진 NLS 방법을 이용하여 추정하였고[20], 이후 이분시점의 p_1, q_1 ,

<표 1> 제품별 모수 추정값

제품명	data	m(단위 : 만)	p	q	q/p	t*	t**
이동통신전화 가입자	1986~2008	4628.80614	0.00063	0.43101	684.1429	15	12
자동차 판매대수	1966~2008	1807.65209	0.00023	0.21823	948.8261	31	25
Air conditioners	1946~1989	13472.92854	0.00245	0.12840	52.40816	30	20
Dishwashers	1947~1987	9967.82379	0.00107	0.14186	132.5794	34	25
Bed coverings, Electric	1946~1987	15428.27604	0.00361	0.12823	35.52078	27	17
Clothes Dryers	1947~1989	14613.96254	0.00275	0.10175	37	35	22
Food disposers	1948~1987	13630.65817	0.00158	0.10829	68.53797	38	26
Lawn Mowers	1948~1978	18783.61614	0.00434	0.12947	29.8318	25	16
Freezers	1946~1989	7206.56802	0.00687	0.07749	11.27948	29	13
Dehumidifiers	1949~1987	1750.88405	0.00258	0.13879	53.79457	28	19

p_2, q_2 는 식 (13)에서 식 (17)을 토대로 한 NLS 방법으로 추정하였다. Matlab 프로그램을 이용하여 계수값을 추정할 때 초기치가 필요한데, m, p, q 는 이후 이분조각모형의 이분시점 t_c 를 구하기 위한 초기치로 사용되며, 이 초기치와 NLS 방법에 의거하여 <표 2>의 이분시점 t_c 와 p_1, q_1, p_2, q_2 를 도출한다.

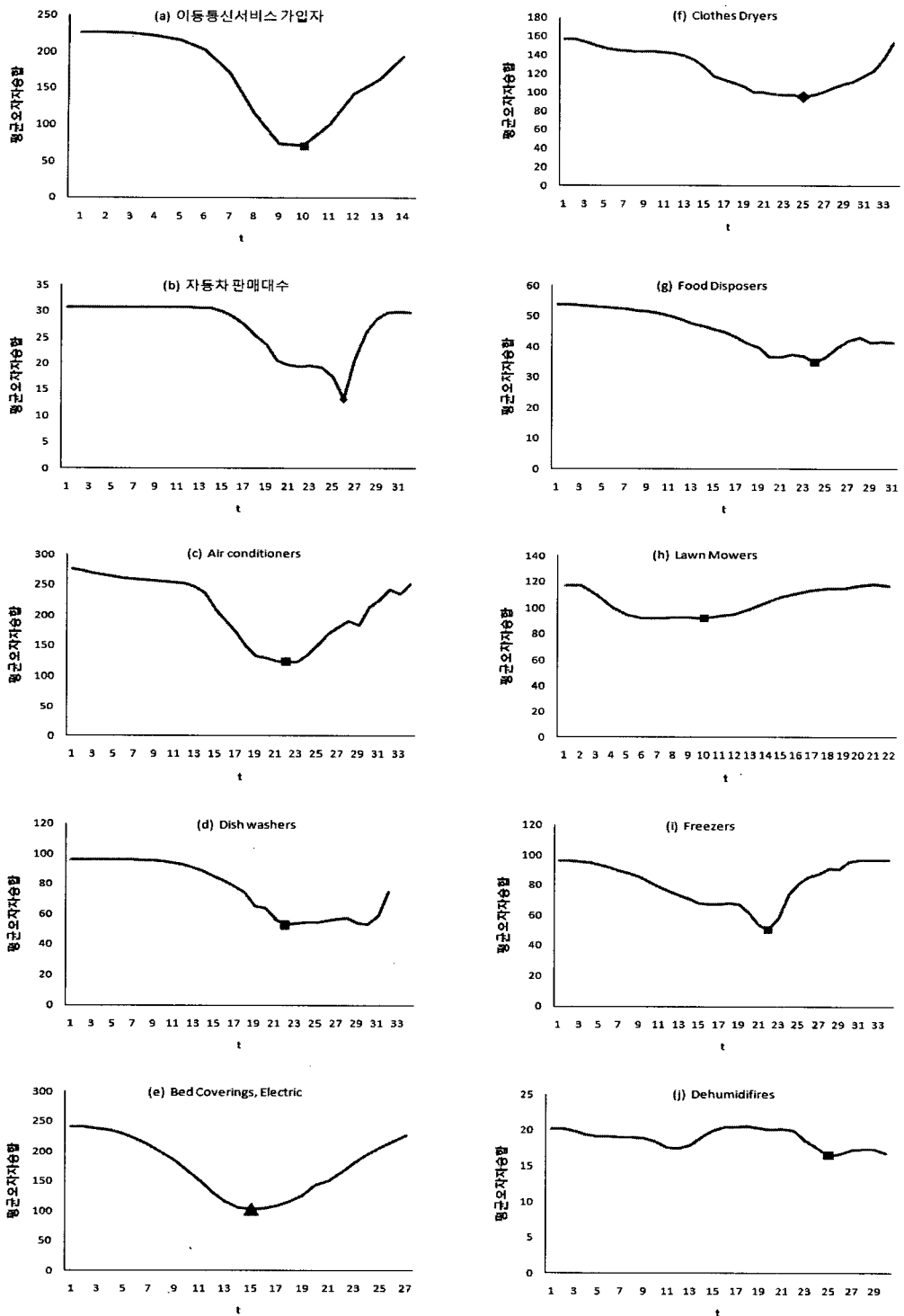
<표 1>의 값과 식 (13)에서 식 (17)을 토대로 추정한 이분시점 t_c 와 p_1, q_1, p_2, q_2 그리고 예측오차(이하 MSE)에 대한 결과는 <표 2>와 같다. 이분시점은 자동차 판매대수와 Dehumidifiers(감습장치)를 제외하면, 당기수요가 최대가 되는 시점 t^* 이전에 주로 위치하고 있는 경향을 보였고, 모방계수 q 는 주로 이분시점 이전에는 Bass 모형의 모방계수보다 크지만, 이분시점 이후에는 작은 경향을 보였다. 혁신계수 p 는 그 반대의 경향을 나타내었다. 그리고 MSE는 초기치 m, p, q 즉, 단일 계수로 추정한 예측치의 MSE와 이분시점의 m, p_1, q_1, p_2, q_2 로 도출한 예측치의 MSE를 비교했을 때, 10개 모두 이분시점의 계수로 도출한 예측치의 MSE가 작은 것을 <표 2>에서 확인할 수 있다. 이것은 이분조각모형이 Bass 모형보다 데이터의 예측 적합도면에서

좀 더 우수하다는 것을 말해준다. Bass 모형에 모수 하나를 추가하여 확장한 모형 중 대표적인 모형인 NUI(Non-Uniform Influence)모델과 비교를 위해 [6]에서 제시된 데이터를 보자.

[6]에서는 4가지 제품을 다루고 있는데, 이들 제품은 Air conditioners, Dishwashers, Clothes Dryers와 Color Television이다. 이들 중 3개가 본 논문에서 다루는 제품과 동일하므로 각각에 대한 MSE의 Bass 모형대비 감소율을 비교해보면, Air conditioners의 경우 Bass모형에 비해 NUI 모형은 48.19% MSE가 감소하였고, 이분조각모형은 56.85% 감소하였다. Dishwashers의 경우는 NUI 모형이 11.37% 감소하였고, 이분조각모형은 47.33% 감소하였다. 또한 Clothes Dryers는 NUI 모형이 19.90% 감소를 보여주고 있고, 반면에 이분조각 모형은 46.63% 감소를 보여주고 있다. 세 가지 경우 모두 이분조각모형의 데이터적합도가 NUI 모형의 데이터적합도에 비해 더 우수함을 보여주고 있다. [그림 1]에 t_c 값에 따른 MSE의 변화가 제품별로 나와 있다. 이는 t_c 가 최적의 기준점임을 보여주며 모형의 모수가 식 (13)~식 (17)에 의해 추정 가능함을 의미한다.

<표 2> 제품별 이분시점 t_c 와 모수 추정값, MSE

제품명	t_c	p_1	q_1	p_2	q_2	p_1/p_2	q_2/q_1	Bass 모형의 MSE	이분 조각 모형의 MSE	Bass 모형에 대한 이분 조각 모형의 감소율	Bass 모형에 대한 NUI 모형의 감소율
이동통신전화가입자	14	0.00000	0.86869	0.00462	0.28848	0.00000	0.332086	227.50	70.81	0.6887	-
자동차 판매대수	32	0.00010	0.25554	0.00023	0.21637	0.434783	0.846717	31.11	13.13	0.5778	-
Air conditioners	26	0.00145	0.16222	0.00494	0.09997	0.293522	0.616262	286.65	123.69	0.5685	0.4819
Dish washers	26	0.00084	0.15497	0.00160	0.12707	0.525	0.819965	99.83	52.58	0.4733	0.1137
Bed coverings, Electric	19	0.00182	0.19170	0.00530	0.10850	0.343396	0.565989	259.40	102.59	0.6045	-
Clothes Dryers	29	0.00220	0.11886	0.00368	0.08945	0.597826	0.752566	179.56	95.82	0.4664	0.1990
Food disposers	28	0.00143	0.11685	0.00179	0.10329	0.798883	0.883954	63.31	34.90	0.4488	-
Lawn Mowers	14	0.00326	0.17939	0.00485	0.12290	0.672165	0.6851	158.35	92.17	0.4179	-
Freezers	26	0.00922	0.05038	0.00635	0.08213	1.451969	1.63021	97.84	50.41	0.4848	-
Dehumidifiers	29	0.00431	0.11209	0.00219	0.14030	1.968037	1.251673	44.40	16.48	0.6288	-
평 균	24.3	0.0025	0.2211	0.0036	0.1378	0.7086	0.8385	144.795	65.258	0.5360	-

[그림 1] t_c 의 이동에 따른 제품별 MSE의 변화

5. 모형의 변환

본 논문에서 제시된 논문이 Bass 모형보다 예측 적합도에 있어서 우수한 측면이 있으나, 해석력 면에서는 간편함이 떨어진다. 즉, t_c 를 기점으로 p 와 q 가 서로 다른 값을 갖게 되므로, 제품의 외부영향계수나 내부영향계수를 어떻게 단일하게 표현하느냐의 문제가 발생한다. 특히 [22]에서는 신제품의 확산과정을 문화적 요인과 구성원의 이질성과 결부시켜 설명하는데, 이 때 q/p 가 확산과정의 패턴을 나타내는 척도로 사용되고 있다. 이 경우에도 t_c 에 따라 p 와 q 가 달라질 경우, 문제점이 발생하게 된다. 그런데 제 4장에서 분석된 데이터들의 p_1 와 q_1 를 보면 다음의 공통점이 발견됨을 알 수 있다. 즉, 10개 자료 중 t_c 에 따른 MSE의 일봉형태가 제대로 보이지 않는 감습장치를 제외하면, 모두 $p_1 < p_2$ 임을 알 수 있다. 또한 q_1 의 경우, 추가적으로 Freezers를 제외하면 8개의 자료에서 $q_1 > q_2$ 임을 알 수 있다.

이상의 관찰결과를 토대로, 우선 식 (10)의 이분 조각 모형을 보자.

$$\frac{dN(t)}{dt} = (m - N(t))(p_1 + \frac{q_1}{m}N(t)), \quad t \leq t_c \quad (18)$$

$$\frac{dN(t)}{dt} = (m - N(t))(p_2 + \frac{q_2}{m}N(t)), \quad t > t_c \quad (19)$$

이제 $p_1 < p_2$, $q_1 > q_2$ 를 가정하자. 그리고 $\frac{p_1}{p_2} = a$,

$\frac{q_1}{q_2} = b$ 라고 하자. 그러면 a 와 b 는 $[0, 1]$ 사이의 값이다. $p_1 = ap_2$ 를 식 (18)에 대입하면,

$$\frac{dN(t)}{dt} = (m - N(t))(ap_2 + \frac{q_1}{m}N(t)) \quad (20)$$

식 (20)을 펼쳐 보면,

$$\frac{dN(t)}{dt} = (m - N(t))ap_2 + (m - N(t))\frac{q_1}{m}N(t) \quad (21)$$

일반적인 Bass 모형의 형태를 만들기 위해 식

(21) 우변의 첫 항을 변환하면 다음과 같다.

$$(m - N(t))ap_2 = \{\alpha(t) \cdot m - N(t)\}p_2 \quad (22)$$

여기서, $\alpha(t) = a + (1-a)\frac{N(t)}{m}$

식 (22)를 식 (21)에 대입하면,

$$\begin{aligned} \frac{dN(t)}{dt} &= (\alpha(t) \cdot m - N(t))p_2 \\ &\quad + (\alpha(t) \cdot m - N(t))\frac{q_1}{am}N(t) \end{aligned} \quad (23)$$

$$= (\alpha(t) \cdot m - N(t))(p_2 + \frac{q_1}{am}N(t)) \quad (24)$$

이제 식 (19)에 $q_2 = bq_1$ 을 대입하면,

$$\frac{dN(t)}{dt} = (m - N(t))(p_2 + \frac{bq_1}{am}N(t)) \quad (25)$$

식 (24)와 식 (25)를 보면, $p_2 = p$, $q_1 = q$ 로 두게 되면, 두 개의 식을 다음과 같이 단일하게 표현할 수 있다.

$$\frac{dN(t)}{dt} = (\alpha(t) \cdot m - N(t))(p + \frac{\beta(t)q}{m}N(t)) \quad (26)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= a + (1-a)\frac{N(t)}{m}, \quad t \leq t_c \\ &= 1, \quad t > t_c \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta(t) &= \frac{1}{a}, \quad t \leq t_c \\ &= b, \quad t > t_c \end{aligned}$$

식 (26)은 식 (18)과 식 (19)에 비해 해석상의 장점을 지니고 있다. 우선 모형의 확산과정을 나타내는데 있어, 외부영향계수와 내부영향계수를 단일모수인 p , q 로 사용할 수 있다. 또한 $\alpha(t)$ 는 가격이나 소득 등에 있어, 시점 t 에 제품의 구입여력이 있는 계층의 비율을 나타낸다고 볼 수 있다.

이는 [7, 15]에서 준비된 잠재 고객수(number of ready potential adopters)나 구입 자격이 있는 고객

(eligible individual)으로 표현되어 있다.

그리고 $\beta(t)$ 는 제품 구매를 고려하는 개인이 기존 구매자를 만날 가능성을 보정해 주는 요소로 해석할 수 있다. 사실 제품이 출시되는 초기에는 혁신자와 초기 채택자 등 소수만이 제품 구매에 관심을 갖고 있으므로 잠재 고객의 크기도 적을 것이다. 이러한 현상이 $\beta(t)$ 를 곱함으로써 m 을 am 으로 줄여주는 것이다. 또한 후기에는(즉, t_c 이후) 제품 채택자수가 매우 증가할 것이다.

그러나 제품 구매자 수가 일정 정도 이상 증가해도 한 개인의 네트워크 크기는 제한되어 있으므로 [19], 그가 영향을 받는 구매자 수 또한 $N(t)$ 에 따라 무조건적으로 늘어나는 것이 아니라 일정정도 제한이 주어질 것이고, 이는 $bN(t)$ 로 표현된다고 할 수 있다.

[13, 22]를 보면, 신제품 확산을 추동시키는 주된 힘이 소비자 간에 서로 영향을 주고받는 상호의존성이나 아니면 소비자 이질성이나에 대한 논쟁이 가장 큰 주요 논쟁임을 지적하고 있다. 물론 [13, 22]에서 논하고 있듯이 두 요소가 모두 신제품 확산을 추동시키는 주된 요소들이다. 문제는 이 두 요소 중 어느 요소가 어느 정도의 영향력을 끼치는지를 파악할 수 있는 모형이 부재하다는 것이다. 식 (26)은 이러한 두 요소를 분리해서 측정하는 모형의 시발점이 될 수 있다.

즉, 고객 간의 상호의존성이 확산과정에 미치는 영향은 p 와 q 로 그리고 고객들의 이질성이 확산과정에 미치는 영향은 $\alpha(t)$ 와 $\beta(t)$ 로 나타내는 것이다. 본 모형으로 데이터를 표현할 때, 즉, p_1 과 p_2 그리고 q_1 과 q_2 가 차이가 많이 날 때, 고객이질성이 크다는 정보를 얻을 수 있고, q_1/p_2 을 확산모형의 q/p 로 해석하여, 이 값이 클수록 채택자수에 의한 영향이 크다는 것을 알 수 있다.

6. 결론 및 추후 연구방향

본 논문에서 우리는 Bass 확산 모형을 확장한 새로운 확산 모형을 제시하였다. 이 모형은 신제품 채

택자 집단의 이질성을 수용하고 가격이나 광고비 지출 등의 외생변수의 반영정도를 높이는 모형이라고 할 수 있다. 또한 본 논문에서 이러한 모형의 모수추정을 위해 모형의 단순화된 형태인 이분 조각 모형을 제시하였다. 이분 조각 모형의 모수는 NLS 방법을 사용하여 추정하였고, 실제 데이터 분석을 통해 혁신계수와 모방계수뿐 아니라 이분시점 또한 추정 가능성이 입증되었다. 확산모형에 관한 국내 사례 2개와 해외 사례 8개를 분석한 결과는 다음과 같다.

첫째, 한 가지 경우를 제외하면 MSE가 이분시점 t_c 를 중심으로 일봉형태를 보였다. 둘째, 이분시점 t_c 은 두 가지 경우를 제외하면, 당기수요가 최대가 되는 시점 t^* 이전에 위치하고 있다. 셋째, 모방계수 q 는 주로 이분시점 이전에는 Bass 모형의 모방계수보다 크지만, 이분시점 이후에는 작은 경향을 보였다. 혁신계수 p 는 그 반대의 경향을 나타내었다. 넷째, m , p , q 즉, 단일 모수로 추정한 예측치들의 MSE, 이분시점과 m , p_1 , q_1 , p_2 , q_2 로 도출한 예측치들의 MSE를 비교했을 때, 10개 모두 이분시점의 모수로 도출한 예측치들의 MSE가 작았다. 이것은 이분조각모형이 Bass 모형보다 데이터의 적합도 면에서 좀 더 우수하다는 것을 말해준다. 또한 Bass 모형의 확장모델중 대표적인 모델인 NUI 모델과 비교했을 때도 데이터 적합도면에서 더 우수함을 보여주었다. 따라서 신제품 수요예측을 비교유추법으로 할 경우, 주로 유사한 제품의 확산계수 p , q 를 사용하는 데, 이를 본 논문이 제시한 모형의 확산계수 p_1 , q_1 , p_2 , q_2 , t_c 로 대체하는 것이 예측력을 높이는 결과를 가져올 것이다. 한편 모형의 해석력을 높이기 위해 두 개의 혁신계수와 모방계수를 각각 하나로 통일하되 잠재적 고객 수를 도입하는 모형이 제시되었다. 그 결과 두 개의 혁신 계수의 차이가 클수록, 또 두 개의 모방 계수의 차이가 클수록 고객의 이질성이 크다는 사실이 도출되었다.

본 논문의 한계는 다음과 같다. 수요예측의 측면에서 수요 데이터 수가 적을 경우, 모수 추정의 문제로 인해 본 논문은 적용상의 한계를 갖고 있다.

수요예측에 본 모형을 활용하고자 할 때에는, 데이터 수가 적은 이륙기나 성장기보다는, 데이터 수가 누적된 성숙기나 쇠퇴기에 더 적합하다는 것이다. 특히 [5]에서는 다음 세대의 제품을 언제 어느 규모로 준비해야하느냐 하는 측면에서 현 세대 제품의 쇠퇴기에서의 수요추정도 나름대로 중요함을 갖고 있음을 지적하고 있다. 둘째, 최근 활발히 연구가 수행되고 있는 이분 시장 확산모형[14, 23]과 본 논문의 모형의 비교가 충분히 수행되지 못하였다. 이들 논문이 이분 시장 구조를 전제하고 안부점(saddle point)이나, CD-time(change-dominance time)을 구하는 데 집중하고 있기 때문에 비교가 어려운 측면도 있고, 적합도를 다루는 논문도 이분 시장 구조가 현저한 의약품이나 음반제품에 초점을 맞추고 있기에 비교가 어려운 측면이 있다.

추후 연구방향은 두 가지가 있다. 하나는 이분 조각 모형을 확장하여 삼분 혹은 사분 조각모형을 고려하는 것이다. 이 경우 분할 단위의 수가 늘어나면 혁신계수와 모방계수의 시간에 따라 변하는 부분의 근사화의 정도가 높아지나 추정 시 사용되는 데이터의 수가 줄어들어 추정의 신뢰도가 떨어지며 오차항에 지나치게 민감하게 반응하는 과잉맞춤(overfitting) 현상이 발생하는 단점이 있다. 추후 연구논문에서는 이 둘의 상쇄관계가 제대로 다루어져야 할 것이다. 또 다른 연구주제는 신제품 채택자의 이질성 정도와 본 논문의 이질성 척도와와의 상관성을 다양한 자료를 토대로 다루는 것이다.

참 고 문 헌

- [1] 박상준, 신창훈, "확산과정에서의 세 번째 의사전 달경로", 「한국마케팅저널」, 제8권, 제3호(2006), pp.1-11.
- [2] 박윤서, "Hazard 함수를 이용한 종속적 신상품 수요확산모형 개발에 관한 연구", 「마케팅연구」, 제20권, 제3호(2005), pp.119-137.
- [3] Bass, F.M., "A new-product growth model for consumer durables," *Management science*, Vol.15(1969), pp.215-227.
- [4] Bass, F.M., V.K. Trichy, and C.J. Dipak, "Why the Bass Model Fits without Decision Variables," *Marketing Science*, Vol.13, No.3 (1994), pp.203-223.
- [5] Deepa, C. and J.T. Gerard, "A Critical Review of Marketing Research on Diffusion of New Products," *Review of Marketing Research*, Vol.3(2004), pp.39-80.
- [6] Easingwood, C.J., V. Mahajan, and E. Muller, "A Nonuniform Influence Innovation Diffusion Model of New Product Acceptance," *Marketing Science*, Vol.2, No.3(1983), pp.273-295.
- [7] Horsky, D., "Adiffusion model incorporating product benefits, price, income and information," *Marketing Science*, Vol.9(1990), pp. 342-365.
- [8] Jiang, Z. and F.M. Bass, "Virtual Bass Model and the left-hand data-truncation bias in diffusion of innovation studies," *International Journal of Research in Marketing*, Vol.23, No.1(2006), pp.93-106.
- [9] Jun, D.B. and Y.S. Park, "A choice-based diffusion model for multiple generations of products," *Technological Forecasting and Social Change*, Vol.61(1999), pp.45-58.
- [10] Kalish, S., G.L. Lilien, "Models of new product diffusion current status and research agenda," working paper, MIT Energy LAB, 1979.
- [11] Mahajan, V., E. Muller, and R. Srivastava, "Determination of Adopter Categories Using Innovation Diffusion Models," *Journal of Marketing Research*, Vol.27(1990), pp.37-50.
- [12] Mahajan, V., E. Muller, and F.M. Bass, "New product diffusion models in marketing : a review and directions for research," *Journal of*

- marketing*, Vol.54(1990), pp.1-26.
- [13] Muller, E., R. Peres, and V. Mahajan "Innovation Diffusion and New Product Growth : Beyond Interpersonal Communications," Working Paper, 2007.
- [14] Muller, E. and G. Yogev, "When does the majority become a majority? Empirical analysis of the time at which main market adopters purchase the bulk of our sales," Vol.73, No.9, *Technological Forecasting and Social Change*, (2006), pp.1107-1120.
- [15] Niu, S.C., "A piecewise-diffusion model of new-product demands," *Operation Research*, Vol.54, No.4(2003), pp.678-695.
- [16] Park, S.J. and P.B. Seetharaman, "Which Stage of the Consumer's New Product Adoption Process follows the Bass Model? An Empirical Exploration," Free Press, Houston, 2005.
- [17] Radas, S., "Diffusion Models in Marketing: How to Incorporate the Effect of External Influence?," working paper, The Institute of Economics, Zagreb, 2005.
- [18] Rogers, E.M., "Diffusion of innovations," 5th edition, The Free Press New York, 1985.
- [19] Shaikh, N.I., A. Rangaswamy, and A. Balakrishnan, "Modeling the diffusion of innovations using small-world networks," working paper, Penn State University, 2005.
- [20] Srinivasan, V. and C.H. Mason, "Nonlinear Least Squares Estimation of New Product Diffusion Models," *Marketing Science*, Vol.5, No.2(1986), pp.169-178.
- [21] Tanny, S.M., N.A. Derzko, "Innovators and imitators in innovation diffusion modelling," *Journal of Forecasting*, Vol.7, No.4(1988), pp. 225-234.
- [22] Van den Bulte, C. and S. Stefan, "Social Contagion and Income Heterogeneity in New Product Diffusion : A Meta-Analytic Test," *Marketing Science*, Vol.23, No.4(2004), pp.530-544.
- [23] Van den Bulte, C. and Y.V. Joshi, "New Product Diffusion with Influentials and Imitators," *Marketing Science*, Vol.26, No.3(2007), pp.400-421.
- [24] Young, H.P., "Innovation Diffusion in Heterogeneous Populations," Center on Social and Economic Dynamics Working Paper, Brookings Institution, 2006.