

영상의 잡음 감소를 위한 적응 RLR L-필터

김수용[†], 배성호^{**}

요 약

본 논문에서는 로버스트 통계학의 순위 추정을 기반으로 하고 순서통계학의 L-추정자를 이용한 적응 순환 최소 순위(RLR) L-필터를 제안한다. 제안한 RLR-L 필터는 비선형 적응알고리즘을 가진 비선형 적응 필터로서 오차의 분산추정을 최소화하는 관점의 최적 필터로 가변적인 스텝 크기를 가지며 적응한다. 제안한 필터는 영상신호와 같은 비정제 신호나 가우시안 잡음 또는 임펄스 잡음과 같은 비선형 채널에 적합하다.

An Adaptive RLR L-Filter for Noise Reduction in Images

Soo-Yong Kim[†], Sung-Ho Bae^{**}

ABSTRACT

We propose an adaptive Recursive Least Rank(RLR) L-filter which uses an L-estimator in order statistics and is based on rank estimate in robust statistics. The proposed RLR L-filter is a non-linear adaptive filter using non-linear adaptive algorithm and adapts itself to optimal filter in the sense of least dispersion measure of errors with non-homogeneous step size. Therefore the filter may be suitable for applications when the transmission channel is nonlinear channels such as Gaussian noise or impulsive noise, or when the signal is non-stationary such as image signal.

Key words: Adaptive Filter(적응 필터), Rank Estimate(순위 추정), Noise Reduction(잡음 감소)

1. 서 론

지금까지 다양한 종류의 적응 필터들이 연구되었으며 이들은 신호처리분야 중 주파수 대역이 서로 겹치는 신호와 잡음의 혼합신호에서 잡음의 제거, 적응 beamform 안테나, 지진파 연구, 시스템 인식(system identification), 채널 등화(channel equalization), 전화(phone) 채널에서의 반향 제거(echo cancelation) 등 여러 분야에 널리 응용되어 왔다. 가장 널리 알려진 적응필터의 구조는 유한 임펄스 응답(FIR)이나 격자(lattice) 필터와 같은 선형 필터이다. 그러나 이러한 선형 필터들은 전송 채널이 비선형인 경우나 잡음이 임펄스형인 경우 또는 영상신호와 같

은 비정제(non-stationary) 신호의 처리에 다소 불리한 특성이 있다.

이러한 경우에 선형필터의 대안으로 여러 가지 비선형 필터 기법들이 제안되었으며 그중 가장 널리 알려진 비선형 필터가 순서통계학(order statistics)을 기초로 하는 순서 통계량 필터들이다[1-5]. 이러한 필터는 입력 데이터들을 크기순으로 정렬하는 개념을 사용하며 순서 통계량 필터 중 매디안 필터는 경계를 보존하는 특성이 있고 임펄스잡음에 최적인 필터이다. 순서 통계량 필터중 L-필터는 L-추정자(L-estimator)에 기초를 두고 있으며 이의 출력은 입력들을 오름차순으로 정렬한 순서 통계량의 선형조합으로 정의된다. L-필터는 잘 정의된 설계 기법으

※ 교신저자(Corresponding Author): 배성호, 주소: 부산광역시 남구 신선로 179 (608-711), 전화: 051)629-1212, FAX: 051)629-1209, E-mail: baesh@tu.ac.kr
접수일: 2008년 9월 1일, 완료일: 2008년 10월 7일

[†] 창신대학 항공메카트로닉스와 부교수
(E-mail: sykim@csc.ac.kr)

^{**} 정회원, 동명대학교 멀티미디어공학과 부교수

로 인해 디지털 신호처리와 영상 처리 분야에서 널리 응용되고 있다. L-필터의 설계를 위해 필터의 출력과 원신호와의 평균자승오차를 최소화함에 있어서 비반복적인 방법을 택할 경우 순서 통계량들의 joint 누적분포함수와 marginal 누적분포함수를 구하는 과정이 힘들기 때문에 거의 대부분의 방법들이 반복적인 갱신에 의해 최적의 필터로 적응해 가는 방법을 택하고 있다.

영상신호는 완전한 비정체 신호로 영상의 각 부분은 모두 다른 통계적 특성을 가진다고 할 수 있으므로 영상의 국부 통계량(local statistic)에 따라 국부적으로 처리하는 기법이 널리 사용되고 있다. 잘 알려진 예로, 영상의 밝기가 균등한 부분은 잡음을 강력히 제거하고 밝기가 급속히 변하는 경계부분은 잡음 제거보다는 경계의 보존에 치중하여 필터처리를 해야 한다. 이러한 목적에 따라 현재 처리하고자 하는 화소가 밝기가 균등한 부분에 속하는가 또는 경계부분에 속하는가를 국부 통계량으로써 결정하여 처리를 다르게 하는 decision directed 적응 필터와 같은 종류가 있다. 그러나 이러한 필터들은 오차를 최소화하는 통계학이나 수학적인 방법에 의해 필터계수를 갱신하는 것이 아니라 즉흥적이고 경험적인 방법에 의해 필터계수를 다르게 선택한다는 단점을 지니고 있다. 그래서 최소평균자승(least mean square: LMS)이나 순환최소자승(recursive least square: RLS)과 같은 선형 적응 신호처리 기법들을 도입한 적응 L-필터들이 제안되고 있다[6].

본 논문에서는 비선형 적응 L-필터에 기존의 선형 적응 알고리즘을 사용하는 대신 로버스트(robust) 통계학의 순위추정[7](rank estimates)을 기초로 하여 steepest descent 방법을 사용한 새로운 비선형 적응 알고리즘인 RLR(recursive least rank) 알고리즘을 제안하였다. 제안한 RLR-L 필터를 가우시안과 임펄스 잡음이 혼합된 영상에 대하여 실험하였으며 대표적인 선형 적응 알고리즘인 정규화된 LMS 알고리즘을 이용한 LMS-L 필터와 성능을 비교 분석하여 제안한 필터의 성능을 평가하였다.

2. 제안한 적응 RLR L-필터

순서 통계학의 순위추정을 기초로 하는 비선형 적응 알고리즘인 RLR L-필터를 정의하기 위하여 L-

필터계수 W 와 입력벡터 X 를 다음과 같이 정의한다.

$$W(n) = [w_1(n) \ w_2(n) \ \dots \ w_M(n)]^T \quad (1)$$

$$X(n) = [x_{<1>}(n) \ x_{<2>}(n) \ \dots \ x_{<M>}(n)]^T \quad (2)$$

여기서 M 은 L-필터의 크기로 $M=2L+1$ 로 나타내며 $X(n)$ 은 입력 데이터 $\{x(n-L), x(n-L+1), \dots, x(n-1), x(n), x(n+1), \dots, x(n+L-1), x(n+L)\}$ 를 오름차순으로 정렬한 순서통계량 $x_{<1>}(n) < x_{<2>}(n) < \dots < x_{<M>}(n)$ 을 요소로 하는 $M \times 1$ 입력벡터이다.

최적의 필터계수로의 적응을 위해 사용하는 오차 신호는 기대응답 d 와 필터출력 y 의 오차로

$$e(n) = d(n) - y(n) = d(n) - W^T(n) X(n) \quad (3)$$

과 같이 정의된다. 이러한 오차들의 자승의 평균을 최소로 하는 필터계수가 MSE 측면에서 최적의 필터이지만 순위추정에서는 이러한 오차들의 값과 순위를 이용한 Jaeckel[8]이 제안한 식 (4)의 분산추정 D 를 최소로 하는 필터계수를 구하게 된다.

$$D = \sum_{i=1}^N a(R_i) e(i) \quad (4)$$

여기서 N 은 전체 데이터의 개수이며 R_i 는 $e(1), e(2), \dots, e(N)$ 의 오름차순으로 정렬한 순서 통계량 $e_{<1>} \leq e_{<2>} \leq \dots \leq e_{<N>}$ 중 $e(i)$ 의 순위이며, $a(\cdot)$ 는 Wilcoxon score 함수 $a(z) = \phi(z/(N+1))$, $\phi(v) = \sqrt{12}(v-0.5)$ 이다. 필터계수벡터 W 의 함수로서의 분산추정 D 는 음이 아닌 연속의 하향 볼록(lower convex) 함수로서 최소값을 가지므로 비용함수가 가져야 할 특성을 만족한다[8]. 또한 오차벡터의 함수로서의 분산추정 D 는 기함수이고 오차의 평균값에 영향을 받지 않는 위치 불변(location invariant)인 특성을 지니며 오차에 대한 이차함수의 특성을 가지는 오차자승합이나 평균자승오차 등과는 달리 오차에 대한 일차함수의 특성을 가지므로 다른 오차들의 통계적 특성과 거리가 먼 이상점(outlier)에 의한 영향을 적게 받는 강인한 특성을 지니게 된다. Jaeckel의 순위 추정치는 필터계수벡터 W 의 함수인 $D(W)$ 를 최소화하는 값(W)이다. 그러나 전체 데이터를 이용한 분산추정을 구하는 것은 매순간 변하는 신호들의 특성을 추정하는 적응 필터의 특성에 오히려 방해가 되는 요인이므로 크기 $2P+1$ 인 창을 설정하고 현재까지 입력된 신호들만을

이용하여 창 내에서의 오차를 구한다. 창 내에서의 오차들을 이용하여 다음과 같은 순시 분산측정과 이것의 음의 편미분인 순시 기울기 벡터를 추정한다.

$$e_i(n) = d(n+i) - W^T(n)X(n) \text{ for } i = -P, -P+1, \dots, P-1, P \quad (5)$$

여기서 오차창(error window)의 크기는 $T=2P+1$ 로 나타낸다. 창 내의 오차들을 이용하여 순시 분산 측정 D 와 순시 기울기 벡터 S 를 구하면

$$D(n) = \sum_{i=-P}^P a(R_i) e_i(n) \quad (6)$$

$$S(n) = -\frac{\partial D(n)}{\partial W(n)} = -\sum_{i=-P}^P a(R_i) [-X(n+i)] \begin{bmatrix} \sum_{i=-P}^P a(R_i) x_{<1>(n+i)} \\ \sum_{i=-P}^P a(R_i) x_{<2>(n+i)} \\ \vdots \\ \sum_{i=-P}^P a(R_i) x_{<M>(n+i)} \end{bmatrix} \quad (7)$$

과 같고 여기서 R_i 는 $e_{-P}(n), \dots, e_0(n), \dots, e_P(n)$ 를 오름차순으로 정렬한 순서 통계량 $e_{<1>(n)} \leq e_{<2>(n)} \leq \dots \leq e_{<T>(n)}$ 중 $e_i(n)$ 의 순위이다.

순시 기울기 벡터를 이용하여 필터계수를 갱신하며 최적의 필터계수로 접근하기 위한 수렴비는 고정형[5]과 가변형이 있으나 본 논문에서는 다음과 같은 가변적인 수렴비 $u(n)$ 을 제안한다.

$$\hat{r}(n) = \frac{\sqrt{12}}{T\Delta} + \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{T(T-1)}\Delta} \sum_{i=P}^{P-2} \sum_{j=i}^{P-1} h\left(\sqrt{T} \frac{e_i(n) - e_j(n)}{\Delta}\right) \quad (8)$$

If $-0.5 < v \leq 0.5$, then $h(v) = 1$, else $h(v) = 0$,

$$u(n) = \frac{u_0}{\hat{r}(n) \text{TR}[A(n)A^T(n)]}, \quad 0 < u_0 \leq \frac{2}{3} \quad (9)$$

$$A(n) = [X(n-L) \ \dots \ X(n) \ \dots \ X(n+L)]^T$$

여기서 Δ 는 inter-quartile range로서 $\Delta = 4.11(e_{<0.75T>(n)} - e_{<0.25T>(n)})$ 로 정의되며 $e_{<0.75T>(n)}$ 과 $e_{<0.25T>(n)}$ 은 $e_{-P}(n), \dots, e_0(n), \dots, e_P(n)$ 의 순서통계량 $e_{<1>(n)} \leq e_{<2>(n)} \leq \dots \leq e_{<T>(n)}$ 중 25%와 75% 순위의 샘플에 해당한다[9]. $A(n)A^T(n)$ 는 입력벡터의 시

평균 공분산 행렬에 해당하며 $\text{TR}[\cdot]$ 은 행렬의 대각 성분들의 총합인 trace를 나타낸다.

순시 기울기 벡터 S 와 가변 수렴비 u 를 이용하여 다음과 같이 L-필터 계수를 갱신하는 순환 방정식을 정의한다.

$$W(n+1) = W(n) + u(n)S(n) \quad (10)$$

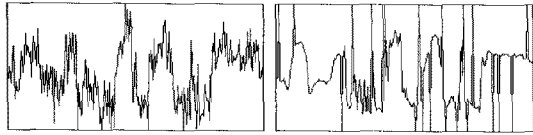
식(5), (7), (8) 및 (10)으로 정의된 RLR L-필터는 순위추정을 사용하므로, 기존의 적응 알고리즘이 신호나 잡음에 관한 확률분포 또는 특성을 미리 알고 있다는 가정 하에서 제한된 조건으로부터 해를 구하는 방법과는 달리 신호나 잡음의 확률분포함수나 통계적 특성을 모수(parameter)로 필요로 하지 않는다. 따라서 RLR L-필터는 선형 적응 알고리즘을 사용한 L-필터 보다 영상신호나 잡음의 통계적 특성에 영향을 적게 받는 강인한 성질을 가진다.

분산측정은 오차의 순위를 이용하는 비선형 식이므로 이를 선형식으로 근사화[10]하고, 입력은 평균이 0인 가우시안 랜덤 프로세스로 가정하며, 기존의 LMS 알고리즘의 해석에 이용된 독립가정[11,12] (independence assumption) 및 해석방법을 도입하여 제안한 알고리즘의 수렴성을 확인할 수 있다.

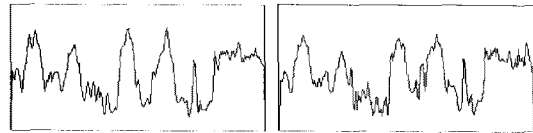
3. 실험 및 결과

실험에서는 잡음이 혼합된 입력영상을 다시 참조 영상으로 사용하여 출력영상의 에너지를 최소로 하는 방향으로 적용하게 하였다. 그림 1의 (a)는 Lena 원영상에 표준편차가 30인 가우시안 잡음이 혼합된 영상이며, (b)는 전체 화소의 10%의 임펄스 잡음이 혼합된 영상을 나타낸다. 그림 2의 (a)는 그림 1의 (a)의 LMS-L 필터의 결과를 나타내며, (b)는 그림 1의 (a)의 RLR-L 필터의 결과를 나타낸다. 그림 2의 (c)는 그림 1의 (b)의 LMS-L 필터의 결과를 나타내며, (d)는 그림 1의 (b)의 RLR-L 필터의 결과를 나타낸다. 그림에서 1차원 그래프는 영상의 128번째 행을 나타내고 있다. 제안한 방법의 성능에 대한 평가를 수치로 나타내기 위하여 식 (11)과 같은 noise reduction(NR) index를 사용하였다.

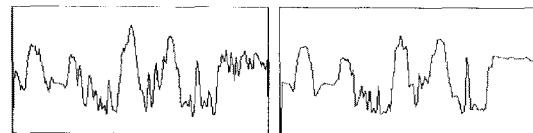
$$NR = 10 \log \frac{\sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{L-1} (y(i, j) - d(i, j))^2}{\sum_{i=0}^{K-1} \sum_{j=0}^{L-1} (x(i, j) - d(i, j))^2} \quad (11)$$



(a) 가우시안($\sigma=30$) 잡음 영상 (b) 임펄스(10%) 잡음 영상
그림 1. 가우시안($\sigma=30$) 잡음영상과 임펄스(10%) 잡음영상



(a) 그림 1. (a)의 LMS-L 필터 결과 (b) 그림 1. (a)의 RLR-L 필터 결과



(c) 그림 1. (b)의 LMS-L 필터 결과 (d) 그림 1. (b)의 RLR-L 필터 결과

그림 2. 잡음 영상에 대한 처리 결과

표 1. 결과영상의 Noise Reduction Index

잡 음	LMS L-Filter	Proposed RLR L-Filter
가우시안	-2.80 dB	-5.16 dB
임 펄 스	-4.06 dB	-10.38 dB

여기서 y 는 출력 영상, d 는 원영상을 x 는 잡음이 혼합된 입력영상을 나타내며 Lena 영상에 대한 NR 결과를 표 1에 나타내었다.

표 1과 그림 2의 결과에서 알 수 있듯이 제안한 RLR-L 필터가 LMS-L 필터보다 가우시안 잡음은 2.3 dB, 임펄스 잡음은 5.22 dB 우수하여 임펄스 잡음에 보다 더 우수한 성능을 나타낸다. 영상 처리 순서는 첫행의 첫열에 있는 화소부터 끝행의 끝열에 있는 화소까지 왼쪽에서 오른쪽으로 위에서 아래로 처리하며, 채널이나 잡음에 적응하여 필터계수가 안정화되기 위해서는 적응 과정이 필요하므로 마지막 화소를 처리한 후 다시 역순으로 첫 화소까지 한번 더 처리하는 방법을 사용하였다. 필터의 입력과 RLR-L 필터의 오차창의 형태는 처리하고자 하는 화소를 중심으로 3×3 크기의 정방형의 주변 화소들로 하였다.

4. 결 론

본 논문에서는 비선형 적응 L-필터에 기존의 선형 적응 알고리즘을 사용하는 대신 로버스트 통계학의 순위추정에 기반한 새로운 비선형 적응 RLR 알고리즘을 제안하였다. 제안한 RLR-L 필터를 가우시안과 임펄스 잡음이 혼합된 영상에 대하여 잡음을 감소시키기 위한 필터로 적용한 결과, 정규화된 LMS 알고리즘 보다 잡음 감소에 우수한 성능을 나타내었다. 이는 제안한 RLR 알고리즘의 강인성으로 인해 비정체 신호인 영상신호 처리에 유용함을 나타낸다.

참 고 문 헌

- [1] F. Palmieri and C. G. Boncelet, Jr., "A class of adaptive nonlinear filters," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, New York, pp. 1483-1486, 1988.
- [2] I. Pitas and A. N. Venetsanopoulos, "Adaptive filters based on order statistics," *IEEE Trans.*

Signal Processing, Vol.39, No.2, pp. 518-522, Feb. 1991.

[3] P. M. Clarkson and G. A. Williamson, "Constrained adaptive order statistic filter for minimum variance signal estimation," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol. IV, San Francisco, CA, pp. 253-256, 1992.

[4] G. A. Williamson and P. M. Clarkson, "On signal recovery with adaptive order statistic filters," *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 40, No.10, pp. 2622-2626, Oct. 1992.

[5] 김수용, "등급추정을 이용한 적응 순서통계 필터," *경북대학교 석사학위논문*, Feb. 1993.

[6] C. Kotropoulos and I. Pitas, "An Adaptive LMS L-filters for Noise Suppression in Images," *IEEE Trans. Image Processing*, Vol.5, No.12, Dec. 1996.

[7] J. Hajek and Z. Sidak, *Theory of rank tests*, Academic Press, New York, 1967.

[8] L. A. Jaeckel, "Estimating regression coefficients by minimizing the dispersion of the residuals," *The annals of Mathematical Statistics*, Vol.43, No.5, pp. 1449-1458, 1972.

[9] T. P. Hettmansperger, *Statistical inference based on ranks*, John Wiley & Sons, Inc, 1984.

[10] J. Jureckova, "Nonparametric estimate of regression coefficients," *The annals of Mathematical Statistics*, Vol.42, No.4, pp. 1328-1338, 1971.

[11] S. Haykin, *Adaptive filter theory: Second Edition*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.

[12] Dirk T. M. Slock, "On the convergence behavior of the LMS and the normalized LMS algorithms," *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol.41, No.9, pp. 2811-2825, Sep. 1993.



김 수 용

1989년 2월 경북대학교 전자공학과 학사
 1993년 2월 경북대학교 전자공학과 석사
 1995년 2월 경북대학교 전자공학과 박사수료
 1995년 3월~1997년 2월 경북대학교 조교

1997년 3월~현재 창신대학 항공메카트로닉스와 부교수
 관심분야 : 적응신호처리, 영상처리, 컴퓨터비전



배 성 호

1991년 2월 경북대학교 전자공학과 학사
 1993년 2월 경북대학교 전자공학과 석사
 1997년 8월 경북대학교 전자공학과 박사
 1998년 8월~1999년 8월 삼성전자 책임연구원

1999년 9월~현재 동명대학교 멀티미디어공학과 부교수
 관심분야 : 영상처리, 신호처리, 컴퓨터비전