한국지반환경공학회 논문집
제10권 제5호 2009년 8월 pp. 49~57

Levenberg-Marquardt 알고리즘의 지반공학 적용성 평가

Evaluation for Applications of the Levenberg-Marquardt Algorithm in Geotechnical Engineering

김 영 수[1] · 김 대 만†
Kim, Youngsu · Kim, Daeman

ABSTRACT : In this study, one of the complicated geotechnical problem, compression index was predicted by a artificial neural network method of Levenberg-Marquardt (LM) algorithm. Predicted values were compared and evaluated by the results of the Back Propagation (BP) method, which is used extensively in geotechnical engineering. Also two different results were compared with experimental values estimated by verified experimental methods in order to evaluate the accuracy of each method. The results from experimental method generally showed higher error than the results of both artificial neural network method. The predicted compression index by LM algorithm showed better comprehensive results than BP algorithm in terms of convergence, but accuracy was similar each other.

Keywords : Artificial neural network, Levenberg-Marquardt algorithm, Back propagation algorithm, Compression index

요 지 : 본 연구에서는 Levenberg-Marquardt(LM) 알고리즘 인공신경망을 통하여 지반공학 문제 중의 하나인 압축지수를 예측하였고, 예측된 결과는 현재 지반공학에 널리 사용되고 있는 Back Propagation(BP) 알고리즘 인공신경망의 예측 결과와 비교하여 LM 알고리즘의 지반공학 적용성을 평가하였다. 또한 두 알고리즘에 의한 예측치는 기존에 제안된 압축지수의 경험식들에 의하여 산정된 결과들과 비교를 통하여 예측결과의 정확성을 확인하였다. 경험식에 의한 압축지수의 산정치는 전반적으로 BP 알고리즘과 LM 알고리즘 인공신경망에 의한 예측치에 비하여 더 큰 오차를 나타냈다. LM 알고리즘에 의한 압축지수의 예측치는 BP 알고리즘의 예측치와 비교할 때 정확도는 비슷하나 수렴속도에서 더 좋은 결과를 보여 LM 알고리즘의 지반공학 적용성은 우수한 것으로 나타났다.

주요어 : 인공신경망, Levenberg-Marquardt 알고리즘, Back Propagation 알고리즘, 압축지수

1. 서 론

지반공학 문제 해결에서 가장 많이 사용되고 인공신경망은 역전파(back propagation, BP) 알고리즘이며, 많은 연구와 검증을 통해 적용가능성을 확인하였다. 역전파 알고리즘의 기본 원리는 입력층의 각 노드에 입력패턴을 주면, 이 신호가 각 노드에서 변화되어 중간층에 전달되고 최후에 출력층에서 신호를 출력하게 된다. 이 출력값과 목표값을 비교하여 오차를 줄여나가는 방향으로 연결강도를 조절하고, 상위층에서 역전파하여 하위층에서는 이를 근거로 다시 자기층의 연결강도를 조정해 나간다.

그러나 기본적인 BP 알고리즘을 이용하면 많은 시간이 걸리는 단점이 있다. 그래서 좀 더 빠른 수렴을 위해 두 가지 방법이 고려되었는데, 첫 번째 방법이 학습율과 모멘텀을 다양하게 해서 적용시키는 것이고, 두 번째가 수치적인 최적화 방법이다. 첫 번째 방법은 BPNN(Back-Propagation Neural Network)이라는 방법이며 현재 많이 사용되고 있는 방법이다(이인모 등, 1997; 이윤규 등, 2000). 그리고 수치적인 최적화 방법은 오랫동안 연구가 행하여졌지만 현재 다중 퍼셉트론에서 쓰이는 방법으로는 켤레경사(conjugate gradient) 알고리즘과 유사 뉴턴(Quasi-Newton) 알고리즘이 있다. 본 연구에서는 유사 뉴턴 방법 중 Levenberg-Marquardt(LM)알고리즘이 지반공학적 문제 해석에 이용가능한 지를 살펴보았다. 먼저 검증을 위하여 sine 곡선으로 LM 알고리즘을 검증한 후 지반공학적 문제 중 압축지수(C_c)의 예측을 실시하였으며, LM 알고리즘에 의한 예측치는 BP 알고리즘에 의한 예측치와 함께 기존에 제안된 압축지수 경험식과 비교분석하였다.

2. Levenberg-Marquardt 알고리즘

Levenberg-Marquardt 알고리즘은 Hagan(1996)의 저서인 “Neural network design” 자세히 설명되어 있으며, 본 논문에

1) 정회원, 경북대학교 토목공학과 교수
† 정회원, 경북대학교 토목공학과 연구원(E-mail: ksmans11@hanmail.net)

서는 간략하게 설명하였다.

LM 알고리즘은 비선형 함수들 제곱의 합으로 된 최소화 함수로 만들어진 Newton's method를 변형한 방법이다. 이것은 Mean Squared Error(MSE)를 performance index로 사용했을 때 인공신경망 학습에 매우 잘 맞는 것으로 알려져 있다.

Performance index $F(x)$를 최적화시키기 위한 Newton's method는 식 (1)과 같다.

$$x_{k+1} = x_k - A_k^{-1} g_k \tag{1}$$

여기서, $A_k = \nabla^2 F(x)|_{x=x_k}$, $g_k = \nabla F(x)|_{x=x_k}$이며 A_k는 헤센 행렬(Hessian matrix)로 나타내어지고, g_k는 그 기울기이다. $F(x)$는 제곱함수의 합이라 가정하여 $\sum_{i=1}^{N} v_i^2(x) = v^T(x)v(x)$로 나타낸다. 식 (1)을 간략화한 헤센 행렬과 자코비 행렬(Jacobian matrix)로 나타내면, 식 (2)와 같이 Gauss-Newton method가 된다.

$$x_{k+1} = x_k - [J^T(x_k)J(x_k)]^{-1} J^T(x_k)v(x_k) \tag{2}$$

Newton's method에 비해 Gauss-Newton method가 나은 점은 2차 미분을 계산할 필요가 없다는 것이다. 그러나 Gauss-Newton method에서는 $H = J^T J$의 역행렬을 구하기가 어렵다는 단점이 있다. 이것은 다음 식 (3)과 같이 간략화한 헤센 행렬을 수정함으로서 해결할 수 있다.

$$G = H + \mu I \tag{3}$$

식 (3) 행렬의 역행렬을 구하기 위하여 H의 고유값과 고유벡터를 각각 $\{\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n\}$와 $\{z_1, z_2, \cdots, z_n\}$라 가정하면 식 (4)로 표현된다. 따라서 고유벡터 G는 고유벡터 H와 같아지고, 고유벡터 G는 $(\lambda_i + \mu)$가 된다. G는 모든 i에 대해 $(\lambda_i + \mu) > 0$이 될 때까지 μ가 증가함에 의하여 양(+)의 값이 될 수 있어 매트릭스는 역행렬이 된다. 이를 통하여 식 (5)와 같이 LM 알고리즘을 이끌어낸다.

$$Gz_i = [H + \mu I]z_i = Hz_i + \mu z_i = \lambda_i z_i + \mu z_i = (\lambda_i + \mu)z_i \tag{4}$$

$$x_{k+1} = x_k - [J^T(x_k)J(x_k) + \mu_k I]^{-1} J^T(x_k)v(x_k) \tag{5}$$

이 알고리즘에서 μ_k는 임의의 작은 값이 사용되며, 어느 단계에서 $F(x)$에 대하여 그 전단계보다 큰 값이 나온다면 그 단계에서는 μ_k에 1보다 큰 값인 파라메타(ϑ)을 곱해주어서 반복된다. 만약 그 단계에서 $F(x)$값이 더 작아진다면 μ_k는 다음 단계에서 ϑ로 나누어진다. 따라서 LM 알고리즘은 빠른 속도로 수렴이 되는 Gauss-Newton 알고리즘에 가까워진다. LM 알고리즘에 대한 전반적인 순서도는 다음 그림 1과 같이 요약할 수 있다.

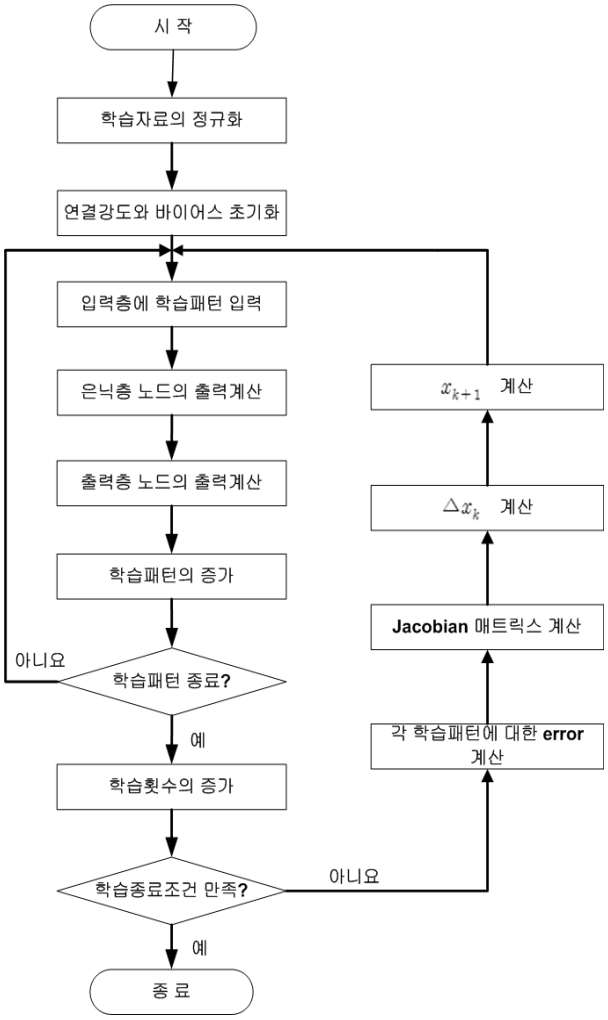


그림 1. LM 알고리즘의 순서도

3. LM 알고리즘의 검증

LM 알고리즘의 검증을 위해 sine 곡선을 이용하여 BP 알고리즘과 비교 검토하였다. Sine 곡선은 각도에 대하여 일정한 값을 가지므로 학습시 규칙성과 상관성을 가지고 있어 알고리즘의 신뢰성 검증에 적절한 자료로 생각되어 선택하였다.

3.1 입력자료

학습자료는 $\pi/18$에서부터 $\pi/18$ 간격으로 2π까지 총 36개의 자료를 사용하였다. 그리고 예측자료는 $\pi/12$에서부터 $\pi/6$ 간격으로 $23\pi/12$까지 총 12개의 자료를 예측하였다. 그리고 입력변수는 각도로, 그리고 출력변수는 각도에 대한 sine 값으로 하였으며, 학습자료 및 예측자료는 표 1과 같다.

표 1. Sine 곡선의 학습 및 예측 데이터

학습데이터(36개)		예측데이터(12개)	
rad	sine 값	rad	sine 값
$\pi/18$	0.173648178	$\pi/12$	0.258819045
$\pi/9$	0.342020143	$\pi/4$	0.707106781
⋮	⋮	⋮	⋮
$35\pi/18$	-0.173648178	$7\pi/4$	-0.707106781
2π	0	$23\pi/12$	-0.258819045

3.2 신경망의 설계

신경망의 학습효율과 예측능력은 은닉층과 은닉층 뉴런의 개수, 그리고 학습율과 같은 상수들에 의하여 영향을 받는다. 그러나 다층 퍼셉트론에서는 3층 이상이 되면 수렴이 보장되어 있으나 BPNN에서는 서로 다른 층에서의 입력으로 인하여 경우에 따라서는 발산할 위험성이 있다. 이러한 문제의 해결을 위해서는 학습율을 매우 낮게 하거나, 그 구조를 변경하여 안정성을 보장해야 한다. 또한, 은닉층 뉴런의 개수는 입력변수의 개수를 고려하여 결정하여야 하므로 본 연구에서는 은닉층은 1개로 하였고, 은닉층 노드수는 입력층 노드수의 1～3배 사이의 값을 주로 사용하므로 은닉층 노드수를 1, 2, 3개로 변화시켜 학습과 예측을 시행하였다. 그리고 LM 알고리즘의 λ와 BP 알고리즘의 학습율은 0.01, 0.1, 0.2로 동일하게 사용하였다. 두 변수의 값을 같게 한 이유는 각각의 알고리즘에서 역할이 비슷하며, 값을 다르게 하면 비교의 의미가 없으므로 같게 하였다. 학습종료조건은 반복횟수 20,000번을 기준으로 하였다.

그리고 본 논문에 사용된 활성함수는 단극성 시그모이드(sigmoid) 함수를 사용하였다. 단극성 시그모이드 함수는 인공신경망에서 대표적으로 사용되는 활성함수로서 식 (6)과 같다.

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-(a\lambda - b)}} \tag{6}$$

여기서, a는 시그모이드 함수의 기울기를 결정하는 λ의 계수이며, b는 시그모이드 함수의 좌우 이동을 결정하는 상수이다. 즉, b의 값이 0보다 크면 시그모이드 함수는 오른쪽으로 이동하게 되고, b의 값이 0보다 작으면 시그모이드 함수는 왼쪽으로 이동하게 된다.

인공신경망의 입력층으로 주어지는 입력패턴을 신경망의 효율과 학습 후 수렴정도를 높이기 위하여 정규화 과정을 사용하였다. 활성함수로서 최대값 1, 최소값 0을 출력하는 단극성 시그모이드 함수를 사용하였기 때문에 식 (7)을 이용하여 입력값을 0과 1사이의 값으로 정규화하였다.

$$x_{norm} = \frac{x + (x_{\max} - 9\,x_{\min})/8}{(x_{\max} - x_{\min})/0.8} \tag{7}$$

여기서, x_{norm}는 정규화된 입력값 $x_{\max}$, $x_{\min}$는 각각 입력변수 중 최대값과 최소값 그리고 x는 각 입력층 뉴런에 입력되는 값이다. 학습 초기상태의 연결강도와 바이어스(bias) 값은 학습 중 지역 최소점에 빠지지 않게 하기위해 -1.0～1.0 사이의 난수로 발생시켜 사용하였고, 최적 신경망의 기준으로는 RMSE를 사용해서 그 값이 가장 작은 것을 최적 신경망 구조로 정하였다. RMSE(root mean square error)는 통계학에서 표준편차의 의미로 예상값과 실제값이 평균적으로 얼마만큼 차이 나는가의 개념과 유사한 것으로 식 (8)과 같이 표현된다.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + \cdots\cdots e_n^2}{n-1}} \tag{8}$$

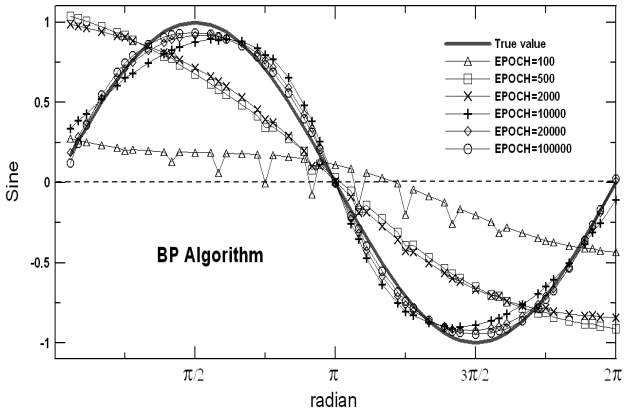
3.3 최적 신경망 구조

최적 신경망을 찾기 위해 먼저 반복횟수 20,000번에 대한 최적신경망을 구한 후, 최적신경망에 대하여 반복횟수 100번, 500번, 2000번, 10,000번, 20,000번, 40,000번, 100,000번에 대한 sine 곡선을 구하여 LM 알고리즘과 BP 알고리즘을 비교하였다. 최적신경망을 찾는 기준은 앞서 말한바와 같이 RMSE로 하였다.

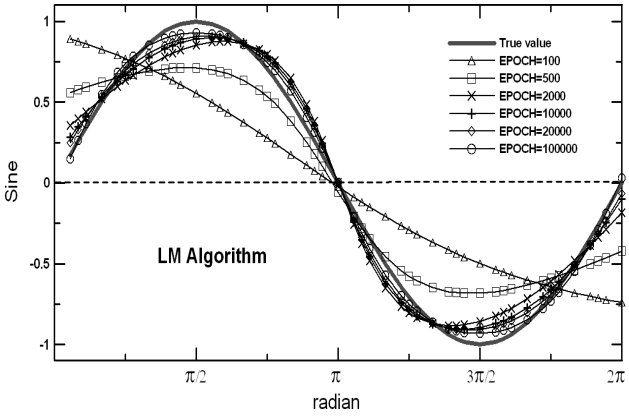
그림 2에 각 알고리즘의 반복횟수에 따른 sine 곡선을 나타내었다. 반복횟수 10,000회 정도까지는 LM 알고리즘이 sine 곡선에 근접했지만 20,000회부터 BP 알고리즘이 좀 더 좋은 결과를 나타내었다.

두 알고리즘에 대한 정확도의 정량적 확인을 위하여 RMSE와 상관계수(R^2)을 구하여 보았다. RMSE는 설명한 바와 같이 예상치와 실측치의 평균편차를 나타내는 값으로 적을수록 정확도가 크며, 상관계수는 예측치가 얼마나 실측치에 근접하는 지를 나타내는 값으로 높을수록 정확도가 크다. 표 2는 최적신경망을 찾는 과정으로 LM 알고리즘의 최적신경망은 입력층 - 은닉층 - 출력층이 1-3-1 구조에서 λ값이 0.01일 때 상관계수 0.9957, RMSE 0.0666이였고, BP 알고리즘의 최적신경망은 1-3-1구조에서 학습율 0.2일 때 상관계수 0.9973, RMSE 0.0524이었다. 보통 통계학적으로 상관계수가 0.8이상이 되면 정확도가 높다고 판단하는데, BP나 LM 알고리즘의 경우 둘 다 0.8 이상으로 아주 양호하게 나타났다.

그림 3에서 선정된 최적 신경망으로 두 알고리즘의 반복횟수에 따른 error 변화를 살펴보았다. LM 알고리즘이 반복횟수 1,000회에서 수렴하는데 비하여 BP 알고리즘은 5,000



(a) BP 알고리즘



(b) LM 알고리즘

그림 2. EPOCH에 따른 Sine 곡선의 예측

표 2. 반복횟수 20,000번에 대한 최적신경망 구조

알고리즘	입력층 노드수	은닉층 노드수	출력층 노드수	λ 또는 학습율	학습		예측	
					상관계수	RMSE	상관계수	RMSE
LM	1	1	1	0.01	0.9334	0.2644	0.9390	0.2562
				0.1	0.9290	0.2761	0.9346	0.2680
				0.2	0.9230	0.2862	0.9287	0.2785
		2		0.01	0.9896	0.1042	0.9898	0.1031
				0.1	0.9809	0.1425	0.9815	0.1403
				0.2	0.9774	0.1689	0.9784	0.1656
		3		0.01	0.9957	0.0663	0.9957	0.0666
				0.1	0.9865	0.1186	0.9869	0.1171
				0.2	0.9851	0.1347	0.9858	0.1318
BP	1	1	1	0.01	0.8793	0.3415	0.8858	0.3342
				0.1	0.9293	0.2613	0.9358	0.2502
				0.2	0.9320	0.2564	0.9386	0.2447
		2		0.01	0.8534	0.3760	0.8603	0.3695
				0.1	0.9817	0.1370	0.9818	0.1361
				0.2	0.9870	0.1157	0.9872	0.1145
		3		0.01	0.8528	0.3766	0.8598	0.3698
				0.1	0.9911	0.0956	0.9912	0.0946
				0.2	0.9972	0.0533	0.9973	0.0524

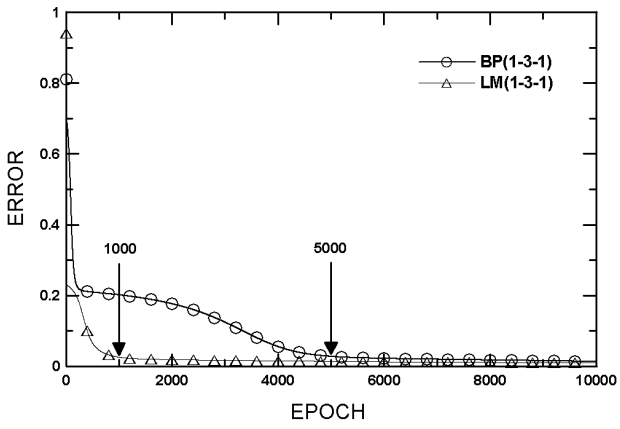


그림 3. 반복횟수에 따른 error 변화(sine 곡선)

회에서 수렴하여 LM 알고리즘이 BP 알고리즘보다 훨씬 빠른 속도로 수렴하였다.

4. 압축지수 추정

인공신경망의 학습과정은 적절한 데이터의 입력으로 이루어진다. 적절한 데이터는 주어진 문제의 해결을 위한 필요한 모든 정보가 포함되어 있고, 전체의 특성을 최대한 대표할 수 있는 자료를 의미한다. 적절한 데이터로 학습된 신경망은 향상된 예측을 기대할 수 있다. 본 연구에서는 LM 알고리즘의 검증을 위해 지반공학적 문제 중 연약지반의 압축지수를

추정하기로 한다. 연약지반의 압축지수를 추정하는 기존 국내 연구로는 김병탁 등(2001), 윤길림 등(2003)의 연구가 있으며, 현재까지도 지속적으로 많은 연구가 이루어지고 있는 분야이다.

4.1 신경망에 의한 압축지수 추정

4.1.1 입력변수의 선정과 신경망의 설계

본 연구에서는 인천○○지구 자료 중 학습 136개, 예측 51개의 자료로 총 187개의 자료를 사용하였다. 입력변수는 경험식에서 쓰이는 액성한계(w_l), 자연 함수비(w_n), 초기 간극비(e_0), 비중(G_S), #200 통과율(C_p), 소성지수(PI)와 연약지반의 특성을 나타내기 위한 보링심도, 2μm 통과율, 일축압축강도(q_u), 비배수 전단강도(c_u), 표준관입시험의 N치, 연약층 두께를 선택하였다. 표 3에 학습과 예측시 12개 입력변수와 출력변수인 압축지수(C_c)의 범위를 나타내었다.

표 3. 학습 및 예측시 입력변수와 출력변수의 범위

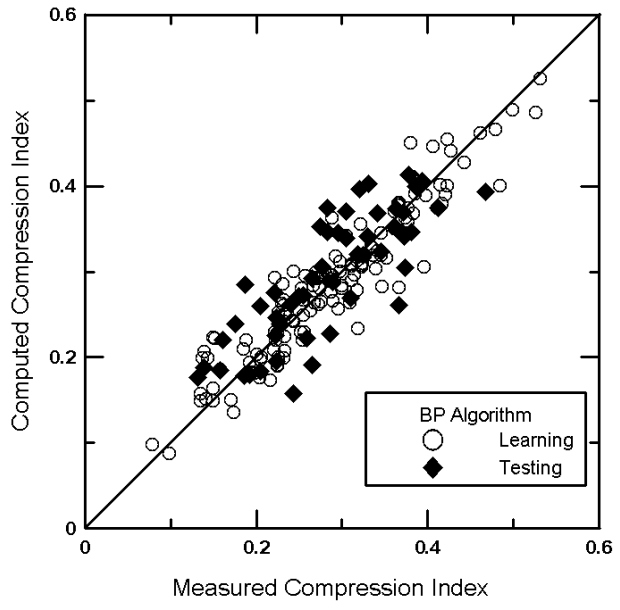
입력변수와 출력변수	학습	예측
보링깊이(m)	1.5 ~ 18	1.5 ~ 10.5
초기간극비, e_0	0.677 ~ 1.476	0.827 ~ 1.298
자연 함수비, w_n(%)	23.9 ~ 58.6	27.4 ~ 49.1
비중, G_S	2.39 ~ 2.78	2.58 ~ 2.75
액성한계, w_l(%)	24.6 ~ 58.5	27.3 ~ 52.3
소성지수, PI(%)	4.7 ~ 32.6	8.1 ~ 27.3
#200 통과율, C_p(%)	64.5 ~ 100	77.2 ~ 100
2μm 통과율(%)	8 ~ 50	11 ~ 42
일축압축강도, q_u(kg/m^2)	900 ~ 27300	1400 ~ 10200
비배수강도, c_u(kg/m^2)	700 ~ 30100	700 ~ 4300
N치	1 ~ 7	1 ~ 6
연약층 두께(m)	3.6 ~30.1	5.1 ~ 25.4
압축지수, C_c	0.078 ~ 0.531	0.132 ~ 0.47

최적신경망의 설계는 3장에서와 마찬가지로 은닉층은 1개로 하였고, 은닉층 노드수는 입력층 노드수의 1~3배의 값을 사용하였다. 입력층 노드수가 12개이므로, 은닉층 노드수는 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36개로 변화시켜 학습과 예측을 시행하였다. 학습율과 λ는 0.01, 0.1, 0.2로 하였으며, 학습종료 조건은 3장에서는 20,000번을 기준하였지만, 여기서는 보통 사용하는 방법으로 error가 수렴범위 내에 들어오거나 반복횟수가 일정한 횟수에 도달하면 종료하도록 하였다. Error의 수렴범위는 0.1, 반복횟수는 400,000번으로 하여 학습을 수행하였다.

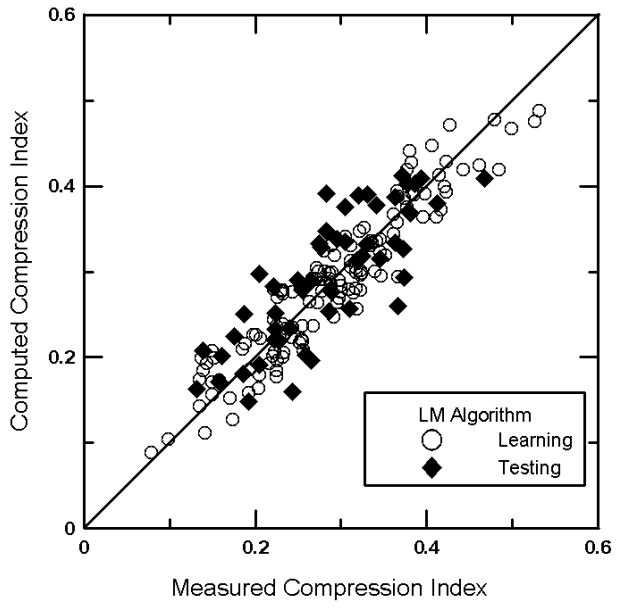
4.1.2 인공신경망에 의한 압축지수 예측결과

그림 4는 BP 및 LM 알고리즘을 통한 136개의 학습자료(learning)와 51개의 예측자료(testing)를 실제 압축지수 값인 실측치와 비교하여 나타낸 것이다. X축은 시험에 의한 실측치로, 그리고 Y축에는 신경망에 의하여 계산된 예측치로 하여 그림상의 대각선 상에 예측치가 위치할수록 실측치에 근접하는 것을 나타낸다. 그림 4에서 BP 및 LM 알고리즘에 의한 예측치는 모두 대각선에서 근처에 분포하여 앞서 살펴본 높은 상관계수에서 알 수 있듯이 학습 및 예측자료에 의한 예측치는 실측치와 유사하게 예측되었다.

BP 및 LM 알고리즘의 은닉층 노드수와 학습율/λ에 대한



(a) BP 알고리즘



(b) LM 알고리즘

그림 4. 압축지수의 시험값과 예측값의 비교

표 4. BP 및 LM 알고리즘의 압축지수 예측 최적신경망

입력층 노드수	은닉층 노드수	출력층 노드수	BP 알고리즘					LM 알고리즘				
			학습율	학습자료		예측자료		λ	학습자료		예측자료	
				상관계수	RMSE	상관계수	RMSE		상관계수	RMSE	상관계수	RMSE
12	12	1	0.01	0.9374	0.0311	0.7925	0.0495	0.01	0.9375	0.0311	0.7898	0.0496
			0.1	0.9374	0.0311	0.7940	0.0492	0.10	0.9375	0.0311	0.7865	0.0500
			0.2	0.9374	0.0311	0.7946	0.0492	0.20	0.9345	0.0318	0.7933	0.0490
	16		0.01	0.9368	0.0311	0.7746	0.0514	0.01	0.9377	0.0311	0.7577	0.0554
			0.10	0.9374	0.0313	0.7741	0.0520	0.10	0.9381	0.0311	0.7633	0.0562
			0.20	0.9374	0.0311	0.7741	0.0524	0.20	0.9377	0.0313	0.8033	0.0542
	20		0.01	0.9374	0.0311	0.8044	0.0485	0.01	0.9376	0.0311	0.7870	0.0505
			0.10	0.9374	0.0311	0.7997	0.0494	0.10	0.9377	0.0311	0.7815	0.0520
			0.20	0.9374	0.0311	0.7952	0.0502	0.20	0.9377	0.0311	0.7813	0.0519
	24		0.01	0.9371	0.0311	0.8073	0.0487	0.01	0.9376	0.0311	0.8089	0.0485
			0.10	0.9374	0.0312	0.8101	0.0484	0.10	0.9376	0.0311	0.8088	0.0488
			0.20	0.9374	0.0311	0.8083	0.0488	0.20	0.9376	0.0311	0.8092	0.0488
	28		0.01	0.9374	0.0311	0.8010	0.0483	0.01	0.9377	0.0311	0.7861	0.0514
			0.10	0.9374	0.0311	0.8020	0.0484	0.10	0.9377	0.0311	0.7844	0.0518
			0.20	0.9374	0.0311	0.8038	0.0484	0.20	0.9377	0.0311	0.7843	0.0518
	32		0.01	0.9374	0.0311	0.8017	0.0484	0.01	0.9380	0.0311	0.7877	0.0527
			0.10	0.9374	0.0311	0.8025	0.0485	0.10	0.9380	0.0311	0.7869	0.0527
			0.20	0.9374	0.0311	0.8000	0.0491	0.20	0.9380	0.0311	0.7869	0.0527
	36		0.01	0.9374	0.0311	0.7979	0.0487	0.01	0.9378	0.0311	0.8094	0.0501
			0.10	0.9374	0.0311	0.8009	0.0484	0.10	0.9378	0.0311	0.8101	0.0499
			0.20	0.9374	0.0311	0.8060	0.0481	0.20	0.9378	0.0311	0.8101	0.0499

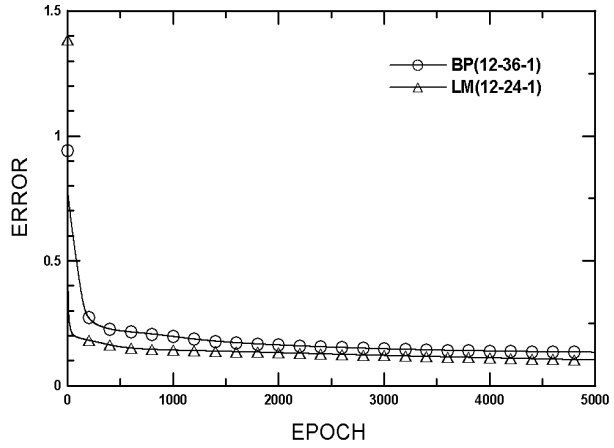


그림 5. 반복횟수에 따른 error 변화

상관계수와 RMSE를 표 4에 나타내었다. 표 4에서와 같이 BP 알고리즘 최적신경망구조는 12-36-1 구조와 학습율 0.2로 예측치 상관계수는 0.8060, RMSE는 0.0481이고, LM 알고리즘의 최적신경망구조는 12-24-1 구조와 λ=0.01로 예측치 상관계수는 0.8089, RMSE는 0.0485로 나타나 두 알고리즘 모두 상관계수 0.8 이상의 비교적 높은 정확도를 보였다.

그림 5는 BP 알고리즘과 LM 알고리즘의 반복횟수에 따른 error의 변화를 나타낸 것으로 BP 알고리즘의 경우 반복횟수 약 1,000회에서 error가 0.2 정도로 수렴하였다. 그에 비하여 LM 알고리즘은 초반에 error가 급속하게 줄어들어 반복횟수 약 100회 정도에서 error 0.2에 수렴하여 BP 알고리즘보다 훨씬 빠른 수렴속도를 보였다.

4.2 경험식과 인공신경망 비교검토

본 절에서는 기존에 여러 학자들에 의하여 제안된 압축지수 경험식을 이용하여 산정한 압축지수 산정치와 실측치을 비교하여 보았다. 기존의 경험식들 중에서 단일 지반변수를 포함하는 식으로는 Terzaghi & Peck(1967), Koppula(1981), Nishida(1956), Nacci et al.(1975)의 4가지 식을 사용하였고, 복합 지반변수를 포함하는 식으로는 Rendon-Herrero(1983), Azzouz et al.(1976), Al-Khafaji & Andersland(1992)의 3가지 식을 사용하였다. 표 5는 논문에 사용된 기존의 경험식을 정리하여 나타내었다.

경험식에 의한 산정치와 실측치의 비교를 위하여 단일 지반변수와 복합 지반변수 경험식으로 나누어서 그림 6, 7에 나타내었다. 경험식에 사용된 자료는 인공신경망에서 사용한 학습(learning)과 예측(testing)자료로 구분하여 계산하였으며, 본 그림에서도 X축은 실측치를, Y축은 경험식에 의한

표 5. 사용된 기존 압축지수 경험식

변수	제안자	제안 경험식
단일 지반변수	Terzaghi & Peck (1967)	$C_c = 0.009(w_l - 10)$
	Koppula (1981)	$C_c = 0.01 w_n$
	Nishida (1956)	$C_c = 0.54(e_0 - 0.35)$
	Nacci et al (1975)	$C_c = 0.02 + 0.014\,PI$
복합 지반변수	Rendon-Herrere (1983)	$C_c = 0.141\, G_s^{1.2}\{(1+e_0)/G_s^{2.38}\}$
	Azzouz et al. (1976)	$C_c = 0.37(e_0 + 0.003 w_l + 0.0004 w_n - 0.34)$
	Al-Khafaji & Andersland (1992)	$C_c = -0.156 + 0.411 e_0 + 0.00058 w_l$

w_l, w_n, Π : %

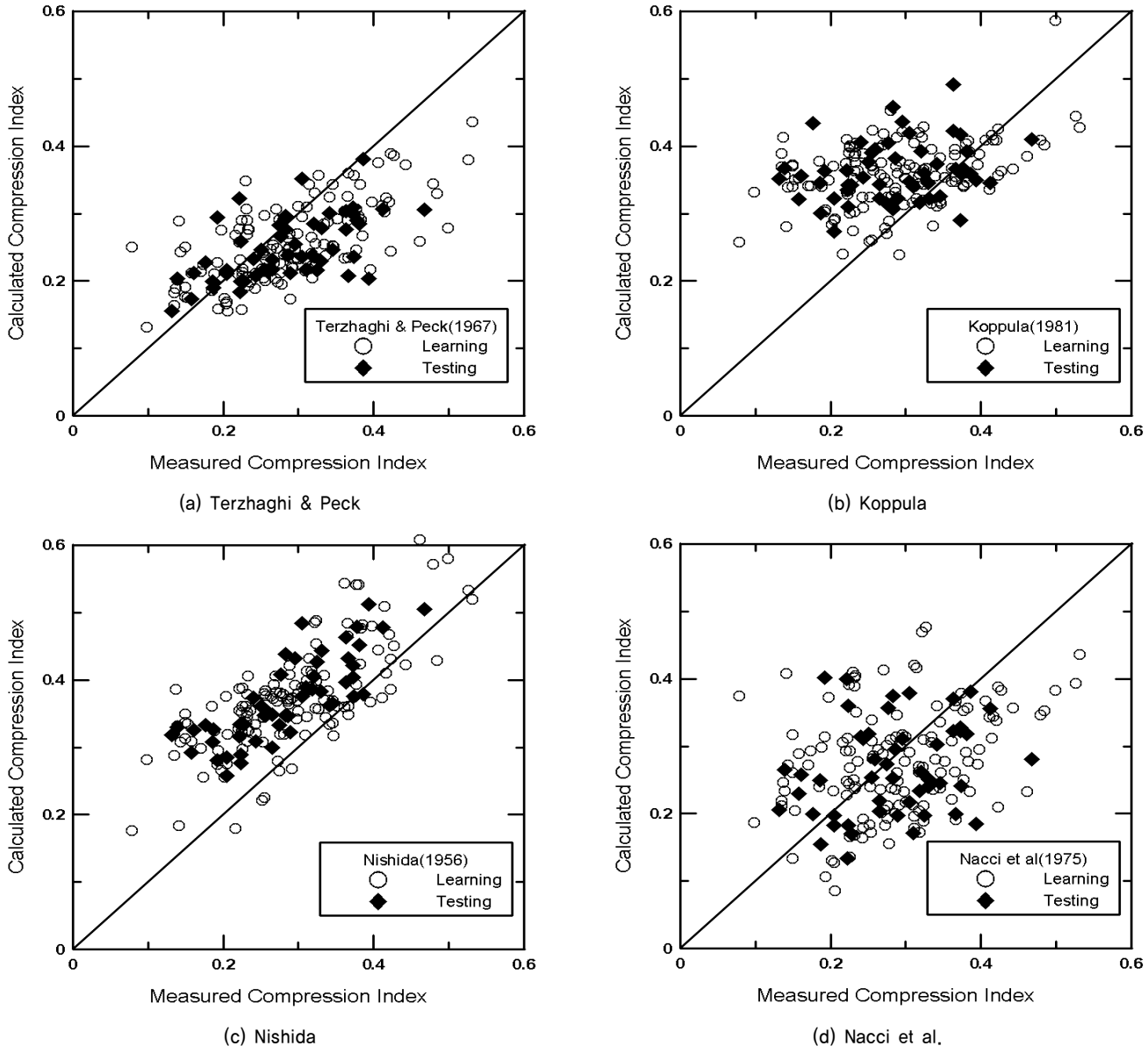
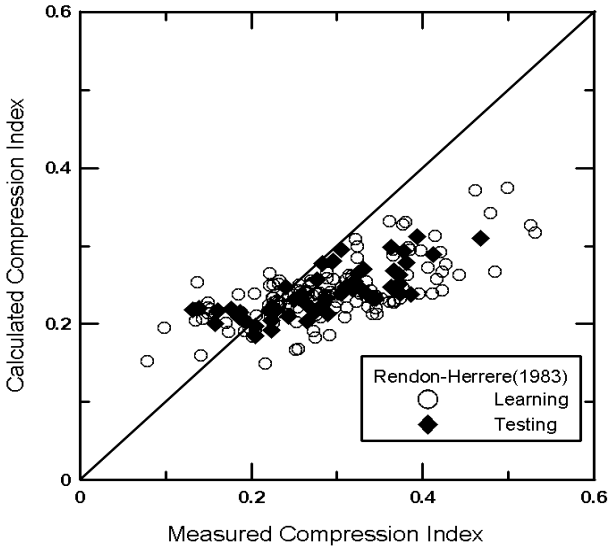


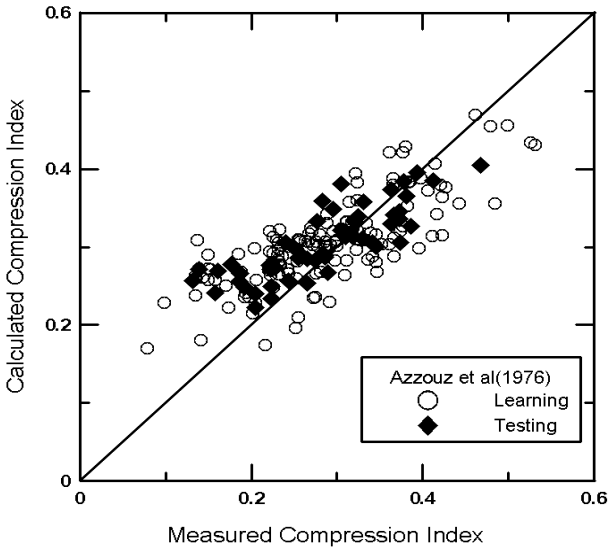
그림 6. 단일 지반변수를 포함하는 경험식을 이용한 압축지수 추정

산정치로 하여 그림의 대각선상에 산정치가 위치할수록 실측치에 근접하는 것이다. 기존의 경험식들을 이용한 압축지수의 산정치에서 단일 지반변수의 경험식보다는 복합 지반변수의 경험식이 보다 수렴하는 경향이 나타났으나, Azzouz et al.의 제안 경험식을 제외하고는 모두 대각선에서 흩어져 분포하여 실측치와 차이를 보였다.

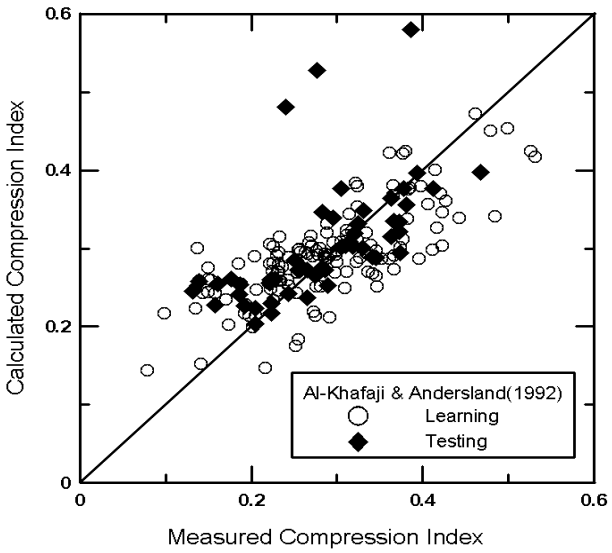
표 6에서는 위의 7가지 경험식과 BP 및 LM 알고리즘의 상관계수와 RMSE로 나타내었다. 단일 지반변수를 사용



(a) Rendon-Herrere



(b) Azzouz et al.



(c) Al-Khafaji & Andersland

그림 7. 복합 지반변수를 포함하는 경험식을 이용한 압축지수 추정

표 6. 각 방법별 학습과 예측의 상관계수와 RMSE

분류	방법	학습자료		예측자료	
		상관계수	RMSE	상관계수	RMSE
단일 지반변수	Terzaghi & Peck (1967)	0.6643	0.0743	0.5795	0.0724
	Koppula (1981)	0.3780	0.1103	0.2283	0.1112
	Nishida (1956)	0.7275	0.1045	0.7984	0.0990
	Nacci et al. (1975)	0.3255	0.0984	0.2591	0.0908
복합 지반변수	Rendon-Herrero (1983)	0.6973	0.0826	0.7626	0.0719
	Azzouz et al. (1976)	0.7691	0.0615	0.8253	0.0515
	Al-Khafaji & andersland (1992)	0.7505	0.0599	0.6361	0.0717
인공 신경망	LM 알고리즘	0.9376	0.0311	0.8089	0.0485
	BP 알고리즘	0.9374	0.0311	0.8060	0.0481

한 경험식에서 상관계수는 Nishida의 식이, 그리고 RMSE는 Terzaghi & Peck의 식이 가장 좋은 정확도를 보였다. 또한 복합 지반변수를 사용한 경험식에서 상관계수와 RMSE 모두 Azzouz et al. 식이 예측자료에서 가장 좋은 정확도를 보였는데, 특히 예측자료 상관계수는 0.8253으로 인공신경망에 의한 예측치보다 더 좋은 결과를 보였다. 그러나 Azzouz et al. 식을 제외한 나머지 경험식에 의한 산정치는 전반적으로 BP 알고리즘과 LM 알고리즘의 인공신경망에 의한 예측치와 비교할 때 실측치와는 차이가 있었다.

5. 결 론

본 연구에서는 LM 알고리즘을 지반공학적 문제에 적용하기 위하여 sine 곡선을 이용하여 LM 알고리즘을 검증하고, 지반공학문제 중 하나인 압축지수 예측을 통하여 기존의 BP 알고리즘과 함께 기존에 제안된 압축지수 경험식과 비교하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 압축지수 추정을 위한 12가지 입력변수에 대하여 LM 알고리즘은 입력층 - 은닉층 - 출력층 노드수 12-24-1 구조의 $\lambda = 0.01$일 때, 그리고 BP 알고리즘에서는 입력층 - 은닉층 - 출력층 노드수 12-36-1 구조에 학습율 0.2일 때 최적신경망 구조로 나타났다.

(2) 압축지수 예측치에 대한 LM 알고리즘의 상관계수는 0.8089, RMSE는 0.0485이고, BP 알고리즘의 상관계수는 0.8060, RMSE는 0.0481로 정확도는 비슷하게 나타났다. 그러나 수렴속도에서는 BP 알고리즘은 반복횟수 약 200회에서 Error가 0.2 정도로 수렴한데 비하여 LM 알고리즘은 초반부터 Error가 급속하게 줄어들어 반복횟수 5회 정도에서 Error 0.2에 수렴하여 BP 알고리즘보다 훨씬 빠른 수렴속도를 보였다.

(3) 기존에 제안된 압축지수 경험식에 의한 산정치에서는 Azzouz et al. 제안식이 실측치와 가장 근접한 결과를 보였으나 전반적으로 BP 알고리즘과 LM 알고리즘 인공신경망에 의한 예측치와 비교할 때 경험식에 의한 산정치는 실측치와 다소 차이를 보여 인공신경망에 의한 예측치가 더 정확한 것을 알 수 있었다.

(4) LM 알고리즘에 의한 압축지수의 예측치는 기존의 연구에서 많이 사용되었던 BP 알고리즘의 예측치와 비교할 때 정확도에서 좋은 결과를 보여 LM 알고리즘의 지반공학 적용성은 우수한 것으로 나타났다.

참 고 문 헌

1. 김병탁, 김영수, 배상근 (2001), 압축지수의 추정을 위한 인공신경망 적용과 경험식 제안, *한국지반공학회논문집*, 한국지반공학회, 제17권, 제6호, pp. 25～36.
2. 윤길림, 김병탁 (2003), 국내 해양지반에 적합한 압축지수 예측식 제안, *대한토목학회논문집*, 대한토목학회, 제23권, 제3C호, pp. 169～176.
3. 이윤규, 윤여원, 강병희 (2000), 인공신경회로망을 이용한 압밀응력비에 따른 정규압밀점토의 비배수전단강도 예측, *한국지반공학회논문집*, 한국지반공학회, 제16권, 제1호, pp. 75～81.
4. 이인모, 조계춘, 이정학 (1997), 인공신경망을 이용한 암반의 투수계수 예측, *한국지반공학회논문집*, 한국지반공학회, 제13권, 제2호, pp. 77～89.
5. Al-Khafaji, A.W.N. and Andersland, O.B. (1992), Equations for compression index approximation, *J. Geothch. Engrg.*, ASCE, Vol. 118, No. 1, pp. 148～153.
6. Azzouz, A.S., Krizek, R.J., and Corotis, R.B. (1976), Regression analysis of soil compressibility, *Soil and Foundation*, Vol. 16, No. 2, pp. 19～29.
7. Hagan, M.T. (1996), *Neural network design, 1st ed"*, PWS Pub., Boston.
8. Koppula, S.D. (1981), Statistical estimation of compression index, *Geotech. Testing J.*, Vol. 4, No. 2, pp. 68～73.
9. Nacci, V.A., Wang, M.C., and Demars, K.R. (1975), Engineering Behavior of Calcareous Soils, *Proc. of Conf. on Civil Engrg. in the Oceans III*, ASCE, University of Delaware, Newark, Del., Vol. 1, pp. 380～400.
10. Nishida, Y. (1956), A brief note on compression index of soil, *J. Soil Mech. and Found. Engrg.*, ASCE, Vol. 82, No. SM3, pp. 1～14.
11. Rendon-Herrero, O. (1983), Universal Compression Index Equation; Closure, *J. Geotech. Engrg. Div.*, ASCE, Vol. 109, No. 10, pp. 1349.
12. Terzaghi, K. and Peck, R.B. (1967), *Soil mechanics in engineering practice, 3nd Ed.*, John Wiley and Sons Inc., New York.

(접수일: 2009. 3. 30 심사일: 2009. 4. 3 심사완료일: 2009. 5. 19)