

버터플라이 밸브의 설계 안전도 평가

이승표*, 김광석[†], 고병갑^{‡‡}

(논문접수일 2008. 6. 18, 심사완료일 2008. 12. 31)

Evaluation of Design Safety for Butterfly Valve

Seung-Pyo Lee*, Kwang-Suk Kim[†], Byung-Kab Koh^{‡‡}

Abstract

Butterfly valve is a kind of rotational valve which opens and closes the flow of fluid on rotating the disk 90 degrees in the valve body. In this paper, butterfly valve design safety evaluation which is based on the international valve specifications is investigated. Both body and disk of the butterfly valve are considered under the normal and pressurized operating conditions. A finite element analysis is carried out to compute the distribution of the displacement, stress and safety factor by using ANSYS. On the basis of calculated design safety we offer the design modification and compare with them.

Key Words : Butterfly valve(버터플라이 밸브), Finite element analysis(유한요소 해석)

1. 서 론

버터플라이 밸브(Butterfly valve)는 밸브 봄통 안에서 디스크를 90° 회전 시키면서 배관 내의 유체의 흐름을 개폐하는 회전 밸브의 일종이다. 이것은 다른 밸브보다 중량이 가볍고 공간을 작게 차지하며 완전 개폐 작동이 매우 빠른 장점을 가지고 있어서 그 사용범위가 빠른 속도로 확장되어지고 있다. 따라서 열처리 및 공기 조화 분야에서 온수와 냉각수 배관, 발전소의 물 공급 시스템, 상·하수 처리설비, 폐

수처리설비, 조선 분야의 밸러스트(Ballast) 시스템, 석유화학분야의 공정라인, 소화 및 방화 설비 등에서 많이 사용되고 있다. 사용하는 유체의 종류도 이전에는 액체 및 일부 공기 배관 등에 한정되어 있던 것이 밸브의 재질 및 구조가 발전되면서 가스, 증기, 이장(Slurry), 건조 분말 등 거의 모든 종류의 유체에 사용되고 있다⁽¹⁾.

밸브에 대한 현재까지의 연구들은 주로 밸브의 압력손실계수, 토크 특성, 유량 제어 특성에 대하여 이루어졌다. Addy 등⁽²⁾은 압축성 유동의 제어에 사용되는 버터플라이 밸브의 성능

* 한양대학교 기계설계학과 대학원 (christ@hanyang.ac.kr)
주소: 426-791 경기도 안산시 상록구 사1동

+ 인하공업전문대학 자동차과
++ 인하공업전문대학 기계과

에 대하여 연구하였고, Kim 등⁽³⁾은 ER(Eletron-Rheological) 유체를 이용한 유압밸브에 대하여 연구하였다. Park 등⁽⁴⁾은 디스크 회전각에 따른 공기조화용 버터플라이 밸브의 유동 제어 특성과 밸브 하류에서의 3차원 유동의 가시화 연구를 수행하였고, 하류 유동을 안정화하기 위한 유동 안정장치를 제작하여 하류 난류 유동의 변화에 대해 연구하였다. Sim 등⁽⁵⁾은 고압가스의 유량제어에 있어서 동적 유량에 영향을 미치는 밸브의 유량특성을 유체역학적으로 고찰하였다.

버터플라이 밸브의 설계에 대한 연구는 많지 않은 실정이다. Choi 등⁽⁶⁾은 버터플라이 밸브의 개폐에 따른 디스크와 시트의 기하학적인 운동 궤적을 분석하여 개폐과정에서 디스크와 시트가 간섭을 일으키지 않고 최종적으로 밸브가 닫히는 순간 디스크와 시트가 접촉하는 형태의 구조를 개발하여 마모를 감소시키는 연구를 수행하였다. Park 등⁽⁷⁾은 버터플라이 밸브의 설계과정에서 경험에 의존하는 기준의 설계 관행에 비해 보다 체계적이고 합리적인 설계를 위해서 공리적 설계기법을 도입하였다.

위에서 검토한 바와 같이 현재까지의 버터플라이 밸브에 대한 연구는 압력과 유동해석이 주로 수행되었으며 설계에 관한 연구는 최근 들어서야 비로소 진행되어지고 있다. 그러나 이러한 연구도 설계 전체에 대한 것이 아니라 버터플라이 밸브 중에서 밸브나 디스크 등의 일부 부품에 대하여 국한되어 왔다. 또한, KS B 2333⁽⁸⁾, API 609⁽⁹⁾, ASME/ANSI B 16.34⁽¹⁰⁾, ISO 10631⁽¹¹⁾, BS 5155⁽¹²⁾ 등의 버터플라이 밸브 국제 규격들을 적용한 일반적인 설계에 관한 연구들은 거의 진행되어지지 않은 실정이다.

본 연구에서는 밸브 국제 규격에 의한 버터플라이 밸브의 설계 전반에 관한 내용을 고찰하였다. 즉, 버터플라이 밸브 설계를 위하여 일반 운전 상태와 가압 테스트 상태에서 바디(body)와 디스크(disk)의 변형과 유효응력을 상용 구조해석 소프트웨어인 ANSYS⁽¹³⁾를 이용하여 계산하였으며, 이를 이용하여 설계 안전도를 평가하였다. 또한 이와 같이 평가된 설계 안전도를 기준으로 하여 바디와 디스크에 대한 설계 변경을 제안하였고 그 결과를 평가하였다.

2. 버터플라이 밸브 해석

2.1 형상 모델링 및 메쉬 생성

버터플라이 밸브는 Fig. 1에서 알 수 있듯이 바디, 디스크, 시트, 축 및 축봉실(Stem and stem seal) 등으로 구성되며 본 연구에서는 바디와 디스크 두 가지 경우에 대하여 모델링을 수행하였다.

요소(element)와 절점(node)으로 형상을 구성하기 위해서는 두 가지 방법이 존재한다. 첫 번째 방법은 해석 프로그램 내에서 keypoint, 선, 면, 입체 등의 순서로 형상을 구성하는 방법이다. 그리고 두 번째 방법은 상용 3차원 CAD 프로그램을 이용하여 모델링을 수행하는 방법이다. 두 번째 방법은 첫 번째 방법에 비하여 복잡한 형상을 정확히 모델링 할 수 있으며, 빠른 시간에 형상 모델링 및 메쉬(mesh)를 생성할 수 있고 비전문가도 쉽게 수행할 수 있다는 장점이 있다. 본 연구에서는 두 번째 방법을 이용하여 형상 모델링과 메쉬 생성을 수행하였다. 즉, 버터플라이 밸브의 형상 모델링을 위하여 상용 3차원 CAD 프로그램인 SolidWorks⁽¹⁴⁾를 이용하였고, 메쉬 생성을 위하여 상용 메쉬 생성 프로그램인 HyperMesh⁽¹⁵⁾를 이용하였다. 버터플라이 밸브의 바디와 디스크의 형상은 1

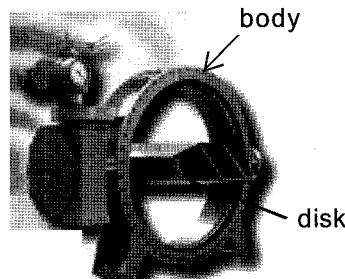


Fig. 1 Configuration of butterfly valve

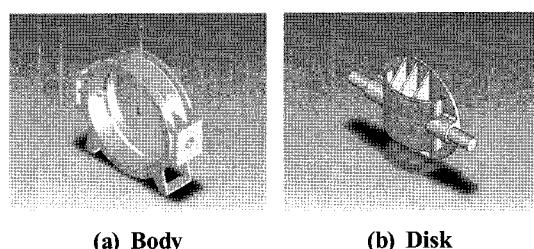


Fig. 2 Configuration of butterfly valve

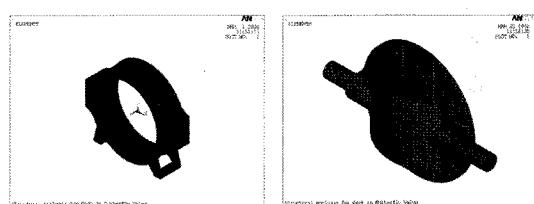


Fig. 3 Mesh generation of butterfly valve

요소에 4 개의 절점을 가지는 피라미드(tetrahedron) 요소를 이용하여 메쉬를 수행하였다. 두 상용 프로그램간의 데이터 교환은 IGES 파일을 이용하였다. HyperMesh를 이용하여 생성된 메쉬는 ANSYS template 기능을 이용하여 Text file 형식으로 출력하여 상용 구조해석 프로그램인 ANSYS에 입력하였다.

이와 같은 방법을 적용하여 버터플라이 밸브의 바디와 디스크의 형상을 모델링하였고, 메쉬를 생성하였다. 디스크의 형상에는 축의 형상도 포함되므로 축의 형상도 모델링하여 디스크의 형상에 포함시켰다. 이와 같이 모델링 형상과 생성된 메쉬 형상을 각각 Fig. 2, Fig. 3에 도시하였다.

2.2 물성치

버터플라이 밸브의 바디와 디스크를 해석하기 위하여 위에서 언급한 방법으로 바디와 디스크를 모델링하고 메쉬를 생성하였다. 이와 같이 생성된 메쉬에 물성치 데이터를 입력하는 것이 필요하다. 물성치 데이터는 표 1, 2에서 알 수 있듯이 바디와 디스크의 물성치는 ASTM A536 Grade 65-45-12이며, 축의 물성치는 ASTM A276 420이 사용되었다.

2.3 경계 및 하중조건

버터플라이 밸브의 해석을 위하여 적용하는 경계조건은 Fig. 4와 같이 디스크의 베어링 부분의 구속이다. 즉, 디스크의 베어링 부분에 roller 경계조건을 입력하여 축 방향으로

의 거동은 허용하며 나머지 방향의 거동은 제한한다. 일반적으로 베어링 경계조건은 계산의 단순화를 위하여 베어링과 디스크의 체결 부분 중에서 1/2 되는 지점에 가하였으나^(8,10,11), 본 연구에서는 보다 정확한 경계조건 입력을 위하여 베어링과 디스크의 체결 부분 전체에 대하여 roller 경계조건을 입력하였다. 따라서 본 연구에서의 해석이 일반적인 방법에 비하여 보다 정확한 디스크의 거동을 묘사할 것으로 예상된다.

위에서 언급한 버터플라이 밸브의 규격들^(8,10~12)에 의하면 바디의 하중조건은 일반 운전 상태(case 1)와 가압 테스트 상태(case 2)의 두 가지로 크게 나눌 수 있다. 일반 운전 상태는 반경 방향의 내부 압력을 $10\text{kg}/\text{cm}^2$ 로 가했을 때의 변형량(displacement)과 유효응력(equivalent stress)을 평가하는 것이다. 그리고 가압 테스트 상태는 일시적인 운전 상태에 대한 테스트로서 바디 양쪽 끝에 blind flange를 대고 바디와 blind flange를 볼트로 체결하여 유체가 누설 되지 않도록 하고 내부 압력을 $23\text{kg}/\text{cm}^2$ 로 가했을 때의 변형량과 유효응력을 평가하는 것이다. 이러한 해석은 blind flange를 실제로 모델링하지 않고, 바디와 체결되는 볼트 부분에 적절한 하중을 통하여 blind flange의 역할을 감당하게 하는 것이 효율적이다. 즉, 볼트 1개에 가해지는 하중 F 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$F = \frac{p \cdot \pi r^2}{n} \quad (1)$$

where, n ; 볼트의 개수, p ; 가해지는 압력

r ; 바디의 반지름

버터플라이 밸브 바디의 플랜지(flange) 부분을 허브 타입(hub type)으로 설계 변경하는 경우(case 3)에 대한 변형량, 유효응력, 안전계수를 계산하여 설계 변경전의 결과와 비교하였다.

밸브의 국제 규격들^(8,10~12)에 의하면 버터플라이 밸브 디

Table 1 Material properties of body, disk

Material name	ASTM A536
Young's modulus	172GPa
Poisson's ratio	0.275
Yield stress	345MPa
Tensile strength	496MPa
Density	7200kg/m ³

Table 2 Material properties of shaft

Material name	ASTM A276
Young's modulus	200GPa
Poisson's ratio	0.24
Yield stress	1360MPa
Tensile strength	2025MPa
Density	7800kg/m ³

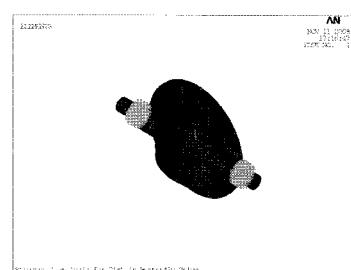
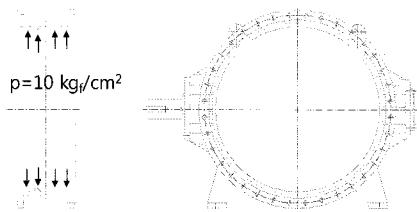
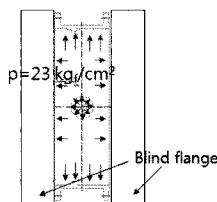


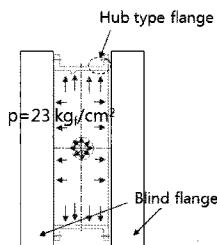
Fig. 4 Boundary conditions for disk



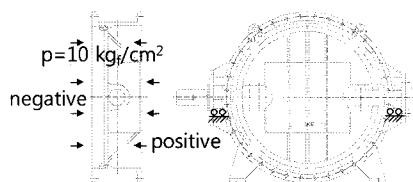
(a) Case 1; Internal pressure at radial direction, $p = 10\text{kg}/\text{cm}^2$



(b) Case 2; Internal pressure at radial direction, $p = 23\text{kg}/\text{cm}^2$

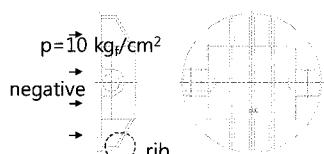


(c) Case 3; Design change, internal pressure at radial direction, $p = 23\text{kg}/\text{cm}^2$



(d) Case 4; Internal pressure at radial direction, $p = 10\text{kg}/\text{cm}^2$, positive direction

(e) Case 5; Internal pressure at radial direction, $p = 10\text{kg}/\text{cm}^2$, negative direction



(f) Case 6; Design change, internal pressure at radial direction, $p = 10\text{kg}/\text{cm}^2$

Fig. 5 Load case of butterfly valve

스크의 하중조건은 일반 운전 상태에 대한 조건이며 이 때 내부 압력은 $10\text{kg}/\text{cm}^2$ 로 가해진다. 디스크의 하중조건은 하중 방향에 따라서 정방향 하중(case 4)과 역방향 하중(case 5)으로 나뉜다. 구조 안전성을 높이기 위하여 버터플라이 밸브 디스크의 리브(rib) 부분의 두께를 보강하고 리브 끝 부분의 형상을 변경하는 경우(case 6)에 대한 변형량과 유효응력, 안전계수를 계산하여 기존의 결과와 비교 검토하였다.

이상과 같이 버터플라이 밸브의 유한요소해석을 위한 하중조건은 바디와 디스크에 대하여 6 가지 경우로 나눌 수 있으며 이를 Fig. 5에 나타내었다.

3. 해석 결과 및 고찰

3.1 바디와 디스크의 일반 운전 상태

위에서 언급한 바와 같이 버터플라이 밸브 바디와 디스크에 여러 가지 하중이 가해졌을 때 구조 안전도를 평가하였다. 버터플라이 밸브 바디의 일반 운전 상태(case 1)에 대하여 유한 요소법에 근거하여 수치해석을 수행하였고 그 결과를 Fig. 6에 도시하였다. Fig. 6에서 알 수 있듯이 반경 방향 내부 압력이 작용하는 경우에 변형은 좌우 대칭으로 발생하며 바디의 최대 변형량은 0.187mm 이고 바디의 위쪽과 아래쪽 중앙 지점에서 발생한다. 또한 이 경우의 안전계수는 6.98이며 따라서 바디는 충분히 안전함을 예상할 수 있다.

버터플라이 밸브 디스크의 일반 운전 상태, 다시 말하여 디스크에 역방향 하중이 $10\text{kg}/\text{cm}^2$ 로 가해지는 경우(case 5)에 대한 변형량과 유효응력을 Fig. 7에 나타내었다. 이 결과로부터 알 수 있듯이 최대 변형량은 0.652mm 이며 축과 디스크의 체결부위에서 발생한다. 디스크의 변형 형태는 축을 중심으로 상하 대칭이며 좌우 대칭이다. 안전계수는 축에 대하여 13.2이며, 디스크에 대하여 3.35로서 충분히 안전함

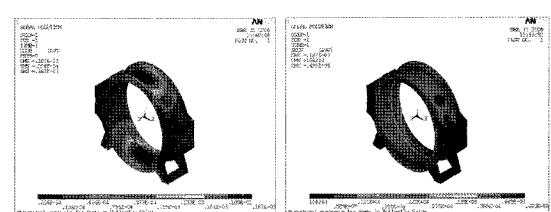
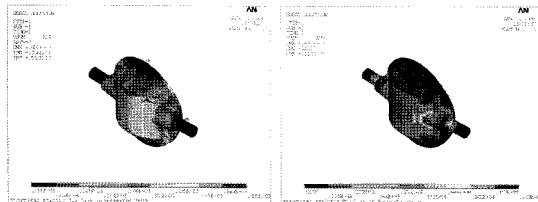


Fig. 6 Distribution of displacement and equivalent stress for case 1
(a) Displacement (b) Equivalent stress



(a) Displacement

(b) Equivalent stress

Fig. 7 Distribution of displacement and equivalent stress for case 5

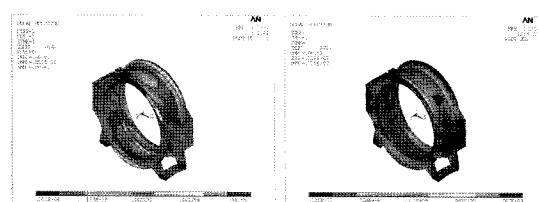
을 알 수 있다. 따라서 버터플라이 밸브의 바디와 디스크는 일반 운전 상태에 대하여 충분히 안전하게 설계되었음을 알 수 있다.

3.2 바디의 설계 변경

버터플라이 밸브 바디의 가압 테스트 상태에 대하여 설계 변경 전(case 2)과 후(case 3)의 결과를 비교 검토하였다. case 2는 설계 변경 전으로서 밸브 바디에 내부 압력 $23\text{kg}/\text{cm}^2$ 의 반경 방향 하중과 볼트에 가해지는 축 방향 하중이 가해지는 경우이다. Fig. 8은 이 경우에 대한 변형량과 유효응력의 분포를 나타낸다. Fig. 8로부터 알 수 있듯이 최대 변형량은 플랜지 상하부에서 발생하며 그 값은 2.61mm 이다. 그리고 안전계수는 0.47로서 지속적인 하중이 작용하는 경우에는 위험하며 설계 보강이 필요하다는 것을 예상할 수 있다.

즉, 가압 테스트 상태에서 플랜지 상하부가 옆으로 벌어지는 형태로 변형하며 이러한 하중이 상당기간 작용한다면 소성 변형이 발생하여 플랜지 상하부로 유체의 누설이 발생할 것으로 판단된다.

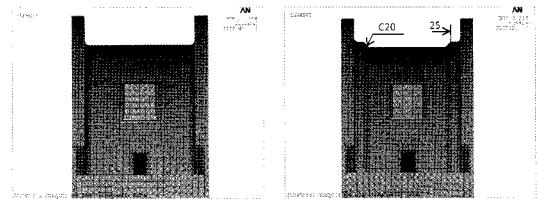
바디의 구조 안전성을 향상시키기 위하여 여러 가지 설계 변경안이 존재하며 본 연구에서는 Fig. 9와 같이 허브 타입의 플랜지로 형상을 변경하였다. 즉, case 3은 case 2에 대하-



(a) Displacement

(b) Equivalent stress

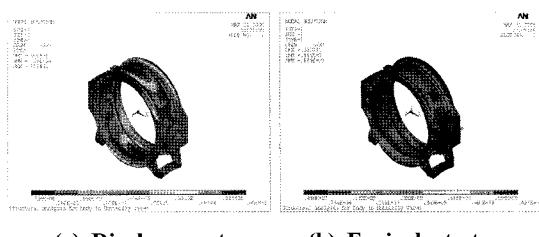
Fig. 8 Distribution of displacement and equivalent stress for case 2



(a) Before modification

(b) after modification

Fig. 9 Design modification for body



(a) Displacement

(b) Equivalent stress

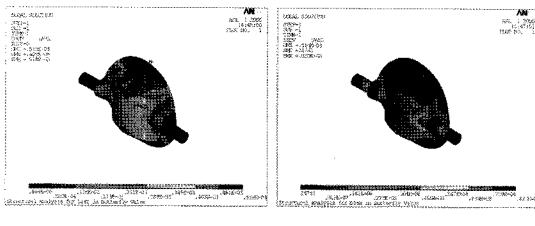
Fig. 10 Distribution of displacement and equivalent stress for case 3

여 허브 타입의 플랜지를 갖는 버터플라이 밸브 바디의 가압 테스트 상태로서 반경 방향 하중과 볼트에 가해지는 축 방향 하중이 적용되는 경우이다. Fig. 10은 case 3에 대한 변형량과 유효응력의 분포를 나타낸다. 최대 변형량이 발생하는 위치는 case 2의 경우와 마찬가지로 플랜지 상하부에서 발생하지만 최대 변형량은 1.83mm 로서 case 2의 2.61mm 에 비하여 적게 변형함을 알 수 있다. 또한, 안전계수는 0.55로서 이론적으로 위험하다.

그러나 최대 응력 발생지점이 case 2의 경우와 달리 다리(lug) 부분이며 발생하는 영역도 매우 국부적이어서 파손되지 않을 것으로 예상되므로 case 2의 경우에 비하여 상대적으로 안전함을 알 수 있다.

3.3 디스크의 하중 방향

버터플라이 밸브 디스크의 하중 방향에 따른 결과를 고찰하였다. 디스크에 정방향 내부 압력이 작용하는 경우(case 4)와 역방향 하중이 작용하는 경우(case 5)에 대하여 각각 수치해석을 수행하였다. Fig. 11에서 알 수 있듯이 디스크에 정방향 내부 압력이 작용하는 경우의 최대 변형량은 디스크의 위쪽과 아래쪽 중앙에서 발생하며 그 값은 0.518mm 이다. 또한, 축과 디스크의 체결부위에서 발생하는 응력 집중 현상에 의하여 최대 유효응력이 발생한다. Case 4에 대한



(a) Displacement

(b) Equivalent stress

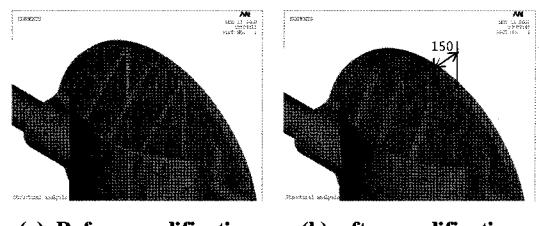
Fig. 11 Distribution of displacement and equivalent stress for case 4

안전계수는 축에 대하여는 16.6이며, 디스크에 대하여는 4.2이다.

Case 4와 5를 비교해보면 정방향 하중에 의한 변형량은 0.518mm이며, 역방향 하중에 의한 변형량은 0.652mm이다. 또한, 정방향 하중에 대한 안전계수는 축에 대한 경우는 16.6이고 디스크에 대한 경우는 4.2이며, 역방향 하중에 대한 안전계수는 축에 대한 경우는 13.2이고 디스크에 대한 경우는 3.35이다. 따라서 정방향 하중에 의한 변형량이 역방향 하중에 의한 것보다 상대적으로 작음을 알 수 있으며, 안전계수도 정방향 하중이 작용하는 경우가 상대적으로 크며 이 결과는 정방향 하중이 작용하는 경우가 역방향 하중이 작용하는 경우에 비하여 상대적으로 안전함을 의미한다. 이는 하중의 크기는 동일하지만, 베터플라이 밸브 디스크의 형상이 앞·뒷면 대칭이 아니며 역방향 하중이 작용하는 경우 보다 정방향 하중이 작용하는 경우에 상대적으로 덜 변형하도록 형성되어 있기 때문이다. 즉, 정방향 하중이 작용하는 면의 디스크 형상이 굴곡과 요철이 많이 존재한다고 판단할 수 있다.

3.4 디스크의 설계 변경

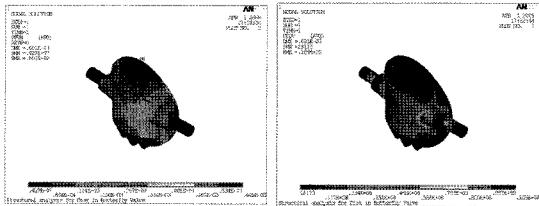
역방향 하중이 작용하는 디스크에서 리브의 두께와 형상을 변경 시키기 전(case 5)과 후(case 6)의 결과를 비교 검토하였다. 리브의 형상은 구조 안전성을 향상시키기 위하여 Fig. 12와 같이 변경하였다. Fig. 13은 역방향 하중이 작용하는 디스크의 설계 변경 후에 대한 변형량과 유효응력을 나타낸 그림이다. Fig. 7과 Fig. 13에서 알 수 있듯이 설계 변경 전의 최대 변형량은 0.652mm이며 디스크의 상하부 중앙에서 발생하며, 설계 변경 후의 최대 변형량은 0.601mm이며 발생 위치는 설계 변경 전과 동일하다. 설계 변경 전의 안전계수는 축에 대하여 13.2이고 디스크에 대하여 3.35이며, 설계 변경 후는 축에 대하여 12.9와 디스크에 대하여 3.3



(a) Before modification

(b) after modification

Fig. 12 Design modification for disk



(a) Displacement

(b) Equivalent stress

Fig. 13 Distribution of displacement and equivalent stress for case 6

이다. 따라서 설계 변경 전과 후의 베터플라이 밸브 디스크는 충분히 안전하게 설계되어 있음을 예상할 수 있다. 또한, 위의 결과들로부터 알 수 있듯이 설계 변경 전 후의 결과가 거의 차이가 없으며 이로부터 리브의 두께와 형상 변경은 안전에 크게 영향을 끼치지 않는다는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

베터플라이 밸브의 국제 규격들에 의한 바디와 디스크의 설계 안전도에 대하여 검토하였다. 즉, 6 가지 하중 조건에 대하여 바디와 디스크의 유한요소 해석을 수행하여 변형량과 유효응력, 안전계수를 계산하고 이로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 베터플라이 밸브의 바디와 디스크는 일반 운전 상태에 대하여 충분히 안전하게 설계되었음을 알 수 있었다.
- (2) 베터플라이 밸브 바디의 가압 테스트 상태에 대하여 설계 변경 전과 후의 결과를 비교하였다. 설계 변경 전의 결과는 플랜지 상하부로 유체 누설이 발생할 것으로 예상되었다. 따라서 플랜지 부분을 허브 타입으로 설계 변경하였고 그 결과 설계 변경 전에 비하여 상대적으로 안전하였다.

- (3) 버터플라이 밸브 디스크의 하중 방향이 정 방향이든 역 방향이든 상관없이 충분히 안전하게 설계되었음을 알 수 있었다. 단, 정 방향 하중의 경우가 역 방향 하중의 경우에 비해 다소 안전하였다.
- (4) 역 방향 하중이 작용하는 디스크에서 리브의 두께와 형상을 변경시켜 본 결과 설계 변경 전후의 결과가 거의 차이가 없었으며, 이로부터 리브의 두께와 형상의 변경은 크게 의미가 없음을 예측할 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) Kim, Y. C., 2002, "Characteristics and application technology for butterfly valve," *Control Instrumentation*, pp. 42~47.
- (2) Addy, A. L., Morris, M. J., and Dutton, J. C., 1985, "An investigation of compressible flow characteristics of butterfly valves," *ASME Journal of Fluids Engineering*, Vol. 107, pp. 512~517.
- (3) Kim, O. S., Lee, H. C., and Park, W. C., 2001, "Investigation of Mechanical Characteristics of ER Fluids for Application in Hydraulic Valve," *Transactions of the Korean Society of Machine Tool Engineers*, Vol. 10, No. 4, pp. 84~90.
- (4) Park, S. W. and Lee, S. W., 2000, "Three-dimensional flow characteristics in the downstream regions of a butterfly-type valve used in air-conditioning systems," *Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers*, Vol. 24, No. 2, pp. 260~269.
- (5) Sim, H. S., Lee, C. W., Kim, N. K., Ahn, K. C., and Namkoong, C. K., 2005, "Flow Control for High Pressure Gas by using a Solenoid Valve," *Proceedings of the KSMTE Spring Conference 2005*, pp. 156~161.
- (6) Choi, Y., Boo, K. S., Yeo, H. T., Hur, K. D., and Kim, H. K., 2004, "Design of Butterfly Valve Disk to Minimize Interference at Opening and Closing," *Journal of the Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 21, No. 12, pp. 140~145.
- (7) Park, Y. C., Bae, I. H., and Lee, D. H., 2004, "The Design of the Butterfly Valve Using Axiomatic Design," *Transactions of the Korean Society of Ocean Engineers*, Vol. 18, No. 4, pp. 59~64.
- (8) KS, 2008, *Butterfly valves for water works*, KS B 2333, Korean Standards Association, Seoul.
- (9) API, 1997, *Butterfly valves: Lug- and Wafer-type*, API 609, the American Petroleum Institute.
- (10) ASME, 2004, *Valves - Flanged, Threaded and Welding End*, ASME/ANSI B 16.34, American Society of Mechanical Engineers.
- (11) ISO, 1994, *Metallic butterfly valves for general purposes*, ISO 10631, International Organization for Standardization, Geneva.
- (12) BS, 1984, *Specification for butterfly valves*, BS 5155, The British Standards Institution, London.
- (13) ANSYS, 2005, *ANSYS User's Manual Version 10.0*, ANSYS Inc.
- (14) SolidWorks, 2008, *SolidWorks Version 2005*, Dassault Systemes SolidWorks Corp.
- (15) HyperMesh, 2008, *HyperMesh Version 7.0*, Altair Engineering Inc.