

Chebychev 항등식과 Bessel 계수를 이용한 지수펄스모형함수 생성 및 특성

Generation and Characteristics of Exponential Pulse Shaping Functions using Chebychev Identity Equation and Bessel Coefficients

이정재*, 박선광*

Jeong-Jae Lee*, Sun-Kwang Park*

요약

본 논문에서는 Chebychev 항등식과 Bessel 계수로부터 유도 될 수 있는 새로운 지수펄스모형함수를 제안하고 그 특성을 고찰한다. 제안된 지수펄스모형함수는 매개변수 변화에 따라 시간과 주파수영역에서 서로 다른 특성을 갖는 다양한 펄스 모형함수를 발생시킬 수 있다. 그리고 지수펄스모형함수의 미분함수로부터 여러 형태를 갖는 새로운 펄스모형함수를 얻을 수 있다. 미분으로부터 얻어지는 지수펄스함수의 짝수 계와 홀수 계 미분 함수간은 직교성을 유지한다. 이러한 기본적인 특성을 통상적인 Gaussian 펄스 모형함수와 비교 분석함으로써 그 유용성을 확인한다. 통신시스템의 요구 설계조건에 따라 최적의 지수펄스파형을 선택하여 사용할 수 있다.

Abstract

In this paper, we propose a new exponential pulse shaping function based on Chebychev identity equation and Bessel coefficients. The proposed pulse shaping function can produce various pulses with the different characteristics in the time and frequency domain by changing its two parameters. By differentiating the exponential pulse shaping function, we obtain new different pulse functions, in which the even order derivatives of the exponential pulse shaping function are orthogonal to its odd order derivatives. To find the efficiency of the proposed exponential pulse shaping function, we analyze its essential characteristics and compare them with those of the conventional Gaussian pulses. We can choose the most suitable exponential pulse waveform according to the design criteria of communication systems.

Keywords : Gaussian pulse, Exponential pulse shaping function, Chebychev identity equation, Chebychev coefficient, Waveform

I. 서론

펄스모형함수는 두 가지 측면에서 생각할 수 있는데 첫째로 대역 제한된 채널에서 전송률을 높이기 위한 것이고 둘째는 펄스를 이용하는 통신에서의 시간과 주파수영역에서의 특성을 좋게 하는 것이다. 먼저 기저대역 통신에서 수신되는 신호간의 간섭(ISI:inter symbol interference)을 최소화 하기 위해서는 Nyquist 전송률을 만족시켜야하며 이는 대역폭과 밀접한 관계가 있다. 그리고 펄스모형함수의 임펄스응답은

송신되는 신호의 전력스펙트럼밀도(PSD: power spectral density)에 영향을 주기 때문에 모형함수의 선택은 매우 중요한 의미를 갖는다. 대역 제한된 채널을 ISI 없이 통과하기 위한 이상적인 펄스모형은 sinc함수이며 이는 시간영역에서 제한된 펄스가 아니기 때문에 실현 불가능한 펄스다. 따라서 실현가능한 상승여현필터 등이 이용되고 있다[1,2]. 한편 펄스신호를 사용하는 대표적인 통신방식은 레이더이며 단일 또는 복수 주기의 정현파 펄스를 사용한다. 그리고 30년 정도의 역사를 가진 초광대역(UWB: ultra wide band) 통신은 높은 지연 해상도 특성을 가지며 폭이 매우 짧은 펄스를 이용하는 기술방식이다. IR (impulse radio)기술은 시간영역에서 매우 짧은 펄스를 이용하며 펄스함수 생성 및 적절한 파형필터에 대한 임펄스응답의 선택이 핵심 기술 중의 하나로 되어 있다. 지금까지 시간과 주파수 영역에서 비교적 좋은 특성을 갖는 대표적인 펄스로 Gaussian 펄스, 그리고 직교성

* 동의대학교 정보통신공학과

접수일자 : 2008. 12. 9 수정 완료 : 2009. 1. 8

게재확정일자 : 2009. 1. 28

※ 이 논문은 2006학년도 동의대학교 교내연구비에 의하여 연구되었음(2006AA151)

을 갖는 Hermite 펄스와 PSWF(prolate spheroidal wave function) 등이 알려져 있다[3,4].

본 논문에서는 Chebychev 항등식과 Bessel 계수로부터 유도될 수 있는 새로운 지수펄스모형함수를 제안하고 그 특성을 고찰한다. 이를 위하여 제 II장에서는 새로운 지수펄스모형함수를 유도하고 제 III장에서는 시간영역에서의 지수펄스모형함수의 특성을 살펴본다. 그리고 제 IV장에서는 지수펄스모형함수의 미분특성을 분석하고 제 V장에서는 주파수영역에서 지수펄스모형함수의 에너지와 전력스펙트럼밀도의 특성을 검토한다. 마지막으로 제 VI장에서 결론을 맺는다.

II. 지수펄스모형함수

Chebychev항등식과 Bessel 계수로부터 동일한 형태의 지수펄스모형함수가 유도될 수 있다. 먼저 다음 식 (1)과 같이 정의되는 Chebychev 항등식을 이용하여 지수펄스모형함수를 유도한다.

$$e^{izs} = J_0(z) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} i^k J_k(z) T_k(s) \quad (1)$$

여기서 $J_k(z)$ 는 k계 제 1종 Bessel 함수, 그리고 $T_k(s)$ 는 Chebychev 다항식으로 다음 식 (2)와 같이 정의된다[5,6].

$$T_k(s) = \begin{cases} \cos(k \cos^{-1} s) & |s| \leq 1 \\ \cosh(k \cosh^{-1} s) & |s| \geq 1 \end{cases} \quad (2)$$

식 (2)에서 만약 $s = \cos \frac{\pi}{\tau} t$ 라면 $|s| = \cos \frac{\pi}{\tau} t \leq 1$ 이므로 Chebychev 다항식은 다음 식 (3)과 같이 표현된다.

$$T_k(s) = \cos[k \cos^{-1}(\cos \frac{\pi}{\tau} t)] = \cos \frac{k\pi}{\tau} t \quad (3)$$

여기서 $iz=A$ 라 놓으면 Bessel 함수는 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$J_0(z) = J_0(-iA) = I_0(A) \quad (4)$$

$$i^k J_k(z) = i^k J_k(-iA) = i^{-k} J_k(iA) = I_k(A) \quad (5)$$

여기서 $I_k(A)$ 는 k계 제 1종 변형 Bessel 함수다. 식 (3),(4) 그리고 (5)를 식 (1)에 대입하면 다음 식 (6)으로 표현된다.

$$e^{izs} = e^{A \cos \frac{\pi}{\tau} t} = I_0(A) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A) \cos \frac{k\pi}{\tau} t \quad (6)$$

Bessel 계수를 이용한 다른 지수펄스모형함수의 유도는 다음과 같이 얻을 수 있다. Bessel 계수인 정수 차의 Bessel함수 $J_n(z)$ 에 대한 발생함수는 다음 식 (7)과 같다[5].

$$G(z, h) = \exp\left(\frac{z}{2}\left(h - \frac{1}{h}\right)\right) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) h^n \quad (7)$$

여기서 $h = e^{j\theta}$, $j = \sqrt{-1}$ 로 놓으면 식 (7)의 두 번째 항에서

$$\begin{aligned} \exp\left[\frac{z}{2}(e^{j\theta} - e^{-j\theta})\right] &= \exp(jz \sin\theta) \\ &= \cos(z \sin\theta) + j \sin(z \sin\theta) \end{aligned} \quad (8)$$

식 (7)의 마지막 항에서

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) \exp(jn\theta) \\ &= J_0(z) + 2J_2(z) \cos 2\theta + 2J_4(z) \cos 4\theta + \dots \\ &\quad + j2[J_1(z) \sin\theta + J_3(z) \sin 3\theta + \dots] \end{aligned} \quad (9)$$

식 (8)과 (9)를 비교하면

$$\begin{aligned} \cos(z \sin\theta) &= J_0(z) + 2J_2(z) \cos 2\theta + 2J_4(z) \cos 4\theta + \dots \\ \sin(z \sin\theta) &= 2J_1(z) \sin\theta + 2J_3(z) \sin 3\theta + \dots \end{aligned} \quad (10)$$

식 (10)에서 $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2} - \theta$ 로 대치하면 다음 식 (11)과 같이 변한다.

$$\begin{aligned} e^{jz \cos\theta} &= J_0(z) - 2J_2(z) \cos 2\theta + 2J_4(z) \cos 4\theta + \dots \\ &\quad + j2[J_1(z) \cos\theta - J_3(z) \cos 3\theta + \dots] \end{aligned} \quad (11)$$

식 (11)에서 $A=jz$ 로 놓으면 $z=-jA$, 그리고 식 (4)와 (5)의 관계를 이용하면 식 (12)를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} e^{A \cos\theta} &= J_0(-jA) - 2J_2(-jA) \cos 2\theta + 2J_4(-jA) \cos 4\theta + \dots \\ &\quad + j2[J_1(-jA) \cos\theta - J_3(-jA) \cos 3\theta + \dots] \\ &= I_0(A) + 2I_2(A) \cos 2\theta + 2I_4(A) \cos 4\theta + \dots \\ &\quad + j2[j^{-1}I_1(A) \cos\theta - j^{-3}I_3(A) \cos 3\theta + \dots] \\ &= I_0(A) + 2I_1(A) \cos\theta + 2I_2(A) \cos 2\theta + 2I_3(A) \cos 3\theta + \dots \\ &= I_0(A) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A) \cos k\theta \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)에서 $\theta = \frac{\pi}{\tau} t$ 로 놓으면 식 (6)과 동일한 결과를 얻을 수 있다. 식 (6)에서 $t=0$ 으로 놓으면 다음 식 (13)으로 표현된다.

$$e^A = I_0(A) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A) \quad (13)$$

식 (13)의 양변을 e^A 로 나누면

$$1 = \frac{I_0(A)}{e^A} + \frac{2 \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A)}{e^A}$$

로 되며 이로부터 정규화 된 지수펄스모형함수를 다음 식 (14)와 같이 정의할 수 있다.

$$\begin{aligned} p_{\text{exp}}(t) &= \frac{1}{e^A} e^{A \cos \frac{\pi}{\tau} t} \\ &= \frac{I_0(A)}{e^A} + \frac{2}{e^A} \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A) \cos \frac{k\pi}{\tau} t \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $p_{\text{exp}}(0) = 1$, 그리고 $p_{\text{exp}}(-t) = p_{\text{exp}}(t)$ 의 관계를 가지므로 지수펄스모형함수 $p_{\text{exp}}(t)$ 는 우함수다. 한편 기존의 Gaussian 펄스모형함수는 다음 식 (15)와같이 표현된다[3,4].

$$p_{\text{gauss}}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} = \frac{\sqrt{2}}{\alpha} e^{-\frac{2\pi t^2}{\alpha^2}} \quad (15)$$

여기서 파라미터 $\alpha = 2\sigma\sqrt{\pi}$ 이며 $p_{gauss}(t)$ 도 우함수다. 그리고 $t=0$ 에서 최대값 $\frac{\sqrt{2}}{\alpha}$ 을 갖기 때문에 정규화를 위해서는 최대값으로 나누어 주어야한다.

III. 시간 영역에서의 지수펄스모형함수

Gaussian 펄스모형함수 $p_{gauss}(t)$ 는 매개변수 α 의 변화에 따라 시간영역의 특성이 달라지며 지수펄스모형함수 $p_{exp}(t)$ 는 두 매개변수 A 와 τ 의 변화에 따라 시간영역에서의 특성이 달라진다. 그림 1은 Gaussian 펄스모형함수 $p_{gauss}(t)$ 의 α 를 $0.7ns$ 에서 $1.4ns$ 까지 변화시킨 시간영역에서의 Gaussian 펄스파형의 변화를 보여준다. Gaussian 펄스파형은 α 가 증가할수록 펄스폭이 넓어지는 것을 알 수 있다. 한편 그림 2와 그림 3은 지수펄스모형함수 $p_{exp}(t)$ 의 매개변수 A 를 각각 10과 20으로 고정하고 τ 를 $4ns$ 에서 $6ns$ 까지 변화시킨 각각의 지수펄스파형의 특성을 보여준다. 그림 2와 그림 3에서 알 수 있는 바와 같이 두 경우 모두 τ 의 증가에 따라 지수펄스의 폭이 넓어진다. 그리고 $A=10$ 일 때에 비하여 $A=20$ 일 경우 τ 의 증가에 따른 펄스폭의 변화 범위가 적어짐을 알 수 있다. 그림 4는 지수펄스모형함수 $p_{exp}(t)$ 의 매개변수 $\tau=4ns$ 로 고정하고 매개변수 A 를 10에서 30까지 변화시킨 지수펄스파형의 변화를 보여준다. 그림 4에서 A 의 증가는 펄스폭을 감소시키는 특성을 갖는다.

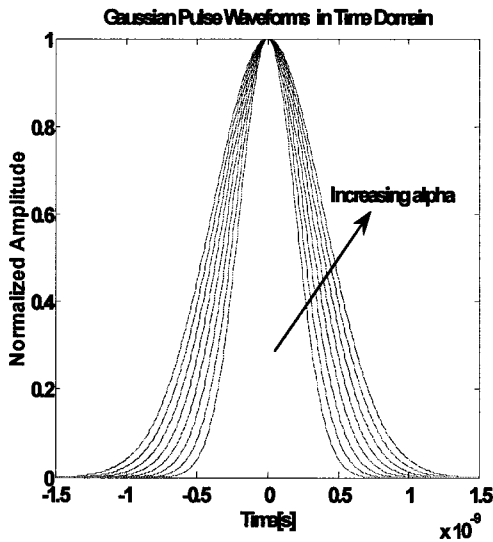


그림 130. α (alpha)를 $0.7ns$ 에서 $1.4ns$ 까지 변화시킨 Gaussian 펄스파형의 변화.
Fig. 1. Gaussian pulse waveforms corresponding to the parameter α varying between $0.7ns$ and $1.4ns$.

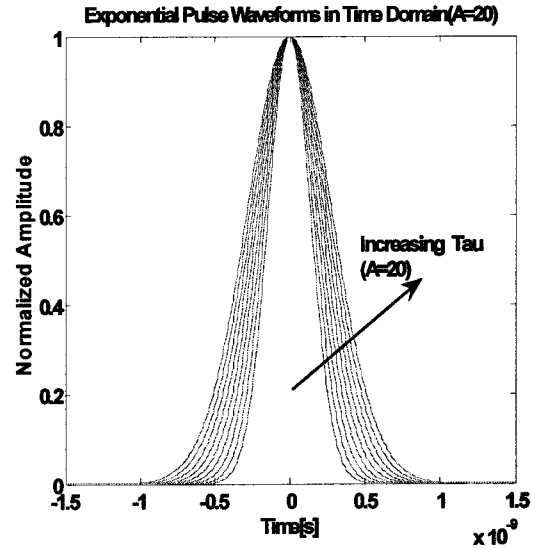


그림 131. 매개변수 A 를 20으로 고정하고 τ (tau)가 $4ns$ 에서 $6ns$ 까지 증가 할 경우의 지수펄스파형 변화.
Fig. 3. Exponential pulse waveforms corresponding to the parameter τ (tau) varying between $4ns$ and $6ns$ for $A=20$.

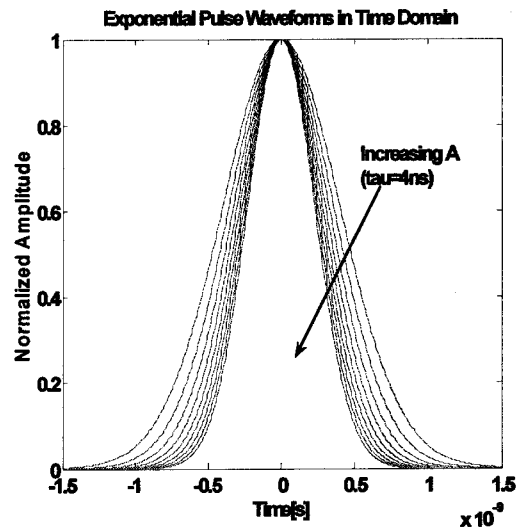


그림 132. 매개변수 $\tau=4ns$ 로 고정하고 매개변수 A 를 10에서 30까지 변화시킨 지수펄스파형의 변화.
Fig. 4. Exponential pulse waveforms corresponding to the parameter A varying between 10 and 30 for τ (tau)= $4ns$.

IV. 지수펄스모형함수의 미분함수 특성

이 장에서는 지수펄스모형함수의 미분과 그 특성에 대하여 검토한다. 식 (14)로부터 시간영역에서 지수펄스모형함수 $p_{exp}(t)$ 는 다음과 같다.

$$p_{\text{exp}}(t) = \frac{I_0(A)}{e^A} + \frac{2}{e^A} \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A) \cos \frac{k\pi}{\tau} t$$

$p_{\text{exp}}(t)$ 의 1계 미분은 다음 식 (16)과 같이 구할 수 있다.

$$\frac{dp_{\text{exp}}(t)}{dt} = \frac{2}{e^A} \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A) \left(\frac{k\pi}{\tau}\right) \cos\left(\frac{k\pi}{\tau} t + \frac{\pi}{2}\right) \quad (16)$$

이를 한 번 더 미분하면 2계 미분은 다음 식 (17)과 같이 표현된다.

$$\frac{d^2 p_{\text{exp}}(t)}{dt^2} = \frac{2}{e^A} \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A) \left(\frac{k\pi}{\tau}\right)^2 \cos\left(\frac{k\pi}{\tau} t + \frac{2\pi}{2}\right) \quad (17)$$

그리고 3계 미분은 다음 식 (18)과 같다.

$$\frac{d^3 p_{\text{exp}}(t)}{dt^3} = \frac{2}{e^A} \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A) \left(\frac{k\pi}{\tau}\right)^3 \cos\left(\frac{k\pi}{\tau} t + \frac{3\pi}{2}\right) \quad (18)$$

이들 식 (16), 식 (17) 그리고 식 (18)로부터 n 계 미분지수 펄스모형함수를 다음 식 (19)와같이 정의할 수 있다. 여기서 $n=1,2,3,\dots$ 양의 정수다.

$$\frac{d^n p_{\text{exp}}(t)}{dt^n} = \frac{2}{e^A} \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A) \left(\frac{k\pi}{\tau}\right)^n \cos\left(\frac{k\pi}{\tau} t + \frac{\pi}{2} n\right) \quad (19)$$

그림 5는 $A=20$ 그리고 $\tau=4ns$ 인 조건에서 지수펄스모형함수의 최초 5계 미분까지의 펄스파형을 보여준다. 그림 5로부터 짝수계의 미분함수는 우함수이고 홀수계의 미분함수는 기함수의 특성을 가짐을 알 수 있다. 이를 이론적으로 검토하여보면 식 (19)로부터 n 계 미분지수펄스모형함수는 n 에 따라 다음과 같이 구분하여 정의할 수 있다.

n 가 짝수 즉 $n=2m$, 여기서 $m=1,2,3,\dots$ 로 양의 정수면 다음 식 (20)과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{d^n p_{\text{exp}}(t)}{dt^n} = \frac{2}{e^A} \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A) \left(\frac{k\pi}{\tau}\right)^{2m} (-1)^m \cos\left(\frac{k\pi}{\tau} t\right) \quad (20)$$

그리고 n 가 홀수 즉 $n=2m-1$, 여기서 $m=1,2,3,\dots$ 로 양의 정수면 다음 식 (21)과 같이 된다.

$$\frac{d^n p_{\text{exp}}(t)}{dt^n} = \frac{2}{e^A} \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A) \left(\frac{k\pi}{\tau}\right)^{(2m-1)} (-1)^m \sin\left(\frac{k\pi}{\tau} t\right) \quad (21)$$

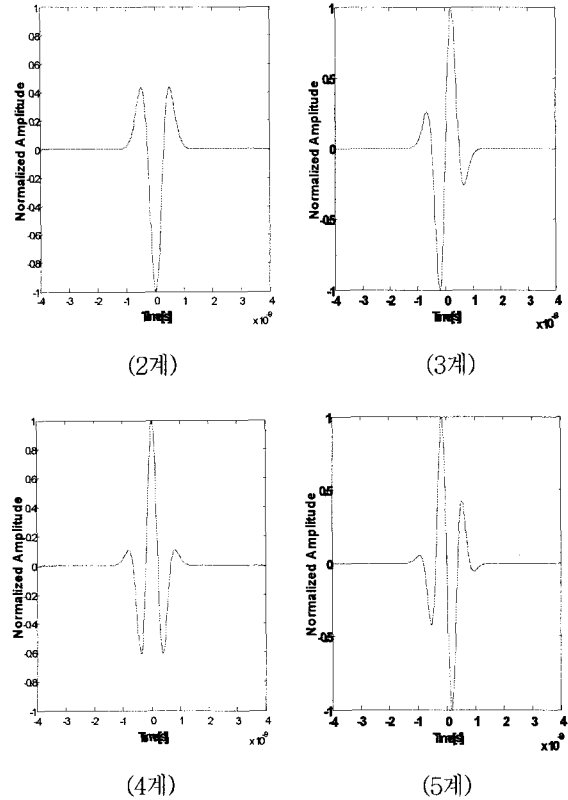
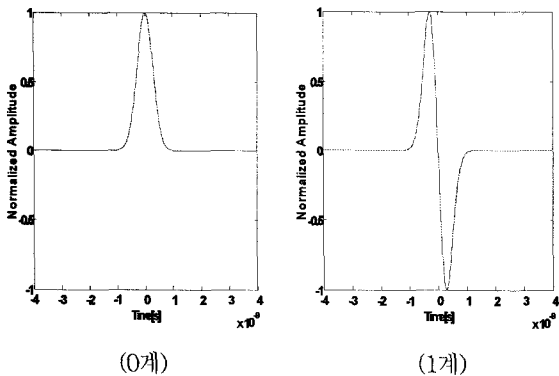


그림 5. 지수펄스모형함수의 최초 5계 미분 펄스파형 ($A=20, \tau=4ns$)

Fig. 5. Pulse waveforms of the first 5 derivatives of the exponential pulse shaping function for $A=20$ and $\tau=4ns$.

그림 5에서 분석한 바와 같이 식 (20)은 우함수이며 식 (21)은 기함수로 표현됨을 확인할 수 있다. 그리고 식 (20)에서 짝수 계 미분지수펄스모형함수의 $\cos\left(\frac{k\pi}{\tau} t\right)$ 항과 식 (21)의 홀수 계 미분지수펄스모형함수의 $\sin\left(\frac{k\pi}{\tau} t\right)$ 항으로부터 두 경우 생성되는 짝수 계 미분지수펄스모형함수와 홀수 계 미분지수펄스모형함수간은 상호 직교함을 쉽게 증명할 수 있다.

V. 주파수 영역에서의 지수펄스모형함수

이 장에서는 지수펄스모형함수의 주파수특성을 분석한다. 식 (14)를 식 (22)와 같이 변형하여 주파수영역에서의 분석을 간단히 한다.

$$p_{\text{exp}}(t) = \frac{I_0(A)}{e^A} + \frac{2}{e^A} \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A) \cos \frac{k\pi}{\tau} t = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos \frac{k\pi}{\tau} t \quad (22)$$

여기서 $a_0 = \frac{I_0(A)}{e^A}$, $b_k = \frac{2I_k(A)}{e^A}$ 이다.

식 (22)의 양변을 Fourier 변환하면 식 (23)과 같은 결과를 얻을 수 있다[7].

$$P_{\text{exp}}(\omega) = \left[\frac{2a_0}{\omega} + 2 \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cdot (-1)^k \cdot \frac{\omega}{\omega^2 - \frac{\pi^2 k^2}{\tau^2}} \right] \cdot \sin \omega \tau \quad (23)$$

식 (23)의 각주파수 $\omega = 2\pi f$ 로 변환하면 다음 식 (24)와같이 표현할 수 있다.

$$P_{\text{exp}}(f) = \left[\frac{I_0(A)}{\pi f e^A} + 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{I_k(A)}{e^A} (-1)^k \cdot \frac{2\pi f \tau^2}{(2\pi f)^2 \tau^2 - \pi^2 k^2} \right] \sin(2\pi f \tau) \quad (24)$$

식 (24)로부터 지수펄스파형의 에너지스펙트럼밀도(ESD: energy spectral density) $\Psi_{\text{exp}}(f) = |P_{\text{exp}}(f)|^2$ 로 정의되며 n계 미분지수펄스모형함수 $\frac{d^n p_{\text{exp}}(t)}{dt^n}$ 의 주파수 특성 $P_{n\text{exp}}(f)$ 는 식 (19)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} P_{n\text{exp}}(f) &= F \left[\frac{d^n p_{\text{exp}}(t)}{dt^n} \right] \\ &= \frac{2}{e^A} \sum_{k=1}^{\infty} I_k(A) \left(\frac{k\pi}{\tau} \right)^{n\tau} \\ &\quad \cdot [\text{sinc}(2f\tau - k) e^{j\frac{\pi n}{2}} + \text{sinc}(2f\tau + k) e^{-j\frac{\pi n}{2}}] \end{aligned} \quad (25)$$

식 (25)에서 함수 $F[\cdot]$ 는 푸리에변환이다. 한편 n계 미분된 지수펄스모형함수의 전력스펙트럼밀도

$S_n(f) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} |P_{n\text{exp}}(f)|^2$ 로 정의된다. 여기서 2τ 는 유효한 펄스구간이다. 그림 6은 α 를 $0.7ns$ 에서 $1.4ns$ 까지 증가시킨 Gaussian 펄스파형의 에너지스펙트럼밀도의 변화를 보여준다[3]. 그림 1에서 α 가 증가할 때 펄스폭이 증가하기 때문에 주파수영역에서 대역폭의 감소를 예측할 수 있으며 그림 6을 통하여 이를 확인할 수 있다. 그림 7은 $A=20$ 일 때 $4ns$ 에서 $6ns$ 까지 $\tau(\tau)$ 의 증가에 따른 지수펄스모형함수의 에너지스펙트럼밀도를 보여준다. 그림 2에서 $\tau(\tau)$ 의 증가는 시간영역에서의 펄스폭을 증가시키기 때문에 주파수영역에서 대역폭의 감소를 예측할 수 있으며 그림 7로부터 이를 확인할 수 있다. 그림 8은 $\tau=4ns$ 에서 A 가 20에서 30까지 변할 때 지수펄스모형함수의 에너지스펙트럼밀도를 보여준다. 그림 4에서 A 의 증가는 펄스폭을 감소시키며 주파수영역에서 대역폭의 증가를 예측할 수 있으며 그림 8로부터 A 의 증가에 따른 대역폭의 증가를 확인할 수 있다.

미분된 펄스모형함수의 특성을 분석하기 위하여 전력스펙트럼

밀도를 분석한다. 그림 9는 $\alpha = 1ns$ 에서 최초 10계까지 미분된 Gaussian 펄스모형함수의 전력스펙트럼밀도 변화 특성을 보여주고 있다[3]. 미분 계수의 증가는 대역폭의 증가를 초래함을 알 수 있다. 그림 10은 $A=20$, $\tau=4ns$ 일 경우 최초 10계까지 미분된 지수펄스모형함수의 전력스펙트럼밀도의 변화 특성을 보여준다. Gaussian 펄스모형함수와 같이 미분 계수가 증가할수록 대역폭이 증가함을 알 수 있다.

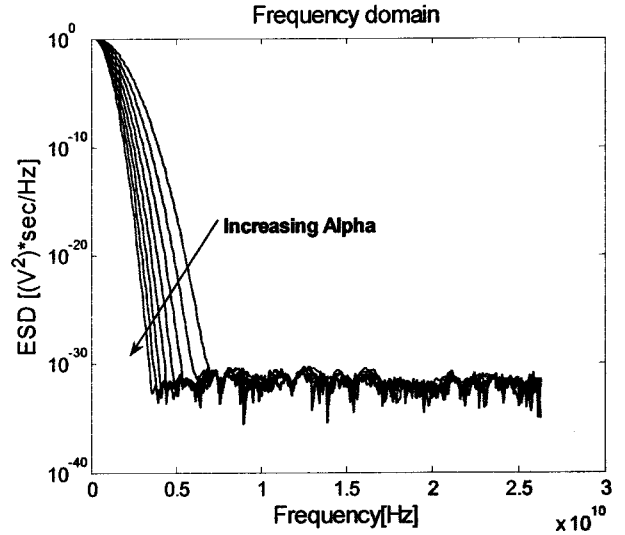


그림 6. α (alpha)를 $0.7ns$ 에서 $1.4ns$ 까지 변화시킨 Gaussian 펄스모형함수의 ESD 변화.

Fig. 6. ESD variation of Gaussian pulse shaping function corresponding to the parameter α (alpha) varying between $0.7ns$ and $1.4ns$.

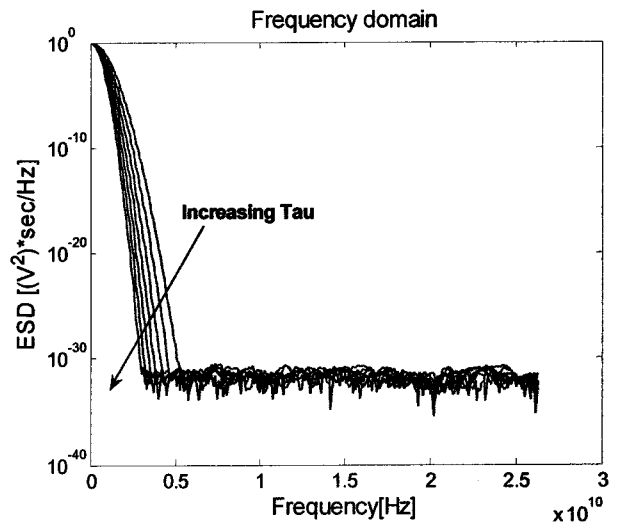


그림 7. 매개변수 A 를 20으로 고정하고 $\tau(\tau)$ 가 $4ns$ 에서 $6ns$ 까지 증가 할 경우의 지수펄스모형함수 ESD 변화.

Fig. 7. ESD variation of exponential pulse shaping function corresponding to the parameter $\tau(\tau)$ varying between $4ns$ and $6ns$ for $A=20$.

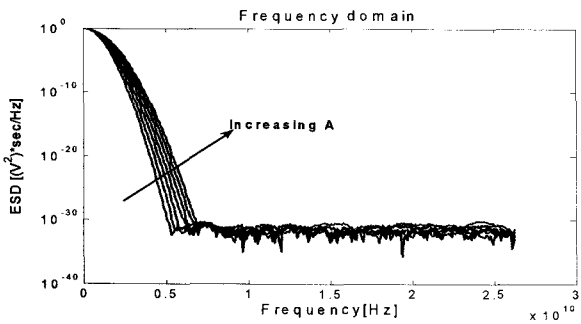


그림 8. 매개변수 $\tau=4ns$ 로 고정하고 매개변수 A를 20에서 30까지 변화시킨 지수펄스모형함수의 ESD 변화.
 Fig. 8. ESD variation of exponential pulse shaping function corresponding to the parameter A varying between 20 and 30 for $\tau(\tau)=4ns$.

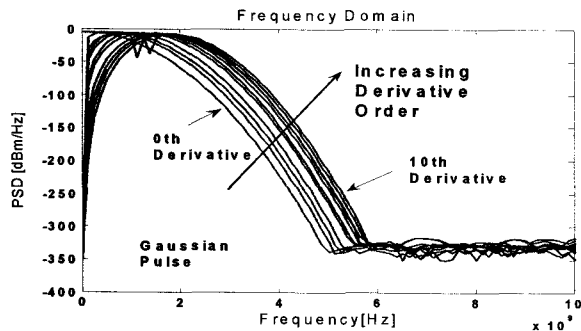


그림 9. 최초 10계 미분 Gaussian 펄스함수의 PSD 변화 ($\alpha = 1ns$).
 Fig. 9. PSD variation of the first 10 derivatives of Gaussian pulse shaping function for $\alpha = 1ns$.

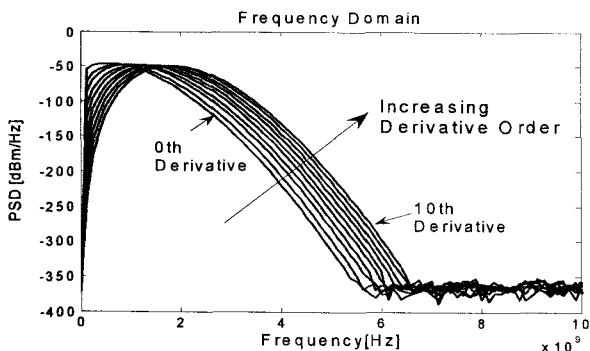


그림 10. 최초 10계 미분지수펄스모형함수의 PSD 변화 ($A=20, \tau=4ns$).
 Fig. 10. PSD variation of the first 10 derivatives of the exponential pulse shaping function for $A=20$ and $\tau=4ns$.

VI. 결론

새로운 지수펄스모형함수를 Chebychev 항등식과 Bessel 계수를 이용하여 유도하였다. 지수펄스모형함수가 갖는 두 종류의 매개변수 A와 τ 를 변화시킴으로써 특성을 달리하는 지수펄스모

형함수를 발생시켰다. 그리고 지수펄스모형함수의 미분은 다양한 형태의 펄스파형을 발생하며 특히 우함수인 짝수 계 미분함수와 기함수인 홀수 계 미분함수는 상호 직교함을 확인하였다. Gaussian 펄스모형함수 또한 매개변수 α 에 의하여 서로 다른 펄스파형이 생성될 수 있기 때문에 두 매개변수 A와 τ 에 의해 변하는 지수펄스모형함수와 정량적으로 두 형태의 펄스모형함수를 비교하기는 어려움이 있으나 시간영역에서의 매개변수 변화에 따른 펄스폭 변화, 주파수영역에서의 에너지스펙트럼밀도, 그리고 미분펄스모형함수의 전력스펙트럼밀도의 특성을 비교 분석함으로써 그 유용성을 확인 하였다. 통신시스템의 설계와 요구조건에 따라 최적의 지수펄스파형이 선택되어 이용될 수 있으며 미분된 지수펄스모형함수의 직교성 또한 통신시스템에 적용이 가능하리라 기대된다.

참고 문헌

- [1] J.G.Proakis, Digital Communications, McGraw- Hill, 1983.
- [2] A.Papoulis, Signal Analysis, McGraw-Hill, 1977.
- [3] M.G Di Benedetto, G.Giancola, Understanding Ultra Wide Band Radio Fundamentals, Prentice Hall, New Jersey, 2004.
- [4] M.Ghavami,L.B.Michael, Ultra Wideband signals and systems in communication engineering, John Wiley & Sons, 2004.
- [5] L.A.Pipes, L.R.Harvill, Applied Mathematics for Engineers and Physicists, McGraW-Hill, 1958.
- [6] M.T.Jong, Methods of Discrete Signal and System Analysis, McGraW-Hill, 1982.
- [7] J.J.Lee, The Analysis of Exponential Window Function for FIR Filter Design, M.Eng. thesis, 1983.



이 정 재(Jeong-Jae Lee)
 1969.3~1973.2 서강대학교 전자공학과 (공학사)
 1981.3~1990.8 한양대학교 전자통신공학과(공학석사, 공학박사)

1987.3~현재: 동의대학교 정보통신공학과 교수
 관심분야: 디지털통신시스템, 이동통신, 부호이론



박선광(Sun-Kwang Park)
 1999.3~2007.2 동의대학교 정보통신공학과(공학사)
 관심분야: 디지털통신시스템, 이동통신, 부호이론