

최적 선형화 기반 디지털 재설계 기법을 이용한 편대 비행의 샘플치 제어

Sampled-Data Control of Formation Flying using Optimal Linearization

이 호 재*, 김 도 완
(Ho Jae Lee and Do Wan Kim)

Abstract : This paper proposes an efficient sampled-data controller design technique for formation flying. To deal with the nonlinearity in the formation flying dynamics and to obtain a linear, rather than affine, model, we utilize the optimal linearization technique. The digital redesign technique is then developed based on the optimal linear model and formulated in terms of linear matrix inequalities. Simulation results show the advantage of the proposed methodology over the conventional controller emulation technique.

Keywords : artificial satellite formation flying, digital redesign, optimal linearization

I. 서론

단일 대형 인공위성의 궤도 비행과 비교하면, 다수의 소형 인공위성에 의한 편대 비행(formation flying)은 많은 장점을 내포한다. 단일 인공위성보다 넓은 영역을 관측할 수 있음은 주지의 사실이며, 고장포용 측면에서 편대 중 일부 인공위성이 고장나더라도 나머지 인공위성에 의하여 임무를 완수할 수 있는 장점이 있다. 또한 다양한 형태의 편대 비행이 가능하여 임무 변경이 쉽다[1,2].

편대를 구성하는 인공위성들은 편대 형태를 변경하거나 기체 간 충돌을 방지하려면 위성 간 상대위치(relative position)의 정확한 제어가 필수적이다. 따라서 편대 비행의 주된 제어문제는 편대 내 주동기(主動器: leader)와 종동기(從動器: follower)간 상대위치의 정확한 제어이다. 일반적으로 편대 비행 궤도의 기준이 되는 인공위성을 주동기라 일컬으며, 주동기의 주변에서 편대를 이루는 인공위성을 종동기라 한다.

대부분의 편대 비행 제어 문제는 Hill이 제시한 간략화된 선형방정식을 이용한다[3]. 그 이유는 선형 제어 이론은 간단하여 제어기 설계가 쉬움에 있다. 그러나 선형 제어 이론이 비선형 시스템에 적용될 경우, 제어 성능은 국소적인 영역에서만 보장되며 넓은 동작영역은 제어 성능뿐 아니라 안정도를 보장하지 못한다. 실제로 편대 비행 제어 문제는 비선형 제어 문제이다. 따라서 Hill의 선형방정식에 기반을 둔 선형 편대 비행 제어 이론은 적용가능성이 한정되어 비선형 방정식에 기반을 둔 편대 비행 제어 이론의 개발이 요구된다.

한편, 샘플치 제어(sampled-data control)는 외란에 대한 강인성(robustness), 실제 시스템 구현에 이점을 보여 그 활용분야가 늘어나는 추세이다. 샘플치 제어 시스템에서는 시스템의 응답을 표현하는 연속시간 신호와 제어 신호를 표현하는 이산시간 신호가 혼재한다. 따라서 전체 폐루프 시스템(closed-loop system)의 해석이 매우 난해하다. 이러한 수학적 어려움

을 극복할 수 있는 샘플치 제어기 설계 기법 중 가장 널리 활용되는 방법은 제어기 모사(修辭: controller emulation)기법이다. 이것은 연속시간상에서 표현되는 잘 설계된 아날로그 제어 신호를 A/D, D/A 변환기로 구현되는 샘플링(sampling)과 홀드(hold)과정을 거쳐 샘플치 제어 신호로 변환하는 기법이다. 구현의 용이성 때문에 일반 산업계에서 널리 쓰이나 샘플링 주기(sampling period)가 매우 작아야 한다는 단점이 있다. 더욱이 구현된 샘플치 제어기의 성능을 예측할 수 없다는 단점이 있다.

이를 극복하고자 다양한 샘플치 제어기 설계 기법이 연구되었다. 이중 디지털 재설계라 명명된 기법은 연속시간 시스템에 기반을 두어 잘 설계된 아날로그 제어기를 제어 성능은 유지하도록 등가의 샘플치 제어기로 변환하는 기법이다. 여기서 등가란 아날로그 제어 시스템과 재설계된 샘플치 제어 시스템의 상태 정합(state-matching)을 의미한다.

디지털 재설계 기법은 선형 시불변 시스템을 목표로 개발되었다. 이에 따라 비선형 시스템을 위한 비선형 디지털 재설계 기법의 연구가 매우 시급한 실정이다[3,5,6]. 그러나 기존 연구결과들은 특별한 형태의 비선형 시스템에만 국한하여 적용 가능한 단점을 보인다. 따라서 편대 비행 동특성과 같은 일반적인 비선형 시스템에 적용 가능한 비선형 디지털 재설계 기법의 개발이 필요하다.

본 논문은 인공위성의 비선형 편대 비행을 위한 샘플치 제어기 설계를 위하여 최적 선형화(optimal linearization) 기반 디지털 재설계 기법을 제안한다.

II. 인공위성 편대 비행의 동역학

이 절에서는 편대 비행 내의 주동기와 종동기의 비선형 상대 운동 역학을 유도한다. 이를 위하여 뉴턴 역학에서 일반적으로 통용되는 질점(質點: mass point) 역학을 가정한다. 또한, 주동기는 지구 주위의 원 궤도를 일정한 각속도 ω 로 공전함을 가정한다. 본 논문에서 고려하는 편대 비행 문제는 그림 1에 표현되는 자유물체도(free body diagram)로 표현될 수 있다.

가정 1: 다음이 유효함을 가정한다.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2008. 9. 30., 채택확정 : 2008. 10. 30.

이호재 : 인하대학교 전자공학부(mylich@inha.ac.kr)

김도완 : 연세대학교 산업기술연구소(dowankim@yonsei.ac.kr)

※ 이 논문은 2008년 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국과학재단의 지원을 받아 수행된 연구임(과제번호: R01-2008-000-20844-0).

- 1) 관성 좌표계 $\{X, Y, Z\}$ 의 원점은 지구 중심에 위치한다.
 - 2) 좌표계 $\{x_i, y_i, z_i\}$ 의 원점은 주동기의 무게 중심에 위치한다.
 - 3) x_i 축은 접선 방향 속도의 반대 방향으로, y_i 축은 지구에서 주동기로 향하는 방향으로, z_i 축은 $x_i - y_i$ 평면과 수직인 방향으로 설정한다. 즉, $\{x_i, y_i, z_i\}$ 좌표계는 오른손의 법칙을 따른다[9].
 - 4) 지구의 질량은 비행체의 질량에 비하여 매우 무거워 비행체의 질량을 상대적으로 무시할 수 있다.
- 주동기와 종동기의 상대위치 역학은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{cases} m_i \ddot{R} + m_i(M + m_i)G \frac{R}{\|R\|^3} + F_i = u_i, \\ m_f(\ddot{R} + \ddot{\rho}) + m_f(M + m_f)G \frac{R + \rho}{\|R + \rho\|^3} + F_f = u_f \end{cases}$$

여기서 $R \in \mathbb{R}^3$ 는 관성 좌표계 $\{X, Y, Z\}$ 의 원점에서 주동기까지의 거리며, $\rho = [x, y, z]^T \in \mathbb{R}^3$ 는 $\{x_i, y_i, z_i\}$ 좌표계상에서 주동기부터 종동기까지의 거리이다. $m_i, m_f \in \mathbb{R}_{>0}$ 질량; $F_i, F_f \in \mathbb{R}^3$ 외력(disturbance force); $u_i = [u_{ix}, u_{iy}, u_{iz}]^T$, $u_f = [u_{fx}, u_{fy}, u_{fz}]^T \in \mathbb{R}^3$ 주동기와 종동기의 제어 입력; M 지구의 질량; G 만유인력 상수이다. 가정에 의하여 $M \gg m_i, m_f$ 을 감안하면, 종동기와 주동기의 상대 위치를 $\{X, Y, Z\}$ 좌표계에서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$m_f \ddot{\rho} + m_f MG \left(\frac{R + \rho}{\|R + \rho\|^3} - \frac{R}{\|R\|^3} \right) + \frac{m_f}{m_i} u_i + F_f - \frac{m_f}{m_i} F_i = u_f \quad (1)$$

앞에서 도입한 각속도 가정 $\{0, 0, \omega\}$ 을 고려하면, 상대 각속도는 $\dot{\rho} = \{\ddot{x} - 2\omega\dot{y} - \omega^2 x, \dot{y} + 2\omega\dot{x} - \omega^2 y, \ddot{z}\}$ 로 표현된다. 한편, $\{x_i, y_i, z_i\}$ 좌표계상에서, $R = \{0, \|R\|, 0\}$ 은 상수이다. 따라서 식 (1)은 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$m_f \ddot{\rho} + C(\omega)\dot{\rho} + N(\rho, \omega, R, u_i) + F = u_f$$

여기서 $C(\omega) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 는 유사 코리올리(Coriolis-like) 행렬

$$C(\omega) = 2m_f \omega \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

이며 비선형 항 $N(\rho, \omega, R, u_i) \in \mathbb{R}^3$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$N(\rho, \omega, R, u_i) = \begin{bmatrix} m_f MG \frac{x}{\|R + \rho\|^3} - m_f \omega^2 x + \frac{m_f}{m_i} u_{ix} \\ m_f MG \left(\frac{y + \|R\|}{\|R + \rho\|^3} - \frac{1}{\|R\|^2} \right) - m_f \omega^2 y + \frac{m_f}{m_i} u_{iy} \\ m_f MG \frac{z}{\|R + \rho\|^3} + \frac{m_f}{m_i} u_{iz} \end{bmatrix}$$

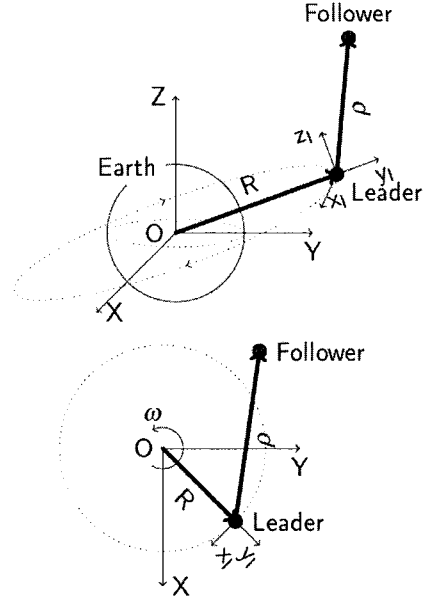


그림 1. 인공위성 편대비행의 자유물체도.

Fig. 1. Free body diagram for satellite formation flying.

여기서 $F = [F_x, F_y, F_z]^T = F_f - \frac{m_f}{m_i} F_i \in \mathbb{R}^3$ 는 상수로서 전체적인 외란을 나타낸다[9]. 앞서 좌표축의 표기에서 사용한 x 를 상태 변수의 표현에 사용하기로 하자. 다음과 같은 상태 벡터(state vector) $x = \text{col}\{\rho, \dot{\rho}\} \in \mathbb{R}^6$ 로 정의하고, 제어 입력 $u = u_f$ 라 표기하면 상태공간 방정식은 다음과 같이 구성된다.

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ \omega^2 x_1 + 2\omega x_5 - \frac{MGx_1}{\|R + \rho\|^3} \\ \omega^2 x_2 - 2\omega x_4 - \frac{MG(x_2 + \|R\|)}{\|R + \rho\|^3} \\ -\frac{MGx_3}{\|R + \rho\|^3} \end{bmatrix} \quad (2)$$

III. 편대 비행 동역학의 최적 선형화 모델

편대 비행의 동역학은 복잡한 비선형성을 포함한다. 한편, 디지털 재설계 기법을 포함한 다수의 유용한 제어기 설계 기법은 선형 모델을 이용하여 개발되었다. 디지털 재설계 기법은 임의의 동작점에서 성립하는 상태 정합 조건을 찾아야 한다. 기존 디지털 재설계 기법이 선형 시불변 시스템을 기반을 뒀음을 고려할 때, 비선형 시스템의 선형화 과정이 요구된다. 따라서 비선형 시스템의 임의의 동작점에서 유효한 선형 모델을 획득해야 하나, 일반적으로 테일러(Taylor) 급수를 이용한 선형화 기법은 영 평형점(zero equilibrium point) 이외의 상태공간에서는 어파인(affine) 모델을 산출한다. 최적 선형화 기법이란 임의의 동작점에서 비선형 시스템의 동특성을 최

대로 보장하는 선형 모델을 제공하는 기법이다[7].

편대 비행 동역학의 동작점(operating point)이 $x_{op} \in \mathbb{R}^6$ 로 주어진다고 가정하자. 본 절의 목적은 임의의 동작점 x_{op} 주위에서 비선형 시스템의 동적 특성(dynamical behavior)을 최적으로 묘사(describing)하는 동시에 상태벡터와 제어입력에 대하여 선형인 모델을 찾는 것이다. 즉, 임의의 입력 u 와 외란 d 에 대하여 다음의 두 조건

$$f(x) + Bu + d \approx Ax + Bu + d \quad (3)$$

$$f(x_{op}) + Bu + d = Ax_{op} + Bu + d \quad (4)$$

을 만족하는 선형 시스템의 적절한 차원의 행렬 쌍(matrix pair), (A, B) 를 찾는 문제로 귀결된다.

시스템 행렬 A 의 i 번째 열(row)을 a_i^T 로 나타내자. 한편, 비선형 벡터장(vector field)의 함수 벡터 f 의 i 번째 요소를 f_i 로 나타내자. 이 표기법을 이용하면 식 (3) 과 (4) 는 다음과 같이 간단히 표시된다.

$$f_i(x) \approx a_i^T x \quad (5)$$

$$f_i(x_{op}) = a_i^T x_{op} \quad (6)$$

여기서 $i \in \{1, 2, \dots, 6\}$ 이다. 스칼라(scalar) 함수 $f_i(x)$ 는 동작점 x_{op} 에서 다음과 같이 테일러 급수 전개에 의하여 근사화(approximation) 가능하다.

$$f(x) \approx f(x_{op}) + \nabla f(x_{op})(x - x_{op}) \quad (7)$$

여기서 $\nabla : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times n}$ 는 함수 인자(argument)에 대한 경사 연산자(gradient operator)를 나타낸다. 식 (5) 를 고려하면, 식 (7)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_i(x_{op}) + \nabla f(x_{op})(x - x_{op}) = a_i^T x$$

이제 식 (6)을 위의 식에 대입한 후 정리하면 다음의 식을 얻는다.

$$\nabla f(x_{op})(x - x_{op}) = a_i^T (x - x_{op}) \quad (8)$$

여기서 상태 x 는 임의의 값을 가질 수 있으나 근사한 선형 모델을 획득하려면 동작점 x_{op} 에서 가까워야 한다. 이제 문제는 구속 조건(constraint condition) $f_i(x_{op}) = a_i^T x_{op}$ 을 만족하는 동시에 이에 대응하는 경사 값에 가장 근사한 열 벡터를 찾는 것이다. 이 문제는 볼록(convex) 최적화 문제이므로 선형 행렬 부등식(linear matrix inequality) 기법 [10]을 사용하여 수치적 최적해를 구하거나, 라그랑지 승수(lagrange multiplier) 기법 [7,8]을 사용하여 편대비행 동역학 (9)에 대하여 다음과 같은 최적해를 찾는다.

동작점이 $x_{op} = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T \neq 0$ 인 경우

$$a_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T, \quad a_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$$

$$a_3 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

$$a_4 = \frac{MG}{\|R + \rho\|^3} \begin{bmatrix} \omega^2 \frac{\|R + \rho\|^3}{MG} - 1 + \frac{3x_1^2}{\|R + \rho\|^2} - \frac{3x_1^2}{\|x\|^2} \\ \frac{3x_1(x_2 + \|R\|)}{\|R + \rho\|^2} - \frac{3x_1x_2}{\|x_{op}\|^2} \\ \frac{3x_1x_3}{\|R + \rho\|^2} - \frac{3x_1x_3}{\|x_{op}\|^2} \\ -\frac{3x_1x_4}{\|x_{op}\|^2} \\ 2\omega \frac{\|R + \rho\|^3}{MG} - \frac{3x_1x_5}{\|x_{op}\|^2} \\ -\frac{3x_1x_6}{\|x_{op}\|^2} \end{bmatrix}$$

$$a_5 = \frac{MG}{\|R + \rho\|^3} \begin{bmatrix} \frac{3x_1(x_2 + \|R\|)}{\|R + \rho\|^2} - \frac{x_1(3x_2 + 4\|R\|)}{\|x_{op}\|^2} \\ \left(\omega^2 \frac{\|R + \rho\|^3}{MG} - 1 + \frac{3(x_2 + \|R\|)^2}{\|R + \rho\|^2} \right) \\ - \frac{x_2(3x_2 + 4\|R\|)}{\|x_{op}\|^2} \\ \frac{3x_3(x_2 + \|R\|)}{\|R + \rho\|^2} - \frac{x_3(3x_2 + 4\|R\|)}{\|x_{op}\|^2} \\ -2\omega \frac{\|R + \rho\|^3}{MG} - \frac{x_4(3x_2 + 4\|R\|)}{\|x_{op}\|^2} \\ -\frac{x_5(3x_2 + 4\|R\|)}{\|x_{op}\|^2} \\ -\frac{x_6(3x_2 + 4\|R\|)}{\|x_{op}\|^2} \end{bmatrix}$$

$$a_6 = \frac{MG}{\|R + \rho\|^3} \begin{bmatrix} \frac{3x_1x_3}{\|R + \rho\|^2} - \frac{3x_1x_3}{\|x_{op}\|^2} \\ \frac{3x_3(x_2 + \|R\|)}{\|R + \rho\|^2} - \frac{3x_2x_3}{\|x_{op}\|^2} \\ -1 + \frac{3x_3^2}{\|R + \rho\|^2} - \frac{3x_3^2}{\|x_{op}\|^2} \\ -\frac{3x_3x_4}{\|x_{op}\|^2} \\ -\frac{3x_3x_5}{\|x_{op}\|^2} \\ -\frac{3x_3x_6}{\|x_{op}\|^2} \end{bmatrix}$$

이며, $x_{op} = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6]^T = 0$ 인 경우 다음과 같이 간략하게 나타낸다.

$$a_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T, \quad a_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$$

$$a_3 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

$$a_4 = \begin{bmatrix} \omega^2 - \frac{MG}{\|R\|^3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 2\omega \\ 0 \end{bmatrix}, \quad a_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega^2 - \frac{MG}{\|R\|^3} + \frac{3MG\|R\|^2}{\|R\|^5} \\ 0 \\ -2\omega \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$a_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{MG}{\|R\|^3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

이제 최적 선형화 모델의 동작점의 집합을 다음과 같이 정의하면

$$\Xi = \{x_c \in \mathbb{R}^6 : t = kT, k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}\}$$

$d = 0_{6 \times 1}$ 인 경우, 집합 Ξ 의 원소 $x_c(kT)$ 에서의 최적 선형화 모델을 다음과 같이 표시한다.

$$\dot{x}_c = A_k x_c + B_k u_c. \quad (10)$$

본 논문은 최적 선형화 모델 (10)을 지수적으로 안정화 가능한(exponentially stabilizable) 아날로그 제어기가 시간구간 $[kT, kT+T)$ 에서 다음과 같은 형태임을 가정한다.

$$u_c = K_c^k x_c + E_c^k r \quad (11)$$

여기서 $r \in \mathbb{R}^3$ 은 ρ 가 추종(追從: tracking)할 기준 신호(reference signal), 즉 주동기와 종동기간의 기준 상대 위치이다. 식 (10)과 (11)로 구성되는 페루프 시스템의 이산시간 모델은 다음과 같이 표현된다.

$$x_c(kT+T) = \phi_k x_c(kT) + \psi_k r(kT) \quad (12)$$

여기서

$$\phi_k = \exp((A_k + B_k K_c^T)T)$$

$$\psi_k = (\phi_k - I)(A_k + B_k K_c)^{-1} B_k E_c^k$$

이다.

IV. 디지털 재설계

집합 Ξ 상에서 계산된 다음 형태의 최적 선형화 모델을 고려하자:

$$\dot{x}_d = A_k x_d + B_d u_d \quad (13)$$

여기서 u_d 는 시간구간 $[kT, kT+T)$ 에서 상수인 샘플치 제어입력으로 다음의 형태로 구성된다.

$$u_d(t) = K_d^k x_d(kT) + E_d^k r(kT) \quad (14)$$

여기서 $r(kT) \in \mathbb{R}^3$ 는 기준 신호 $r(t)$ 의 샘플치 신호이다. 식 (14) 에 의하여 제어된 (13)의 이산시간 모델은 다음 식으로 표현된다.

$$x_d(kT+T) = (G_k + H_k K_d^k) x_d(kT) + H_k E_d^k r(kT) \quad (15)$$

이제 상태 정합 디지털 재설계 문제를 다음과 같이 구성하자.

문제 1: 최적 선형화 모델 (15)의 점근적 안정화(asymptotic stabilization)를 위하여 잘 설계된 아날로그 제어기 (11)의 제어 이득 (K_c^k, E_c^k) , $k \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$ 가 주어진다고 가정할 때, 다음의 조건을 만족하는 등가의 샘플치 제어기 (14)를 위한 제어 이득 (K_d^k, E_d^k) 를 재설계하라.

- i) 페루프 샘플치 제어 시스템의 상태 $x_d(kT)$ 와 아날로그 페루프 제어 시스템의 상태 $x_c(kT)$ 가 정합되어야 한다.
- ii) 샘플치 제어 시스템 (13)이 점근적으로 안정 가능해야 한다.

이산시간 페루프 모델들 (12)와 (15)를 고려하자. $x_d(kT) = x_c(kT)$ 가 만족되는 경우 $x_d(kT+T) = x_c(kT+T)$ 를 만족하려면 $G_k + H_k K_d^k = \phi_k$, $H_k E_d^k = \psi_k$ 를 만족해야 한다. 그러나 대부분의 제어 시스템에서는 위의 조건식은 중복결정(重複決定: overdetermined)적인 조건으로 귀결되어 정확한 해석적인 해를 구하는 것이 어렵다. 대신 최소의 오차를 허용하

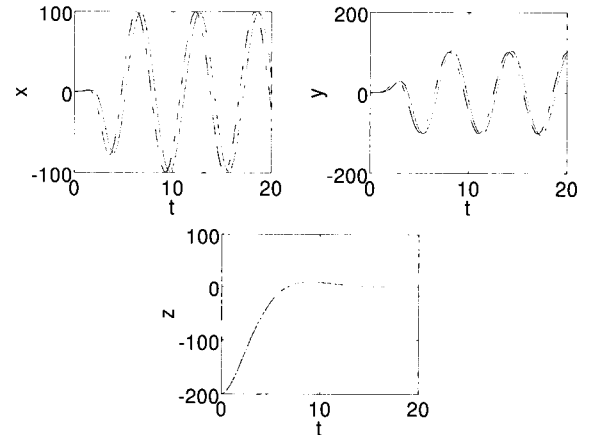


그림 2. 제안한 기법에 의한 시간 응답.

Fig. 2. Time response by the proposed method.

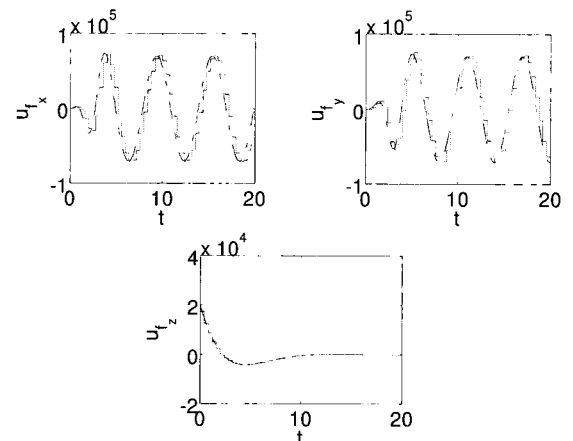


그림 3. 제안한 기법에 따라 재설계된 샘플치 제어 입력.

Fig. 3. Sample-data control input redesigned by the proposed method.

표 1. 편대 비행 시스템의 파라미터.

Table 1. Parameters for formation flying.

parameter	value
M	5.974×10^{24} kg
m_l	1550 kg
m_f	410 kg
g	6.673×10^{-11} m ³ kg ⁻¹ s ⁻²
R	$\begin{bmatrix} 0 \\ 4.224 \times 10^7 \\ 0 \end{bmatrix}$ m
ω	7.272×10^{-5} rad · s ⁻¹
u_l	0 N
F	$\begin{bmatrix} -1.025 \times 10^{-5} \\ 6.248 \times 10^{-5} \\ -2.41 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$ N
r	$\begin{bmatrix} 100 \sin 4\omega t(1 - e^{-0.05t^3}) \\ 100 \cos 4\omega t(1 - e^{-0.05t^3}) \\ 0 \end{bmatrix}$ m

는 근사해를 구한다. 한편, 적절히 작은 샘플링 주기하에서 이산 시간 페루프 모델 (15)가 안정하면 페루프 샘플치 시스템이 안정함은 참고문헌 [10]에서 증명되었다. 따라서 샘플치 시스템의 안정도는 이산시간 모델의 안정도에서 보장된다.

정리 1: 다음의 조건을 만족하는 행렬 쌍 (K_d^k, E_d^k) 이 존재한다면 이산시간 샘플치 제어 시스템 (15)의 상태 $x_d(kT)$ 의 아날로그 제어 시스템의 상태 (12)의 상태 $x_d(kT)$ 와 근접하게 정합된다. 더욱이 페루프 샘플치 제어 시스템의 이산 시간 모델은 점근적으로 안정하다.

MP: Minimize $\gamma_1 + \gamma_2$ subject to Q, M_d, E_d

$$\begin{bmatrix} -\gamma_1 & (\bullet)^T \\ \phi_k - G_k - H_k K_d^k & -\gamma_1 I \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma_2 I & (\bullet)^T \\ \psi_k - H_k E_d^k & -\gamma_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} -P_{k-1} & (\bullet)^T \\ G_k + H_k K_d^k & -P_k^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

증명: 다음의 식

$$\|\phi_k - G_k - H_k K_d^k\|_2 \leq \gamma_1$$

은 유클리디안(Euclidian) 놈의 정의에 의하여 다음 식의 필요 충분조건이다.

$$(\phi_k - G_k - H_k K_d^k)^T (\phi_k - G_k - H_k K_d^k) < \gamma_1^2 I$$

이는 (1)과 동치임을 쉽게 증명할 수 있다. 전방향 제어입력 항 $\|\psi_\delta - H_\delta E_d\|_2$ 도 유사한 유도과정을 거쳐 식 (2)와 등가임

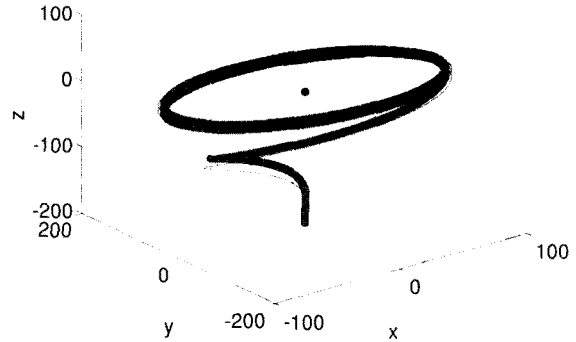


그림 4. 제안한 기법에 의해 제어된 종동기의 편대 비행 상대위치 궤도 (굵은선: 샘플치 제어; 가는선: 아날로그 제어; 원점: 주동기의 상대 위치).

Fig. 4. Relative position trajectories by the proposed method (bold solid: sampled-data control; solid: analog control; the origin: the relative position of the leader).

을 입증할 수 있다. 여기서 γ_1, γ_2 를 최소화하는 해를 구할수록 우수한 정합 성능이 보장된다. 선형 행렬 부등식 (3)은 양한정(positive definite) 함수 $V(x_d) = x_d^T(kT)P_{k-1}x_d(kT)$ 의 차분이 음한정(negative definite)임을 보장하며 일반적인 리아푸노프(Lyapunov) 안정도 이론에 의하여 이산 시간 페루프 모델의 점근적 안정도가 보장된다.

V. 모의실험

이 절에서는 한 대의 주동기와 한 대의 종동기에 의한 편대 비행 제어문제의 모의실험을 보인다. 모의실험에 필요한 정보들은 참고문헌 [9]에서 차용하며 이는 표 1에 보인다. 제안한 디지털 재설계 기법의 효율성을 입증하고자 편대비행 동역학 (4)를 $x_{op} = 0$ 에서 선형화한 모델을 이용한 선형 시불변 상태궤환 제어기 모사기법을 비교한다.

샘플링 주기를 $T = 0.4$ 초로 선택한 경우, 그림 2와 3은 제안한 기법에 의한 시간 응답과 제어 입력을 보인다. 쇠선(鎖線: dash-dotted line)은 아날로그 제어 결과를 나타내며 실선(實線: solid line)은 샘플치 제어 결과를 나타낸다. 그림 4에서 보

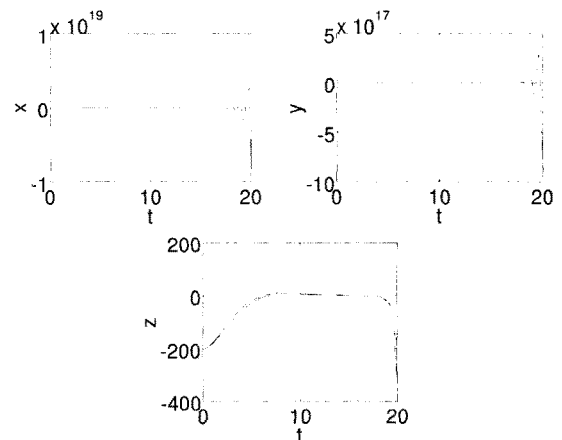


그림 5. 제어기 모사 기법에 의한 시간응답.

Fig. 5. Time responses by the controller emulation.

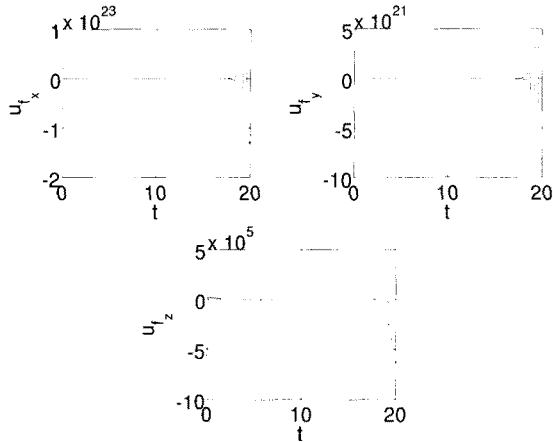


그림 6. 제어기 모사 기법에 의한 샘플치 제어 입력.

Fig. 6. Sampled-data control input by the controller emulation.

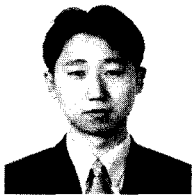
이들이 상태 정합의 성능이 매우 우수함을 알 수 있다.

한편, 아날로그 제어기에 샘플링과 홀드 장치를 연결하여 샘플치 제어 입력을 생성하는 제어기 모사 기법에 의한 제어 결과와 이와 관련된 제어 입력은 그림 5와 그림 6에 나타난다. 그림에서 보이듯이 $T = 0.4$ 초라는 상대적으로 작은 샘플링 주기에서조차 안정적인 편대 비행의 목적을 달성하지 못하였다. 따라서 더 작은 샘플링 주기를 사용해야 한다. 그러나 편대 비행 시스템에서 현실적으로 사용 가능한 샘플링 주기에는 제한이 있으므로 제안한 기법을 활용하는 것이 유리할 것이다.

VI. 결론

본 논문에서는 인공위성 편대 비행을 위한 효율적인 샘플치 제어기 설계 기법을 제시하였다. 디지털 재설계 과정에서 편대 비행 시스템의 비선형성을 효과적으로 대처하고자 최적 선형화 기법을 도입하여 임의의 동작점에서 어파인 모델이 아닌 선형 모델을 획득하는 기법을 소개하였다. 또한 최적 선형화 모델을 기반을 둔 디지털 재설계 기법을 제시하였다. 모의실험을 통하여 비선형 인공위성 편대 비행을 위한 디지털 재설계 기법이 제어기 모사 기법보다 더 큰 샘플링 주기에서도 제어 목적을 달성할 수 있음을 보여 제안한 기법의 효용성을 입증하였다.

이 호 재



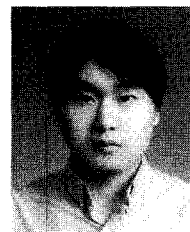
1998년 연세대학교 전기공학과(공학사). 2000년 연세대학교 대학원 전기컴퓨터 공학과(공학석사). 2004년 동 대학원 전기전자공학과(공학박사). 2005년 University of Houston, Houston, TX, USA 방문 조교수. 현재 인하대학교 전자전기공학

부 조교수. 관심분야는 비선형 샘플치 제어, 편대 비행 제어, 디지털 재설계.

참고문헌

- [1] S. M. Veres, S. B. Gabriel, D. Q. Mayne, and E. Rogers, "Analysis of formation flying control of a pair of nanosatellites," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 25, no. 5, pp. 971-974, 2002.
- [2] R. Pongyithum, S. M. Veres, S. B. Gabriel, and E. Roberts, "Universal adaptive control of satellite formation flying," *International Journal of Control*, vol. 78, no. 1, pp. 45-52, 2005.
- [3] D. C. Redding, N. J. Adams, and E. T. Kubiak, "Linear-quadratic stationkeeping for the st orbiter," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 12, no. 2, pp. 248-255, 1989.
- [4] Y. H. Joo, L.-S. Shieh, and G. Chen, "Hybrid states pace fuzzy model-based controller with dual-rate sampling for digital control of chaotic systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 7, no. 4, pp. 394-408, 1999.
- [5] W. Chang, J. B. Park, and Y. H. Joo, "GA-based intelligent digital redesign of fuzzy-model-based-controllers," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 11, no. 1, pp. 35-44, 2003.
- [6] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Design of sampled-data fuzzy-model-based control systems by using intelligent digital redesign," *IEEE Transactions on Circuits and Systems-Part I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 49, no. 4, pp. 509-517, 2002.
- [7] M. C. M. Teixeira and S. H. Zak, "Stabilizing controller design for uncertain nonlinear systems using fuzzy models," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 7, no. 2, pp. 133-142, 1999.
- [8] S.-M. Guo, L.-S. Shieh, G. Chen, and C. F. Lin, "Effective chaotic orbit tracker: A prediction-based digital redesign approach," *IEEE Transactions on Circuits and Systems-Part I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 47, no. 11, pp. 1557-1570, 2000.
- [9] M. S. Queiroz, V. Kapila, and Q. Yan, "Adaptive nonlinear control of multiple spacecraft formation flying," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 23, no. 3, pp. 365-370, 2000.
- [10] H. J. Lee, L.-S. Shieh, and D. W. Kim, "Digital control of nonlinear systems: Optimal linearisation-based digital redesign approach," *IET Control Theory and Applications*, vol. 2, no. 4, pp. 337-351, 2008.

김도완



2002년 연세대학교 전기전자공학과(공학사). 2004년 연세대학교 대학원 전기전자공학과(공학석사). 2007년 동 대학원 전기전자공학과(공학박사). 현재 연세대학교 산업기술 연구소 연구원 및 University of California at Berkeley, CA,

USA 박사 후 과정. 관심분야는 비선형 샘플치 제어, 지능제어, 디지털 재설계.