

유한요소 변위값을 이용한 인장하중 판재 균열선단 주위의 응력분포 해석

Stress Distribution in the Vicinity of a Crack Tip in a Plate under Tensile Load Using Displacement Data of Finite Element Method

✉ 백태현¹

✉ Tae Hyun Baek¹

¹ 군산대학교 기계자동차공학부 (School of Mechanical and Automotive Engineering, Kunsan National Univ.)

✉ Corresponding author: thbaek@kunsan.ac.kr, Tel: 063-469-4714

Manuscript received: 2007.12.11 / Accepted: 2008.7.21

Due to the complexity of the engineering problems, it is difficult to obtain directly the stress field around the crack tip by theoretical derivation. In this paper, the hybrid method is employed to calculate full-field stress around the crack tip in uni-axially loaded finite width tensile plate, using the displacement data of given points calculated by finite element method as input data. The method uses complex variable formulations involving conformal mappings and analytical continuity. In order to accurately compare calculated fringes with experimental ones, both actual and reconstructed photoelastic fringe patterns are two times multiplied and sharpened by digital image processing. Reconstructed fringes by hybrid method are quite comparable to actual fringes. The experimental results indicate that Mode I stress intensity factor analyzed by the hybrid method are accurate within a few percent compared with ones obtained by empirical equation and finite element analysis.

Key Words: Stress Intensity Factor (응력확대계수), Complex Stress Function (복소수응력함수), Photoelasticity (광탄성), Hybrid Stress Analysis (하이브리드 응력해석), Conformal Mapping (등각사상 맵핑)

1. 서론

하중을 받는 기계 및 구조물 부재에 결함이나 균열이 있을 경우 재료강도보다 현저히 낮은 상태에서 파손이나 파괴가 일어날 수 있다. 특히 균열이 있는 고강도 재료에서는 취성파괴(brittle fracture)가 일어날 수 있다.

근래에 파괴역학에 대한 개념의 정립으로 고강도 취성재료 부재 균열부의 응력확대계수(stress intensity factor)가 재료의 파괴인성치(fracture

toughness: K_{IC})보다 높을 경우, 부재가 갑작스런 파괴가 일어난다는 사실이 널리 알려지기 시작하면서 이론, 수치해석, 광탄성법을 포함한 다양한 실험 기법등의 개발을 통하여 응력집중을 포함한 응력확대계수에 대한 연구가 활발히 진행되어 왔으며, 공학적인 설계/해석에 유용한 많은 데이터가 확보되어 있다.^{1,2}

균열부 주위의 응력해석은 경계조건이 간단한 경우에는 이론 및 수치방법으로 해석이 가능하나, 실제 공학 구조물에서는 경계조건이 복잡하고 균

열선단에 인접한 부근에서는 탄소성 변형으로 인한 재료의 비선형성등으로 인하여 해석이 곤란한 경우 많다. 이 경우, 단면이 급격히 변화되는 불연속부위나 균열선단으로부터 멀리 떨어진 위치에서 변위, 또는 응력이나 변형률등을 측정후 이들 값과 응력함수를 이용한 하이브리드법으로 응력집중부위의 응력을 해석할 수 있다.^{3,4}

본 연구에서는 균열 선단으로부터 임의의 거리에 있는 일직선상에서 유한요소법으로 계산한 변위(displacement) 데이터로부터 복소수형 멱급수 응력함수(complex-type power series stress function)를 이용, 최소자승법(least squares method)으로 멱급수의 계수를 구하여 이로부터 응력성분을 계산하였다. 계산된 응력성분과 응력·광법칙(stress-optic law)을 이용하여 광탄성프린지를 다시 계산하고 이들을 실제로 측정된 프린지와 정량적, 정성적으로 비교·분석하였다. 광탄성 데이터를 정밀하게 비교하기 위하여 광탄성 실험으로부터 얻은 등색선 영상을 2 배로 증식(fringe multiplication)시키고 세선처리(fringe sharpening)하였다. 또한, 본 연구의 하이브리드법에 의한 응력확대계수를 유한요소 해석 및 경험식에 의한 값과 비교하였다.

2. 이론

2.1 기본방정식

평면응력 상태의 직교 이방성 판재에서 주탄성축(principal directions of elasticity)에 대한 특성방정식(characteristic equation)과 평형방정식(equilibrium equations)으로부터 기하학적인 적합성(geometric compatibility)관계를 이용하여 다음과 같이 식(1)의 변위와 식(2)의 응력성분에 관한 식으로 나타낼 수 있다.^{3,5}

$$u = 2 \operatorname{Re} [p_1 \phi(\zeta_1) + p_2 \psi(\zeta_2)] \tag{1a}$$

$$v = 2 \operatorname{Re} [q_1 \phi(\zeta_1) + q_2 \psi(\zeta_2)] \tag{1b}$$

$$\sigma_x = 2 \operatorname{Re} \left[\mu_1^2 \frac{\phi'(\zeta_1)}{\omega_1'(\zeta_1)} + \mu_2^2 \frac{\psi'(\zeta_2)}{\omega_2'(\zeta_2)} \right] \tag{2a}$$

$$\sigma_y = 2 \operatorname{Re} \left[\frac{\phi'(\zeta_1)}{\omega_1'(\zeta_1)} + \frac{\psi'(\zeta_2)}{\omega_2'(\zeta_2)} \right] \tag{2b}$$

$$\tau_{xy} = -2 \operatorname{Re} \left[\mu_1 \frac{\phi'(\zeta_1)}{\omega_1'(\zeta_1)} + \mu_2 \frac{\psi'(\zeta_2)}{\omega_2'(\zeta_2)} \right] \tag{2c}$$

위의 식(1)과 (2)에서 Re 는 복소수에서 실수부(real part)를 나타내고, $p_j (j=1,2)$ 와 $q_j (j=1,2)$ 는 직교이방성 재료의 특성에 관한 식으로 부록(Appendix)의 식(A2)와 같다. 또한, 식(2)에서 $\phi'(\zeta_1) = d\phi/d\zeta_1$, $\psi'(\zeta_2) = d\psi/d\zeta_2$ 와 같은 도함수이며, $\omega_1'(\zeta_1) = d\omega/d\zeta_1$ 와 $\omega_2'(\zeta_2) = d\omega/d\zeta_2$ 을 의미한다. 그리고 복소수 매개변수 $\mu_j (j=1,2)$ 는 부록의 식(A1)의 직교이방성재료의 특성방정식에 관한 두 개의 근을 의미한다.

한편으로 Fig. 1 과 같은 임의의 부영역(subregion) Ω 에서 응력함수 $\phi(\zeta_1)$ 를 절단된 로랑급수(Laurent expansion)^{3,5} 로 나타내면 식(3)과 같다.

$$\phi(\zeta_1) = \sum_{k=-m}^m \beta_k \zeta_1^k \quad (k \neq 0) \tag{3}$$

또한, 균열의 경계 Γ 에서 표면력이 없을 경우(traction free), 하이브리드 부영역(hybrid subregion) Ω 에서 $\psi(\zeta_2)$ 는 다음 식과 같다.

$$\psi(\zeta_2) = \sum_{k=-m}^m (\bar{\beta}_k B \zeta_2^k + \beta_k C \zeta_2^k) \tag{4}$$

식(3)과 (4)에서 상수 $\beta_k = b_k + ic_k$ 이고, b_k 와 c_k 는 실수(real number)이며, m 은 양의 정수(positive integer)이다. 또한, B 와 C 는 특성방정식의 근에 관계되는 상수로서 부록의 식(A3)와 같다.

또한 Fig. 1 과 같이 ζ -평면의 단위원(unit circle)이 Z -평면에서 균열길이가 $2a$ 이고, 경사각이 α (Fig. 1 의 경우 $\alpha = \pi$)인 균열선(crack line)으로 맵핑되는 변환식¹¹ 은 식(5a)의 함수 ω 와 같다.

$$\omega_j = \frac{a}{2} (\cos \alpha + \mu_j \sin \alpha) (e^{-i\alpha} \zeta_j + e^{i\alpha} \zeta_j^{-1}) \tag{5a}$$

식(5a)에서 $i = \sqrt{-1}$ 이다. 또한, 역함수 ζ 는 다음 식과 같다.

$$\zeta_j = \frac{e^{i\alpha} \left\{ \omega_j \pm \sqrt{\omega_j^2 - a^2 (\cos\alpha + \mu_j \sin\alpha)^2} \right\}}{a(\cos\alpha + \mu_j \sin\alpha)} \quad (5b)$$

식(5b)에서 근호 값(square root)의 부호는 $|\zeta_j| \geq 1$ ($j=1, 2$)이 되도록 선택한다.

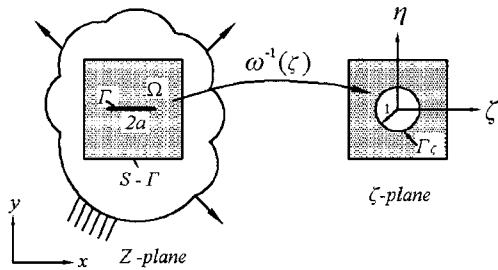


Fig. 1 Conformal mapping of a crack in the physical Z - plane into a unit circle in the zeta-plane

식(1), (2) 및 (3), (4)로부터 Fig. 1의 부영역 Ω 에서 변위 $\{d\}$ 및 응력 $\{\sigma\}$ 에 관한 식은 다음과 같다.

$$\{d\} = [U]\{\beta\} \quad (6a)$$

$$\{\sigma\} = [V]\{\beta\} \quad (6b)$$

식(6a)와 식(6b)의 각각의 기호는 $\{d\} = \{u, v\}^T$, $\{\sigma\} = \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}^T$ 이다. $\{\beta\}^T = \{b_{-m}, c_{-m}, \dots, b_m, c_m\}$ 는 멱급수 실수상수를 나타낸다. 또한 $[U]$ 와 $[V]$ 는 장방형 계수행렬(rectangular coefficient matrix)로서 행렬크기(size)는 멱급수(power series)의 항의 수에 따르며, 부록의 식(A4a) 및 (A4b)와 같다.

식(3), (4)의 멱급수에서 실수상수 $\{\beta\}$ 는 변위 데이터 $\{d\} = \{u, v\}^T$ 로부터 식(6a)를 이용하여 다음과 같이 구한다.

$$\{\beta\} = ([U]^T [U])^{-1} [U]^T \{d\} \quad (7)$$

식(7)과 같이 최소자승법으로 상수행렬 $\{\beta\}$ 가 일단 계산되면, 식(3)과 (4)의 응력함수를 알 수 있다. 이들로부터 식(2a), (2b) 및 (2c)의 응력성분이 결정될 수 있다.

2.2 응력·광 법칙

주응력 성분중에서 한 개의 성분이 0 일 경우, 즉 $\sigma_3 = 0$ 일 때는 2 차원 또는 평면응력(plane stress) 상태가 되며, 0 이 아닌 평면 주응력(in-plane principal stress) 성분은 σ_1 및 σ_2 가 된다. 광탄성의 복굴절 현상에 의한 응력·광법칙(stress-optic law)에 따르면 두 개의 주응력 차이 값은 광탄성의 등색선 프린지 차수(isochromatic fringe order)와 아래의 식(7)과 같은 관계를 갖는다.⁶

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N f_\sigma}{t} \quad (8)$$

위의 식(8)에서 N 은 광탄성 등색프린지 차수(isochromatic fringe order), f_σ 는 시편재료의 프린지 상수(material fringe constant), 그리고 t 는 시편의 두께를 의미한다. 식(8)의 주응력, σ_1 및 σ_2 항에 각각의 응력성분을 대입하여 다시 정리하면 아래와 같다.

$$\left\{ \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right\}^2 + \{\tau_{xy}\}^2 = \left\{ \frac{N f_\sigma}{2t} \right\}^2 \quad (9)$$

식(9)를 광-응력법칙이라 하며, 이 관계식으로부터 각각의 위치에서 응력성분은 식(2a), (2b) 및 (2c)를 이용하여 등색프린지 차수 (N)를 계산할 수 있으며, 반대로 광탄성 데이터로부터 등색프린지의 차수가 결정되면 식(9)와 식(2a), (2b) 및 (2c)를 이용하여 응력성분을 해석할 수 있다. 또한, 이들 관계를 이용하여 광탄성 프린지 패턴으로 나타낼 수 있다.

3. 실험 및 해석

3.1 시편 및 유한요소 해석

유한요소법으로부터 하이브리드법에 사용될 변위데이터를 얻기 위하여 사용될 모델은 Fig. 2와 같이 중심부에 균열이 있는 유한폭의 단일축 하중을 받는 시편으로 하였다. 시편의 재질은 폴리카보네이트 계열인 PSM-1⁷ 이고, 두께 (t)는 3.18 mm 이며 영탄성계수 (E)는 2482 MPa, 푸와송비 (ν)는 0.38 이다.

Fig. 2의 시편은 수평 및 수직축에 대하여 대칭이므로, Fig. 3과 같이 시편의 1/4에 대한 부분

을 택하여 유한요소 상용프로그램인 ABAQUS⁸ 로 B-C 선상에서 7 개, C-D 선상에서 6 개의 x 및 y 변위(d_x , d_y)를 구하였다.

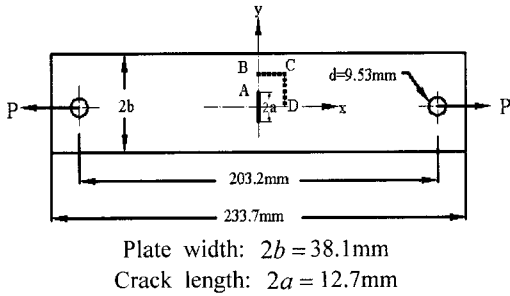


Fig. 2 Finite-width uniaxially loaded tensile plate containing a central crack

해석시 균열선단 주위에서는 3 절점 선형 평면 응력 삼각형(3-node linear plane stress triangle)요소, 그리고 다른 부분은 쌍일차 평면응력 사변형(4-node bilinear plane stress quadrilateral)요소를 사용하였다. 정밀한 변위 결과를 얻을 수 있도록 응력이 집중되는 균열선단 주위의 근방에서는 조밀한 요소로 분할하였다.

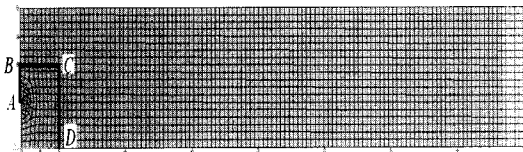


Fig. 3 ABAQUS discretization of one-quarter plate (2,227 elements and 4,704 nodes) of Fig. 2

3.2 시편 및 유한요소 해석

유한요소법으로 계산한 광탄성프린지를 실제의 프린지와 비교하기 위하여 광탄성실험을 수행하였다. 실험에 사용된 시편은 Fig. 2 와 같으며, 재료의 프린지 상수(f_σ)는 7005 N/m 이다.

시편을 암시야 배열의 원형편광기에 장착하고 $P=396\text{ N}$ 의 힘을 가하였을 때 균열선단 주위에 나타나는 광탄성프린지는 Fig. 4(a)와 같다. Fig. 4(b)는 프린지 증식기법(fringe multiplication)^{9,10}으로 2 배로 증식시킨 프린지패턴이다. 또한 프린지 센터의 궤적을 명확히 나타낼 수 있도록 세선처리기법(fringe sharpening)^{9,10}으로 세선처리한 패턴은 Fig. 4(c)와 같다.

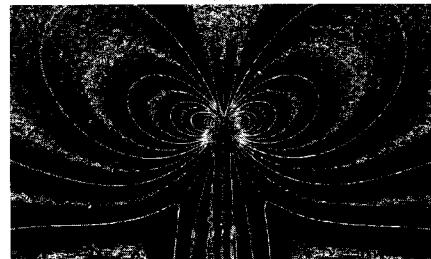
3.3 하이브리드법 해석



(a)



(b)



(c)

Fig. 4 (a) Original isochromatic fringes around a crack tip in the dark-field setup circular polariscope (b) Two times multiplied isochromatic fringes (c) Sharpened fringes

유한요소법으로부터 계산된 변위를 이용, 최소 자승법에 관한 식(7)로부터 응력함수의 미지계수 $\{\beta\}$ 를 구한다. 이들 계수를 식(3)와 (4)에 대입하면 응력함수가 결정된다. 각각의 지점에서 변위는 결정된 응력함수와 식(1a) 및 (1b)로 계산한다. 또한 응력성분에 관한 식(2a), (2b) 및 (2c)와 광-응력 법칙에 관한 식(9)의 관계로부터 프린지 차수(N)을 계산할 수 있으며 이로부터 광탄성 프린지패턴을 얻을 수 있다.

해석결과의 타당성을 보일 수 있도록, 식(2a, b, c)의 응력성분을 다시 식(9)에 대입하여 계산한 광탄성프린지를 실제의 프린지와 비교하였다. 실험

으로부터 얻은 실제의 광탄성프린지와 유한요소 변위 값으로부터 응력함수의 항의 수($m=3, 5, 7, 9$)에 따라 계산된 프린지를 비교하면 Fig. 5 와 같으며, '+' 표시는 변위데이터를 얻은 지점의 좌표이다. Fig. 5 의 좌측열 영상에서 좌측 절반은 실제 프린지이고, 우측절반은 계산된 프린지이다. 실제 프린지와 계산된 프린지를 더욱 정밀하게 비교하기 위하여 프린지를 세선 처리하였으며, 이들 결과는 Fig. 5 의 우측과 같다. Fig. 5 의 우측열 영상에서 좌측절반은 실제 프린지이며, 우측절반은 재생성한 프린지이다. 실제의 프린지와 재생성한 프린지는 Fig. 5 에서 보인 바와 같이 항의 수에 관계없이 대체로 잘 일치하였다.

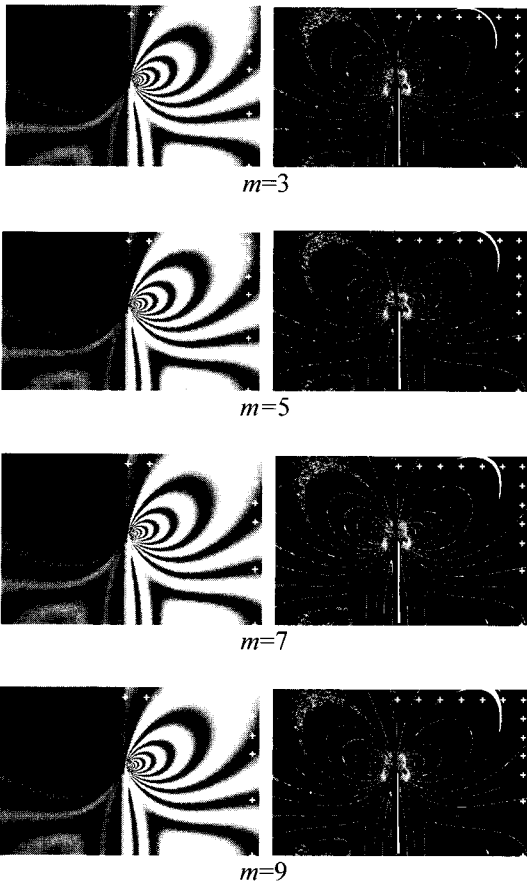


Fig. 5 Two times multiplied and sharpened actual fringe pattern (left half) and reconstructed image (right half)

Table 1 (a) Comparison of input and calculated displacements (d_{x-inp} , d_{x-cal}) and percentage error

No	x (mm)	y (mm)	d_{x-inp} (mm)	d_{x-cal} (mm)	E-x (%)
1	0	11.4	-0.00843	-0.00843	0.16
2	1.73	11.4	-0.00815	-0.00810	-0.73
3	3.41	11.4	-0.00724	-0.00734	1.33
4	4.88	11.4	-0.00665	-0.00663	-0.41
5	6.29	11.4	-0.00592	-0.00605	2.00
6	7.68	11.4	-0.00559	-0.00556	-0.52
7	9.07	11.4	-0.00513	-0.00518	0.87
8	9.07	9.79	-0.00411	-0.00409	-0.87
9	9.07	8.19	-0.00292	-0.00302	3.15
10	9.07	6.59	-0.00206	-0.00206	-0.71
11	9.07	4.4	-0.00104	-0.00104	-0.33
12	9.07	2.2	-0.00041	-0.00041	0.38
13	9.07	0	0.00000	0.00000	0

Table 1 (b) Comparison of input and calculated displacements (d_{y-inp} , d_{y-cal}) and percentage error

No	x (mm)	y (mm)	d_{y-inp} (mm)	d_{y-cal} (mm)	E-y (%)
1	0	11.4	0.00000	0.00000	0
2	1.73	11.4	0.00274	0.00284	3.58
3	3.41	11.4	0.00584	0.00574	-1.88
4	4.88	11.4	0.00823	0.00833	1.17
5	6.29	11.4	0.01090	0.01077	-1.02
6	7.68	11.4	0.01308	0.01311	0.13
7	9.07	11.4	0.01547	0.01537	-0.75
8	9.07	9.79	0.01621	0.01623	0.18
9	9.07	8.19	0.01735	0.01730	-0.27
10	9.07	6.59	0.01849	0.01852	0.16
11	9.07	4.4	0.02017	0.02017	0.01
12	9.07	2.2	0.02146	0.02146	-0.11
13	9.07	0	0.02197	0.02192	-0.15

이로써, 실제의 프린지와 계산된 프린지의 정성적인 비교를 하였으나 정량적인 비교가 가능하도록 Fig. 3 의 B-C 와 C-D 선상의 입력된 데이터 (Fig. 5 에서 '+' 표시) 위치에서 아래의 식(10)과 같이 입력된 변위(d_{inp})와 계산된 변위(d_{cal})의 퍼센트(%) 오차(E)를 계산하였다.

$$E = \frac{d_{cal} - d_{inp}}{d_{inp}} \times 100(\%) \quad (10)$$

Table 1(a)에서는 급수형 응력함수의 항의 수가 $m=5$ 일 때, 데이터의 순서(No), 좌표(x, y), 그리고 x 방향의 입력된 변위(d_{x-imp})와 계산된 변위(d_{x-cal}), 그리고 식(10)에 의한 퍼센트 오차를 나타냈다. Table 1(b)에서는 y 방향의 입력된 변위(d_{y-imp})와 계산된 변위(d_{y-cal})에 관한 값들이다. Table 1에서 보인 바와 같이 13 개의 '+' 표시된 지점에서 입력된 변위와 계산된 변위의 최대 퍼센트오차 (E) 는 Table 1(b)의 두 번째 데이터인 3.6% 이며, 다른 데이터들은 모두 그 이하로 입력된 변위와 계산된 변위가 서로 일치하였다.

또한, 응력함수의 항의 수(m)에 따라 계산된 변위가 입력된 변위에 일치되는 정도의 변화를 비교하기 위하여 아래의 식(11)과 같이 퍼센트 오차에 대한 표준편차(standard deviation: SD)를 계산하였다. 식(11)에서 n 은 입력된 데이터 수를 표시한다.

$$SD = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n E_i^2 - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n E_i \right)^2 \right]} \quad (11)$$

한편으로, Fig. 2의 시편에 대한 모드 I 응력확대 계수 K_I 의 경험식은 아래와 같다.

$$K_I = F \sigma \sqrt{\pi a} \quad (12)$$

위의 식(12)에서 F 는 무차원의 수정계수로서 시편의 폭 $2b$ 와 균열길이 $2a$ 의 비율(a/b)로 나타낸다.²

$$F = \left[\sec \left(\frac{\pi a}{2b} \right) \right]^{1/2} \left[1 - 0.025 \left(\frac{a}{b} \right)^2 + 0.06 \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right] \quad (12a)$$

급수형 응력함수에서 항의 수를 $m=3, 5, 7, 9$ 로 변화시켰을 때, 입력된 변위(d_{x-imp}, d_{y-imp})와 계산된 변위(d_{x-cal}, d_{y-cal})의 퍼센트오차에 대한 표준편차 ($SD-x, SD-y$), 하이브리드법(hybrid), FEM, 그리고 식(12)의 경험식^{2, pp. 58-64}으로 계산된 응력확대계수

K_I 을 Table 2에 나타냈다. Table 2에서 $SD-x$ 와 $SD-y$ 는 각각 Table 1(a), (b)의 x 및 y 변위 오차에 대한 표준편차를 의미한다.

Table 2 Variation of standard deviations and stress intensity factor obtained from hybrid method, FEM and empirical equation

m	SD-x	SD-y	Stress Intensity Factor ($K_I / \sigma_0 \sqrt{\pi a}$)		
			Hybrid	FEM	Equation
3	2.31	1.24	1.086	1.061	1.066
5	1.21	1.27	1.083		
7	1.35	1.18	1.089		
9	1.23	1.16	1.090		

Fig. 6은 응력함수의 항의 수에 따른 표준편차 변화를 나타내며, $m=5$ 이상인 경우에 표준편차는 일정 값으로 수렴이 됨을 알 수 있다. Fig. 7은 응력함수의 항의 수(m)에 따른 모드 I 응력확대계수 K_I 의 변화를 나타낸다. 본 연구의 하이브리드 법으로 계산한 K_I 은 Table 2와 같이 FEM이나 경험식에 의한 값보다 다소 높으나 응력함수의 항의 수에 따른 변화는 거의 없었다.

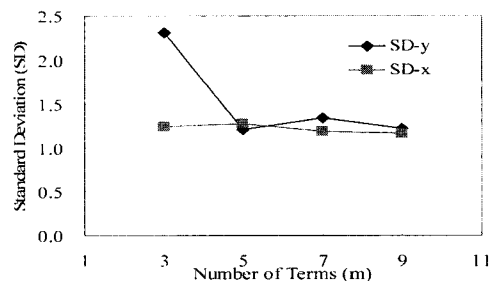


Fig. 6 Variation of standard deviations with different number of terms (m) in stress function

한편으로 균열선단 방향으로 연장된 선(Fig. 2 또는 Fig. 3의 선 A-B)에서 하이브리드법과 유한요소법으로 하중방향의 응력성분을 계산하여, 이들을 Fig. 8에 나타냈다. Fig. 8에서 y 는 균열선단으로부터 거리, 그리고 a 는 균열길이의 절반이다. 하이브리드법과 유한요소법에 의해 계산된 축방향

응력은 Fig. 8 에 보인 바와 같이 서로 잘 일치하였다.

또한 Fig. 9 와 Fig. 10 은 각각 Fig. 2 또는 Fig. 3 에 나타낸 선 B-C 와 D-C 에서 하이브리드법과 유한요소법에 의한 축방향 응력성분의 분포를 나타내며, 이들도 서로 잘 일치하여 하이브리드법의 유효성을 입증하였다

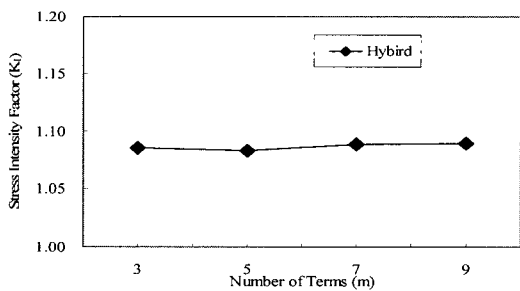


Fig. 7 Variation of stress intensity factor obtained from hybrid method

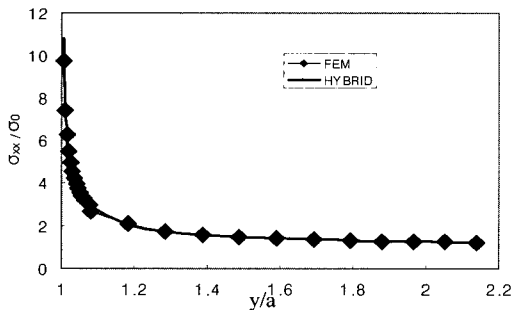


Fig. 8 Normalized axial stress distribution from point 'A' to 'B' along line A-B of Fig. 2

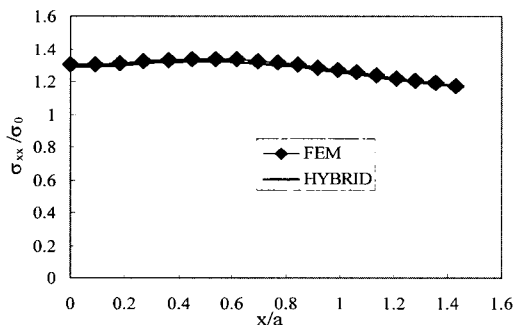


Fig. 9 Normalized axial stress distribution from point 'B' to 'C' along line B-C

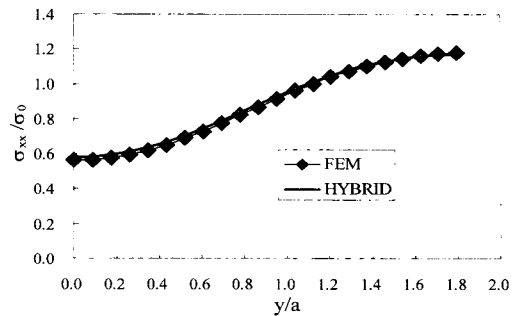


Fig. 10 Normalized axial stress distribution from point 'D' to 'C' along line D-C

4. 결론 및 토의

본 연구에서는 균열선단 주위의 응력장을 균열선단으로부터 떨어진 거리에서 유한요소법에 의해 계산된 변위와 급수형 등각사상 맵핑함수를 이용하여 해석하였다. 해석된 광탄성 응력장을 실제의 광탄성프린지와 비교하였다. 정성적인 비교가 용이하도록 디지털 영상처리에 의해 등색프린지 패턴을 2 배로 증식시키고, 증식된 프린지를 다시 세션처리하여 서로 비교하였다. 정량적인 분석을 위하여 각각의 광탄성 측정 데이터와 계산된 프린지에 대한 퍼센트 오차를 계산하였으며, 급수형 응력함수의 항의 수에 따른 퍼센트오차에 대한 표준편차를 비교하였다.

본 연구로부터 얻은 결론을 요약하면 다음과 같다.

(1) 변위를 이용한 하이브리드 응력장 해석에 의해 계산된 프린지와 광탄성 실험에 의한 실제의 프린지를 정성적이고 정량적인 비교를 하였다. 입력된 변위와 계산된 변위의 퍼센트오차는 13 개의 데이터 모두 3.6% 미만으로 서로 일치하였다.

(2) 응력함수의 항의 수를 $m=3$ 에서 9 까지 변화시켰을 때 표준편차(SD)는 $m=3, 5$ 에서는 변화가 많았으나 그 이후는 일정값으로 수렴하였다. 그러나 K_I 은 거의 변화되지 않았으며 유한요소법과 경험식으로 계산한 값과 3% 이내로 근접하였다.

본 연구에서는 균열선단으로부터 떨어진 거리의 일직선상의 변위를 입력데이터로 사용하여 균열선단 주위의 응력장을 계산하였다. 모아레 또는 레이저스펙클법과 같은 실험법에서 위상이동법을 이용하면 일직선상의 프린지분포를 용이하게 측정

할 수 있으므로 실제 실험데이터를 이용하여 균열 선단 주위의 응력장 해석이 가능할 것으로 사료된다.^{11, 12} 또한 본 연구에 사용된 맥급수형 응력함수는 등방성 재료를 포함한 이방성 복합재에 대해서도 적용될 수 있으며, 하중방향에 수직인 균열뿐만 아니라 경사균열에서도 편리하게 사용될 수 있다.

참고문헌

1. Murakami, Y., "Stress Intensity Factors, Vol. I & II," Pergamon Books Ltd., 1987.
2. Anderson, T. L., "Fracture Mechanics Fundamentals and Applications," 2nd ed., CRC Press Inc., 1995.
3. Gerhardt, G. D., "A Hybrid/Finite Element Approach for Stress Analysis of Notched Anisotropic Materials," ASME J. of App. Mech., Vol. 51, No. 4, pp. 804-810, 1984.
4. Baek, T. H. and Rowlands, R. E., "Experimental Determination of Stress Concentrations in Orthotropic Composites," Journal of Strain Analysis, Vol. 34, No. 2, pp. 69-81, 1999.
5. Rhee, J., "Geometric Discontinuities in Orthotropic Composites," Ph. D. Dissertation, Mechanical Engineering Department, University of Wisconsin-Madison, 1995.
6. Dally, J. W. and Riley, W. F., "Experimental Stress Analysis, 3rd ed.," McGraw-Hill, pp. 424-452, 1991.
7. Photoelastic Division, "Photoelastic Sheets," Measurement Group, Inc., 1990.
8. ABAQUS Inc., "ABAQUS Analysis User's Manual," ABAQUS Inc., 2003.
9. Baek, T. H., "Digital Image Processing Technique for Photoelastic Isochromatic Fringe Sharpening," Journal of KSPE, Vol. 10, No. 3, pp. 220-230, 1993.
10. Baek, T. H. and Lee, J. C., "Development of Image Processing Technique for Photoelastic Fringe Analysis," Trans. of KSME, Vol. 18, No. 10, pp. 2577-2584, 1994.
11. Baek, T. H., "Photoelastic Stress Analysis by Use of Hybrid Technique and Fringe Phase Shifting Method," Journal of Exp. Mech., University of Science and Technology of China, Vol. 21. No. 1, pp. 87-95, 2006.

12. Baek, T. H., Panganiban, H. and Chung, T. J., "A Hybrid Photoelastic Stress Analysis Around Holes in Tensile-Loaded Plates Using Isochromatic Data and Finite Element Method," Lecture Series on Computer and Computational Sciences, Brill Academic Publishers, Vol. 8, pp. 21-25, 2007.

부록

$$S_{11}\mu^4 + (2S_{12} + S_{66})\mu^2 + S_{22} = 0 \tag{A1}$$

$$p_1 = S_{11}\mu_1^2 + S_{12}, \quad p_2 = S_{11}\mu_2^2 + S_{12} \tag{A2a}$$

$$q_1 = S_{12}\mu_1 + \frac{S_{22}}{\mu_1}, \quad q_2 = S_{12}\mu_2 + \frac{S_{22}}{\mu_2} \tag{A2b}$$

$$B = \frac{(\overline{\mu_2} - \overline{\mu_1})}{(\mu_2 - \mu_2)}, \quad C = \frac{(\overline{\mu_2} - \underline{\mu_1})}{(\mu_2 - \mu_2)} \tag{A3}$$

위의 식(A1)에서 $S_{ij}(i, j = 1, 2, 6)$ 는 일반적인 후크의 법칙(generalized Hook's law)에 관한 식으로부터 탄성 컴플라이언스(elastic compliance)를 의미한다. 또한, 식(A2)과 (A3)에서 $\mu_i(i = 1, 2)$ 는 재료 특성에 관계되는 복소수 매개변수(complex material parameter)로서 식(A1)의 근을 의미하며, 다른 2개의 근과 $\mu_3 = \mu_1$ 및 $\mu_4 = \mu_2$ 의 관계를 갖고, 여기서 '—'표시는 공액복소수를 의미한다.

$$U(1, j) = 2 \operatorname{Re}\{p_1\zeta_1^k + p_2(C\zeta_2^k + B\zeta_2^{-k})\} \tag{A4a}$$

$$U(2, j) = 2 \operatorname{Re}\{q_1\zeta_1^k + q_2(C\zeta_2^k + B\zeta_2^{-k})\} \tag{A4b}$$

$$V(n, j) = (-1)^{n-1}(2k) \left[\operatorname{Re}\left\{ (\mu_1^{n-1}) \frac{\zeta_1^{k-1}}{\omega_1(\zeta_1)} + (\mu_2^{n-1}) \frac{-B\zeta_2^{-k-1} + C\zeta_2^{k-1}}{\omega_2(\zeta_2)} \right\} \right] \tag{A5}$$

식(A4) 및 (A5)에서 Re는 괄호속의 값의 실수부(real part)를 나타낸다. 인덱스 번호는 $n=1(\sigma_y), 2(\tau_{xy}), 2(\sigma_x)$ 이고, $k > 0$ 인 경우 $j = 2(k+m)+1$, $k \neq 0$ 이며, $k < 0$ 일 경우는 $j = 2(k+m)-1$ 이다.