韓國數學敎育學會誌 시리즈 A <數學敎育>
2008. 08. 제 47권, 제 3호, 239-259

J. Korea Soc. Math. Ed. Ser. A: The Mathematical Education
August. 2008, Vol. 47, No. 3, 239-259

실용성 목표 관점에서의 중학교 함수 단원 분석과 그에 따른 개선 방안

이 영 하 (이화여자대학교)
정 주 연 (이화여자대학교 교육대학원)

Ⅰ. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

현대 사회가 지식 기반, 정보화 기반 사회로 변화함에 따라 교육에서는 많은 변화가 필요했고, 학교 교육에 대한 반성과 함께 제7차 교육과정의 개정이 불가피하게 되었다. 제7차 수학과 교육과정 해설서(1997)에서는 21세기에서 요구하는 자율적이고 창의적인 인간을 육성하기 위하여 수학적 힘을 길러야 하고, 이를 위해서 기존의 교육 방식에서 벗어나 자율과 창의성에 바탕을 둔 학생 중심 교육 과정을 목표로 교육과정을 구성하게 되었다고 교육과정 개정의 필요성을 말하고 있다.

이에 따라 기존의 교육과정에서 있었던 문제점을 보완하고, 외국의 수학 교육의 최신 동향 및 추세를 반영하여 제7차 교육과정의 방향을 설정하고 이에 따라 교과서를 구성하였다.

하지만 제7차 교육과정이 6년 정도 운영되어 온 시점에서 운영개정의 방향에 맞게 교과서가 구성되었나, 교과서가 학생들이 제7차 교육과정의 교육 목표에 맞게 학습을 하도록 돕고 있는가 하는 의문을 갖게 된다.

교육과정의 목표를 제대로 달성하기 위해서는 교육과정에서의 내용과 교수방법, 그리고 평가가 함께 목표에 맞게 변화되어야 한다. 그러나 현재의 교과서에서는 교육과정의 목표와 그에 따른 교과서의 전개방식을 본다면 교수방법과 평가 등 하위 목표가 일관성을 이루지 못하는 면들을 찾아볼 수 있다.

2007년 개정 교육과정을 앞두고 있는 즈음 제7차 교육과정에 따른 교과서를 분석해 봄은 매우 의미 있는 일이라 생각된다.

본 연구에서는 제7차 교육과정 개정의 방향 중 '수학의 실용성을 강조하는 수학교육'의 측면에서 교과서의 함수 단원을 중심으로 분석해 보고자 한다.

수학은 사회와 경제, 과학 기술의 기초가 되고, 실생활의 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르게 하므로, 현실과 밀접한 관계가 있는 교과이다. 특히, 학생들에게 함수의 필요성과 실용성을 인식시키는 것은 함수적 안목과 태도 및 사고를 발달시키고, 그로 인해 학생들이 흥미를 가질 수 있기에 매우 중요하다.

수학에서 학습하는 내용들은 복소수 체계와 같이 대수적 체계를 이해하여 더 깊은 수학의 구조를 공부하기 위한 내용들과 실생활 혹은 사회, 과학, 기술 등 다른 과목에 유용하게 활용되기 위해 배우는 내용으로 나눌 수 있다. 함수 단원은 수학의 체계를 위해서도 중요하지만, 실생활에 있는 현상을 모델링하고 문제해결을 위해서 중요한 단원이라고 할 수 있다.

함수 개념을 가장 시각적으로 보여주는 함수의 그래프는 수학의 여러 분야뿐만 아니라, 우리가 사는 세계에서 다양하고 수많은 정보와 상황을 한눈에 알아보기 쉽게 나타낼 수 있는 중요한 표현 도구라고 할 수 있어(송정화, 2001), 함수 단원은 실생활과 다른 분야와 연관되어 기초가 되는 분야임을 알 수 있다.

그래서 수학의 실용성과 깊은 관련이 있는 단원인 함수 단원을 중심으로 제7차 교과서를 분석하고, 최근 수학 교육의 동향에 따라 현실적인 상황으로부터 수학을 유의미하게 경험시켜야 한다는 철학으로 편찬된 MIC 교

* 2008년 2월 투고, 2008년 5월 심사 완료.
* ZDM분류 : U23
* MSC2000분류 : 97U20
* 주제어 : 교과서분석, 함수, RME

과서를 함께 분석 · 비교해 보고, 앞으로의 교육과정의 방향에 대해서 개선 방안을 제시해 보고자 한다.

2. 연구내용

본 연구의 목적을 위하여 다음의 연구 내용을 설정하였다.

첫째, 실용성을 느끼는 면(정의적 관점)에서 함수 단원을 분석한다.

둘째, 실생활에의 활용 면(인지적 관점)에서의 함수 단원을 분석한다.

셋째, 실용성 목표 관점에서 함수 단원의 분석하여 도출한 문제점에 대한 개선 방안을 제시한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 함수와 함수의 그래프 단원에서의 실용성과 교수 · 학습

함수는 현실에서 나타날 수 있는 변화와 관계를 분석할 수 있는 도구이다.

변화하는 세계, 변화하는 대상의 세계, 변화 사이의 관계의 세계 또는 한 대상에서 다른 대상으로의 변화 과정의 세계, 규칙이나 패턴 혹은 법칙의 세계가 존재함을 알아야 함수 개념을 이해할 수 있다. 주변 세계에서 변화하는 대상들이 문제의 근원이 되기도 한다. 여기에서 변화 사이의 관계를 인식하고, 규칙성을 인식하는 것은 이러한 변화에 대처하는 도구가 된다. 만약 수학을 실제 문제와 관계가 없는 것으로 보는 경우 함수 개념의 발달을 위한 필요조건인 이러한 행동이 무시된다면, 이것은 함수 개념이 발달되는데 장애가 될 것이다(이종희, 1999).

추상적인 현대적인 함수 개념은 오랜 역사 발생적 과정을 거쳐 수학화되어 오는 동안에 원래의 함수적 사고에서 중요시되었던 여러 가지 측면이 사상된 추상적인 형식이므로 학생들에게는 원래의 도구적 의미가 감추어진 피상적인 형태로 제시되기 쉽다. 특히 함수 개념은 문맥에 따라 여러 가지 측면을 지니고 있다. 역동적인 변화 현상 가운데의 종속 관계를 표현하고 해석하고 예언하기 위한 수단으로서의 측면이 있고, 규칙성을 나타내는 식과 그래프 표현, 그리고 다양한 대응 관계적 측면을 포괄하는 수학 내적 · 외적 현상을 이해하고 조직할 수 있는 수단으로 작용하기도 하는 것이다(황선미, 2005).

함수의 그래프는 현실 세계에서의 여러 가지 변화를 쉽게 이해할 수 있도록 해준다. 장주영(2003)은 그래프는 정보를 분석하고, 탐구하는 데 이용되며, 대수식이나 표에 의한 것보다 오히려 예상치 못한 것까지 추측할 수 있도록 돕는다고 하였다. 그래프는 우리가 살고 있는 세계를 반영하고, 다양한 영역에서 그 경향을 이해하도록 하는데 합당한 수단이라고 할 수 있으며, 수학의 개념화에 있어서도 효과적이라고 말할 수 있다.

이정희(2005)는 추상적인 함수의 개념을 설명하고 실생활에 적용하는 수업은 학생들에게 함수가 무엇이며 실생활에서 어떤 것이 함수인가를 생각하기 어렵게 하고 있다고 지적한다. 제7차 교육과정의 함수 그래프는 함수의 개념을 설명하는 보조적 입장으로 그래프를 그리고 대수식이나 표로 번역하는 학습을 하고 있는데, 학생들은 현실 속에서 함수를 찾고 함수의 그래프를 그리고 이해하고 해석하고 번역하는 함수 지도를 받을 때 함수를 더 쉽게 이해하게 될 것이라고 말하고 있다.

2. 제7차 수학과 교육과정

(1) 제7차 교육과정의 수학의 실용성 관점

제7차 교육과정에서는 수학과 교육 과정 개정의 방향을 8가지로 제시하고 있는데, 그 중 하나의 사항으로 수학의 실용성을 강조하는 수학 교육이 있다. 수학의 실용성을 강조한 내용은 다음과 같다.

중학교에서 수학을 학습하는 중요한 이유 중의 하나는 수학적 지식의 습득과 기능의 숙달을 통하여 실생활 문제를 해결하거나 다른 교과의 학습에 적극적으로 활용할 수 있게 하기 위해서이다. 따라서 수학 내용은 가급적 실생활의 소재나 인접 교과와 관련되는 것에서부터 도입되어야 하고, 이런 측면에서 수학 교육의 필요성이나 의의가 인식되어야 할 것이다.

또한, 제7차 수학과 교육과정의 목표를 수학의 기본적인 지식과 기능을 습득하고, 수학적으로 사고하는 능력을 길러, 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결할 수 있는 능력과 태도를 기른다는 국민 공통 기본 교육과정

으로 하여 다음과 같은 하위 목표로 제시하고 있다.

가. 여러 가지 생활 현상을 수학적으로 고찰하는 경험을 통하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙과 이들 사이의 관계를 이해할 수 있다.

나. 수학적 지식과 기능을 활용하여 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 문제를 수학적으로 관찰, 분석, 조직 사고하여 해결할 수 있다.

다. 수학에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지고, 수학적 지식과 기능을 활용하여 여러 가지 문제를 합리적으로 해결하는 태도를 기른다.

제7차 교육과정에서는 현대 사회에서 필요로 하는 인재 양성을 위해 실생활이나 다른 교과 영역에서 수학적 지식을 사용하여 문제를 구성하고 해결하는 문제 해결력을 강조하고 있다. 또한 이를 위하여 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙의 학습을 통하여 발전된 수학을 학습할 뿐만 아니라 활용 능력도 키우고자 한다. 이를 위하여 생활 현상에서 수학적으로 고찰하고, 생활 주변에서 일어나는 문제를 수학적으로 해결하고자 하도록 하며, 수학에 대한 관심으로 여러 문제를 합리적으로 해결하는 태도를 기를 것을 목표로 하고 있음을 볼 수 있다. 이는 제7차 교육과정이 수학의 실용적 측면을 강조한 내용이라고 하겠다.

(2) 제7차 교육과정의 함수 단원의 목표 및 지도 방안

함수 단원은 실생활과 밀접한 관련을 가지고 있다고 할 수 있는데, 제7차 교육과정의 규칙성과 함수 영역의 주요 내용은 다음과 같다(교육부, 1997).

주위 사물의 상호 관련성에 주목하여 관계나 규칙을 찾아내고자 하는 태도를 기르는 데 주안점을 두고, 이러한 과정에는 문자와 식의 활용이 유용한 것임을 인식하도록 한다.

제7차 교육과정에서 중학교 규칙성과 함수 지도의 의의를 살펴보면 다음과 같다(교육부, 1999).

함수의 개념은 수학에서 가장 중요한 통합적 아이디어의 하나이다. 두 집합의 원소 사이의 특수한 대응 관계인 함수는 산술, 대수에서 기하, 확률에 이르기까지 교육과정 전체의 공통된 주제일 뿐만 아니라, 실생활이나 자연 현상에서 찾아볼 수 있는 많은 투입과 산출 상황의 수학적 표상이기도 한다. 함수적 사고는 미래 사회의 일원으로서 살아가는 데 그 소양으로 필요한 경우가 많으므로, 함수에 관한 학습은 큰 의의를 가질 뿐만 아니라 수학의 여러 가지 분야에서 중요한 역할을 하게 된다.

이는 함수의 개념이 실생활이나 자연 현상에서 많이 찾아 볼 수 있고, 함수적 사고를 가지고 여러 가지 문제를 해결하고자 하는 태도가 중요함을 말해주고 있다.

자연 현상에서 일어나는 사건을 통해 규칙성을 얻는 활동은 함수의 가장 기초적인 학습 활동이며 이렇게 얻은 규칙성은 함수 개념으로 발전된다. 함수에 대한 학습은 변화표를 만들어 그래프를 그려보거나 함수의 성질을 조사하는 등 이미 생성된 산물로서의 지식을 전달하는 방법에 국한할 것이 아니라, 실생활의 소재로부터 사물을 수학적 모델로 바꾸어 두 변량 사이의 관계로서 관찰함으로써 함수 개념이 습득되도록 하는 것이 필요하다.

각 단계별로 함수의 학습내용을 보면, 「7-가 단계」에서는 함수의 개념을 도입하고, 이들을 그래프로 나타내는 활동이 이루어지며, 「8-가 단계」에서는 일차함수의 그래프의 성질을 익힌 다음 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 다루게 된다. 「9-가 단계」에서는 이차함수의 그래프의 성질과 최대값과 최소값을 다루어 「10-나 단계」의 여러 가지 함수에 간단한 기초지식을 제공한다.

제7차 교육과정의 「규칙성과 함수」 영역에서는 실생활의 소재를 통하여 지도하도록 할 것을 강조하고, 수학의 여러 분야 뿐만 아니라 실생활이나 자연 현상에서 찾아볼 수 있는 수학적 표상으로 함수를 이해하며, 함수적 사고를 통해 실생활에 활용할 수 있는 능력을 기를 것을 목표로 하여 지도하도록 한다.

(3) 제7차 교육과정과 MIC 교육과정의 함수 단원 비교

김후재(2004)에 의하면, 제7차 수학교육과정과 MIC 교육과정은 수학을 현실에서 일어나는 문제를 해결하고 다른 학문의 기초로서 응용하기 위한 도구로 보는 면에서는 공통점이 있지만, MIC 교과서에서는 수학이 발달해 온 역사적 과정에서처럼 현실 세계의 문제를 해결하는 경험을 통해 구조화, 조직화, 추상화 해 나가면서 수학을 이해해 나아가야 한다는 점을 강조하고 있다.

수학교육의 목표 면에서는 두 교육과정 모두 수학적으로 사고하는 능력을 기르는 것을 주요 목표로 하고 있으며, 이를 위해 실생활의 여러 가지 문제를 합리적으로 해결해 가는 가운데 문제 해결력, 의사소통 능력, 추론 능력, 다른 분야와의 관련성을 이해하는 능력 등을 기르는 것을 주요 목표로 하고 있다.

교수학습 방법 면에서는 두 교육과정이 학생들이 실생활 문제 속에서 그들의 수학적 경험을 이용하여 해결 방법을 찾아내고 그것을 다른 학생들이나 교사와의 상호 작용과 반성을 통해 좀 더 적절한 해결 방법을 발달시켜 나가는 활동 속에서, 구체적이고 현실적인 사실로부터 점진적으로 추상화된 수학적 사실이나 수학적 개념, 원리, 법칙을 스스로 이해할 수 있도록 하는 것을 지향하고 있다.

여러 면에서 제7차 교육과정과 MIC 교육과정이 지향하는 바는 매우 비슷한데, 우리의 교육과정이 수학 교육의 최신 동향 및 추세에 따라 세계의 교육의 흐름에 많은 영향을 받고 있음을 볼 수 있다.

두 교육과정이 실생활에서의 소재를 찾아서 도입하고, 개념을 이해할 수 있도록 하고 있다. 함수 개념을 도입할 때 제7차 교과서에서는 탐구 활동 혹은 문제를 통하여 실생활에서의 소재로 활동을 하여서 조작을 할 수 있도록 하고, 흥미를 가질 수 있도록 유도한다. 하지만 MIC 교과서는 개념의 제시보다 학생들이 경험할 법한 다양한 맥락을 제공하여 먼저 함수에 대하여 느낄 수 있도록 하는 것을 더 강조한다. 제7차 교과서보다 더 많은 상황들과 그에 따른 패턴들, 그래프에서의 증가와 감소, 규칙성을 찾아서 공식을 찾아내는 연습을 통하여 함수 개념을 인지하도록 하고 있다. 예를 들어, 기울기의 의미를 이해하도록 할 때, 제7차 교과서에서는 실생활에서 소재를 찾아 기울어진 정도를 학생들이 느끼도록 하고, 이를 통하여 일차함수에서 x의 값의 변화량에 대한 y의 값의 변화량의 비율이 항상 일정하며, 그 비율이 x의 계수가 되고, 이를 기울기라고 한다고 제시한다. MIC 교과서에서는 「눈으로 보는 방정식」 교재의 방향 순서쌍 단원에서 '숲 속의 화재'라는 맥락 속에서 각과 방위를 이용하여 방향을 설명하고, 좌표 위의 방향 순서쌍을 탐구하고, 직선의 표현 형식을 탐구하도록 하여 직선의 기울기를 이해하도록 하고, 그 다음에 나오는 직선의 방정식 단원에서는 앞에서 이용한 방향 순서쌍을 사용하여 그래프를 그리도록 하고 있다. 단원 전체가 현실적인 일상 세계의 맥락 문제로부터 출발해서, 그 맥락 속에서 수학적 개념을 이해하고, 마지막에 주어진 새로운 맥락 문제들 앞에서 이해한 개념을 이용하여 해결하도록 하고 있다.

Ⅲ. 실용성 목표 관점에서의 함수 단원 분석

실용성 목표 관점은 수학의 실용성을 느끼게 하고, 수학을 활용할 수 있게 하는가에 초점을 두는 관점인데, 본 논문에서는 수학의 실용성을 느끼는 면을 정의적 관점이라고 하고, 실생활에의 활용 면을 인지적 관점이라고 하겠다. 본 논문에서 인지적 관점이란 실생활의 상황을 모델링하고 문제를 해결하는 것이 아니라 실생활 혹은 타교과에서 문제 해결을 함에 있어서 기본적인 지식을 갖추고 있느냐의 관점을 말한다. 기본적인 지식을 정확하게 이해하지 못한다면 실생활에서의 문제를 해결하는데 어려움을 가지게 된다. 식을 세우고 그래프를 잘 그리지만 해석 능력이 부족하면 수학의 실용적 관점을 제대로 만족한다고 할 수 없을 것이다.

물론 각각의 관점은 서로에게 상호 보완적으로 작용하지만, 본 연구에서는 결과에 더 직접적으로 드러난다고 보는 요소를 강조하여 위의 두 관점으로 분류하였다.

위의 두 관점에서 제7차 교과서와 MIC 교과서를 분석하여 보았다. 특히 인지적 관점에서 학생들이 실생활에 수학을 얼마나 잘 활용하고 있는가를 알아보기 위하여 본 연구자가 질문지를 제작하여 학생들의 답안지를 통하여 문제점을 분석하였다. 그리고 학생들의 질문지에 대한 답안지 분석을 토대로 교과서를 분석하여 보고자 한다.

1. 정의적 관점에서 함수 단원 분석

제7차 교육과정에서는 문제해결 뿐만 아니라 태도와 흥미, 관심 등의 정의적인 요소를 중요하게 다룬다. 제6차 교육과정과 달리 제7차 교육과정에서는 실생활의 소재를 많이 활용하여 도입하거나 문제를 제시하고 있다.

예를 들어, 동전, 시간당 강수량, 지도의 축척, 시간과 거리, 자동차의 속력, 온도, 요금, 등의 다양한 예를 통하여 학습자의 흥미와 관심을 유발하고 있다. 학습자의 수준을 고려하여 예시를 제시하고 있었으며, 실생활 소재 뿐만 아니라 타교과의 소재를 활용하여 학생들로 하여금 함수적 사고가 실생활과 타교과를 배우기에 유용한 교과임을 인식할 수 있도록 하고 있다. 또한 심화 단원에서는 타교과, 특히 과학 문제나 실생활의 소재를 다루도록 제시하고 있어서 좀 더 실생활에 가까워지도록 하고 있었다. 평가 면에서도 실생활의 소재를 활용하여 다양한 방법으로 수행평가를 하도록 문제 상황을 제시하고 있고 실생활의 문제를 해결하도록 하여서, 학생들이 실생활에서의 수학을 인식하고 해결하는 연습을 하도록 하고 있다.

실생활에서의 다양한 소재로 학생들이 스스로 조작하고, 탐구하는 활동을 통하여 개념, 원리, 법칙을 발견하고 문제를 해결하는 연습을 통하여 학생들은 함수의 실용성을 느낄 수 있다.

MIC 교육과정은 수학적 사고력과 문제 해결력을 키우며, 의사소통 능력, 추리력, 다른 분야와의 관련성을 이해하는 능력 등을 기르는 것을 주된 목표로 하고 있어, 학생들이 실생활 문제 속에서 주어진 맥락을 통하여 학습을 할 수 있도록 하고 있다. MIC 교과서를 살펴본 결과, 함수에 대한 교재가 수학 개념과 원리를 설명하기보다 학생들이 스스로 탐구하며 조작해 보는 활동을 통해 자연스럽게 개념을 터득할 수 있도록 하고 있었다. 현실에 대한 매우 다양한 소재를 예를 들어 학생들이 흥미를 가지고, 수학의 실용성을 인식하도록 한 후 개념학습을 하도록 하고 있다.

2. 인지적 관점에서의 함수 단원 분석

인지적 관점에서는 우선 학생들이 실생활의 문제를 해결해내고 있는가를 알아보기 위하여 질문지를 이용하여 조사하고, 이를 바탕으로 교과서에서의 함수 단원을 분석해 보고자 한다. 또한 MIC 교과서에서도 문제점을 함께 분석해 보고자 한다.

(1) 학생 문제지와 제7차 교과서의 함수 단원 분석

본 연구는 <7-가>는 서울시 영등포구에 소재하는 D중학교 2학년 상반 학생 185명, <8-가>는 동학교 3학년 상반 학생 148명, 그리고 <9-가>의 질문지는 동 지역의 D고등학교 1학년 148명으로 대상으로 이루어졌다. D중학교는 수준별 이동수업이 이루어지고 있는데 '상수준' 학생들이 더 적극적으로 문제해결을 할 수 있으리라 판단하기 때문에 상반학생들을 연구대상으로 하였다. 또한 <9-가>의 함수 단원을 연구자의 연구시기에 중학교 3학년 학생들이 학습하지 않았으므로 고등학교 학생들을 대상으로 질문을 실시하였다.

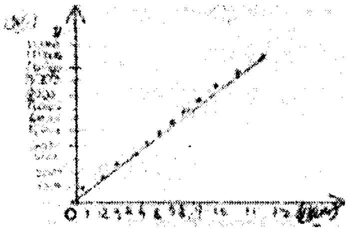
학생들이 함수 단원을 실생활과 타교과에서 잘 활용하고 있는지를 확인하기 위하여 질문지를 다음의 구성과 같이 제작하였다.

<표 1> 학생 문제지 구성

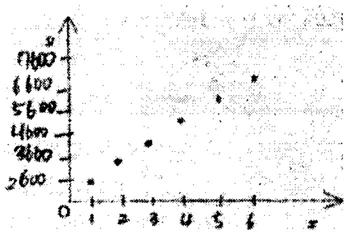
단계	번호	문제 내용	평가 내용
7-가	1	거리에 따른 택시 요금 문제	단계 함수의 형태를 띤 그래프의 해석능력
	2	도보와 자전거를 타고 학교에 가는데 걸리는 시간과 속도의 관계 문제	축척을 이용한 그래프 해석능력
	3	물탱크의 물의 양 문제	실생활의 소재를 그래프로 나타내는 능력
8-가	1	그래프를 이용하여 연립방정식 풀기	-좌표평면을 주지 않고 그래프를 이용하여 연립방정식을 해결하는 능력 -축척을 활용하여 그래프를 그리는 능력 -연립방정식의 해와 일차함수의 그래프의 관계 이해 능력
	2	연립방정식의 해와 함수의 그래프 관계	연립방정식의 해와 일차함수의 그래프의 관계 이해 능력
	3	요금제도에 따른 핸드폰 요금	연립방정식의 해와 일차함수의 그래프의 관계 이해 능력
9-가	1	돌멩이를 던진 시간과 높이의 관계	주어진 데이터로 이차함수의 식을 만드는 능력
	2	돌고래의 점프 시간과 높이의 관계	이차함수의 식을 표준형으로 바꾸는 능력
	3	이차함수의 평행이동 문제	이차함수의 평행이동 이해능력

<7-가>와 <8-가>는 상반 학생들을 대상으로 하였으므로 <9-가>에 비하여 비교적 정답률이 높았다. 하지만 실생활의 문제를 해결함에는 부족함이 있음을 볼 수 있다. 각 단계에 따라 문항과 학생들의 대답을 분석해 보았다.

<7-가>에서 1-(1) 택시요금 구하는 문제와 1-(2) 식을 세우는 문항은 거의 모든 학생들이 해결하였다. 1-(3)의 그래프를 그리는 문제에서는 x의 계수와 상수항이 커서 그래프를 그리는 데 어려움이 있는 것을 발견할 수 있었다. 오답을 한 학생들은 직선의 그래프를 그리고 있었지만, 그래프의 시작이 원점에서 시작한 학생들이 다수(43명) 있었으며<그림 1>, 연속적으로 그리지 않고 점으로만 표기하기도(11명) 하였다<그림 2>.

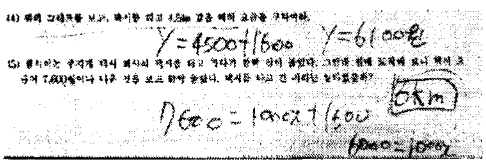


<그림 1> 학생 답안1



<그림 2> 학생 답안2

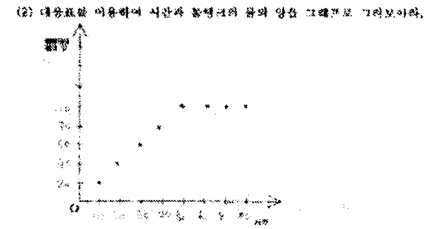
1-(4),(5) 문항은 실생활의 문제를 학생들이 제대로 해석하는가 하는 문제로서, 택시를 타고 4.5㎞를 가는 경우나 4㎞를 가는 경우가 같은 요금이 나오는 것을 이해해야 한다. 제대로 해석한 답안도 다수 보였지만 응답한 학생들의 대부분은 (2)번 문항의 식을 이용하여 문제를 해결하고 있다<그림 3>. 이 문항을 해결함으로써 단계함수를 이해할 수 있을 것이다.



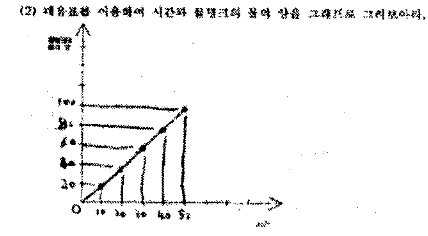
<그림 3> 학생 답안3

2-(1) 문항의 정답은 750m(혹은 0.75㎞)인데, 축척을 이용한 그래프를 다시 해석하지 않고 그대로 읽은 7.5m 혹은 7500m 등의 오답을 한 학생들이(각 20명, 3명) 있었다. 특히 (2)번 문항은 그래프를 통하여 해석하고, 비례식을 이용해야 하는 문항이라 오답률이 높았다. 오답으로 2분이라고 쓴 학생이 가장 많았는데(70명), 이는 그래프의 축척을 제대로 해석하지 못한 것으로 이해된다.

3-(1) 문항은 물탱크에 물의 양으로 대응표를 만드는 것인데, 물탱크의 용량이 100L라는 것을 인식하여 50초 이후에는 상수 함수의 관계가 된다는 것을 인식한 학생들보다 정비례 관계의 대응표를 만든 학생이 많았다. (1)번의 대응표를 이용하여 그래프를 그리는 (2)번 문항에서는 (1)번을 정확히 쓴 학생은 거의 대부분 그래프를 제대로 그리고 있지만, 연속적인 그래프 형태가 아니라 점을 찍어서 나타낸다든지, 정의역이 50일 때까지만 그래프를 그린 답안이 있어서(각 8명, 5명) 오답으로 처리하였다<그림 4, 그림 5>.



<그림 4> 학생 답안4



<그림 5> 학생 답안5

<7-가> 단계에서 학생들이 겪는 어려움은 교과서에서 정비례와 반비례가 아닌 다른 그래프의 유형을 특별히 가르치고 있지 않기 때문에 문제를 잘 이해하지 못하는 것이다. 3번 문항에서의 정비례의 모양과 상수함수의 모양이 함께 있는 형태를 이해하지 못하는 경우가 다수였다.

실제 맥락에서 있을 수 있는 함수와 함수의 그래프는 다양한 형태의 모습을 가지는데, 교과서에서 예로 제시

하고 있는 내용이 실제 맥락에서 그대로 적용하는 것이 아니라 문제를 위한 문제로 변형시키고, 쉽게 가르치는 데 초점을 두고 있다.

실제로 함수 단원의 정비례를 도입할 때는 문제를 제기하고 함수의 정의역을 확장시키는 방법으로 함수의 정비례와 반비례 함수의 그래프를 제시하고, 이해하였는가에 대한 알고리즘으로 해결할 수 있는 문제를 제시한다. 이런 문항들로 학생들이 개념을 잘 이해할 수는 있지만 학생들은 예가 현실적이지 않다고 생각할 수 있고, 이런 생각으로 함수의 그래프를 배우기 때문에 모든 상황은 정비례 혹은 반비례의 그래프만으로 그려지고, 함수의 그래프는 이런 모양만 있다고 오인할 수 있다.

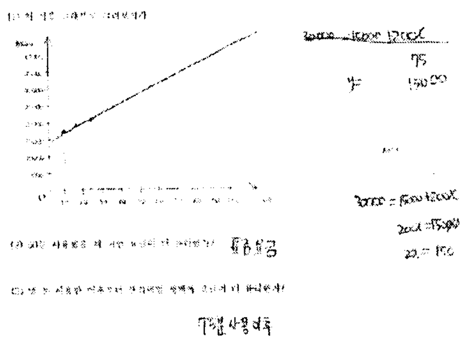
함수 단원의 실용성을 학생들이 알 수 있도록 하려면 실생활에서 수학화 할 수 있는 내용으로 여러 가지 형태의 함수를 학생들이 접할 수 있도록 하여야 한다.

또 문제에서 학생들이 축척을 얼마나 잘 이해하고, 축척을 이용한 그래프를 해석할 줄 아는가를 물었다. 제7차 교육과정에서는 축척에 대한 내용을 다루지 않고 있는데, 실생활과 타교과에서는 문자의 계수와 상수항이 숫자가 큰 경우가 많다. 그래서 그래프를 해석할 수 있어야 하는데, 학생들은 축척을 이용하지 않고, 그래프 그 자체를 보고 문제를 해결함으로 인해 오답을 하였다.

<8-가> 단계에서 1번 문항은 좌표평면을 주지 않고, 그래프를 이용하여 연립방정식을 풀어 보라는 문항이다. 이 문항에서는 이런 경우에 학생들이 좌표평면을 이용하여 문항을 해결하는가와 x, y의 계수가 큰 경우 그래프를 어떻게 그리는가를 평가하고자 하였다. 거의 대부분의 학생들이 그래프를 그리지 않고 연립방정식의 풀이 방법으로 문제를 해결함을 볼 수 있었다. 또한 (2)번 문항의 경우에는 그래프를 x, y의 계수가 커서 그래프를 제대로 그리지 못하고 있음을 볼 수 있었다. 그리고 y축의 값들이 너무 커서 교점을 구하기가 쉽지 않아서, 가감법으로 연립방정식의 해를 구하기도 하였다.

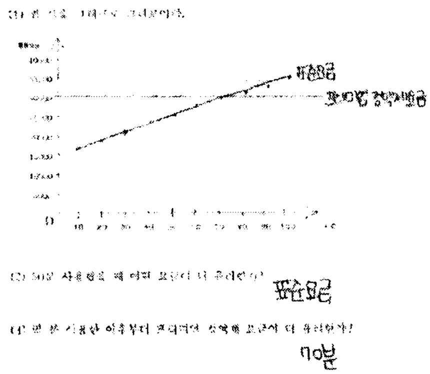
2번 문항에서는 연립방정식의 해와 일차함수의 그래프의 관계를 학생들이 잘 인지하고 있느냐를 평가하고 있는데, 대부분의 학생들은 연립방정식의 해가 일차함수의 그래프의 교점임을 이해하고 있는 것으로 보인다.

하지만 3번 문항에서 교점을 묻고 있지만 문제의 형식을 바꾸었을 때 학생들은 해결하지 못하고 있었다. 두 직선의 그래프를 그리고, 두 그래프의 교점이 일반 요금과 프리미엄 요금이 같아지는 지점이라고 해석하기보다, 오히려 그래프를 그리지 않고 대수적으로 문제를 해결한 학생들의 정답률이 높았다<그림 6>.



<그림 6> 학생 답안 6

또한, 두 그래프를 제대로 그리고도, 교점을 잘못 읽어서 오답을 한 경우도 다수 있었다<그림 7>.



<그림 7> 학생 답안 7

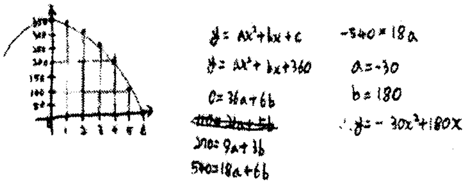
<8-가> 단계의 함수의 그래프를 그리고 해를 구하는 문제에서 그래프를 이용하여 연립방정식을 풀 것을 요구하고 있는데 좌표평면은 주어지지 않고 있어 교수 학습 방법 면과 평가 면에서 일관적이지 못함을 볼 수 있다. 그렇게 되면 학생들은 그래프를 활용하지 않고 문제를 해결하려고 하며, 그래프를 그리고 분석하는 활동을 충분히 연습할 수 없다. 또한 평가에서도 함수의 그래프를 잘 다루고 있지 않아서, 실생활에서의 상황 맥락에서 그래프를 이용해서 문제를 해결하는 것을 어렵게 만든다. 함수의 그래프는 직관적 이해를 가능하게 하고, 시각적

으로 표현함으로써 변화 현상을 개관하고 해석하며, 예측하는 것을 돕기 때문에 대수식과 표와 함께 그래프를 조작해 보는 활동은 매우 중요하다. 그래프를 읽는 활동과 함께 그래프를 그리고 해석하는 활동을 통하여 실생활에의 활용을 할 수 있도록 해야 한다.

또한 x, y의 계수와 상수항의 숫자가 커서 좌표평면 위에 그래프를 그리게 되면 교점을 찾기 힘들어 진다. 이런 경우에는 교점이 연립방정식의 교점임을 이용하여 문제를 해결하거나, 축척을 이용하여 그래프를 그리는 방법과 축척으로 그려진 그래프를 해석하는 방법을 학습할 필요가 있다.

연립일차방정식의 해와 일차함수의 그래프의 교점의 관계를 잘 알고 있는가를 알아보기 위한 질문에서 오답을 한 학생들은 연립방정식의 해를 잘못 구한 경우가 많았는데, 방정식의 해의 관계와 교점을 이해했다면 교점의 위치를 보고 다시 해결할 수 있어야 하는데 그렇지 못함을 보여 준다. 실제로 제7차 교과서에서는 '미지수가 2개인 일차방정식은 직선의 방정식으로 변형시킬 수 있음을 알게 하고, 연립방정식의 해가 두 직선의 교점임을 이해시키는 정도로만 다룬다'고 되어 있다. 실제로 일차함수의 그래프를 이용하여 연립방정식의 해를 구할 때, 눈금 있는 좌표평면을 이용하여 그래프를 그린 후, 그래프의 교점을 읽어 방정식의 해를 구하도록 하고 있는데, 교과서에서는 앞 단원에서 배운 연립방정식에서 직선의 방정식을 학습하고 이를 이용하여 연립방정식의 해는 두 직선의 교점임을 이해시키는 정도로 다루고 있고, 연립방정식의 해가 두 직선의 교점인지에 대해서는 외연적으로 나타나 있지 않다. 그래서 학생들은 교점의 의미를 정확하게 인식하지 않고 있어 연립방정식의 해는 두 직선의 교점이라고 기억하여 문제를 해결하고 있다. 이는 실생활에서의 문제를 활용하는데 어려움을 줄 수 있다.

<9-가> 단계에서 1번 문항은 데이터만 주어져 있고 이차함수인지 모르는 경우에도 학생들이 데이터를 분석하여 이차함수의 식을 찾아낼 수 있는가를 평가하기 위한 문항인데, 단 한 명의 학생만이 문제를 해결하였다. 하지만 이 학생은 대략적으로 그래프를 그려 본 후 이 그래프가 이차함수일 것으로 예상하고 문제를 해결하였다<그림 8>.



<그림 8> 학생 답안 8

<9-가> 단계에서 이차함수의 도입은 평행이동을 이용하여 발전시켜 나간다. 이차함수의 그래프를 도입할 때, $y=x^2$의 대응표로 그래프를 그린 후, $y=ax^2$의 그래프를 여러 개 그려보고, $y=ax^2$의 성질을 알게 하며, 평행이동을 이용하여 $y=ax^2+q$, $y=a(x-p)^2$, $y=a(x-p)^2+q$으로 발전시켜 가는 방법을 따르고 있다.

이차함수의 표준형으로 나타내는 것과 평행이동을 이용한 문제를 해결하는 문항에서 학생들의 정답률은 비교적 높은 편이었다.

하지만 평행이동을 이용하여 이차함수를 전개하고 있는 방법만으로는 학생들이 함수의 실용적인 측면을 알게 하기는 어렵다. 이차함수는 실생활에서 다양한 모습으로 관찰할 수 있고, 과학 법칙이나 사회에서 다양하게 제시되고 있는데, 우리의 교과서에서는 그래프의 평행이동을 통한 이차함수의 그래프의 표준형을 가르치는 데 초점을 맞추고 있다. 이차함수의 평행이동과 이를 이용하여 표준형을 학습하는 방법도 중요하지만 좀 더 실용성을 느낄 수 있는 방법으로 지도하는 방안이 필요하다.

학생들은 데이터를 대응표로 나타내어 그 관계가 이차함수인가를 알아내고, 이차함수의 식을 찾아내는가를 평가하는 것이다. 이 문항에서는 한 명의 학생을 빼고는 문제를 풀지 못하고 있는데, 이 학생도 이 문항을 제대로 알고 풀었다고 하기 보다는 대략적으로 그래프를 그려본 후, 이 그래프가 이차함수일 것으로 예상하고 풀었기 때문에 정확히 푼 것이라고는 할 수 없다.

이차함수 단원에서는 모든 내용이 이차함수인 것을 전제하고 모든 문제 상황이 이루어지기 때문에, 그 관계가 이차함수인지 모르고 문제를 해결해야 할 경우 쉽지가 않다. 예를 들어, 실생활 변량의 함수관계를 식으로 수학화 할 때, 대응표를 보고 함수식을 추적할 때가 많

지만, 실생활에는 단원 이름이 없으므로 그 관계가 이차 함수 관계인지 조차 모르는 경우가 많다. 과학의 공식이나 원리 등은 실험을 통해서 나온 데이터를 수학적으로 표현하여 나온 식이다. 실제로 생활에 함수를 적용하려면 데이터를 보고 해석할 줄 알며, 식으로 나타낼 수 있어야 할 것이다. 하지만 대응표가 주어졌을 때 그 관계가 이차함수 관계인지 그래서 $y=ax^2+bx+c$로 놓을 수 있는지의 여부에 대해서는 학습이 이루어지고 있지 않다. 그리고 대응표가 주어지고 함수의 식을 찾아낼 때에는 이차함수임을 가정하고 문제를 해결하게 하거나, 간단한 식만을 예로 들고 있기 때문에 대응표 만으로 식을 추적하기는 힘들다.

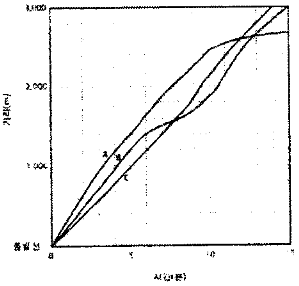
교과서를 통해서는 대응표와 함수식 사이의 관계를 이해하게 하는데 한계가 있으며, 실세계의 자료를 분석하여 대수적인 표현을 하여 실제 상황에 적용하는데 어려움을 느낄 수 있다.

(2) MIC 교과서의 함수 단원 분석

위에서 분석한 내용을 바탕으로 제7차 중학교 교과서에서 지적한 문제점에 대해서는 MIC 교과서에서는 어떻게 제시되어 있는가를 분석하였다.

「7-가 단계」에서 지적하였던 함수의 다양한 제시에 관한 문제에 대하여 MIC 교과서에서는 「그래프를 추적하라(Tracking Graphs)」에서는 직선그래프의 다양한 자료를 통하여 분석하고 기록하도록 하고 있으며, 「오르락내리락(Ups and Downs)」에서는 직선이 아닌 증가함수와 감소함수, 주기 함수 등의 그래프를 이해하도록 하며, 특히 직선형 패턴 장의 '마라톤'에서는 여러 선수의 경기 기록을 그래프로 그려보게 함으로써 그래프의 형태를 이해하게 하고, 더 뛰어 간다면 어떻게 될지 예상해서 그래프를 그려보게 하고 해석해 보게 하며, 그래프 형태의 변화를 이해할 수 있게 한다. 그리고 「어떻게 자랄까요?(Growth)」에서는 일차함수 형태 말고도 이차함수, 삼차함수, 지수함수의 형태까지 그래프로 다루도록 하고 있어서 함수 그래프에 대하여 다양하게 접하고, 폭넓게 이해하도록 하고 있다.

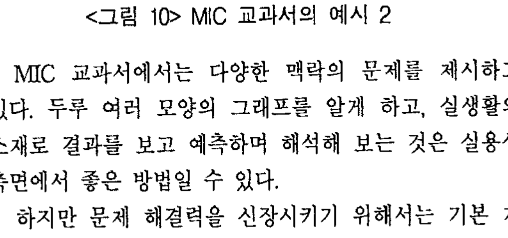
다음은 달리기 대회에서의 선수들의 달린 시간과 거리의 관계를 그리고, 상황을 문제로 만든 것으로, 선형적이지 않은 다양한 그래프의 모양을 제시하여 문제를 해결하도록 하고 있다(그래프를 추적하라, p.13~14).



<그림 9> MIC 교과서의 예시 1

위의 예에서 볼 수 있듯이 그래프가 매우 사실적이며 현실적이다. 또한 그래프를 보면서 해석하고 그래프를 보고 예측하며, 학생들이 스스로 설명할 수 있도록 하고 있다.

다음의 예는 학생들로 하여금 실생활에서 있을 수 있는 상황을 기술하고 정리하는 수단으로 그래프를 이용하면 시각적으로 좋은 해석 도구가 된다는 것을 학생들이 알 수 있도록 해 주며, 정형화된 정비례와 반비례가 아닌 형태의 그래프를 학습할 수 있도록 해 준다(오르락내리락, p.26).



<그림 10> MIC 교과서의 예시 2

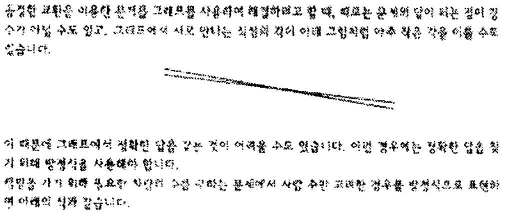
MIC 교과서에서는 다양한 맥락의 문제를 제시하고 있다. 두루 여러 모양의 그래프를 알게 하고, 실생활의 소재로 결과를 보고 예측하며 해석해 보는 것은 실용성 측면에서 좋은 방법일 수 있다.

하지만 문제 해결력을 신장시키기 위해서는 기본 개념에 대하여 정확하게 학습하도록 해야 하는데, 개념과 규칙을 이해하기에는 복잡한 구조를 가지고 있다. 왜냐하면 개념을 도입하는 데 있어서 실생활에서의 예를 들고 있는 우리나라의 교과서와는 달리 실생활에서의 상황

을 주어서 필요한 개념을 설명하고 있기 때문이다. 그러면 실용적인 측면을 학생들이 인식하기는 쉬우나, 기본 개념과 규칙 등을 체계적으로 파악하기 어려우며, 더 복잡한 구조의 문제를 해결하기 힘들 수 있게 된다.

「8-가 단계」에서 지적한 연립방정식의 해를 구하는 문제에 대하여 MIC 교과서에서는 「최대와 최소(Get the Most Out of it)」 교재에서 방정식과 그 해, 연립방정식과 공통해에 대해서 학습을 한 후, 그래프를 이용하여 문제를 해결한다. 여러 가지 해를 그래프로 그려서 공통해를 찾는데 두 직선을 이용하였다. 그리고 또 한 가지 방법으로 각각의 방정식을 나타내어 공통해를 구했다. 해를 그래프로 그려서 공통해를 찾기가 힘든 경우 방정식을 사용하여 정확한 답을 찾을 수 있도록 하여 그래프를 정확하게 그려서 정확한 교점을 찾지는 않도록 하고 있다.

실제로 MIC 교과서에서 다음과 같이 기술하고 있다(최대와 최소, p.19).



<그림 11> MIC 교과서의 예시 3

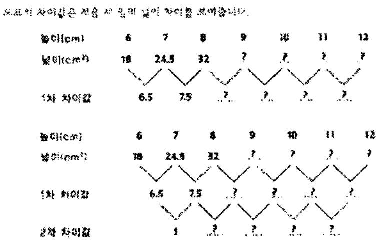
또한 학생들로 하여금 그래프를 그려서 문제를 해결하도록 하는 경우, 교과서의 뒷부분에 자를 수 있도록 되어 있는 활동지를 통하여 그려보도록 하고 있다. 우리의 교과서에서 그래프를 통하여 문제를 해결하도록 하면서 용지를 주지 않는 경우와 매우 다르다. 학생들은 활동지에 활동을 하면서 그래프를 그리는 연습을 할 수 있도록 한다.

하지만 실생활에서의 상황을 강조하다 보니, 각 상황마다 제시되는 문제 해결 방법이 다르고, 학생들의 지적 수준에서는 혼돈을 가지고 올 수 있다. 예를 들어, 「최대와 최소(Get the Most Out of it)」 교재에서는 연립방정식의 해를 구하는 방법이 제시되어 있는데, 정형화되어 있지 않는 방법이 여러 개 나열되어 있는데 이는 학생들이 다양한 생각을 할 수 있게 하지만 방법 면에서 비효율적일 수 있다.

또한 문제의 상황에 따라 여러 개념을 알려주어야 하므로 학생의 수준보다 어려운 수학을 미리 가르쳐야 하는 상황이 생길 수 있다. 예를 들어, 「오르락 내리락(Ups and Downs)」에서는 일차함수와 함께 주기 함수, 지수 함수 등을 배우게 된다. 함수와 함수의 그래프를 해석하는 학습을 위주로 하고 있지만, 많은 모양의 함수가 학생의 수준에서 어려울 수 있다.

「9-가 단계」에서 지적하였던 대응표로 이차함수의 식을 구하는 문제점에 대하여 MIC 교과서에서는 사각형의 넓이와 같이 이미 알고 있는 식을 활용하여 이차함수를 유추해 낼 수 있도록 하고 있다. 그리고 대응표에서 x의 값에 대한 y값의 변화량을 계산하여 그 변화량을 1차 차이값이라고 하고 1차 차이값을 그래프로 그리게 하여 x와 1차 차이값으로 그래프를 그리게 하여 일차함수와 관련이 있음을 찾아낼 수 있도록 한다. 또한 1차 차이값들의 변화량을 2차 차이값이라고 하여 2차 차이값은 상수로 일정함을 알게 한다. 그래서 1차 차이값과 2차 차이값을 이용하여 이차함수인지 추측해 내고, y값을 구할 수 있도록 한다.

다음은 「어떻게 자랄까요?(Growth)」에 나오는 내용의 일부이다. 이 교재에서는 선형으로 표현할 수 없는 상황이 주어지고, 이차함수와 삼차함수 등의 여러 함수들이 나올 수밖에 없는 상황으로 이차함수를 도입한다. 그래서 실생활에서 함수의 실용성을 느끼도록 한다(어떻게 자랄까요?, p.24~25).



<그림 12> MIC 교과서의 예시 4

여기에서는 공식을 통하여 이차함수를 보여주고, 그 이차함수를 분석함으로써 1차 차이값, 2차 차이값이 어떠한 특징이 있는지 알게 한다.

1차 차이값과 2차 차이값을 통하여 학생들이 일차함

수와 이차함수의 관계를 살펴 볼 수 있도록 한다. 그래서 일차함수를 활용하여 이차함수의 특성을 찾아내고, 활용할 수 있도록 한다. 하지만 이차함수의 특성으로 1차 차이값과 2차 차이값을 탐구해 보도록 하고 있지만, 역으로 실제로 대응표가 주어졌을 때, 학생들이 이차함수의 식이라고 추측하게 하는 문항은 없어서, 학생들이 앞에서 제기한 문제점을 완전히 충족시키기는 어렵다.

또한, 실생활의 소재를 나열하여 실용적인 측면은 강조하지만, 이차함수의 다른 측면은 간과하기 쉽다. 예를 들어, 이차함수의 그래프를 이해하고, 최대와 최소값을 구하기 위해서는 이차함수의 표준형을 알아야 하는데 다루지 않고 있다. 최대와 최소값은 부등식의 영역 내에서 일차함수의 경우에 구하는 것만 다루고 있다.

Ⅳ. 문제점에 대한 개선 방안과 교사 설문 분석

앞에서 연구한 실용성 목표 관점으로 제7차 교과서의 함수 단원을 분석하여 제시한 문제점을 MIC 교과서의 함수 단원에 비추어 분석해 본 결과를 바탕으로 몇 가지 함수 단원의 개선방안을 제시하고자 한다. 또한 현재의 실태를 파악하고, 앞에서 제시한 문제점에 대한 교사들의 인식을 조사하고, 개선 방안에 대한 의견을 들어보기 위하여 실시한 설문 조사 결과를 분석하여 보았다.

1. 실용성 목표 관점에서 함수 단원의 개선 방안

(1) 문제점에 대한 개선방안

앞에서 「7-가 단계」에서는 교과서에서 제시하고 있는 정비례와 반비례 그래프는 일상생활의 맥락을 모두 담을 수 없고, 형식적으로 대수식과 연결시킨 문제가 대부분임을 지적하였다. 실제로 우리 주변에서 쓰이고 있는 대부분 그래프는 선형 그래프보다는 오히려 좀 더 복잡하고 다양한 형태의 그래프가 더 많다. 학생들에게 의미 있는 학습이 되기 위해서는 학생들의 현실상황과 관련된 실제 소재를 다루어야 한다는 점을 상기해 볼 때, 현실의 역동적인 변화상황을 다룬 다양한 그래프를 제시할 필요가 있다. 다시 말해서, 단순히 규칙적이고 연속적인 그래프 뿐 아니라, 불규칙하고 이산적인 것 등과 잘 연결되지 않는 복잡한 모양의 그래프를 제시할 필요가 있다. 이러한 그래프를 그려보고 읽고 해석하는 것은 다양한 함수 관계 이해와 변하는 변수들 사이 관계에 대한 이해에 도움이 되고, 이것은 그래프를 읽고 해석하는데 있어서도 크게 도움이 될 것이다(송정화, 권오남, 2002).

그래서 이에 대한 개선 방안으로 단계 함수(step function)를 제안해 본다. 교과서에서는 실생활의 소재를 다루고 있는 경우가 많지만 실생활에의 응용을 하기 위한 소재는 많지 않다. 단계 함수는 실생활에서 가장 맥락화할 수 있는 소재로 만들 수 있다. 예를 들면 시간 단위로 요금이 올라가는 주차요금 혹은 택시요금, 일정한 무게에 따라 비용이 달라지는 우체국의 택배비, 세금의 계산, 또 요즘 가중치로 관심을 끌고 있는 전기 요금 등을 소재로 한 함수는 단계 함수의 형태를 가진다. 현재에는 이러한 소재로 함수 단원을 다루고 있지만 변형을 시켜 일차 함수의 그래프 형태로만 다루고 있는 경우가 많다. 또한, 단계 함수는 고등학교에서 특별한 의미없이 형식적으로 다루고 있는 Gauss 함수[1)]와도 연계가 될 수 있다.

교사들을 상대로 한 설문조사에서도 단계(step)의 수를 줄여서 학생들이 이해하기 쉽도록 만들어 단계 함수의 모양을 가르치는 것에 많은 교사들이 동의했다.(43.33%)

일상생활에서 접할 수 있는 부분의 내용과 함께 학생들이 흥미를 가질 수 있는 자료 개발로 학생들이 직접 탐구를 해 보는 과정에서 함수의 실용성을 느낄 수 있도록 해야 할 것이다.

「8-가 단계」에서 제7차 교육과정에서 지도 방안에서는 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 구할 때, 연립방정식의 각 방정식의 그래프를 그려 교점을 확인해 봄으로써 연립방정식의 해가 한 개 있거나 무수히 많거나 전혀 없음을 알게 하고, 두 일차함수의 그래프를 통한 연립일차방정식의 해에 대한 지도는 연립일차방정식의 해가 두 직선의 교점임을 이해시키는 정도로 다루도록 되어 있다.

하지만 이러한 단순 이해로는 실생활의 문제를 해결

---

1) 가우스함수라고도 한다. 정의에 따르면, $[x]$는 $a \le x < a+1$이 되는 정수 a를 나타낸다. 따라서, $x \ge 0$이면 $[x]$는 x의 정수 부분, $x<0$이면 $[x]$는 x의 정수 부분에서 1을 뺀 것을 말한다.

하기 힘들고, 활용에 있어서 그래프를 해석하는 데에도 어려움을 느낄 수밖에 없다. 실생활에의 활용 능력을 위해서는 기본 지식과 개념을 정확히 이해해야 한다.

직선의 방정식을 집합을 이용하여 표현한다면, 직선의 그래프를 정확하게 이해할 수 있다. 예를 들어 $x=2$의 그래프를 y축에 평행하면서 (2,0)을 지나는 직선이라고 표현하지 않고 $\{(x,y)|x=2\}$라고 표현한다면 직선의 그래프를 더 명확하고 쉽게 이해할 수 있을 것이다.

일차함수와 연립일차방정식의 관계를 명확히 이해하려면 A=$\{(x,y)|ax+by=c\}$, B=$\{(x,y)|a'x+b'y=c'\}$ 그리고 A $\cap$B 등을 적어도 개념적으로는 방정식과 그래프 표현 모두에서 느낄 수 있어야 한다. 집합을 이용하여 방정식의 해와 그래프를 연관하여 그 의미를 분명히 알게 해야 할 것이다. 그래야만 교점이 두 방정식의 해가 됨을 이해할 수 있고, 실생활에서 적용하는 문제 해결 능력을 습득할 수 있을 것이다.

앞에서 보았듯이 MIC 교과서에서는 두 일차방정식의 해를 찾기 위해 그래프로 그려서 두 직선을 이용하기도 하지만, 각각의 방정식으로 나타내어 공통해를 구하였다. 해를 그래프로 그려서 공통해를 찾기가 힘든 경우 방정식을 사용하여 정확한 답을 찾을 수 있도록 하고 있어 실생활의 문제나 타교과의 문제를 해결할 때 실질적인 방법을 숙지시킬 수 있도록 한다.

교과서를 분석해 본 결과 제7차 교육과정에서는 단위의 축척과 관련된 과제가 제시되지 않고 있었다. 그래서 큰 수가 나오게 되고, 이를 그래프에서 정확하게 찾기 힘든 경우가 생기고 있다. 이에 교사들은 정확한 답이 나오지 않는 경우의 문제는 피하는 경우가 많았고, 또 근사값을 구하는 경우도 다수였다.

학생들이 문제를 해결하는데 필요한 교수·학습 내용이 잘 구성되어야 할 것이다. 사실 교과서에서 다루고 있지 않는 것은 사교육에서 다루고 있는 실정이어서 좀 더 실생활에서의 함수를 현실적으로 해결할 수 있는 내용을 구체적으로 다뤄야 할 것이다.

「9-가 단계」 단계에서 이차함수의 도입 방법은 이차함수의 교수 방법 면에서는 편한 방법이고, 문제 해결에 필요한 이차함수의 표준형을 쉽게 찾을 수 있도록 하므로 교수·학습 내용으로 중요한 부분이다. 하지만 이 방법만으로는 학생들로 하여금 이차함수의 실용성을 느끼게 하기에는 부족함을 지적하였다. 함수 단원에서 실용성을 강조하기 위해서는 이런 방법과 함께 다양한 맥락을 통하여 다양한 경험을 하면서 학생들로 하여금 실제로 사용될 수 있는 소재와 방법으로 이차함수를 지도할 수 있는 방안이 요구된다.

또한 앞에서 실생활에서의 변량과 타교과에서의 공식과 같은 것들을 만드는데 함수관계를 식으로 수학화 할 때, 대응표를 보고 함수식을 추적해야 하는 경우 해결할 수 있는 방법이 없어서 실용성 목표 측면을 만족시킬 수 없음을 지적하였다. 실생활 문제 상황에서는 단원 이름이 없으므로 그 관계가 이차함수 관계인지 조차 모르는 경우가 많다. 데이터를 정리하여 대응표를 만들거나, 대응표가 이미 주어져 있을 때, 그 관계가 이차함수 관계인지 그래서 $y=ax^2+bx+c$로 놓을 수 있는지 없는지 대응표를 보고 두 변량 사이의 관계가 이차함수 관계인지 그 여부를 확인하는 과정을 교과서에서 가르칠 필요가 있다. 대응표의 값을 그래프용지에 점으로 나타내어 추측하는 방법은 3차 이상의 함수를 모르는 경우 이차함수만 후보가 되기는 하지만 이는 분명치 않은 방법이다. x증분이 일정할 때 대응표의 y값의 증분이 일차함수가 되는지를 확인하는 것이 더 정확한 방법이다.

주어진 데이터를 정리하고 해석하여 대응표의 x가 1만큼씩 증가할 때 y의 데이터의 변화량(MIC 교과서에서의 1차 차이값과 2차 차이값)으로 이차함수인지 아닌지를 먼저 추적할 수 있도록 해야 한다.

그러면 자연스럽게 일차함수와도 연관시킬 수 있고, 고등학교에서 배우는 미분 분야와 연계될 수 있다.

교수학습 내용이 학생들에게 실용성을 느낄 수 있도록 구성이 되어도 교수·학습 방법이 함께 같은 방향으로 운영되지 않는다면 교육과정의 변화가 의미가 없을 것이다. 제7차 교육과정은 강조하는 교수학습 방법이 교과서에 반영된 부분은 매우 적다. 교수학습 면에서도 교사의 역할, 학생의 역할을 고려하여 교과서를 구성해야 교육과정이 요구하는 교수 학습 방법의 달성이 더 용이할 수 있다(제수연, 2005).

앞에서 지적하였던 그래프용지 문제에 대하여 교육목표와 교수 학습 내용이 일치하기 위해서는 그래프를 이용하여 문제를 해결하라고 할 때에는 그래프용지를 주어서 학생들이 그래프를 그리라는 목적에 부합하도록 해

야 한다. 그래서 단순히 그래프를 이해하기보다 그래프를 만들고 해석하는 교수·학습 내용이 필요할 것이다.

또한, 평가 면에서도 함께 실용적인 면에서의 문제 상황을 제시하여 평가하도록 해야 하며, 과제평가를 통하여 학생들이 실생활에서 수학을 활용하는 것을 독려해야 한다.

현실적 맥락의 문제 상황을 해결하면서 학생들은 사회 전반에 걸친 여러 문제를 수학적으로 해석하고 해결하여 다시 실생활에 적용할 수 있는 문제 해결 능력을 갖출 수 있을 것이다. 이를 위해서 수학 교과서에도 현실적 맥락 문제를 포함하고 이를 통한 문제 해결 전략과 의사소통 능력을 향상시킬 필요가 있다(제수연, 2005).

또한 실생활에서의 수학 문제를 해결하는 방법은 정형화된 한 가지가 아니므로 다양한 방법이 있음을 반영해야 한다. 실생활의 과제들이 계획과 실행을 통해 해결할 수 있도록 해야 평가 면에서도 함수의 실용성 목표를 만족할 수 있다.

우리의 평가는 수학의 전반적인 내용을 평가하는 것이 아니라 국소적인 부분의 지식을 묻는 경우와 알고리즘을 적용한 계산 문제가 많다. 하지만 실용적인 면이 강조되려면 MIC 교과서의 경우처럼 중심 문제를 해결하기 위하여 여러 가지 지식을 습득해야 하고, 작은 문제들을 해결해 나가는 방법의 평가가 이루어져야 할 것이다.

2. 교사 설문조사 결과 분석

위에서 분석하여 얻은 문제점과 개선방안에 대하여 서울과 경기도에 있는 중학교 교사 150명의 의견을 설문조사로 알아보았다.

제시한 문제점에 대하여 교사들은 어떤 의식을 가지고 있는가와 그에 따른 개선 방안에 대해서 어떻게 생각하는지 설문으로 알아보았다. 「7-가」에서는 실생활에서 활용되는 함수와 그래프를 가르치기 위해서 단계함수를 도입할 것을, 「8-가」에서는 연립방정식과 함수의 그래프의 관련을 집합을 이용하여 지도할 것을, 「9-가」에서는 이차함수를 가르칠 때 대응표를 보고 두 변량 사이의 관계가 이차함수 관계인지 그 여부를 확인하는 과정을 도입할 것을 제안해 보았다. 문제점과 개선방안에 대한 교사 설문 따른 응답률을 정리하고 분석하여 보았다.

<표 2> 교사 설문지 구성

대문항	소문항	응답	응답률(응답자수)
Ⅰ	1	① 있다.	32(48)
		② 없다.	68(102)
	2	① 있다.	98.67(148)
		② 없다.	0.67(1)
		③ 무응답	0.67(1)
	3	포물선, 원, 타원 등 차수, 계수변화와 그래프의 모양 변화, step 함수의 모양, 지수함수의 모양, 불규칙한 함수의 그래프, 연속식이지 않은 함수의 그래프, 세균이 하루에 2배씩 증가할 때 지수함수($y = 2^x$), 택시 요금 등의 가우스 함수의 계단형 그래프, 절대값 그래프, 함수가 되는 곡선, 삼차함수의 그래프 등	
	4	① 필요없다.	12.67(19)
		② 중2에서 지도 가능한 필요내용이다.	28(42)
		③ step의 수를 적게 하면 중2에서 지도 가능한 필요내용이다.	49.33(74)
		④ 너무 어려우므로 고교로 미루어야 한다.	10(15)
Ⅱ	1	① 항상 그렇다.	12(18)
		② 거의 항상 그렇다.	24.67(37)
		③ 거의 아니다.	52.67(79)
		④ 전혀 아니다.	10(15)
	2	① 그래프를 읽어서 정확한 값을 알 수 없는 문제는 피한다.	39.33(59)
		② 그래프의 근사값으로 만족한다.	20.67(31)
		③ 연립방정식을 이용하여 정확한 값을 구한다.	16.67(25)
		④ 앞의 ②,③의 방법을 배운 내용과 시기에 따라 섞어 쓴다.	23.33(35)
	3	① 위와 같은 집합기호를 이용하고 있다.(　%)	20.67(31) / 56
		② 위와 같은 집합을 기호대신 말로 설명한다.(　%)	52(78) / 60
		③ 연립방정식 해-두직선의 교점을 알도록 한다. (　%)	27.33(41) /77
Ⅲ	1	① $y = ax^2 + bx + c$로 놓고 풀도록 지도한다.	16(24)
		② 이차함수 관계가 아니거나 모르는 대응표는 다루지 않는다.	24.67(37)
		③ 그래프를 모를 때는 지도하지 않고, 그래프를 배운 후에는 점을 찍어 확인시킨다.	51.33(77)
		④ 이차함수 도입 단계부터 대응표를 보고 항상 확인시킨다.	8(12)
	2	① 실생활과 무관하고 필요 없다.	2(3)
		② 실생활 관련 주제지만 너무 어려워 필요 없다.	29.33(44)
		③ 필요하지만 지도 가능성이 불투명하다.	30.67(46)
		④ 2학년 일차함수와 연계되는, 중3에서 지도 가능한, 좋은 실생활 주제이다.	38(57)
	3	① 매우 도움이 되는 방법이다.	4.67(7)
		② 컴퓨터 같은 교구를 사용하기 좋은 방법이다. 실용성은 별도로 다루는 편이 좋다.	62(93)
		③ 교사의 지도 방법에 따라 달라질 수 있는 유동적 방법이다.	27.33(41)
		④ 실생활과 관련짓기는 어려운 방법이다. 다른 방법으로 바뀌야 한다.	6(9)
총			100(150)

7-가 단계에서는 Ⅰ-1 문항에서 수업 시간에 다른 모양의 그래프를 제시한 경우가 있는지 물어보는 질문에 대하여 교사들은 교과서에서 제시하지 않은 내용을 대체로 가르치지 않고 있었다. 수업시간의 내용이 거의 교과서에 의존하고 있어서, 교과서의 내용만을 가르치는 경향이 있음을 알 수 있다.

하지만 Ⅰ-2 문항에서 교사들은 다른 모습의 그래프를 학생들에게 제시해 주지 않아서 학생들이 문제 상황에서 오류를 범하고 있음을 인식하고 다른 모습의 그래프를 제시해 줄 필요가 있음을 느끼고 있었다.

Ⅰ-3 문항에서 다른 형태의 그래프도 함께 제시하고 있는 교사의 경우, 다양한 모양의 그래프가 있음을 답하고 있다.

단계 함수의 형태를 가르칠 것을 제안한 문항Ⅰ-4번에서는 단계 함수가 학생들의 함수의 그래프에 대한 오개념 형성을 막는데 도움이 될 수 있으리라 생각하는 사람이 많았다. 하지만 step의 수를 적게 하여 중학교 수준으로 만드는 노력이 필요하다고 말하고 있다.

Ⅱ-1 문항에서는 그래프를 그릴 때 많은 교사들이 좌표 용지를 이용하지 않고 있음을 알 수 있다.

Ⅱ-2 문항에서는「8-가 단원」에서 실생활 문제를 일차함수의 그래프를 이용하여 해결하고자 할 때, x의 계수와 상수항이 큰 값인 경우가 많아 두 직선이 만나는 점의 좌표를 정확히 읽기 힘든 경우 교사들은 정확한 값을 알 수 있는 문제만을 다루거나, 근사값을 이용하는 등의 방법을 이용하는 교사가 다수 있음을 알 수 있다. 연립방정식을 이용하여 정확한 값을 구하도록 지도하거나 적절하게 사용하는 교과서에서도 그래프를 통하여 정확한 값을 구하는 방법을 사용하는 경우는 17%에 불과했다.

Ⅱ-3에서는 집합 A=$\{(x,y)|ax+by=c\}$, B=$\{(x,y)|a'x+b'y=c'\}$ 그리고 A∩B 등을 적어도 개념적으로는 방정식과 그래프 표현 모두에서 느낄 수 있어야 한다고 제시하였는데, 많은 대부분의 교사들이 집합을 기호 대신 말로 설명하고 있고, 집합 개념 설명을 생략하고 연립방정식의 해와 두 식의 직선의 교점의 관계를 암기하도록 하는 교사도 다수 있음을 알 수 있다. 그리고 학생들이 받아들여 활용하는 정도를 %로 적어달라는 질문의 결과를 분석한 결과를 보면, 교사들이 학생들이 비교적 잘 이해한다고 생각하고 있으며, 특히 집합 개념 설명을 생략하고 암기하도록 할 때 학생들이 이해하는 정도가 가장 높은 것으로 응답하였다. 특히 ③번에 체크한 교사들 중 90%이상으로 적은 교사가 80%로 매우 많았다.

Ⅲ-1 문항에서는 「9-가 단계」 이차함수 단원에서 대응표가 주어졌을 때 그 관계가 이차함수 관계인지를 확인해 보도록 지도하고 있냐는 질문에 대하여 이차함수의 관계를 알고 대응표를 이용하는 경우와 그래프에 점을 찍어 보아서 이차함수인지 판별해 보는 방법으로 많은 교사들이 지도하고 있음을 알 수 있다.

이차함수의 실생활 이용을 위해 "대응표를 보고 두 변량 사이의 관계가 이차함수 관계인지 그 여부를 확인하는 과정"을 도입할 것을 제안하였는데, Ⅲ-2 문항에서는 이 의견에 대해 대응표를 보고 두 변량 사이의 관계가 이차함수 관계인지 확인하는 과정을 가르칠 필요가 있다는 데 다수의 교사들이 답했다.

Ⅲ-3 문항의 이차함수가 평행이동을 하는 데에만 초점을 두고 있는 방법이 이차함수의 실용성을 느끼게 하는 데 도움이 되겠냐는 질문에 현재 제7차 교육과정에서 제시하고 있는 내용이 실용성을 느끼기에는 부족함을 가지고 있음을 알 수 있다. 또한 교과서에서 제시하고 있는 방법이 컴퓨터와 같은 교구를 사용하거나 지도하기에 편한 방법임을 인정하고 있다. 하지만 다른 방법으로 바꿔야 한다고 생각하는 사람은 6% 정도여서 평행이동을 하는 방법을 학생들이 학습하도록 해야 하며, 이 방법 외의 실용성을 느낄 수 있는 다른 방안을 연구해 볼 필요를 알 수 있었다.

Ⅴ. 결론 및 제언

본 연구의 주요 목적은 제7차 교육과정의 개정 방향에서 제시하고 있는 '수학의 실용성을 강조하는 수학교육'의 측면에서 교과서의 함수 단원을 분석하여 문제점과 그에 따른 개선 방안을 제시해 보고자 한 것이다.

이러한 연구 목적을 위하여 실용성을 느끼는 면(정의적 관점)과 실생활에의 활용 면(인지적 관점)에서의 함수 단원을 분석하였다. 또한 분석하여 도출한 문제점에 대한 개선 방안을 제시하였고, 교사들의 설문을 통해 교

사들은 어떻게 생각을 하는지 알아보았다.

연구 결과를 정리해 보면 다음과 같다.

실용성을 느끼는 면(정의적 관점)에서 우리나라의 교과서와 MIC 교과서 함수 단원을 분석한 결과 두 교과서 모두 함수의 실용성 측면을 강조하는 목표를 가지고 있으므로 실생활의 소재를 다수 이용하여 개념을 도입하고, 문제 상황을 제시하고 있음을 볼 수 있었다. 실생활 소재뿐만 아니라 타교과의 소재를 활용하여 학생들로 하여금 함수적 사고가 실생활과 타교과를 배우기에 유용한 교과임을 인식할 수 있도록 하고 있다. 또한 학생들이 스스로 조작하고, 탐구하는 활동을 통하여 개념, 원리, 법칙을 스스로 발견하도록 하여 수학이 실생활과 동떨어진 것이 아님을 인식하도록 한다. 평가 측면에서도 실생활이 소재를 활용한 다양한 방법으로 수행 평가를 하도록 하고 있어 학생들이 실생활에서의 수학을 인식하고 해결하는 연습을 하도록 하고 있다.

실생활에의 활용 면(인지적 관점)은 학생들이 실생활의 문제를 해결함에 있어서 지적 능력을 제대로 갖추고 있는가의 관점으로 문제점을 찾아보고자 하였다. 이를 위하여 문제지를 만들어서 학생들에게 풀어 보도록 한 결과, 「7-가 단계」에서 학생들은 실생활 문제를 해결함에 있어서 정비례와 반비례 이외의 문제 상황을 제대로 해석하지 못하며, 축척을 이용한 그래프를 정확하게 읽지 못함을 지적할 수 있었다.

「8-가 단계」에서는 함수의 그래프를 이용하여 연립방정식의 해를 구할 때, 실생활의 활용 문제에서는 x의 계수와 상수항이 큰 수인 경우가 많은데 그 때 문제를 해결하는 방법을 학습하지 않고 있음과 연립방정식의 해가 두 함수의 그래프의 교점과의 관계를 제대로 이해하고 있지 못함을 볼 수 있었다. 또한 수업이나 각종 평가시에 일차함수의 그래프를 그릴 때 좌표 용지를 이용하거나 학생들이 이용할 수 있도록 그래프용지를 준비하고 있지 않아서, 학생들이 그래프를 실제 상황에 제대로 활용하고 해석하는 방법을 학습하고 있지 않아서 학습 목표와 방법, 평가의 일관되지 않는 면을 지적하였다.

「9-가 단계」에서는 이차함수를 평행이동을 이용한 문항을 잘 해결하지만, 이차함수에서 대응표를 보고 두 변량 사이의 관계가 이차함수 관계인지 그 여부를 확인하는 과정의 부재로 실생활이나 타과목에 적용하지 못한다는 문제를 지적하였다.

그리고 같은 연구 내용으로 MIC 교과서를 분석하여 보았는데, MIC 교과서에서는 제7차 교과서에서 제시한 문제점은 어느 정도 해소해 주고 있었다.

여러 모양의 그래프를 제시하고 그래프를 해석하도록 하여 현실을 정리하고 분석하는 수단으로서 수학을 가르치도록 하고 있었다. 또한 수업이나 평가에서 <활동지>라는 이름으로 그래프용지를 주고 있어 학생들이 목표와 방법이 일치하고 있음을 볼 수 있었다. 또한 이차함수에서는 1차 차이값과 2차 차이값을 통하여 이차함수의 특성을 발견할 수 있도록 하고 있어서 데이터를 분석하는 방법을 스스로 학습하여 현실에서 필요한 수학을 학습할 수 있도록 함을 볼 수 있었다. 하지만 문제 해결력을 신장시키기 위해서는 기본 개념에 대하여 정확하게 학습하도록 해야 하는데, 개념과 규칙을 이해하기에는 복잡한 구조를 가지고 있음을 볼 수 있었다.

마지막으로, 연구한 문제점들에 대해 MIC 교과서를 분석한 내용을 바탕으로 교수·학습 내용 면, 교수·학습 방법 면, 교수·학습 평가 면에서 개선 방안을 제안해 보았다. 그리고 제안한 내용들에 대해 중학교 교사들은 어떻게 생각하는지 설문을 통하여 알아보았다. 「7-가 단계」에서는 실생활에서 활용되는 함수와 그래프를 가르치기 위해서 단계함수를 도입할 것을, 「8-가 단계」에서는 연립방정식과 함수의 그래프의 관련을 집합을 이용하여 지도할 것을, 「9-가 단계」에서는 이차함수를 가르칠 때 대응표를 보고 두 변량 사이의 관계가 이차함수 관계인지 그 여부를 확인하는 과정을 도입할 것을 제안하였는데, 서울과 경기도 지역의 수학 선생님들의 의견을 조사해 본 결과 단계 함수는 step의 개수를 줄여서 학생의 수준에 맞게 가르칠 것과 대응표를 통해 두 변량 사이의 관계가 이차함수 관계인지 그 여부를 확인하는 과정을 도입하자는 내용에 의견이 많았다.

학교 수학은 교과서에 많은 비중을 두며 이루어지기 때문에 교과서에서 어떤 내용으로 어떻게 다루어지고 있느냐는 매우 중요하다. 교육과정이 목표에 맞게 제시되어야 하고, 교과서는 그 목표를 충족시킬 수 있어야 하므로 더 나은 교과서를 위해서 교과서 분석은 매우 필요한 일이라고 본다. 이에 다음과 같은 연구를 제안해 본다.

첫째, 본 연구에서는 수학의 '실용성' 목표 관점에서 교과서를 분석하였고, 수학 교육이 지향하는 다른 목표들에 대해서는 분석 대상에서 배제하였다. 다른 목표 관점에서도 교과서의 분석을 해보기를 제안한다.

둘째, 본 연구에서는 제7차 수학 교과서의 함수 단원을 분석하였다. 다른 단원에서도 그 단원이 지향하는 수학 교육의 목표가 있다. 단원마다 지향하는 목표를 분석하고 그 목표에 따른 분석을 해볼 것을 제안한다.

셋째, 현대의 수학 교육은 현실적 수학교육 이론을 참고하는 경향이 있다. 본 연구에서는 MIC 교과서의 내용을 분석하고 우리나라 교과서와 비교해 보았지만, 다른 나라의 여러 교과서들의 분석해 보고, 우리나라 교과서가 나아갈 길을 조명해 볼 수 있기를 제안한다.

마지막으로, 교육과정의 목표에 따라 교육내용, 방법, 평가 모든 면에서 목표를 충족해야 하는데, 방법과 평가 등의 면에서 분석과 자료 개발이 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

고성은 외 (2001). 수학 7-가. (주)블랙박스.

고성은 외 (2001). 수학 8-가. (주)블랙박스.

고성은 외 (2001). 수학 9-가. (주)블랙박스.

교육부 (1997). 초 · 중 · 고등학교 교육과정 해설서. 서울: 대한교과서 주식회사.

교육부 (1997). 초 · 중등학교 교육과정-국민공통 기본교육과정. 서울: 대한교과서 주식회사.

교육부 (1997). 중등학교 교육과정 해설-수학 과학 기술 · 가정-. 서울: 대한교과서 주식회사.

김후재 (2004). 제7차 수학 교육과정에 따른 중학교 교과서와 미국의 MiC 교과서 비교 분석. 서울대학교 대학원 교육학 석사학위 논문.

송정화 · 권오남 (2002). 6차와 7차 교과서 분석을 통한 그래프 지도 방안. 대한수학교육학회지 <학교수학> **4(2)**, pp.161-191.

이종희 (1999). 함수 개념의 역사적 발달과 인식론적 장애. 대한수학교육학회지 <수학교육학 연구> **9(1)** pp.133-150

제수연 (2005). 제7차 교육과정에 따른 고등학교 교과서와 미국 IMP 교과서의 비교분석-모델링의 관점에서-. 한국교원대학교 교육대학원 석사학위 논문.

최정임 · 허혜자 (2001). 함수개념의 이해 촉진을 위한 수업 설계-상황학습이론을 중심으로-. 대한수학교육학회지 <학교수학> **2(2)**, pp.373-399

de Moor. E. (1991) 네덜란드의 기하교육(4-14)-현실적 접근. (나귀수 역)

NCTM (2000). *Principle and Standard for School Mathematics*. Reston, VA : The National Council of Teacher of Mathematics, Inc.

An Analysis on Function Chapters in the Middle School for an Alternative Description in view of Practical Objectives

Youngha Lee
Ewha Womans Univ. Daehyeon-dongsan 11-1, Seodaemun-ku, Seoul, Korea
E-mail: youngha@ewha.ac.kr

Jeong, Ju-yon
Ewha Womans Univ. Daehyeon-dongsan 11-1, Seodaemun-ku, Seoul, Korea
E-mail: bestjuyon@hanmail.net

This paper is to find and to suggest alternative ways of description on function chapters in the middle school mathematics so that the descriptions be more closely related to daily life. The research has two phases: one for belief on the usefulness, the other for cognitive ability to solve the practical problems. Results are as following.

1. Most descriptions of corresponding chapters have emphases on the usefulness of functions so as to enhance beliefs on the use of functions.

2. Most practical functions contain expressions of large constant term and large coefficients in magnitude while those are not in the descriptions of textbooks, especially in case of using ruled papers.

3. For quadratic functions, most students do not detect the degree of the function from the data presented by pairs of values of x and y. And those are not dealt with in most of textbooks, which are given in the MIC textbook.

* ZDM classification : U23
* 2000 Mathematics Subjects Classification : 97U20
* Key Words: textbook analysis, functions, RME

<부록1>

함수의 활용 능력에 관한 문제지(7-가)

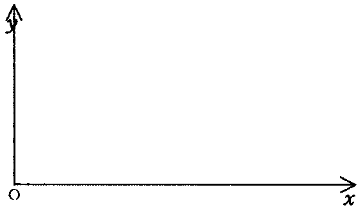
1. 택시는 요금이 미터기에 표시된다. 무지개 택시 회사에서는 운행거리에 따라 요금을 받는다. 기본요금은 손님이 어디를 가든지 간에 지불해야 하고 추가로 손님이 택시를 탄 거리에 따라 다음의 비율로 요금이 올라간다.

기본요금 1,600원 / 1㎞갈 때마다 1,000원씩 추가

(1) 경기장에서 철도역까지는 12㎞이다. 택시 요금은 얼마인가?

(2) x㎞ 간 후의 요금을 y원이라고 할 때, 식을 세워 보아라.

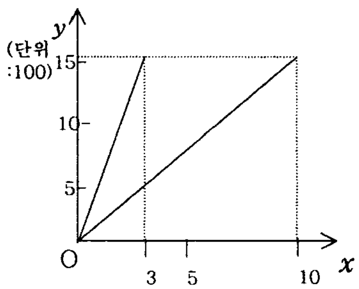
(3) 위의 식을 그래프를 그려 보아라.



(4) 위의 그래프를 보고, 택시를 타고 4.5㎞ 갔을 때의 요금을 구하여라.

(5) 현석이는 무지개 택시 회사의 택시를 타고 가다가 깜빡 잠이 들었다. 그런데 집에 도착해 보니 택시 요금이 7,600원이나 나온 것을 보고 깜짝 놀랐다. 택시를 타고 간 거리는 얼마였을까?

2. 준이는 1500m 떨어진 학교에 가는데 똑같은 속도로 걸어서 10분 걸린다. 또한 자전거를 타고 가면 3분 걸린다. 다음은 시간(x)에 따라 준이가 간 거리(y)를 나타낸 그래프이다.



(1) 준이는 걸어서 학교에 갈 때 5분 후에 몇 m 지점을 지나게 되는가?

(2) 10m 지점을 지나려면 자전거를 몇 분 동안 타고 가야 하는가?

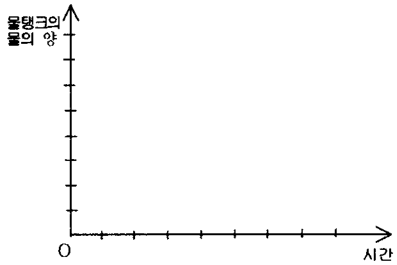
3. 물탱크에 물을 담으려고 한다. 수도꼭지를 이용하여 일정한 속도로 물이 흘러 물탱크를 채운다.

이 때, 물은 10초에 20L씩 물탱크에 들어가며, 물탱크에는 100L의 물을 담을 수 있다고 한다.

(1) 다음 대응표를 완성하시오.

시간(초)	10	20	30	40	50	60	70	80
물탱크의 물의 양(L)	20							

(2) 대응표를 이용하여 시간과 물탱크의 물의 양을 그래프로 그려보아라.



함수의 활용 능력에 관한 문제지(8-가)

1. 다음 연립방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

(1) $\begin{cases} -2x+y=1 \\ 4x-2y=-2 \end{cases}$

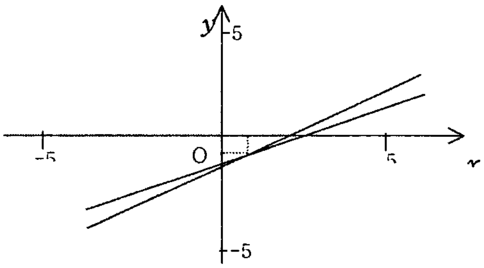
(2) $\begin{cases} -2000x+y=1000 \\ 1000x-2y=1000 \end{cases}$

2. 다음은 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=3 & \cdots ㉠ \\ 2x-3y=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$ 의 해를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수나 식을 넣어라.

방정식 ㉠을 y에 관하여 풀면, $y=\boxed{}$ …㉢

방정식 ㉡을 y에 관하여 풀면, $y=\boxed{}$ …㉣

일차함수 ㉢과 ㉣을 좌표평면 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서, 연립방정식의 해는 (□,□)이다.

3. 윤희는 핸드폰 요금이 너무 많이 나와서 어떤 요금제가 있는지 알아보기로 했다. 윤희가 가입한 A회사에서 윤희가 다음 두 가지 요금제도가 가장 적당하다고 생각되었다.

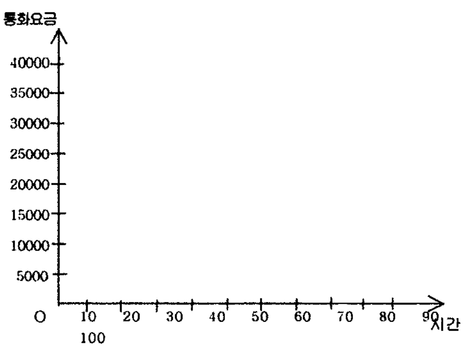
표준 요금		프리미엄 정액제 요금
기본요금	15000원	30000원
1분 동안의 통화요금	200원	

x분당 요금을 y라고 하면,

표준요금에서 x와 y의 관계식을 구하면, $y = 15000 + 200x$

프리미엄 정액제 요금에서 x와 y의 관계식을 구하면, $y = 30000$이 된다.

(1) 위 식을 그래프로 그려보아라.



(2) 50분 사용했을 때 어떤 요금이 더 유리한가?

(3) 몇 분 사용한 이후부터 프리미엄 정액제 요금이 더 유리한가?

함수의 활용 능력에 관한 문제지(9-가)

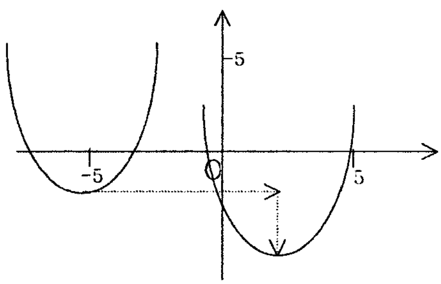
1. 재경이는 주말에 지면으로부터 360m 높이에 있는 지점에서 앞을 향해 돌멩이를 던져서 시간에 따른 돌멩이의 위치를 특수카메라를 이용하여 측정하였다. 그래서 다음과 같은 데이터를 얻었다. 다음은 실험 결과 얻은 데이터를 대응표로 나타낸 것이다. 시간을 t라 하고 그 때의 돌멩이의 높이를 h라 하였다.

시간 t(초)	0	1	2	3	4	5	6
돌멩이의 높이 h(m)	360	350	320	270	200	110	0

위의 표를 보고 시간(t)과 돌멩이의 높이(h) 사이의 관계식을 구하여라.

2. 영훈이네 가족은 지난 주말에 돌고래쇼를 구경하러 동물원에 갔다. 돌고래가 수면으로 떠오르기 시작하여 t초 후의 돌고래의 높이는 $\left(-\frac{8}{5}t^2 + 4t\right)$m라고 한다. 돌고래가 수면으로부터 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라.

3. 다음의 그래프 중에서 왼쪽 그래프는 $y = x^2 + 10x + 23$이다. 이 그래프를 x축의 방향으로 7만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동 시킨 오른쪽 그래프의 이차함수의 식을 구하여라.



<부록2>

함수 단원의 분석을 위한 교사 설문지

I

1. 1학년 학생들은 교과서에서 제시하고 있는 형태인 정비례 혹은 반비례 그래프만을 함수의 그래프로 아는 경우가 많습니다. 수업 시간에 정비례 혹은 반비례 그래프 외의 다른 모양의 그래프를 제시한 적이 있습니까?

① 있다.(➔3번으로) ② 없다.(➔2번으로)

2. 다른 모습의 그래프를 제시해 줄 필요가 있다고 생각하십니까?

① 있다. ② 없다.

3. 다른 모양의 그래프를 제시한 적이 있다면 어떤 함수의 그래프인지 이름 또는 식만을 간략히 적어 주십시오. (   )

4. 중학교 2학년의 경우 일차함수에서 y값을 적절히 반올림하면 step-function이 되는데, 이것은 실생활에서 많이 활용되는 택배요금, 주차요금, 세금, 전기세 등을 계산할 때 실제로 사용됩니다. 또한 고등학교에서 형식적으로 다루고 있는 Gauss함수와도 연계됩니다. 중학교 2학년에서 step-function의 형태를 제시할 필요가 있겠는지요? (뒷면)

① 필요 없다.

② 중2에서 지도 가능한 필요 내용이다.

③ step의 수를 적게 하면 중2에서 지도 가능한 필요 내용이다.

④ 너무 어려우므로 고교로 미루어야 한다.

II

1. 수업이나 각종 평가 시에 일차함수의 그래프를 그릴 때 좌표 칠판(용지)을 이용하시거나 학생들이 이용할 수 있도록 허용(종이에 그려 주거나 용지 사용 허용)하십니까?

① 항상 그렇다. ② 거의 항상 그렇다.

③ 거의 아니다. ④ 전혀 아니다.

2. 실생활 문제를 일차함수의 그래프를 이용하여 해결하고자 할 때에는 x의 계수와 상수항이 큰 값인 경우가 많아 두 직선이 만나는 점의 좌표를 정확히 읽기 힘든 경우가 많습니다(제7차 교육과정에서는 변형된 단위(예;1000원, 100cm)의 축척을 사용하지 않습니다). 이런 경우 어떤 방법을 사용하십니까?

① 그래프를 읽어서 정확한 값을 알 수 없는 문제는 피한다.

② 그래프의 근사값으로 만족한다.

③ 연립방정식을 이용하여 정확한 값을 구한다.

④ 앞 ②, ③의 방법을 배운 내용과 시기에 따라 섞어 쓴다.

3. 함수 단원의 지도상의 유의점에는 '미지수가 2개인 일차방정식은 직선의 방정식으로 변형시킬 수 있음을 알게 하고, 연립방정식의 해가 두 직선의 교점임을 이해시키는 정도로만 다룬다'라고 제시하고 있습니다. 하지만 이것을 명확히 이해하려면

A=$\{(x,y)|ax+by=c\}$,

B=$\{(x,y)|a'x+b'y=c'\}$ 그리고 A∩B 등을 적어도 개념적으로는 방정식과 그래프 표현 모두에서 느낄 수 있어야 하는 데, 선생님은 어떤 방법으로 위 교육과정의 요구를 실천하고 계십니까? 답과 그 경우 학생들이 받아들여 활용하는 정도를 %로(느끼시는 대로) 괄호에 적어 주십시오.

① 위와 같은 집합 기호를 이용하고 있다.(%)

② 위와 같은 집합을 기호 대신 말로만 설명한다. (%)

③ 위의 집합 개념 설명은 생략하고 (연립방정식의 해=두 식의 직선의 교점)을 암기하도록 한다.(%)

④ 기타(%)

III

1. 중학교 3학년 2차함수 단원에 관한 질문입니다. 실생활 변량의 함수관계를 식으로 수학화 할 때, 대응표를 보고 함수식을 추적할 때가 많지만, 실생활에는 단원 이름이 없으므로 그 관계가 이차함수 관계인지 조차 모르는 경우가 많습니다. 가령 아래와 같은 대응표가 주어졌

을 때 그 관계가 이차함수 관계인지 그래서 $y=ax^2+bx+c$로 놓을 수 있는 지 없는지, 그 여부를 확인해 보도록 지도하십니까?

① 아니다. 바로 $y=ax^2+bx+c$로 놓고 풀도록 지도한다.

② 이차함수 관계가 아니거나 모르는 대응표는 다루지 않는다.

③ 그래프를 모를 때는 지도하지 않고, 그래프를 배운 후에는 점을 찍어 확인시킨다.

④ 이차함수 도입 단계부터 대응표를 보고 항상 확인시킨다.

2. 이차함수의 실생활 이용을 위해 "대응표를 보고 두 변량 사이의 관계가 이차함수 관계인지 그 여부를 확인하는 과정"을 교과서에서 가르칠 필요가 있다고 생각하십니까? (참고; 대응표의 값을 그래프용지에 점으로 나타내어 추측하는 방법은 3차 이상의 함수를 모르는 경우 이차함수만 후보가 되기는 하지만 이는 분명치 않은 방법입니다. 대신 대응표의 y값의 증분이 일차함수가 되는 지를 확인하는 것이 x증분이 일정할 때 더 정확한 방법입니다.)

① 실생활과 무관하고 필요 없다.

② 실생활 관련 주제지만 너무 어려워 필요 없다.

③ 필요하지만 지도 가능성이 불투명하다.

④ 2학년 일차함수와 연계되는, 중3에서 지도 가능한, 좋은 실생활 주제이다.

3. 중학교 3학년 이차함수의 도입은 $y=x^2$에서 시작하여 $y=ax^2$의 그래프를 여러 개 그려보고, $y=ax^2+q$, $y=a(x-p)^2\cdots$ 등으로 평행이동을 이용하여 발전시켜 가는 방법을 따르고 있습니다. 이 방법이 학생들로 하여금 이차함수의 실용성을 느끼게 하는 데 다음 중 어떤 영향을 준다고 보십니까?

x	1	2	3	4	5	…
y	2	6	12	20	30	…

① 매우 도움이 되는 방법이다.

② 컴퓨터 같은 교구를 사용하기 좋은 방법이다. 실용성은 별도로 다루는 편이 좋다.

③ 교사의 지도 방법에 따라 달라질 수 있는 유동적 방법이다.

④ 실생활과 관련짓기는 어려운 방법이다. 다른 방법으로 바꿔야 한다.