

논문 2008-45SP-5-4

영상 쌍에서 회귀분석에 기초한 이상 물체 검출: 잡음분산의 추정과 성능 분석

(Outlier-Object Detection Using an Image Pair Based on Regression Analysis: Noise Variance Estimation and Performance Analysis)

김 동 식*

(Dong Sik Kim)

요 약

동일한 위치에서 같은 장면을 담고 있지만 서로 다른 시간에 획득된 두 장의 영상을 서로 비교하여 움직이는 자동차 등에 의한 겹침과 같은 이상점의 집합을 검출할 수 있다. 영상들의 서로 다른 밝기 특성에 의한 영향을 줄이기 위하여 다항식 회귀 모델에 근거한 밝기 보정을 하였다. 이상점 집합으로 인한 영향을 약화시키면서 정확한 이상점 검출을 위하여 회귀분석을 단순히 반복하는 알고리즘을 도입하였다. 본 논문에서는 회귀분석을 반복하는 알고리즘의 성능을 잡음분산의 추정의 수렴 특성을 관찰하므로 분석하였으며, 교정 상수를 잡음분산 추정에 사용하여 강인한 검출이 가능하도록 하였다. 합성 영상과 실제 영상에 검출 알고리즘을 실험하여 그 강인성을 보였다.

Abstract

By comparing two images, which are captured with the same scene at different time, we can detect a set of outliers, such as occluding objects due to moving vehicles. To reduce the influence from the different intensity properties of the images, an intensity compensation scheme, which is based on the polynomial regression model, is employed. For an accurate detection of outliers alleviating the influence from a set of outliers, a simple technique that reruns the regression is employed. In this paper, an algorithm that iteratively reruns the regression is theoretically analyzed by observing the convergence property of the estimates of the noise variance. Using a correction constant for the estimate of the noise variance is proposed. The correction enables the detection algorithm robust to the choice of thresholds for selecting outliers. Numerical analysis using both synthetic and real images are also shown in this paper to show the robust performance of the detection algorithm.

Keywords: 밝기 보정, 회귀분석, 다항식 회귀 모델, 이상점

I. 서 론

동일한 위치에서 같은 장면을 담고 있지만 서로 다른 시간에 획득된 두 장의 영상에서 만일 서로 일치되지 않는 물체가 있는 경우를 생각해 보자. 이러한 물체는,

두 영상의 서로 다른 조명의 조건, 그림자, 화소 밝기의 포화, 빛이 반사되는 부분(specularity), 자동차나 사람, 또는 구름 등과 같이 움직이는 물체로 인한 가려짐(occlusion)에 의하여 발생하게 된다. 이러한 물체를 이상 물체(outlier object)라고 부르기로 하자. 예를 들면 그림 1의 영상들은 같은 장면을 담고 있지만 그림 1(b)에만 두개의 상자가 있고 이러한 물체가 그림 1(a)에는 없는 경우이다. 이 두 영상을 서로 비교하여 이상 물체인 상자들을 검출해 낼 수 있다. 이렇게 이상 물체를 검출하는 기법의 용도는 다른 시간대에 찍힌 두 영상에서 차이를 보이는 물체의 검출에 이용할 수 있다. 예를 들

* 정희원, 한국의국어대학교 전자정보공학부
(Department of Electronics and Information Engineering, Hankuk University of Foreign Studies)

※ 본 논문은 2008년도 한국의국어대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

접수일자: 2008년3월24일, 수정완료일: 2008년8월4일

면 감시 비디오 시스템에서 침입자를 찾아낸다든지, 자동차 번호판 인식 장치에서, 도로에서 자동차를 찾기 위하여, 미리 찍어둔 자동차가 없는 영상을 기준으로 하여 지금 찍은 영상과의 차를 통하여 자동차를 찾아낼 수 있다. 또한 일부분만 중첩하여 획득한 여러 영상을 모자이크하는 경우에 정합(registration) 과정이 필요한데, 이때 이상 물체는 정확한 정합에 방해가 되므로, 적절한 이상 물체 검출 기법을 사용하여 이상 물체를 제거하고 영상 정합을 시도할 필요가 있다^[7-8].

이러한 이상 물체를 검출하기 위해선 두 영상의 차를 구하여 그 크기를 관찰할 필요가 있다. 즉 차이가 크면 그 부분에 이상 물체가 있다고 판단할 수 있다. 그러나 다른 시간대에서 영상을 획득하면서 두 영상 간에는 밝기에 대한 성격이 달라질 수가 있으며, 이러한 경우 간단히 두 영상의 차만을 사용해서는 정확히 이상 물체를 구분해 낼 수 없다. 두 영상 간에 밝기에 대한 성격이 달라지는 이유로는, 먼저 조명 상태에 관한 것으로, 서로 다른 광원, 조명의 밝기 및 방향 등이 관련되어 있고, 사진기에서 영상을 획득하는 과정과 관련해서는, 자동 노출 조정, 자동 백색 균형(white balance) 조정 등이 있으며, 서로 다른 조건에서 필름의 현상 및 스캔 과정 등이 될 수 있다. 그밖에 영상을 획득하고자 하는 물건 자체의 물리적 상태가 바뀔 수가 있는데, 예를 들면, 두장의 같은 종류의 지폐를 비교할 때, 이 지폐들이 인쇄되고 유통되는 과정에서 색이 바래거나 오물이 묻은 경우, 각 지폐의 영상들의 밝기 상태가 서로 다를 수 있다.

성공적인 이상 물체 검출을 위해선 이렇게 서로 다른 밝기 상태를 일정하게 만들어 주기 위하여 적절한 밝기 보정이 필요하다. 두 영상의 같은 위치에서의 화소 값들을 하나의 2차원 벡터로 구성하고, 이들의 분포로부터 두 영상 간의 밝기 관계식을 추정할 수가 있다. 이렇

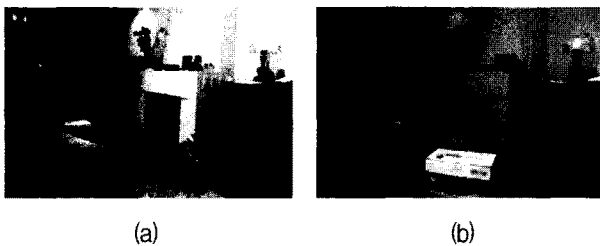


그림 1 이상 물체가 있는 영상 쌍 (a) 기준 영상 (b) 두 개의 이상 물체(상자)가 있는 입력 영상

Fig. 1. Example of outlier objects. (a) Reference image. (b) Input image with two boxes as the outlier objects.

게 추정된 관계식을 사용하여 입력 영상의 밝기를 보정할 수 있다. Mann^[9]은 사진기의 노출 모델에 기초하여 모델을 만들어서 서로 다른 노출 상태에 의하여 발생한 밝기의 차를 보정하였다. 그러나 사진기의 노출 모델 없이, 두 영상 간의 관계식을 1차 다항식인 affine 함수 형태로 추정하여 밝기 보정을 수행하기도 하는데, 이러한 방법은 affine 함수의 기울기와 절편인 두개의 매개변수만 구하면 되므로 밝기 보정을 위하여 흔히 사용하는 방법이다. 보다 정확한 밝기 보정을 위해서는 1차 다항식보다는 고차의 다항식을 사용하여 관계식을 추정할 수 있다. 실제 밝기 보정을 위한 실험에서는 3차 정도의 다항식에서도 만족스러운 결과를 얻을 수 있다^[7].

그러나 이상 물체가 존재할 때는 정확한 밝기 보정용 관계식을 추정하기가 어렵다. 따라서 정확하고도 강인한 밝기 보정을 위한 관계식을 추정하기 위하여 이상 물체를 효율적으로 가려낼 필요가 있다. 즉 이상 물체와 밝기 보정을 동시에 수행할 수 있는 기법의 개발이 필요하다. 또한 밝기의 차이에 둔감한 이상 물체 검출 기법의 연구가 필요하다. 이상 물체의 검출을 위하여 여러 방법들이 연구되었다. Ching 등^[3]은 영상을 작은 템플릿 단위로 나누어 서로의 상관관계를 구하여 이상 물체를 검출하였다. McGuire와 Stone^[10]은 fractional 마스크와 정규화된 상관관계를 이용하였으며, Hasler 등^[5]은 히스토그램의 상관관계를 이용하여 이상 물체를 검출하였다. 이러한 기존의 방법들은 이상 물체에서의 두 영상간의 상관관계가 낮아지는 성질을 이용한 것이다.

본 논문에서는 회귀분석에서의 이상점(outlier) 검출 기법에 근거하여 밝기 보정과 이상 물체 검출을 동시에 수행하는 알고리즘에 대하여 연구하였다. 일반 회귀분석에서의 이상점 검출 문제와는 달리 영상에서의 이상 물체가 차지하는 비율이 훨씬 높다. 따라서 기존의 이상점 집합을 고려한 검출 기법의 사용은 많은 계산을 요구하므로 본 논문의 목적에 적용하기에는 부적합하다. 반면에 단순히 회귀분석을 여러 번 반복하는 방법이 오히려 계산량을 줄이면서 효율적인 이상점 검출을 가능하게 한다^[11]. 그러나 기존 연구를 보면 이렇게 단순히 여러 번 회귀분석을 반복하는 것에 대한 정확한 고찰이 부족한 현실이다. 본 논문에서는 회귀분석을 반복하면서 잡음분산의 추정이 어떠한 수렴 특성을 보이는지를 이론적으로 고찰하였다. 아울러 참고 문헌 [8]에서 제안한 교정 상수를 사용하여 추정의 수렴 특성에 대하여도 고찰을 하였다. 또한 이상점 영상 모델을 사용하여 영상을 합성하고, 이러한 합성 영상을 사용하여

실험적으로도 회귀분석을 반복하는 알고리즘의 수렴 특성과 강인성에 대한 성능 분석도 시도하였다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 제 II장에서는 밝기 보정을 위한 다항식 회귀 모델을 정리하였다. 제 III장에서는 회귀분석을 반복해서 적용하는 것에 대하여 정리하고 잡음분산을 추정한다는 개념하에 이론적으로 그 수렴 특성을 고찰하고, 이러한 알고리즘의 수렴 특성 및 강인성에 대하여 합성 영상을 사용하여 실험적으로도 분석을 하였다. 제 IV장에서는 최종적으로 형태론적(morphological) 필터를 사용하여 이상 물체를 검출하는 것에 대하여 논하였으며, 제 V장에서는 실제 영상에 대하여 이상 물체 검출을 시도하였다. 그리고 마지막 장에 본 논문의 결론을 정리하였다.

II. 다항식 회귀 모델에 의한 밝기 변환

본 장에서는 정확한 이상 물체의 검출을 위하여 서로 다른 밝기 상태를 변환하여 서로 비슷하게 만드는 밝기 보정 방법에 대하여 언급하려한다. 밝기 보정은 두 영상의 밝기 관계를 묘사하는 함수를 구하여 수행하는데, 본 논문에서는 이 함수를 다항식 회귀 모델에 기초한 회귀분석을 통하여 구한다.

디지털 영상의 화소 값을 각각 기준과 입력 영상에 대하여 u_i 와 v_i ($i = 1, \dots, m$)로 나타내기로 하자. 여기서 한 영상은 m 개의 화소를 가지고 있다. 밝기 보정을 위하여 $v \in R$ 에 대하여 다음과 같이 정의되는 다항식 η 를 고려해보자.

$$\eta(v; q) := q_0 + \dots + q_{t-1}v^{t-1} + q_tv^t$$

이 식에서 $q \in R^{t+1}$ 는 다항식 계수 벡터로 $(t+1)$ 개의 계수인 $q_0, \dots, q_t \in R$ 로 이루어져 있다. 이제 밝기 보정을 위한 다항식 회귀 모델^[11, p.181]을 정의하면 다음과 같다.

$$u_i = \eta(v_i; q^*) + \epsilon_i \quad (i = 1, \dots, m) \quad (1)$$

이 식에서 $q^* \in R^{t+1}$ 는 회귀 모델을 위한 다항식 계수 벡터이다. 또한 불규칙 변수인 ϵ_i 는 독립이고 동일하게 분포된 불규칙 변수인데 평균은 0이고 분산은 σ^2 이라고 가정한다. 이때 분산 σ^2 을 다항식 회귀 모델의 잡음분산이라고 부르자. 식 (1)의 다항식 회귀모델에서 다항식 η 를 밝기 변환 함수라고 부르고 어떠한 계수 벡터

q 에 대하여 밝기 변환된 영상은 $\eta(v_i; q)$ 가 된다.

이제 밝기 보정을 위한 q^* 의 추정을 위하여 다음과 같은 실험적 왜곡을 정의하자.

$$\sum_{i=1}^m [u_i - \eta(v_i; q)]^2 \quad (2)$$

그러면 매개 변수 벡터 q 에 대하여 이러한 실험적 왜곡을 최소화 시키는, q^* 에 대해 비편향 추정인, q^o 를 구할 수 있다^[11, p.30]. 이러한 추정 q^o 와 밝기 변환 함수인 η 를 사용하여 입력 영상 v_i 의 밝기를 보정할 수 있다. 즉 보정된 영상은 $\eta(v_i; q^o)$ 가 된다. 이렇게 어떠한 추정 q^o 를 구하는 것과 관련된 여러 연구들이 회귀 분석 분야에서 심도 있게 진행되어왔으므로, 그러한 연구들을 밝기 변환 함수를 구하는 데 유용하게 이용할 수 있다. 예를 들면 참고 문헌 [11, ch. 2.8]의 R^2 을 사용하여 회귀 함수가 주어진 데이터에 어느 정도 잘 맞는지를 알아볼 수 있으며, 밝기를 변환하는 함수는 단조증가의 성질을 가져야 하므로, 다항식 η 에 단조증가의 제약을 주면서 식 (2)의 왜곡을 최소화 시키는 η 를 찾을 수도 있다^[8].

본 논문에서는 이상 물체를 검출하기 위하여 회귀분석에 기초한 이상점(outlier) 검출 기법^[11, ch.8]을 사용하는데, RSTUDENT라는 잔차(residual)를 사용할 수 있다^[11, p.156]. RSTUDENT는 검출의 강인성을 위하여 잡음의 표준편차로 정규화된 값으로 현재 시험하려는 i 번째 표본을 제거하고 구한 잔차이다. 만일 식 (1)의 다항식 회귀 모델에서 ϵ_i 가 정규 분포를 가진다고 하면 RSTUDENT는 student t 분포를 가지며 표본의 개수 m 이 증가할수록 점근적으로 정규분포를 가지게 된다. 예를 들어 95%의 신뢰구간을 고려한다면 RSTUDENT의 구간은 약 $|RSTUDENT| < 2$ 가 되며 나머지 5% 구간에 이상점이 대부분 존재한다고 하면 문턱값이 2일 때, 즉 $|RSTUDENT| > 2$ 가 되는 표본을 잠재적 이상점이라 간주할 수 있다. 여기서 잠재적 이상점이라 함은 이상 물체를 구성하는 최종 이상점을 찾기 위한 후보 화소를 의미한다.

III. 반복적 회귀분석

본 장에서는 이상 물체로 인한 영향을 분석하기 위하

여 식 (1)의 다항식 회귀모델을 다음과 같이 더하기 형태의 단순한 이상 물체 영상 모델로 변형하였다^[8].

$$\bar{u}_i = \eta(v_i; q^*) + r_i + \epsilon_i \quad (i = 1, \dots, m) \quad (3)$$

이 모델에서 $r_i \in R$ 는 이상 물체의 영상을 나타낸다. 집합 A 를 $A := \{1, \dots, m\}$ 로 정의하자. $\Omega^* \subset A$ 를 이상 물체가 있는 화소를 지정하는 정수의 집합이라고 하고 그의 여집합 $A \setminus \Omega^*$ 를 정상 물체의 인덱스 집합이라고 하자. 이때 집합 Ω^* 의 원소의 개수는 $n (< m)$ 이라 하자. 그럼 식 (3)의 이상 물체 영상 모델을 단순화시키기 위하여 어떤 상수 $r \in R$ 에 대하여 $i \in \Omega^*$ 일 때는 $r_i = r$ 이고 그렇지 않으면 $r_i = 0$ 이라고 하자. 여기서 비 r/σ 를 물체대잡음비(object to noise ratio)라고 부르기로 하자.

1. 반복적 회귀분석

이상 물체가 차지하는 영역이 전체 영상에서 크다고 하면 RSTUDENT 만으로는 정확한 이상 물체 검출이 어렵다^[1, ch.1]. 이는 이상점에 해당하는 표본이 많은 경우 단순히 하나의 이상점만을 제거하고 구한 회귀 함수와 여러 개의 이상점으로 구성된 집합을 제거하고 구하는 회귀 함수의 형태가 달라지기 때문이다. 즉 정확한 회귀 함수 추정을 위해서는 모든 이상점이 제거되어야 한다. 그러나 정확한 이상점 검출을 위해서는 정확한 회귀 함수가 필요하게 되는 모순에 빠진다. 따라서 여러 개의 표본을 동시에 제거하는 특별한 잔차를 구하여 다수의 이상점을 가려내는 방법을 찾아야 한다. Atkinson과 Riani^[1, p.28]와 Belsley 등^[2, p.33]이 이러한 연구를 하였다. 우리의 연구 목적인, 영상 데이터에서의 이상 물체를 찾는 경우에는, 이상점의 개수가 워낙 많아지므로 이러한 기존의 방법을 사용하는 경우 계산량이 너무 커진다.

간단한 방법으로는 참고문헌 [11, ch. 8.2]에 언급되었듯이, RSTUDENT를 사용한 잠재적 이상점 검출을 여러 번 반복하는 방법을 고려할 수 있다. 즉 일반 RSTUDENT를 사용하여 일차적으로 잠재적 이상점을 찾고, 이러한 잠재적 이상점을 제거하고 다시 RSTUDENT를 구하여 잠재적 이상점을 찾는 방법이다. 이렇게 이상점을 점진적으로 검출하는 방법은 각 표본에 대하여 조사하여 검출하는 방법에 비하여 정확도는 떨어지지만 이상 물체의 검출과 같은 본 논문의

목적에는 매우 적합하며 단순하게 검출할 수 있다는 장점이 있다^[7, 12]. 참고문헌 [7]에 소개된 방법은 알고리즘에서 회귀분석이 반복되면서 매 반복 때마다 RSTUDENT로 검출된 잠재적 이상점을 모두 모아서 최종 잠재적 이상점으로 간주하는데 반하여, 본 논문에서는 이러한 알고리즘을 수정하여 마지막 반복에서 검출된 잠재적 이상점만을 고려하기로 하고 RSTUDENT 대신에 다음과 같이 정의되는 다항식 계수와 잡음분산의 추정을 사용하는 알고리즘을 고려한다.

어떠한 집합 $\Omega \subset A$ 에 대하여 표본 (\bar{u}_i, v_i) 을 사용하는 q^* 에 대한 어떤 추정을 다음과 같이 정의하자.

$$q^o(\Omega) := \operatorname{argmin}_q \sum_{\ell \in A \setminus \Omega} [\bar{u}_\ell - \eta(v_\ell; q)]^2 \quad (4)$$

또한 $m(\Omega)$ 를 여집합 $A \setminus \Omega$ 의 원소의 개수라고 할 때, 잡음분산 σ^2 에 대한 어떤 추정을 다음과 같이 정의하자. 먼저 $m(\Omega) \neq 0$ 일 때 다음과 같다.

$$s^2(\Omega) := \min_q \frac{1}{m(\Omega)} \sum_{\ell \in A \setminus \Omega} [\bar{u}_\ell - \eta(v_\ell; q)]^2 \quad (5)$$

그리고 $m(\Omega) = 0$ 일 때 $s^2(\Omega) := 0$ 로 정의한다. 그러면 회귀분석을 반복적으로 적용하는 알고리즘을 다음과 같이 정리하고, 그 성능을 식 (5)의 잡음분산의 추정이 어떻게 변화하는 가를 통하여 관찰해 보자.

반복회귀분석 알고리즘

- 0) 양의 상수인 문턱값 D 와 최대 반복 횟수 K 를 정한다. $k = 0$ 으로 놓고 잠재적 이상점 집합의 초기상태를 $\Omega_D^{(0)} = \emptyset$ 로 설정한다.
- 1) 식 (4)와 (5)로부터 $q^o(\Omega_D^{(k)})$ 와 $s^2(\Omega_D^{(k)})$ 를 구한다.
- 2) 다음 식으로부터 각 표본에 대한 다음과 같은 잔차를 구한다.

$$\rho_i^{(k+1)} := \frac{\bar{u}_i - \eta(v_i; q^o(\Omega_D^{(k)}))}{s(\Omega_D^{(k)})} \quad (6)$$

그리고 이 잔차를 사용하여 다음과 같이 집합을 갱신한다.

$$\Omega_D^{(k+1)} := \{i \in A : |\rho_i^{(k+1)}| > D\} \quad (7)$$

- 3) $k \leftarrow k + 1$ 로 증가하고, 만일 $k \geq K$ 이면 알고리즘을

정지하고, 아니면 단계 1)로 되돌아간다.

이 알고리즘에서 K 는 회귀분석을 다시 적용한 횟수가 되며, 이때 구해진 잠재적 이상점의 집합은 $\Omega_D^{(K)}$ 가 된다. 예를 들어 한번만 다시 회귀분석을 하는 경우는 $K=1$ 이고 총 회귀분석을 적용하는 횟수는 두 번이 된다.

2. 반복회귀분석 알고리즘의 수렴 특성

본 장에서는 반복적 회귀분석 알고리즘에서 최대 반복 K 에 제한을 두지 않고 잡음분산 추정 $s^2(\Omega_D^{(k)})$ 의 수렴 특성을 알아보려한다. 반복회귀분석 알고리즘에서 k 번째 반복일 때 구해지는 식 (5)의 잡음분산의 추정은 다음 식을 만족한다.

$$s^2(\Omega_D^{(k+1)}) \leq s^2(\Omega_D^{(k)}) \quad (k = 0, 1, \dots) \quad (8)$$

식 (8)의 증명을 부록에 정리하였다. 잡음분산 추정의 범위가 임의의 집합 Ω 에 대하여 $0 \leq s^2(\Omega)$ 이므로, 식 (8)로부터 회귀분석이 반복되면서 $s^2(\Omega_D^{(k)})$ 는 단조감소를 하여 $k \rightarrow \infty$ 일 때 음이 아닌 어떤 값으로 수렴하게 된다. 이때 수렴된 값이 실제 잡음분산인 σ^2 와 근접할 수도 있지만, 불행이도 그러한 보장은 없으며 단순히 알고리즘이 어떠한 값으로 수렴한다는 사실만 알 수 있다. 그런데, 실험적 결과를 보면 문턱값 D 가 작은 경우에는 $s^2(\Omega_D^{(k)}) \rightarrow 0$ 의 수렴 특성을 보이게 된다. 즉 모든 화소가 잠재적 이상점으로 선정돼버려서 의미 없는 결과가 돼버린다. 따라서 적절히 최대 반복 횟수 K 에 제한을 두어야한다. 그러나 주어진 반복 횟수인 K 에 따라 얻은 잠재적 이상점의 집합 $\Omega_D^{(K)}$ 가 실제 집합 Ω^* 와 어떠한 관계에 있는지 불분명해서 적절한 K 값의 선정에 애로가 있다. 또한 반복회귀분석 알고리즘은 단순하다는 장점이 있지만 잡음분산 σ^2 과 잠재적 이상점 검출을 위한 문턱값 D 의 선정에 따라 검출 알고리즘의 성능이 크게 좌우된다. 즉 실제 사용하는 영상에 따라 강인한 성능을 보이지 못한다는 단점이 있다.

3. 추정분산의 교정

잡음분산의 추정을 위한 방법으로 참고문헌 [8]에서는 식 (5)의 추정에 어떠한 교정 상수를 곱하는 방법을

제안하였다. 잡음분산 σ^2 을 추정하여 잔차의 정규화를 위해 사용하는데, 정확한 추정은 강인한 잠재적 이상점 검출 알고리즘의 설계에 필수적이다.

참고문헌 [8]에 소개된, 잡음분산 추정을 위한 교정상수에 대하여 정리하면 다음과 같다. 잔차에 대하여 문턱값으로 사용되는 어떤 양의 상수 D 에 대하여 다음 식으로 구해지는 교정상수 λ_D 를 정의하자^[8].

$$\lambda_D := \frac{1}{P_D} \int_{-D}^D z^2 dF(z) \quad (9)$$

여기서 F 는 정규분포 함수인데 평균은 0이고 분산은 1이다. 또한 $P_D := \int_{-D}^D dF$ 이다. 따라서 $\lambda_D < 1$ 이 성립한다. 또한 잡음 ϵ_k 는 정규 분포를 가진다고 가정한다. 반복 알고리즘에서 k 를 현재 반복 횟수를 나타낸다고 할 때, k 번째 반복에서의 보정 상수 $\lambda_D^{(k)}$ 를, $k=1, 2, \dots$ 일 때는 $\lambda_D^{(k)} := \lambda_D$ 로 정의하고 그렇지 않은 경우는 $\lambda_D^{(0)} := 1$ 로 정의하자. 그러면 교정된 추정치는 다음과 같다.

$$\frac{s^2(\Omega_D^{(k)})}{\lambda_D^{(k)}} \quad (k = 0, 1, \dots)$$

이러한 교정된 추정을 반복회귀분석 알고리즘의 식 (6)에서 교정되지 않은 추정 $s^2(\Omega_D^{(k)})$ 대신에 사용하게 된다. 최대 반복 횟수 K 에 제한을 두지 않고 알고리즘이 수렴할 때에 구해진 잠재적 이상점 집합을 $\Omega_D^{(\infty)}$ 라고 표기하면 추정된 잡음분산은 $s^2(\Omega_D^{(\infty)})/\lambda_D$ 이고 η 를 위한 다항식 계수는 $q^o(\Omega_D^{(\infty)})$ 가 된다.

이제 교정된 추정을 사용하는 반복회귀분석 알고리즘의 수렴 특성을 분석하면 다음과 같다. $r=0$ 일 때 $s^2(\Omega_D^{(0)})$ 이 잡음분산 σ^2 의 비편향 추정이기 때문에 처음의 교정 상수를 $\lambda_D^{(0)} = 1$ 로 사용한다. 그리고 그 다음부터 $\lambda_D^{(k)} = \lambda_D$ ($k=1, \dots$)이므로 $k=0$ 일 때 관계식 $s^2(\Omega_D^{(1)})/\lambda_D^{(1)} \leq s^2(\Omega_D^{(0)})/\lambda_D^{(0)}$ 이 항상 성립되지 않는다. 즉 알고리즘의 수렴성이 항상 보장되지 않는다. 항상 수렴성을 보장받기 위해선 초기의 보정 상수를 λ_D 로 놓을 필요가 있다. 그러면 부록에서의 증명으로부터 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\frac{s^2(\Omega_D^{(k+1)})}{\lambda_D} \leq \frac{s^2(\Omega_D^{(k)})}{\lambda_D} \quad (k = 0, 1, \dots)$$

따라서 $s^2(\Omega_D^{(k)})/\lambda_D$ 가 어떠한 값으로 수렴하게 된다. 여기서 $r = 0$ 일 때 이러한 극한값의 기대치는 실제 잡음분산인 σ^2 가 될 수 있다^[8, Appendix]. 즉 교정 상수를 사용하면 잡음분산 σ^2 의 비편향 추정이 가능할 수 있다. 반면에 교정 상수로 $\lambda_D^{(k)}$ 를 사용하면 부록에서 언급한 측면에서 수렴 특성을 설명할 수는 없지만, 실험을 통해서 보면 전체적으로 교정상수 λ_D 만을 사용한 경우보다 빠른 수렴 특성을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

4. 합성 영상에 대한 성능 분석

본 장에서는 반복회귀분석 알고리즘의 성능을 합성 영상을 사용하여 분석하였다. 합성 영상은 식 (3)의 이상 물체 영상 모델에 기초하여 구성하였다. 그림 2에는 합성한 영상의 예를 제시하였다. 입력 영상 v_k 는 구간 $[0, 255]$ 에서 균일하게 값을 가지는 실수로 합성을 하였고, ϵ_k 는 평균이 0이고 분산은 $\sigma^2 = 20\text{dB}$ 인 정규분포를 가진다. 또한 이상 물체는 $r = 50$ 으로 직사각형 형태로 왼쪽에 삽입하였다. 이때 영상의 크기는 $m = 600 \times 400$ 이다.

합성 영상에 대하여 잡음분산 추정을 교정하지 않은 경우(not corrected)와 교정을 한 경우(corrected estimate)에서의 잡음분산 추정의 수렴 특성을 관찰하기 위하여 그림 3을 도시하였다. 이 그림에서 교정하지 않은 경우는 식 (5)의 실험적 분산의 추정 $s^2(\Omega_D^{(k)})$ 의

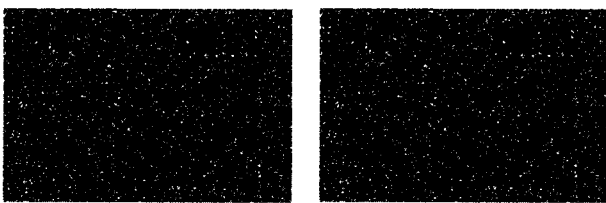


그림 2. 합성된 기준 및 입력 영상의 예($r = 50$, $\sigma^2 = 20\text{dB}$, $m = 600 \times 400$, $n/m = 10\%$, $q^* = (0, 0.8)$) (a) 이상 물체가 있는 기준 영상 (b) 입력 영상

Fig. 2. Example of a synthesized image pair ($r = 50$, $\sigma^2 = 20\text{dB}$, $m = 600 \times 400$, $n/m = 10\%$, $q^* = (0, 0.8)$). (a) Reference image with the outlier object. (b) Input image.

곡선을 도시한 것이고, 교정한 경우는 실험적 분산의 교정된 추정인 $s^2(\Omega_D^{(k)})/\lambda_D^{(k)}$ 의 곡선을 도시한 것이다. 알고리즘의 반복 횟수가 증가하면서 추정 곡선이 단순감소하여 어떠한 값으로 수렴함을 알 수 있다. 잡음분산추정 알고리즘의 경우는 실제 잡음 분산인 $\sigma^2 = 20\text{dB}$ 에 근접하게 수렴하는 특성을 보이고 있다. 비 r/σ 가 작은 경우에는 어느 정도의 편향(bias)이 존재함을 알 수 있다. 이 편향을 줄이려면 그림 3(a)와 같이 문턱값 D 를 작게 설정해 줄 필요가 있다. 하지만 전체적인 수렴 속도는 약간 느려지는 추세를 보인다. 반면에 교정하지 않은 경우는 수렴하는 값이 일정한 특성을 보이지 않는다. 즉 제한된 어떤 횟수 K 에 대하여 구한 추정 $s^2(\Omega_D^{(K)})$ 이 잔차의 정규화를 위해 사용되는데, 그림 3의 결과에서 보듯이 일정하지 않으므로 잠재적 이상점 검출 시에 강인하지 못한 특성을 보이게 된다. 또한 비 r/σ 에 따른 영향을 줄이기 위하여 D 를 줄이는 경우 잡음분산을 교정하지 않으면 $D < 2$ 인 경우에 $s^2(\Omega_D^{(k)}) \rightarrow 0$ 이 되는 경우가 발생한다. 따라서 교정하지 않은 경우는 적절한 반복 횟수의 제한으로 빠른 시간 내에 검출을 하는 알고리즘 쪽으로 개발을 해야 할 것이다. 교정 상수를 사용하는 경우는 정확한 잡음분산의 추정을 위하여 알고리즘이 수렴할 때까지 기다려야하지만, 보다 정확한 잡음분산의 추정이 가능하여 강인한 잠재적 이상점 검출을 가능하게 한다.

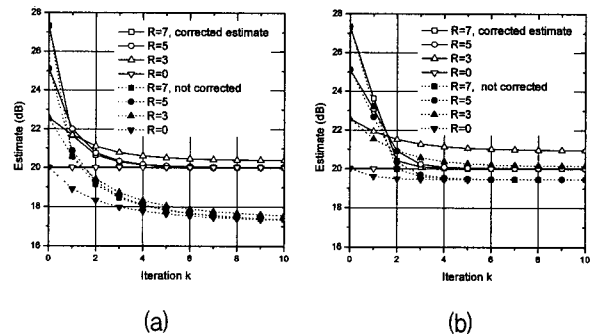


그림 3. 반복 회귀분석 알고리즘과 잡음분산 추정 알고리즘(보정된 잡음분산)의 반복에 대한 잡음분산의 추정 비교($q^* = (0, 0.8)$), 잡음분산은 $\sigma^2 = 20\text{dB}$ (a) $D = 2.0(\lambda_D = -1.11\text{dB})$ (b) $D = 2.5(\lambda_D = -0.40\text{dB})$

Fig. 3. Curves of the estimated noise variance for different ratios ($q^* = (0, 0.8)$), noise variance: $\sigma^2 = 20\text{dB}$. (a) $D = 2.0(\lambda_D = -1.11\text{dB})$ (b) $D = 2.5(\lambda_D = -0.40\text{dB})$.

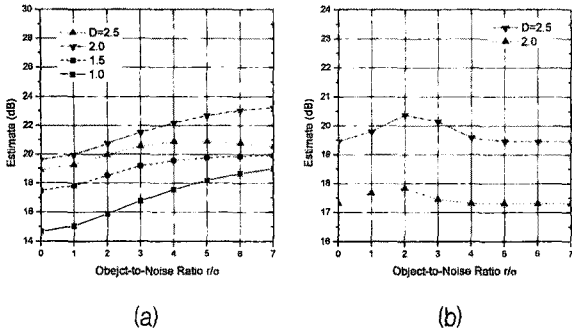


그림 4. 반복회귀분석 알고리즘에서 여러 문턱값 D 와 물체대잡음비 r/σ 에 대한 추정 분산 결과(교정하지 않음) (a) 총 반복 횟수를 2회만 수행 ($K=1$) (b) 반복 횟수를 제한하지 않음
 Fig. 4. Estimates of the noise variance for different thresholds D (not corrected). (a) The total number of regression is 2 ($K=1$). (b) K is not limited.

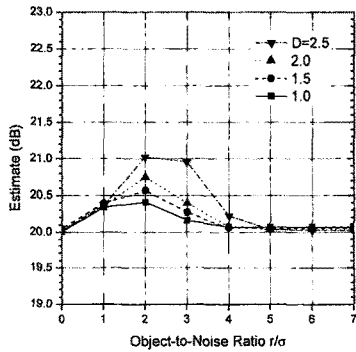


그림 5. 잡음분산추정 알고리즘에서 여러 문턱값 D 와 물체대잡음비 r/σ 에 대한 추정 분산 결과($\lambda_D^{(k)}$ 로 교정함)
 Fig. 5. Estimates of the noise variance for different thresholds D (corrected by $\lambda_D^{(k)}$).

그림 4에는 여러 문턱값 D 에 대하여 추정되는 잡음 분산의 정확도를 알아보기 위하여 여러 물체대잡음비 r/σ 에 대하여 반복회귀분석 알고리즘을 사용하여 추정한 결과를 도시하였다. 그림 4(a)에는 반복회귀분석 알고리즘에서 최대 반복 횟수를 $K=1$ 로 제한시킨 결과를 도시한 것으로, 그림 4(a)의 경우, +2.6에서 -5.6dB 정도의 오차 안에 추정된 잡음분산이 들어온다. 오차가 상당히 있지만 단 두 번의 회귀분석을 반복하여 얻은 것이므로 잡음분산 추정을 위한 계산 시간을 단축할 수 있다. 특히 그림 4(a)의 $D=2.0$ 인 경우와 같이 문턱값 D 를 잘 잡으면 잡음분산을 ± 1 dB 안팎의 오차로 추정하는 것이 가능하다. 하지만 이 값은 영상마다 달

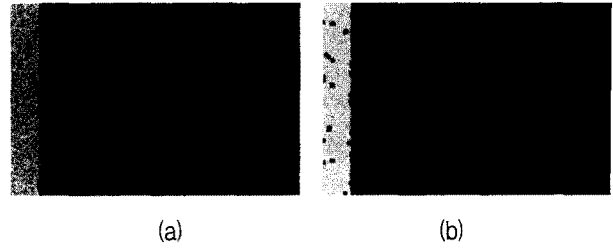


그림 6. 형태론적 필터링 적용 결과($r=30, \sigma^2=20$ dB, $m=600 \times 400, n/m=10\%, q^*=(0,0.8), D_1=1.5, D_2=2.0$) (a) 최종 잠재적 이상점 (FNF=1.7917%, FPF=3.5029%) (b) 형태론적 필터 적용으로 검출된 이상 물체(rectangular structure element, opening 3×3 , closing 7×7 , FNF=0.6575%, FPF=0.0%)

Fig. 6. Morphological filtering to the possible outliers ($r=30, \sigma^2=20$ dB, $n/m=10\%, q^*=(0,0.8), D_1=1.5, D_2=2.0$). (a) Final possible outliers (FNF=1.7917%, FPF=3.5029%). (b) Morphological filtering with the rectangular structure element (opening: 3×3 and closing: 7×7 , FNF=0.65875%, FPF=0.0%).

라질 수 있는 가능성이 있으므로 적절한 D 의 선택은 매우 힘들다. 반면에 그림 4(b)에서는 회귀분석의 반복 횟수를 제한하지 않은 경우로, 그 결과를 보면, $D=2.0$ 과 2.5 에 대하여 추정된 잡음분산은 0.5dB에서 -2.8dB안으로 들어옴을 알 수 있다. 그러나 $D=1.0$ 과 1.5 의 경우는 추정된 분산이 의미 없는 0으로 수렴해 버린다.

그림 5에는 교정된 분산잡음 추정의 정확도를 알아보기 위하여 여러 문턱값 D 와 물체대잡음비 r/σ 에 대하여 추정된 분산의 결과를 도시하였다. 그림 5의 결과를 보면, 모든 비에 대하여 추정된 잡음분산은 1에서 0dB안으로 들어옴을 알 수 있다. 그림 3과 4의 실험에서 언급했듯이 모든 영역에서 보다 정확한 추정을 위해서는 문턱값 D 를 작게 만들어 줄 필요가 있는데, 그림 5에서 $D=1.0$ 인 경우를 그 예로 들 수 있다.

IV. 이상 물체의 검출

반복회귀분석 알고리즘에서 문턱값을 $D=D_1$ 로 설정하고 잡음분산 추정을 교정하여 얻은 집합을 $\Omega_D^{(\infty)}$ 라고 표기하면, 이 집합을 사용하여 잔차를 다시 계산하여 최종적인 잠재적 이상점 검출을 수행한다. 이때 각 표본에 대한 잔차 $\rho_i^{(\infty)}$ 는 다음과 같다.

$$\rho_i^{(\infty)} := \frac{\bar{u}_i - \eta(q^o(\Omega_{D_1}^{(\infty)}))}{[\lambda_{D_1}]^{-1/2} s(\Omega_{D_1}^{(\infty)})} \quad (i = 1, \dots, m)$$

양의 상수인 D_2 를 최종 잠재적 이상점의 검출을 위한 문턱값으로 정하고 $|\rho_i^{(\infty)}| > D_2$ 를 만족하는 i 번째 표본을 잠재적 이상점이라고 하자. 즉 최종 잠재적 이상점의 집합은 다음과 같다.

$$\{i \in \Lambda : |\rho_i^{(\infty)}| > D_2\}$$

이상 물체가 2차원 영상 평면에서 어느 정도의 크기를 가지고 뭉쳐 있다고 가정하자. 이러한 가정 하에 작거나 고립되어 있는 잠재적 이상점을 제거하기 위하여 형태론적(morphological) 필터^[4, p.528]를 최종 잠재적 이상점에 적용하여 이상 물체를 찾아낸다. 여기서 사용하는 형태론적 필터는, 정사각형의 구조요소(structure element)를 가지는 열림(opening) 연산을 먼저 적용하여 고립된 작은 잠재적 이상점들은 제거하고 다음에 닫힘(closing) 연산을 적용하여 물체에서 작은 구멍이 난 부분을 없애면서 원래의 크기로 만들어 최종적으로 이상 물체를 검출한다.

그림 6에는 이렇게 해서 검출된 이상 물체의 예를 나타냈다. 먼저 실험을 위한 기준 영상은 물체대잡음비가 $r/\sigma = 3$ 이고 $n/m = 10\%$ 로 $D_1 = 1.5$ 로 교정된 잡음분산 추정을 사용하였으며 $D_2 = 2.0$ 을 사용하여 얻은 최종 잠재적 이상점을 그림 6(a)에 도시하였다. 그림 6(b)에는 형태론적 필터를 적용하여 최종적으로 검출된 이상 물체를 나타낸다. 그림 6(a)와 (b)의 각 경우에 대하여 검출 결과의 false negative fraction(FNF)과 false positive fraction(FPF)을 % 단위로 나타내었다. 형태론적 필터를 통과한 결과를 보면 FNF와 FPF가 모두 낮아져서 검출 성능이 개선되었음을 알 수 있다.

그림 7에는 여러 잡음분산에 대하여 FNF와 FPF의 곡선을 % 단위로 도시하였다. 이때 형태론적 필터를 통과하기 전과 통과한 후의 결과를 같이 도시하였다. 그림 7(a)를 보면 잡음 분산이 증가함에 따라 FNF가 증가함을 알 수 있다. 하지만 적절한 구조요소의 크기를 가지는 열림과 닫힘 연산을 통과한 경우 FNF를 매우 작은 값으로 낮출 수 있음을 알 수 있다(그림 7(a)에서 $2 \times 2, 7 \times 7$ 경우). 반면에 그림 7(b)의 FPF의 경우에는 비교적 간단히 0%에 가깝게 필터링할 수 있는 것을 알 수 있다. 즉 넓은 범위의 물체대잡음비 r/σ 와

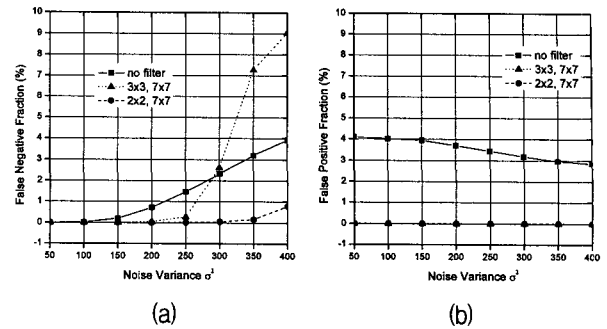


그림 7. 이상 물체 검출에서 형태론적 필터 적용과 false positive fraction 및 false negative fraction 결과($r = 50, n/m = 0.1, q^* = (0, 0.8)$, opening: $2 \times 2, 3 \times 3$, closing: 7×7) (a) False negative fraction (b) False positive fraction

Fig. 7. Morphological filtering, and false positive fraction and false negative fraction ($r = 50, n/m = 0.1, q^* = (0, 0.8)$, opening: $2 \times 2, 3 \times 3$, closing: 7×7). (a) False negative fraction. (b) False positive fraction.

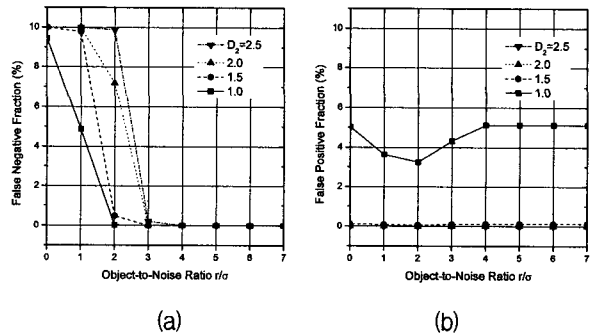


그림 8. 형태론적 필터 적용과 D_2 와의 관계($D_1 = 1.5, n/m = 10\%, q^* = (0, 0.8)$, opening: 2×2 , closing: 7×7) (a) False positive fraction(FPF) (b) False negative fraction(FNF)

Fig. 8. Morphological filtering for different thresholds D_2 ($D_1 = 1.5, n/m = 10\%, q^* = (0, 0.8)$, opening: 2×2 , closing: 7×7). (a) False negative fraction. (b) False positive fraction.

잡음분산 σ^2 에 대하여 적절히 문턱값 D_2 를 작게 잡아 줘도 FPF를 작게 만들어주는 것이 가능하므로 형태론적 필터의 사용은 이상 물체 검출 시에 강인한 검출을 가능하게 해준다. 그림 8에는 그러한 예를 도시하였다. $D_2 = 1.5$ 로 설정을 하면 물체대잡음비가 r/σ 가 30에서 70까지의 범위에서 FNF와 FPF를 거의 0%에 가깝게 만들 수 있음을 알 수 있다. 참고로 그림 8(a)에서 $r/\sigma = 0$ 인 경우는 이상 물체가 없는 경우이므로 FNF가 10%가 되는 것이 정상적인 결과이다. 실제 영상에

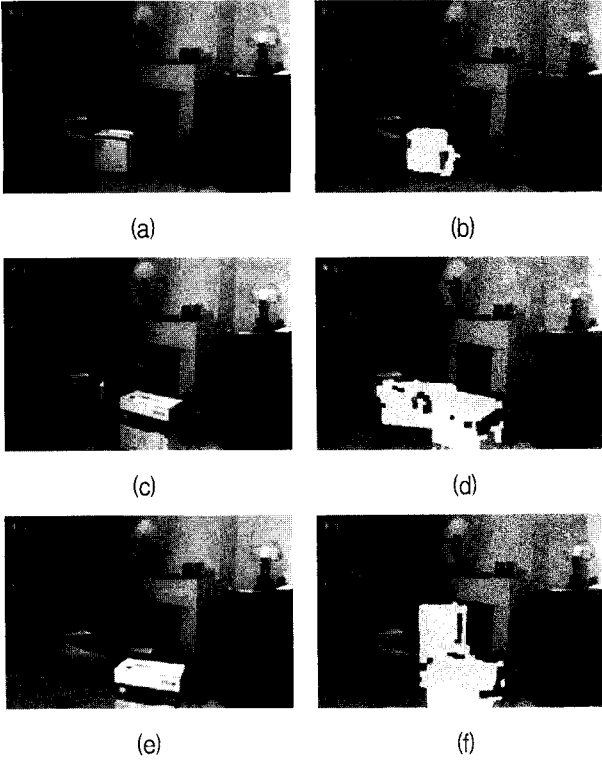


그림 9. 실영상에 대한 이상 물체 검출(기준 영상은 그림 1(a)이고, $D_1 = D_2 = 3.3$, opening과 closing 크기: 5×5) (a), (c), (e)는 입력 영상이고 (b), (d), (f)는 검출된 이상 물체를 입력 영상에 도시한 결과이다

Fig. 9. Outlier object detection for real images (reference image is shown in Fig. 1(a), $D_1 = D_2 = 3.3$, opening and closing: 5×5). (a), (c), and (e) are the input images, and (b), (d), and (f) are the input images with detected outlier objects, respectively.

대한 실험에서는 형태론적 필터의 구조요소의 크기를 열림과 닫힘 연산에 대하여 모두 5×5 로 고정하였다. 그림 9에서 보듯이 여러 형태의 이상 물체를 잘 검출함을 알 수 있다.

VI. 결 론

동일한 위치에서 같은 장면을 담고 있지만 서로 다른 시간에 획득된 두 장의 영상을 서로 비교하여 이상점의 집합을 검출할 수 있었다. 이때 영상들의 다른 밝기 특성에 의한 영향을 줄이기 위하여 다항식 회귀모델에 근거하여 반복적으로 회귀분석을 적용하여 밝기 보정을 하였다. 이러한 회귀분석을 반복하는 알고리즘의 성능을 잡음분산 추정 특성 관찰하여 분석하였으며, 교정 상수를 잡음분산 추정에 사용하므로 강인한

검출이 가능함을 알 수 있었다. 합성 영상과 실제 영상에 검출 알고리즘을 실험하여 그 강인성을 확인하였다.

부록: 식 (8)의 증명

반복 k 일 때의 상수를 다음과 같이 정의하자.

$$B^{(k)} = D \cdot s(\Omega_D^{(k)}) \quad (k = 0, 1, \dots) \quad (A1)$$

그러면 $\Omega_D^{(k+1)}$ 는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\Omega_D^{(k+1)} = \{i \in \Lambda : |\bar{\rho}_i^{(k+1)}| > B^{(k)}\} \quad (k = 0, 1, \dots)$$

이 식에서 $\bar{\rho}_i^{(k+1)}$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{\rho}_i^{(k+1)} := [\bar{u}_i - \eta(v_i; q^o(\Omega_D^{(k)}))]$$

또한 알고리즘들의 단계 1)의 집합의 갱신과 유사하게 집합 $\Gamma_D^{(k+1)}$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$\Gamma_D^{(k+1)} := \{i \in \Lambda : |\bar{\rho}_i^{(k+2)}| > B^{(k)}\} \quad (k = 0, 1, \dots)$$

먼저 $k = 0$ 인 경우를 고려하면 다음과 같은 관계식이 만족된다.

$$\begin{aligned} & s^2(\Omega_D^{(0)}) \\ &= \frac{1}{m} \sum_{\ell \in \Lambda} [\bar{u}_\ell - \eta(v_\ell; q^o(\Omega_D^{(0)}))]^2 \\ &\geq \frac{1}{m(\Omega_D^{(1)})} \sum_{\ell \in \Lambda \setminus \Omega_D^{(1)}} [\bar{u}_\ell - \eta(v_\ell; q^o(\Omega_D^{(0)}))]^2 \\ &\geq \min_q \frac{1}{m(\Omega_D^{(1)})} \sum_{\ell \in \Lambda \setminus \Omega_D^{(1)}} [\bar{u}_\ell - \eta(v_\ell; q)]^2 \\ &= s^2(\Omega_D^{(1)}) \end{aligned} \quad (A2)$$

여기서 $\Omega_D^{(0)} = \emptyset$ 이다. 따라서 다음 관계식을 얻을 수 있다.

$$s^2(\Omega_D^{(1)}) \leq s^2(\Omega_D^{(0)}) \quad (A3)$$

다음은 어떠한 상수 $k = 0, 1, \dots$ 일 때 다음 식이 만족된다고 가정하자.

$$s^2(\Omega_D^{(k+1)}) \leq s^2(\Omega_D^{(k)})$$

그러면 식 (A1)로부터 $B^{(k+1)} \leq B^{(k)}$ 이 되어 $\Omega_D^{(k+2)} \supset \Gamma_D^{(k+1)}$ 가 성립되므로 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{m(\Gamma_D^{(k+1)})} \sum_{\ell \in A \setminus \Gamma_D^{(k+1)}} [\bar{u}_\ell - \eta(v_\ell; q^o(\Omega_D^{(k+1)}))]^2 \\ & \geq \frac{1}{m(\Omega_D^{(k+2)})} \sum_{\ell \in A \setminus \Omega_D^{(k+2)}} [\bar{u}_\ell - \eta(v_\ell; q^o(\Omega_D^{(k+1)}))]^2 \\ & \geq \min_q \frac{1}{m(\Omega_D^{(k+2)})} \sum_{\ell \in A \setminus \Omega_D^{(k+2)}} [\bar{u}_\ell - \eta(v_\ell; q)]^2 \\ & = s^2(\Omega_D^{(k+2)}) \end{aligned} \quad (A4)$$

또한 다음과 같은 관계식이 성립된다.

$$\begin{aligned} & s^2(\Omega_D^{(k+1)}) \\ & = \frac{1}{m(\Omega_D^{(k+1)})} \sum_{\ell \in A \setminus \Omega_D^{(k+1)}} [\bar{u}_\ell - \eta(v_\ell; q^o(\Omega_D^{(k+1)}))]^2 \\ & \geq \frac{1}{m(\Gamma_D^{(k+1)})} \sum_{\ell \in A \setminus \Gamma_D^{(k+1)}} [\bar{u}_\ell - \eta(v_\ell; q^o(\Omega_D^{(k+1)}))]^2 \end{aligned} \quad (A5)$$

따라서 식 (A4)와 (A5)로부터 수학적 귀납법에 의하여 다음 관계식이 만족된다.

$$s^2(\Omega_D^{(k+1)}) \leq s^2(\Omega_D^{(k)}) \quad (k = 0, 1, \dots)$$

즉 식 (8)의 관계가 증명되었다.

참고 문헌

- [1] A. Atkinson and M. Riani, *Robust Diagnostic Regression Analysis*. NY: Springer, 2000.
- [2] D. A. Belsley, E. Kuh, and R. E. Welsch, *Regression Diagnostics: Identifying Influential Data and Sources of Collinearity*. New York: Wiley, 1980.
- [3] W. S. Ching, P. S. Toh, and M. H. Er, "Recognition of partially occluded objects," in *Proc. IEEE TENCON*, vol. 2, Beijing, China, Oct. 1993, pp. 930-933.
- [4] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital Image Processing*, 2nd ed. NY: Prentice Hall, 2002.
- [5] D. Hasler, L. Sbaiz, S. Susstrunk, and M. Vetterli, "Outlier modeling in image matching," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine*

Intelligence, vol. 25, no. 3, pp. 301-314, Mar. 2003.

- [6] T. Hastie, R. Tibshirani, and J. Friedman, *The Elements of Statistical Learning*. NY: Springer, 2001.
- [7] D. S. Kim and K. Lee, "Block-coordinate Gauss-Newton/regression method for image registration with efficient outlier detection," in *Proc. Int. Conf. IEEE Image Processing*, Texas, USA, vol. I, Sep. 2007, pp. 517-520.
- [8] D. S. Kim and K. Lee, "Block-coordinate Gauss-Newton optimization and constrained monotone regression for image registration in the presence of outlier objects," *IEEE Trans. Image Processing*, vol. 17, no. 5, pp. 798-810, May 2008.
- [9] S. Mann, "Comparametric equations with practical applications in quantigraphic image processing," *IEEE Trans. Image processing*, vol. 9, no. 8, pp. 1389-1406, 2000.
- [10] M. McGuire and H. S. Stone, "Techniques for multiresolution image registration in the presence of occlusions," *IEEE Trans. Geoscience, Remote Sensing*, vol. 38, no. 3, May 2000.
- [11] A. Sen and M. Srivastava, *Regression Analysis, Theory, Methods, and Applications*. NY: Springer-Verlag, 1990.

저 자 소 개

김 동 식(정회원)

대한전자공학회 논문지

제 42권 SP편 제6호 참조