

논문 2008-45CI-5-3

다단계 퓨전기법을 이용한 비유사도 기반 식별기의 최적화

(On Optimizing Dissimilarity-Based Classifier Using Multi-level Fusion Strategies)

김 상 운*, 로버트 듀인**

(Sang-Woon Kim and Robert P. W. Duin)

요 약

얼굴인식 등과 같은 고차원 식별문제에서는 샘플패턴의 수가 패턴의 차원보다 작아지게 된다. 이러한 상황에서 차원을 축소하기 위해 선형판별분석법을 적용할 경우, 희소성(Small Sample Size: SSS)문제가 발생한다. 최근, SSS 문제를 해결하기 위하여 비유사도에 기반 한 식별법(Dissimilarity-Based Classification: DBC)을 이용하는 방법이 검토되었다^{[3][4]}. DBC에서는 특징 벡터 대신에 학습 샘플들로부터 추출한 프로토타입들과의 비유사도를 측정하여 입력 패턴을 식별하는 방법이다. 본 논문에서는 비유사도 표현단계와 DBC 학습단계에서 퓨전기법을 중복 적용하는 다단계 퓨전기법(Multi-level Fusion Strategies: MFS)으로 DBCs를 최적화시키는 방법을 제안한다. 제안 방법을 벤치마크 얼굴영상 데이터베이스를 대상으로 실험한 결과, 식별률을 향상시킬 수 있음을 확인하였다.

Abstract

For high-dimensional classification tasks, such as face recognition, the number of samples is smaller than the dimensionality of the samples. In such cases, a problem encountered in linear discriminant analysis-based methods for dimension reduction is what is known as the small sample size (SSS) problem. Recently, to solve the SSS problem, a way of employing a dissimilarity-based classification(DBC) has been investigated^{[3][4]}. In DBC, an object is represented based on the dissimilarity measures among representatives extracted from training samples instead of the feature vector itself. In this paper, we propose a new method of optimizing DBCs using multi-level fusion strategies(MFS), in which fusion strategies are employed to represent features as well as to design classifiers. Our experimental results for benchmark face databases demonstrate that the proposed scheme achieves further improved classification accuracies.

Keywords : Dissimilarity-Based Classification(DBC), Multilevel Fusion Strategy(MFS), Small Sample Size Problem

I. 서 론

통계적 패턴인식이나 구문론에 기반 한 패턴인식 등 지금까지의 패턴식별은 대상 패턴을 특징공간에 사상한 다음, 이 공간에서 패턴 클래스를 결정할 수 있는 식별기를 학습하는 방법이다. 그러나 특징벡터의 차원이 고

차원이 되면 특징들 사이에 정보가 중복되고, 처리시간이 증가하는 등과 같은 차원의 유해로움 문제(the curse of dimensionality)^[1]가 발생한다. 특히, 데이터 마이닝이나 멀티미디어 검색 등의 응용에서 패턴차원은 고차원이 되는 반면, 학습을 위한 샘플 수는 충분치 못한 경우가 많다. 즉, 패턴 샘플의 수가 패턴 차원에 비하여 적을 경우 변동행렬이 특이행렬이 되기 때문에 변별력이 떨어지게 되며, 이를 희소성 문제(under-sampled problem)^[2~4]라 한다.

최근, 비유사도(dissimilarity)에 기반하여 식별하는 방법(Dissimilarity-Based Classification: DBC)^[3~8]을

* 정희원, 명지대학교 컴퓨터공학과
(Dept of Computer Engineering, Myongji University)

** 네덜란드 델프트공과대학 전기-수학-컴퓨터학부
(Delft University of Technology, The Netherlands)

※ 이 논문은 2007년 정부(교육인적자원부)의 재원으로 한국학술진흥재단의 지원을 받아 수행된 연구임
(MOEHRD-KRF-2007-313-D00714).

접수일자: 2008년8월20일, 수정완료일: 2008년9월5일

* 이 문제를 Small Sample Size problem이라고도 한다
[3~4]

이용하여 차원을 축소하는 방법으로 희소성 문제의 해결을 시도하였다^[3~4]. 문헌^[3]에서는 비유사도 계산을 위한 기준이 되는 패턴의 수를 적절히 선택하는 방법으로 벡터차원을 축소할 수 있다는 점에 착안하여 DBC를 이용하여 희소성문제의 해결을 시도하였으며, 문헌^[4]에서는 퓨전기법을 이용하여 DBC의 성능을 개선하였다.

본 논문에서는 다단계 퓨전기법(Multi-level Fusion Strategies: MFS)을 이용하여 DBC의 성능을 최적화시키는 방법(이하, MFS-DBC로 표기)에 대한 실험결과를 보고한다. 본 논문에서 제안한 MFS-DBC는 기존의 PCA(Principal Component Analysis)와 LDA(Linear Discriminant Analysis)에 기반 한 방법^[9]이나 커널-트릭(kernel trick)을 이용하는 방법^[10~11]과는 전혀 다른 방법이다. 여기서, 희소성 문제 해결에 DBC를 도입하려는 이유는 DBC의 식별오차는 패턴의 분포구조와는 무관하게 되며, 또한 차원축소 문제를 획기적으로 단순화시킬 수 있기 때문이다^[3]. DBC는 입력패턴을 특징벡터 대신에 학습패턴에서 추출한 표준패턴(prototype)들과의 비유사도 (또는 유사도)를 이용하는 식별 방법이다. 즉, n 개의 학습패턴 집합 T 에서 $m(\leq n)$ 개의 표준패턴을 선택한다면, 입력 패턴과 표준패턴들과의 비유사도는 m 차원 벡터가 되며, 이 벡터들로 구성되는 비유사도 공간에서 식별하는 방법이다.

한편, 퓨전기법이 식별 시스템의 식별성능을 향상시킬 수 있다는 가능성 때문에 최근 활발한 연구가 진행되고 있다^[12~15]. 여기서 퓨전이란 주어진 식별 문제를 해결할 수 있는 다수의 베이스 식별기(base classifiers)를 학습한 다음, 이 식별기들을 식별 오차를 더욱 줄일 수 있는 방법으로 결합하는 방법이다. 그런데 DBC의 경우, 실제의 식별은 비유사도 식별공간에서 이루어지기 때문에 식별성능은 비유사도 공간을 구성하는 방법과 이 공간에서 어떻게 DBC를 학습시키는가에 따라 결정된다. 따라서 본 논문에서는 비유사도 표현단계에서 여러 개의 비유사도를 결합하여 새로운 식별공간을 구축한 다음, 식별기 학습단계에서 다수의 베이스 DBC를 학습하여 결합시키는 다단계 퓨전기법 MFS를 제안한다.

본 논문에서 DBC의 성능을 개선시키기 위하여 MFS를 도입하는 이유는 다음과 같다. 예를 들어, 유클리언 거리측정(ED)과 마할라노비스 거리측정(MD)의 경우^[16], 두 비유사도 측정법들은 서로 다른 식별특성을 갖게 된다. 즉, ED는 두 패턴 벡터 사이의 기하거리를 나타내며, MD는 한 포인트에서 어떤 분포를 이루고 있는 군

집 중심까지의 거리나 또는 두 분포의 중심간 거리를 나타낸다. 즉 두 분포의 분산구조를 변경시킬 경우, ED는 동일한 값을 갖는 반면 MD는 다른 값을 갖게 된다. 따라서 ED와 MD를 결합할 경우, ED나 MD 만으로는 측정할 수 없는 비유사도를 생성할 수 있게 된다. 또한 서로 다른 방법으로 결합한 비유사도 식별공간에서 독립적으로 학습한 식별기들은 서로 다른 식별특성을 갖게 된다. 따라서 서로 다른 식별특성의 DBC들을 퓨전시킬 경우 식별성능을 더 개선할 수 있게 된다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 II장에서는 비유사도 식별법을 간단히 소개한다. 제 III장에서는 다단계 퓨전기법으로 DBC 성능을 최적화시키는 방법을 설명하고, 기존 방법과의 차이점을 비교한다. 제 IV장에서는 실제의 벤치마크 영상 데이터를 대상으로 수행한 실험결과를 고찰하고, 제 V장에서 결론을 맺는다.

II. 비유사도 식별법

1. 비유사도 표현(Dissimilarity Representation)

DBC는 입력패턴을 패턴의 특징대신에 학습패턴에서 추출한 표준패턴들과의 비유사도 조합을 특징으로 이용하는 식별법이다^[5~8]. 클래스를 미리 알고 있는 n 개의 p 차원 벡터로 이루어진 학습패턴을

$$T = \{x_1, \dots, x_n\} \in R^p \quad (1)$$

라 할 때, T 를 c 개의 부분집합 T_1, \dots, T_c 로 나누면

$$T = \cup_{k=1}^c T_k, T_i \cap T_j = \emptyset, \forall i \neq j \quad (2)$$

가 된다. 여기서 문제는 T 를 이용하여 새로운 입력패턴 z 를 식별하는 식별기를 설계하는 일이다. 먼저, 각 클래스의 패턴 집합

$$T_i = \{x_1, \dots, x_{n_i}\}, n = \sum_{i=1}^c n_i \quad (3)$$

에서 추출한 표준패턴 집합을

$$Y_i = \{y_1, \dots, y_{m_i}\}, m = \sum_{i=1}^c m_i \quad (4)$$

이라 한다. 이 때, 두 벡터 x_i, y_j 의 비유사도를 $d(x_i, y_j)$ 라고 하면, 두 패턴집합 T 와 Y 의 비유사도로 이루어지는 행렬 $D(T, Y)$ 는 $n \times m$ 차원으로, D 의 열벡터(column vector)는

$$(d(x_i, y_1), d(x_i, y_2), \dots, d(x_i, y_m))^T, 1 \leq i \leq n \quad (5)$$

이 된다. 즉, $D(x, Y)$ 는 벡터 x 와 표준패턴 집합 Y 와 비유사도를 측정된 값의 배열이 된다. 여기서, 식 (5)의 열벡터를 비유사도 벡터라 정의하고, 간단히 $d(x)$ 로 표기한다. 벡터 $d(x)$ 는 p 차원 특징공간의 벡터 x 를 m 차원 유사도 공간으로 사상시킨 벡터이다. 또한, 비유사도 공간은 특징공간과는 무관한 새로운 공간으로, p 가 매우 큰 고차원 응용의 경우 $m \ll p$ 이 되도록 m 을 선택하면, 희소성 문제를 해결할 수 있는 범위로 벡터차원을 축소할 수 있다. 따라서 DBC란 특징공간의 p 차원 벡터 x 대신에 비유사도 공간의 m 차원벡터 $d(x)$ 를 대상으로 하는 식별방법이다. 이 때, 학습패턴은 $\{d(x)\}_{i=1}^n$ 가 되고, k -NN 식별기를 비롯한 선형 식별기, 2차 식별기 등의 식별규칙을 이용할 수 있다^[6]. 또, 식별할 입력벡터 z 는 비유사도 공간의 m 차원벡터 $d(z)$ 가 된다.

2. 비유사도 측정법(Dissimilarity Measures)

비유사도 특징공간 D 를 생성하기 위하여 특징벡터들 사이의 상대적인 유사성을 측정하여야 한다. 특징벡터(패턴)의 비유사도를 효율적으로 측정하기 위해서는 벡터를 구성하는 특징요소(features, attributes)의 특성과 패턴의 유형에 적합한 방법을 이용하여야 한다. 이하, 본 논문의 실험에서 이용할 비유사도 측정법에 대하여 간단히 소개한다^[16~17].

두 패턴 벡터 $x = (x_1, \dots, x_p)^T$, $y = (y_1, \dots, y_p)^T$ 에 대한 유클리드 비유사도 거리 d_{ED} 는

$$d_{ED}(x, y) = \sqrt{\sum_{k=1}^p (x_k - y_k)^2} \quad (6)$$

로 정의한다. 식 (6)의 d_{ED} 는 $\sqrt{(x-y)^T(x-y)}$ 로 계산할 수 있으며, 이는 $\sqrt{(x-y)^T \Sigma^{-1}(x-y)}$ (마할라노비스 거리)에서 공분산행렬 Σ 가 단위행렬(I)가 되는 특별한 경우이다. 즉, 샘플 패턴의 분포상태를 고려할 수 있도록 유클리드 거리를 일반화시키면 마할라노비스 거리가 된다.

또한, 길이가 p 인 두 이진 열 패턴(binary sequences) s, t 에 대한 해밍 비유사도 거리 d_{HD} 는

$$d_{HD}(s, t) = \sum_{k=1}^p (s_k \oplus t_k) \quad (7)$$

로 정의하며, 여기서 \oplus 는 Exclusive-OR operation이다. 식 (7)의 d_{HD} 는 고속계산이 가능하지만, 두 열 패턴의 길이가 같아야 하고, 또 대응되는 패턴 요소의 위치가 고정되기 때문에 실제 응용에 제한이 있다.

따라서 조명에 기인한 잡음이나 영상의 크기, 방향 등이 서로 다른 두 그레이 영상의 비유사도를 효율적으로 측정하기 위하여 영역 거리(the regional distance)^[17]를 이용할 수 있다. 즉, $M \times N$ 크기의 두 영상 f, g 에 대한 영역 거리 비유사도 d_{RD} 는

$$d_{RD}(f, g) = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \min_{(k,l) \in N_5(i,j)} \{|f(i,j) - g(k,l)|\} \quad (8)$$

로 정의한다. 여기서, $f(i, j)$ (또는 $g(k, l)$)는 화소 (i, j) (또는 (k, l))의 그레이 값이며, $N_5(i, j)$ 는 화소 (i, j) 를 중심으로 5×5 마스크 안에 위치한 이웃 화소 집합이다.

3. DBC(Dissimilarity-Based Classification)

DBC는 입력패턴을 패턴의 특징대신에 학습패턴에서 추출한 표준패턴들과의 비유사도를 이용하여 해당하는 클래스를 결정하는 식별방법으로, 차원축소를 위해 패턴분포를 고려하지 않기 때문에 고차원 영상 식별에서 희소성문제를 회피할 수 있다^[3~4]. 간단한 DBC 알고리즘은 다음과 같다. 여기서 입력은 학습패턴 T 와 테스트 벡터 z 이고, 출력은 z 의 클래스 *class*이다.

1. 학습패턴 T 에서 표준패턴 Y 를 추출한다. 이 때, RandomC, KCentres, ModeSeek 등^[6]이나 CNN, PNN, HYB 등^[7~8]을 이용할 수 있다.

2. 식 (5)를 이용하여 주어진 비유사도 측정법으로 T 와 Y 로부터 비유사도 행렬 $D(T, Y)$ 를 계산한다. 또 테스트 할 입력 벡터 z 에 대해 같은 방법으로 비유사도 열벡터 $d(z)$ 를 계산한다.

3. 비유사도 행렬 $D(T, Y)$ 에서 식별기를 학습하여 열벡터 $d(z)$ 를 식별한 결과를 *class*로 출력한다.

위 알고리즘의 계산 복잡도는 다음과 같다. 먼저 (RandomC를 이용할 경우) 단계 1의 계산시간 복잡도는 $O(m)$ 이고, 단계 2의 계산시간 복잡도는 $O(mnp)$

* 패턴벡터의 유형을 binary, categorical, ordinal, symbolic, quantitative 등으로 나눌 수 있고, 각 유형에 따라 다양한 측정법을 이용할 수 있다^[6].

이다. 따라서 단계 3의 학습 및 테스트 시간을 γ_1 라 하면, 알고리즘의 전체 시간 복잡도는 $O(mnp + \gamma_1)$ 이 된다. 또한 계산용량 복잡도는 $O(mn)$ 이다. 여기서 m 과 n 은 각각 표준패턴과 학습패턴의 수이고, p 는 특징 차원이다.

III. 다단계 퓨전기법에 의한 DBC 결합

1. MFS(Multi-level Fusion Strategies)

퓨전(fusion)이란 주어진 식별 문제를 해결할 수 있는 다수의 식별기(또는 특징)를 학습한 다음, 이 식별기(또는 특징)들을 식별 오차를 더욱 줄일 수 있는 방법으로 결합하는 방법이다. 본 논문에서는 DBC를 위한 비유사도 표현단계와 식별기 학습단계에서 서로 다른 비유사도 표현과 베이스 식별기를 다 단계로 결합시키는 MFS를 도입한다. 식별기 퓨전에는 고정결합 식별기와 학습결합 식별기(이하, 고정 결합기(fixed combiner)와 학습 결합기(trained combiner)로 표기^{[12])}가 있고, 비유사도 퓨전규칙에는 Average, Min, Max, Product 등^[6]이 있다. 이하, 각 퓨전 방법에 대해 간단히 소개한다.

먼저, 입력 패턴 z 를 c 개의 클래스 $\omega_1, \dots, \omega_c$ 중의 하나로 식별하기 위해 M 개의 식별기를 학습하는 경우이다. 이 때, 각 식별기를 학습하기 위하여 서로 다른 표현의 샘플벡터가 제공된다고 한다. 즉, i 번 째 식별기에는 x_i , ($i = 1, \dots, M$) 벡터를 입력한다. 여기서 베이시언 식별규칙을 적용하면 다음과 같이 사후확률 (a posteriori probability)를 계산할 수 있다.

$$p(\omega_k | x_1, \dots, x_M) = \frac{p(x_1, \dots, x_M | \omega_k) P(\omega_k)}{\sum_{j=1}^c p(x_1, \dots, x_M | \omega_j) P(\omega_j)} \quad (8)$$

이 때, 확률분포가 서로 독립적이라고 하면

$$p(x_1, \dots, x_M | \omega_k) P(\omega_k) = \prod_{i=1}^M p(x_i | \omega_k) \quad (9)$$

를 얻는다. 위의 두식을 이용하면 *Product, Sum, Max, Min, Median, Majority vote* 등과 같은 퓨전규칙을 설정할 수 있다. 예를 들어, 클래스별 사전확률이 동일하

다고 할 경우 *Majority vote* 규칙은 다음과 같다.

$$\sum_{i=1}^M \Delta_{ji} = \max_{1 \leq k \leq c} \left\{ \sum_{i=1}^M \Delta_{ki} \right\} \Rightarrow z \in \omega_j \quad (10)$$

여기서,

$$\Delta_{ki} = \begin{cases} 1 & \text{if } p(\omega_k | x_i) = \max_{1 \leq j \leq c} \{p(\omega_j | x_i)\} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

으로, 각 클래스에 대하여 Δ_{ji} 의 합은 각 식별기의 정인식 출력을 합산한 것이 된다. 즉 *Majority vote* 규칙은 각 클래스별로 투표결과를 비교하여 다수표를 획득한 클래스를 최종 식별 결과로 출력한다.

2. MFS에 의한 비유사도 결합

위에서 고찰한 퓨전규칙은 식별기 뿐만 아니라 특징들의 결합에도 적용할 수 있다. 즉, 적합한 퓨전규칙을 이용하여 서로 다른 비유사도 공간을 새로운 비유사도 공간으로 결합하면 DBC의 식별성능을 더욱 향상시킬 가능성이 있다. 비유사도 결합을 위하여 고려할 수 있는 퓨전규칙에는 *Average, Min, Max, Product* 등이 있다^[6].

퓨전규칙 *Average*는 두 비유사도 공간 $D^{(1)}(T, Y)$ 와 $D^{(2)}(T, Y)$ 를 평균하여 새로운 비유사도 공간

$$D(T, Y) = \frac{1}{2} (\alpha_1 D^{(1)}(T, Y) + \alpha_2 D^{(2)}(T, Y)) \quad (11)$$

을 생성하는 규칙이다. 여기서 α_1, α_2 는 비유사도 거리의 정규화를 위한 가중치이다.

또한, 퓨전규칙 *Max, Min, Product*는 각각

$$D(T, Y) = \max \{ \alpha_i D^{(i)}(T, Y) \}, \quad (12)$$

$$D(T, Y) = \min \{ \alpha_i D^{(i)}(T, Y) \}, \quad (13)$$

$$D(T, Y) = \sum_{i=1}^2 \log(1 + \alpha_i D^{(i)}(T, Y)) \quad (14)$$

으로 정의한다.

3. MFS에 의한 비유사도 기반 식별법

MFS를 이용하여, 비유사도 행렬과 이 행렬(공간)에서 설계한 DBC를 다단계 퓨전시킨 MFS-DBC를 이용하면 고차원 영상 식별에서 발생하는 희소성문제를 회피하고, 또한 DBC의 성능을 최적화시킬 수 있다.

* 여기서는 식별기 퓨전규칙에 대한 설명을 생략한다. 각 퓨전규칙에 이론적-실험적 고찰과 최근의 연구동향은 잘 알려진 관련 문헌^[13-15]을 참조할 수 있다.

MFS-DBC 알고리즘은 다음과 같다. 여기서 입력은 학습패턴 T 와 테스트 벡터 z 이고, 출력은 z 의 클래스 $class$ 이다.

1. 학습패턴 T 전체를 표준패턴 Y 로 선정한다.
2. 식 (5)를 이용하여, T 와 Y 로부터 k 개의 서로 다른 비유사도 측정법으로 비유사도 행렬 $D^{(1)}(T, Y)$, $D^{(2)}(T, Y)$, ..., $D^{(k)}(T, Y)$ 를 계산한다.
3. l 개의 서로 다른 비유사도 퓨전규칙으로 비유사도 행렬 $\{D^{(i)}(T, Y)\}_{i=1}^k$ 를 결합하여 새로운 비유사도 행렬 $\{D^{(j)}(T, Y)\}_{j=1}^l$ 를 계산한다. 또 테스트 할 입력 벡터 z 에 대해서도 같은 방법으로 비유사도 열벡터 $d^{(j)}(z)$ 를 계산한다.
4. 비유사도 행렬 $\{D^{(j)}(T, Y)\}_{j=1}^l$ 에서 l 개의 베이스 식별기를 학습하여 열벡터 $d^{(j)}(z)$ 를 식별한 다음, 그 결과를 각각 $class^{(1)}$, $class^{(2)}$, ..., $class^{(l)}$ 로 한다.
5. 단계 4의 베이스 식별기를 결합하여 $class^{(j)}$, ($j = 1, \dots, l$)로부터 최종 결과 $class$ 를 얻는다. 이 때, 베이스 식별기 결합에는 고정 및 학습 결합기를 이용한다.

위 알고리즘의 계산 복잡도는 다음과 같다. 먼저 단계 1의 계산시간 복잡도는 $O(1)$ 이고, 단계 2의 계산시간 복잡도는 $O(kn^2p)$ 이다. 그리고 단계 3의 계산시간 복잡도는 $O(\ln^2)$ 이다. 따라서 단계 4, 5의 학습 및 테스트 시간을 γ_2 라 하면 알고리즘의 전체 시간 복잡도는 $O(n^2p + kn^2 + \gamma_2) \approx O(n^2p + \gamma_2)$ 가 된다. 또한 계산 용량 복잡도는 $O(n(n+p))$ 이다.

IV. 실험

1. 실험 데이터 및 실험방법

본 논문의 제안방법을 평가 실험하기 위해 벤취마크 얼굴영상 데이터베이스인 AT&T^{***}, Yale^{****}, India

* 학습패턴 전체를 표준패턴으로 선정하는 방법은 “초대규모 데이터” (very large data) 응용의 경우에 계산량이 급증하는 문제가 발생하며, 이에 대한 연구가 필요하다.

** <http://www.cl.cam.ac.uk/Research/DTG/attarchive/facedatabase.html>

*** <http://www1.cs.columbia.edu/~belhumeur/pub>

표 1. 실험 데이터의 특성

Table 1. Characteristics of experimental data.

영상 데이터	벡터 차원 (영상의 크기)	클래스 수	클래스별 패턴 수	패턴벡터 총 수
AT&T	10,304 (112x92)	40	10	400
Yale	4,880 (243x320)	15	11	165
Indian	19,200 (160x20)	10	11	110
UMIST	46,000 (230x200)	10	15	150

UMIST^{*****}를 이용하였다. AT&T는 40명의 얼굴을 조금씩 다르게 10번씩 촬영한 것이고, Yale은 15명에 대해 서로 다른 표정과 배경으로 한 사람 당 11장씩 촬영한 데이터이다. 또한, Indian은 10명에 대해 한 사람 당 11장씩을 선정하였고, UMIST는 10명에 대해 서로 다른 얼굴 표정과 방향으로 한 사람 당 15장씩을 선정하였다. 본 논문의 실험에 이용한 네 얼굴영상 데이터 셋의 특성은 표 1과 같다.

본 성능 실험에서는 기존 DBC와 MFS-DBC의 식별 성능을 비교 실험한다. 먼저 기존 DBC에 대한 실험에서는 유클리드 거리 측정법(ED)^[16], 영상 영역 거리 측정법(RD)^[17], 해밍 거리 측정법(HD)^[6]으로 서로 다른 비유사도 행렬을 작성하여 DBC의 식별성능을 실험한다. 제안 방법인 MFS-DBC의 실험에서는 위의 세 방법으로 생성한 비유사도 공간을 퓨전기법으로 결합하여 새로운 식별공간을 생성한 다음, 이 식별공간에서 다수의 베이스 식별기를 결합한 MFS-DBC의 식별성능을 실험한다. 이 때, 식별기 결합을 위한 베이스 식별기로는 PRTTools[†]에 구현되어 있는 nmc(nearest mean classifier), ldc(linear Bayes normal classifier), knnc(k-nearest neighbor classifier) 등의 식별기를 이용한다. 그리고 식별기 결합 단계에서도 PRTTools의 세 개의 고정 결합기 - prodc(product combining classifier), mediacn(median combining classifier), votec(voting combining classifier)와 두 개의 학습 결합기 - meanc(mean combining classifier), fisherc (Fisher's least square linear classifier)를 이용한다.

2. 실험 결과 및 고찰

가. 기존 DBC의 식별성능

네 종류 실험 데이터에 대해 기존 방식으로 설계한

[†] [/images/yalefaces](http://www.prtools.org/)

**** [http://vis-www.cs.umass.edu/~vidit/IndianFace Database](http://vis-www.cs.umass.edu/~vidit/IndianFaceDatabase)

***** <http://images.ee.umist.ac.uk/danny/database.html>

† <http://www.prtools.org/>

표 2. 기존 베이스 식별기의 식별성능
Table 2. Classification accuracies(%) of the conventional base classifiers.

영상 데이터	비유사도 측정방법	베이스 식별기		
		nmc	ldc	knnc
AT&T	ED	81.25	98.75	96.50
	RD	71.50	98.25	94.50
	HD	90.50	99.50	99.25
Yale	ED	56.97	76.36	63.03
	RD	56.36	67.27	63.03
	HD	63.64	74.55	64.24
Indian	ED	71.82	89.09	79.09
	RD	81.82	97.27	88.18
	HD	86.36	98.18	90.00
UMIST	ED	99.33	98.67	99.33
	RD	100	98.67	100
	HD	100	99.33	100

표 3. 기존 결합 식별기의 식별성능
Table 3. Classification accuracies(%) of the conventional combined classifiers.

영상 데이터	비유사도 측정방법	고정 결합기			학습 결합기	
		prodc	medianc	votec	meanc	fisherc
AT&T	ED	98.75	98.25	98.00	98.75	99.00
	RD	98.25	97.25	96.00	98.25	98.25
	HD	99.50	99.75	99.75	99.50	99.50
Yale	ED	75.15	68.48	65.45	76.36	74.55
	RD	67.27	63.03	63.64	67.27	67.27
	HD	72.12	70.91	67.27	74.55	75.15
Indian	ED	89.09	84.55	84.55	89.09	90.00
	RD	96.36	95.45	90.91	97.27	97.27
	HD	98.18	91.82	92.73	98.18	98.18
UMIST	ED	98.67	99.33	99.33	98.67	98.67
	RD	98.67	100	100	98.67	98.67
	HD	99.33	100	100	99.33	99.33

베이스 식별기(DBC)의 식별성능은 표 2와 같고, 고정 결합 및 학습결합 DBC의 식별성능은 표 3과 같다.

표 2에서 데이터 AT&T의 비유사도 ED의 경우, 베이스 식별기 nmc, ldc, knnc의 식별률은 각각 81.25, 98.75, 96.50(%)인 반면, 표 3의 고정 및 학습 결합기 prodc, medianc, votec, meanc, fisherc의 식별률은 각각 98.75, 98.25, 98.00, 98.75, 99.00(%)으로, 최고 식별률 99.00(%)는 학습 결합기 fisherc로부터 얻었다. 같은 방법으로, AT&T의 RD의 경우, 최고 식별률은 98.25(%)이며, 베이스 식별기 ldc와 결합기 prodc, meanc, fisherc로부터 얻었다. 또한 RD의 경우, 최고 식별률은 99.75(%)이며, 모두 고정 결합기 medianc, votec에서 얻었다. 또한, 나머지 실험 데이터 Yale과 Indian의 경우에도 최고 식별률의 대부분을 고정 및 학

습 결합기로부터 얻었다(UMIST의 경우 모두 높은 식별률을 얻었다).

이상에서 고찰한 바와 같이, 표 2와 표 3의 실험결과는 DBC에서 고정 및 학습 결합기가 베이스 식별기의 식별성능을 향상시켰다는 것을 보이는 것으로, 이는 식별기를 퓨전시키면 식별률을 더욱 증가시킬 수 있다는 기존의 연구결과^[12~15]와 일치하는 내용이다.

나. MFS-DBC의 식별성능(Average법)

여기서는 식별기 학습단계에서의 결합뿐만 아니라 특징 표현(여기서는 비유사도 표현) 단계에서도 퓨전규칙을 적용하는 다단계 퓨전기법(MFS)으로 식별률을 개선한 실험결과를 고찰한다. 먼저, 네 종류 실험 데이터에 대해 Average법 MFS로 최적화시킨 베이스 식별기(MFS-DBC)의 식별성능은 표 4와 같고, 고정 결합 및 학습 결합시킨 식별기(MFS-DBC)의 식별성능은 표 5와 같다. 여기서 비유사도 측정방법은 ED, RD, HD로 측정된 비유사도를 식 (11)의 Average 퓨전규칙 ($\alpha_1 = \alpha_2 = 1$)으로 결합한 것으로, Avg1, Avg2, Avg3, Avg4는 각각 (ED+RD)/2, (ED+HD)/2, (RD+HD)/2, (ED+RD+HD)/3을 나타낸 것이다. 그리고, 고정 및 학습 결합기는 기존 방법과 동일한 결합기를 이용하였다.

표 2와 표 4의 베이스 식별기 식별률을 비교해 보면 기존 방법의 식별률보다 Average법을 적용한 베이스 식별기의 식별률이 전체적으로 향상되었음을 알 수 있다. 먼저, 표 2에서 AT&T의 ED의 경우, 베이스 식별기 nmc, ldc, knnc의 식별률은 각각 81.25, 98.75, 96.50(%)인 반면, 표 4에서 퓨전규칙 Avg1(ED, RD의 평균)에 대한 세 베이스 식별기의 식별률은 각각 76.50, 99.25, 99.75(%)이다. 즉, MFS를 이용할 경우 (nmc를 제외한) 베이스 식별기의 성능이 증가하였다.

또한, 표 2에서 AT&T의 세 비유사도 ED, RD, HD에 대한 식별률을 평균한 베이스 식별기의 평균 식별률은 81.08, 98.83, 96.75(%)이고, 이 세 식별률을 다시 평균한 베이스 식별기의 전체평균 식별률은 92.22(%)이다. 반면에, 표 4의 네 비유사도 결합법 Avg1, 2, 3, 4에 대한 베이스 식별기의 평균 식별률은 81.56, 99.50, 98.50(%)이고, 전체평균 식별률은 93.19(%)이다. 즉, 표 4의 실험결과는 Avg 퓨전규칙을 이용한 베이스 식별기의 식별률(93.19(%)이 기존 방법의 식별률(92.22(%)보다 향상되었음을 보인다.

같은 방법으로, 표 2에서 Yale의 ED, RD, HD에 대한 베이스 식별기의 평균 식별률은 58.99, 72.73,

표 4. MFS(Average 법) 베이스 식별기의 식별성능
Table 4. Classification accuracies(%) of the base classifiers in MFS(Average method).

영상 데이터	비유사도 퓨전규칙	베이스 식별기		
		nmc	ldc	knmc
AT&T	Avg1	76.50	99.25	99.75
	Avg2	86.25	99.75	98.25
	Avg3	83.00	99.50	98.25
	Avg4	80.50	99.50	97.75
Yale	Avg1	57.58	77.58	65.45
	Avg2	63.03	75.76	64.85
	Avg3	57.58	76.97	64.85
	Avg4	57.58	77.58	64.24
Indian	Avg1	79.09	99.09	79.09
	Avg2	92.73	95.45	88.18
	Avg3	90.91	99.09	91.82
	Avg4	88.18	97.27	87.27
UMIST	Avg1	100	100	100
	Avg2	100	100	100
	Avg3	100	100	100
	Avg4	100	99.33	100

표 5. MFS(Average 법) 결합 식별기의 식별성능
Table 5. Classification accuracies(%) of the combined classifiers in MFS(Average method).

영상 데이터	비유사도 퓨전규칙	고정 결합기			학습 결합기	
		prodc	medianc	votec	meanc	fisherc
AT&T	Avg1	99.25	98.25	97.00	99.25	99.25
	Avg2	99.75	98.75	98.75	99.75	99.75
	Avg3	99.50	98.75	98.75	99.50	99.50
	Avg4	99.50	98.50	98.25	99.50	99.50
Yale	Avg1	77.58	69.09	65.45	77.58	76.97
	Avg2	75.76	69.09	67.27	75.76	75.15
	Avg3	74.55	69.09	66.67	76.97	74.55
	Avg4	75.15	70.30	67.27	77.58	77.58
Indian	Avg1	99.09	89.09	87.27	99.09	99.09
	Avg2	95.45	94.55	91.82	95.45	95.45
	Avg3	99.09	94.55	93.64	99.09	99.09
	Avg4	97.27	93.64	91.82	97.27	97.27
UMIST	Avg1	100	100	100	100	100
	Avg2	100	100	100	100	100
	Avg3	100	100	100	100	100
	Avg4	99.33	100	100	99.33	99.33

63.43%이고 전체평균이 65.05%인 반면, 표 4의 퓨전규칙 Avg 1, 2, 3, 4에 대한 베이스 식별기의 평균 식별률은 58.94, 76.97, 64.85%이고 전체평균 식별률은 66.92%이다. 따라서 Yale에서도 Avg 퓨전규칙을 이용하여 전체평균 식별률을 65.65%에서 66.92%로 향상시켰다. 또한, Indian의 경우, 식별률이 86.87%에서 90.68%로 향상되었다(지면관계상 자세한 고찰을 생략한다).

한편, 표 4의 베이스 식별기와 표 5의 고정 및 학습 결합기의 식별률을 비교 고찰한 결과는 다음과 같다. 먼저, 표 5에서 AT&T의 네 가지 비유사도 퓨전규칙에 대한 고정 결합기 prodc, medianc, votec의 평균 식별률과 학습 결합기 meanc, fisherc의 평균 식별률은 각각 99.50, 98.56, 98.19%와 99.50, 99.50%이고, 두 결합기의 전체평균 식별률은 각각 98.75, 99.50%이다. 따라서 표 4의 베이스 식별기의 전체평균 식별률 93.19%가 표 5에서는 98.75%와 99.50%로 개선되었음을 보인다.

같은 방법으로, Yale의 경우, 표 5의 고정 결합기와 학습 결합기의 전체평균 식별률은 각각 70.60%, 76.51%로, 표 4의 베이스 식별기의 66.92%를 큰 폭으로 개선하였다. 또한, Indian의 경우, 두 결합기의 전체평균은 각각 93.94%, 97.73%로 베이스 식별기의 90.68%를 크게 상회하였다(UMIST 데이터의 경우 모든 실험에서 높은 식별률을 얻었다).

이상의 식별률 고찰은 MFS-DBC의 경우 베이스 식별기의 식별률에 비하여 고정 및 학습 결합기의 식별률이 큰 폭으로 증가되었음을 보이고, 특히 고정 결합기보다는 학습 결합기의 식별률이 더 개선되었음을 보인다.

끝으로, 표 4와 표 5의 실험결과에서 비유사도 퓨전규칙별로 식별성능을 고찰한 결과는 다음과 같다. 먼저, AT&T의 비유사도 퓨전규칙 Avg1에 대한 베이스 식별기, 고정 결합기, 학습 결합기의 식별률들을 평균한 평균 식별률은 각각 91.83, 98.17, 99.25%이고, 이들에 대한 전체평균은 96.06%이 된다. 같은 방법으로, 나머지 세 비유사도 퓨전규칙 Avg2, Avg3, Avg4에 대한 세 식별기의 평균 식별률은 각각 94.75, 99.08, 99.75; 93.58, 99.00, 99.50; 92.58, 98.75, 99.50%이고, 이들에 대한 전체평균은 각각 97.63, 97.09, 96.63%이다. 따라서 AT&T의 경우, Average법의 성능을 평균 식별률로 평가할 때, ED와 HD를 평균하는 Avg2 퓨전규칙이 가장 효율적이다. 그러나 Yale의 경우, 네 퓨전규칙 Avg1, Avg2, Avg3, Avg4에 대한 세 식별기의 평균 식별률은 각각 66.87, 70.71, 77.28; 67.88, 70.71, 75.45; 66.47, 70.10, 75.76; 66.47, 70.91, 77.58%이고, 식별률의 전체평균은 각각 70.91, 70.83, 70.15, 70.91%으로, 큰 차이가 없다(Indian과 UMIST에 대한 고찰을 생략한다). 따라서 최적 비유사도 퓨전규칙의 식별성능은 데이터 셋의 특성에 따라 결정되는 것으로 보여진다.

다. MFS-DBC의 식별성능(Max법)

여기서는 비유사도 퓨전규칙에 대한 식별률의 변화를 더 고찰하기 위하여, 위의 MFS-DBC 실험에서 이용한 *Average*법 대신에 퓨전규칙 *Min*, *Max*, *Product* 등을 실험하였다. 네 종류 실험 데이터에 대한 Max법 MFS-DBC 베이스 식별기의 식별성능은 표 6과 같고,

표 6. MFS(Max법) 베이스 식별기의 식별성능
Table 6. Classification accuracies(%) of the base classifiers in MFS(Max method).

영상 데이터	비유사도 퓨전규칙	베이스 식별기 (DBC)		
		nmc	ldc	knnc
AT&T	Max1	90.50	99.50	99.25
	Max2	90.50	99.50	99.25
	Max3	71.50	98.25	64.50
	Max4	90.50	99.50	99.25
Yale	Max1	63.64	73.94	64.24
	Max2	63.64	74.55	64.24
	Max3	56.97	76.36	63.64
	Max4	63.64	73.94	64.24
Indian	Max1	86.36	93.64	80.91
	Max2	86.36	96.36	90.00
	Max3	72.73	89.09	79.09
	Max4	86.36	93.64	80.91
UMIST	Max1	100	99.33	100
	Max2	100	98.67	100
	Max3	99.33	98.67	99.33
	Max4	100	99.33	100

표 7. MFS(Max법) 결합 식별기의 식별성능
Table 7. Classification accuracies(%) of the combined classifiers in MFS(Max method).

영상 데이터	비유사도 퓨전규칙	고정 결합기			학습 결합기	
		prodc	medianc	votec	meanc	fisherc
AT&T	Max1	99.50	99.50	99.75	99.50	99.50
	Max2	99.50	99.75	99.75	99.50	99.50
	Max3	98.25	97.25	96.00	98.25	98.25
	Max4	99.50	99.50	99.75	99.50	99.50
Yale	Max1	71.52	70.30	67.27	73.94	73.94
	Max2	72.12	70.91	67.27	74.55	75.15
	Max3	76.36	67.88	66.06	76.36	75.76
	Max4	71.52	70.30	67.27	73.94	73.94
Indian	Max1	93.64	93.64	87.27	93.64	93.64
	Max2	96.36	90.91	90.91	96.36	96.36
	Max3	89.09	84.55	84.55	89.09	90.00
	Max4	93.64	94.55	87.27	93.64	92.73
UMIS T	Max1	99.33	100	100	99.33	99.33
	Max2	98.67	100	100	98.67	98.67
	Max3	98.67	99.33	99.33	98.67	98.67
	Max4	99.33	100	100	99.33	99.33

고정 및 학습 결합기의 식별성능은 표 7과 같다. 여기서 비유사도 퓨전규칙은 ED, RD, HD로 측정된 비유사도를 식 (12)의 Max 퓨전규칙($\alpha_1 = \alpha_2 = 1$)으로 결합한 것으로, Max1, Max2, Max3, Max4는 각각 max(ED, HD), max(RD, HD), max(ED, RD), max(ED, RD, HD)를 나타낸다. 즉, Max1, Max2, Max3는 두 개의 비유사도 중에서 최대 값을 취한 것이고, Max4는 세 비유사도 중에서 최대 값을 취한 것이다. 그리고 결합기는 기존 방법과 동일한 식별기를 이용하였다.

표 6과 표 7의 실험결과는 앞에서 고찰한 표 4와 표 5의 실험결과와 매우 유사한 특성을 보이고 있다. 즉, 표 6과 표 7에서 AT&T에 대한 베이스 식별기, 고정 결합기, 학습 결합기의 식별률을 네 가지 비유사도 퓨전규칙 Max1, 2, 3, 4에 대하여 평균을 구하면 각각 85.75, 99.19, 90.56 (평균: 91.83)(%)와 99.19, 99.00, 98.81 (평균: 99.00)(%) 및 99.19, 99.19 (평균: 99.19)(%) 이 된다. 이러한 결과는 베이스 식별기의 식별률 91.83(%)을 Max법을 이용하여 99.00(%)나 99.19(%)로 증가시킬 수 있음을 보인다.

이상의 고찰로부터, Max법을 이용한 MFS-DBC의 경우에도 베이스 식별기의 식별률에 비하여 고정 결합기 및 학습 결합기의 식별률이 향상되었고, 고정 결합기보다는 학습 결합기의 식별률이 더 개선되었음을 알 수 있다. 중복을 피하기 위하여 Yale을 포함한 다른 실험 데이터에 대한 자세한 고찰을 생략한다. 또한, Min법 및 Product법을 이용한 MFS-DBC의 실험결과도 위의 결과와 유사한 관계로 그 고찰도 생략한다.

이상에서 고찰한 DBC 식별성능을 실험한 결과를 정리하면 다음과 같다.

(1) 베이스 식별기를 결합(fusion)하면 식별성능을 향상시킬 수 있다는 기존의 연구결과가 DBC의 경우에도 그대로 적용된다는 것을 실험을 통하여 확인하였다.

(2) 비유사도 식별 단계에서의 결합뿐만 아니라 비유사도 표현단계에서 서로 다른 특성의 비유사도 표현을 결합시키는 MFS-DBC 방법으로 식별성능을 더욱 개선할 수 있음을 확인하였다.

(3) MFS-DBC에서 고정 결합기보다는 학습 결합기의 식별성능이 더 우수함을 확인하였다.

(4) 네 가지 비유사도 퓨전기법(Average, Min, Max, Product)중에서 Average법이 가장 우수한 식별성능을 나타내 보였으며,

(5) Average법의 성능은 비유사도의 개수와 종류에

따라 다양 하였고, 따라서 최적의 비유사도 조합은 데이터 셋의 특성에 따라 결정되는 것을 확인하였다.

V. 결 론

본 논문에서는 얼굴인식 등과 같은 고차원 식별문제에서 샘플 패턴의 수가 패턴 차원 보다 작을 경우에 발생하는 희소성(SSS)문제를 해결하기 위하여 비유사도 기반 식별기(DBC)를 이용하는 방법을 검토하였다. 특히, 본 논문에서는 비유사도 표현단계와 식별기 학습단계에 퓨전규칙을 적용하는 다단계 퓨전기법(MFS)을 이용하여 DBC를 최적화시키는 MFS-DBC를 제안하였다. 제안 방법을 벤취마크 얼굴영상 데이터베이스를 대상으로 실험한 결과, 비유사도 식별 단계에서의 결합뿐만 아니라 비유사도 표현단계에서 서로 다른 특성의 비유사도 표현을 결합시키는 MFS-DBC로 식별성능을 더욱 개선할 수 있음을 확인하였다. 또한 MFS-DBC에서 고정 결합기 보다는 학습 결합기의 식별성능이 더 우수하였고, 비유사도 퓨전기법에서는 *Average*법이 가장 우수함을 확인하였다. 따라서 본 논문의 MFS-DBC를 데이터 마이닝이나 멀티미디어 검색 등과 같은 고차원 패턴처리에 응용할 경우, 차원축소 문제를 획기적으로 단순화시킬 수 있고, 또한 희소성 문제를 회피할 수 있을 것으로 사료된다.

본 연구에서는 MFS-DBC를 식별성능의 관점에서만 고찰하였다. 따라서 앞으로 제안 방법을 실시간 멀티미디어처리에 응용할 수 있도록 MFS-DBC의 처리시간을 분석하고, 이를 단축시키기 위한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- [1] K. Fukunaga, *Introduction to Statistical Pattern Recognition, Second Edition*, Academic Press, San Diego, 1990.
- [2] J. Ye, R. Janardan, C. H. Park and H. Park, "An optimization criterion for generalized discriminant analysis on undersampled problems", *IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell.*, vol. PAMI-26, no. 8, pp. 982-994, Aug. 2004.
- [3] S. -W. Kim, "On solving the small sample size problem using a dissimilarity representation for face recognition", in *Proc. of Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems*, Antwerp, Belgium, vol. LNCS-4179, pp. 1174-1185, 2006.
- [4] S. -W. Kim and R. P. W. Duin, "On combining dissimilarity-based classifiers to solve the small sample size problem for appearance-based face recognition", in *Proc. of 20th Canadian Conference on Artificial Intelligence, Montreal, Canada*, vol. LNAI-4509, pp. 110-121, 2007.
- [5] R. P. W. Duin, E. Pekalska and D. de Ridder, "Relational discriminant analysis", *Pattern Recognition Letters*, vol. 20, pp. 1175-1181, 1999.
- [6] E. Pekalska and R. P. W. Duin, *The Dissimilarity Representation for Pattern Recognition: Foundations and Applications*, World Scientific Publishing, Singapore, 2005.
- [7] 김상운, "Prototype Reduction Schemes와 Mahalanobis 거리를 이용한 Relational Discriminant Analysis," *대한전자공학회논문지*, 제43권 CI편, 제1호, 9-16쪽, 2006년 1월
- [8] S. -W. Kim and B. J. Oommen, "On using prototype reduction schemes to optimize dissimilarity-based classification", *Pattern Recognition*, vol. 40, pp. 2946-2957, 2007.
- [9] 김상운, 구범용, 최우영, "사전 클러스터링을 이용한 LDA-확장법들의 최적화," *대한전자공학회논문지*, 제44권 CI편, 제3호, 98-107쪽, 2007년 3월
- [10] B. Scholkopf, A. J. Smola, and K. -R. Muller, "Nonlinear component analysis as a kernel eigenvalue problem", *Neural Comput.*, vol. 10, pp. 1299-1319, 1998.
- [11] G. Baudat and F. Anouar, "Generalized discriminant analysis using a kernel approach", *Neural Comput.*, vol. 12, pp. 2385 -2404, 2000.
- [12] J. Kittler, M. Hatef, R. P. W. Duin and J. Matas, "On combining classifiers", *IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell.*, vol. PAMI-20, no. 3, pp. 226-239, Mar. 1998.
- [13] L. I. Kuncheva, J. C. Bezdek and R. P. W. Duin, "Decision templates for multiple classifier fusion: an experimental comparison", *Pattern Recognition*, vol. 34, pp. 299-314, 2001.
- [14] L. I. Kuncheva, "A theoretical study on six classifier fusion strategies", *IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell.*, vol. PAMI-24, no. 2, pp. 281 - 286, Feb. 2002.
- [15] M. Haindl, J. Kittler, F. Roli (Eds.), *Multiple Classifier Systems(7th Int'l Workshop MCS 2007, Prague, Czech Republic)*, vol. LNCS-4472, 2007.
- [16] L. Wang, Y. Zhang and J. Feng, "On the Euclidean distance of images", *IEEE Trans. Pattern Anal. and Machine Intell.*, vol. 27, no. 8, pp. 1334-1339, Aug. 2005.
- [17] Y. Adini, Y. Moses, and S. Ullman, "Face recognition: The problem of compensating for changes in illumination direction", *IEEE Trans.*

Pattern Anal. and Machine Intell., vol. 19, no. 7,
pp. 721-732, July 1997.

저 자 소 개



김 상 운(정회원)
1978년 한국항공대학 공학사.
1980년 연세대학교 대학원
공학석사.
1988년 동 대학원 공학박사.
1989년~현재 명지대학교 컴퓨터
공학과 교수.

<주관심분야: 패턴인식, 미디어처리>



로버트 듀인(Robert P. W. Duin)
1970년 네덜란드 Delft University
of Technology
응용물리학학사.
1978년 동 대학 응용물리학박사
1985년 동 대학 부교수 취임.
2008년 현재 전기공학-수학-
컴퓨터학부 교원,
Fellow of IAPR.

<주관심분야 : 패턴인식 알고리즘의 설계, 평가,
응용 연구>