한국음향학회지 제27권 제5호 pp. 221~228 (2008)

근거리 신호 모델링을 기반으로 한 어레이 형상 추정 기법들의 성능 분석

Performance Analysis of the Array Shape Estimation Methods Based on the Nearfield Signal Modeling

박 희 영*, 이 충 용*
(Hee-Young Park*, and Chungyong Lee*)

*연세대학교 전기전자공학과
(접수일자: 2008년 5월 24일; 수정일자: 2008년 6월 16일; 채택일자: 2008년 6월 25일)

소나 시스템에서 참조 신호를 이용하여 어레이 형상을 추정하는 경우, 참조 신호는 어레이와 충분히 떨어져 있지 않기 때문에 근거리 신호 모델링이 필요하다. 근거리 신호 모델링을 기반으로 하는 어레이 형상 추정 기법은 일반적으로 수신된 참조 신호의 공간 공분산 행렬을 이용한다. 이러한 기법 중 1개의 참조 신호만을 이용하여 공간 공분산 행렬의 고유치 분해 후 최대 고유치에 해당하는 고유 벡터를 참조 신호의 조향 벡터로 구성하여 어레이 형상을 추정하는 근거리 고유 벡터 기법이 있다. 본 논문에서는 1개 이상의 참조 신호를 이용하여 공간 공분산 행렬로부터 구한 잡음 부공간과 신호 부공간이 서로 직교한다는 특성을 이용하여 Newton-type 반복 기법으로 센서 위치를 추정해 나가는 간략화된 부공간 근사 기법을 제안한다. 또한 근거리 고유 벡터 기법과 간략화된 부공간 근사 기법의 성능을 다양한 환경에서 분석해 본다. 모의 실험 결과 한 개의 참조 신호를 이용하는 경우에 근거리 고유 벡터 기법과 간략화된 부공간 근사 기법이 거의 동일한 성능을 보임을 확인할 수 있었다. 또한 근거리 고유 벡터 기법이 참조 신호를 2개 이상 사용할 수 없는데 반해 간략화된 부공간 근사 기법은 두 개의 참조 신호를 이용함으로써 참조 신호의 입사 방향에 관계없이 안정적인 형상 추정 결과를 얻을 수 있음을 확인하였다.

핵심용어: 어레이 형상 추정, 어레이 보정, 근거리 참조 신호, 어레이 신호 처리, 비선형 어레이
투고분야: 수중음향 분야 (5,6)

To estimate array shape with reference sources in SONAR systems, nearfield signal modeling is required for the reference sources near a towed array. Array shape estimation method based on the nearfield signal modeling generally exploits the spatial covariance matrix of the received reference sources. Among those method, nearfield eigenvector method uses the eigenvector corresponding to the maximum eigenvalue as a steering vector of the reference source. In this paper, we propose a simplified subspace fitting method based on the nearfield signal modeling with spherical wave modeling. Furthermore, we analyze performance of the array shape estimation methods based on the nearfield signal modeling for various environments. The results of the numerical experiments indicate that the simplified subspace fitting method and the nearfield eigenvector method with single reference source shows almost similar performance. Furthermore, the simplified subspace fitting method with 2 reference sources consistently estimates the shape of the array regardless of the incident angle of the reference sources, whereas the nearfield eigenvector method cannot apply for the case of 2 reference sources.

Keywords: Array shape estimation, Array calibration, Nearfield reference source, Array signal processing, Nonlinear array

ASK subject classification: Underwater Acoustics (5,6)

책임저자: 박 희 영 (aromi@csp.yonsei.ac.kr)
서울특별시 서대문구 신촌동
연세대학교 공과대학 전기전자공학과 통신신호처리연구실 120-749
(전화: 02-2123-7740; 팩스: 02-312-4584)

I. 서 론

수중 음원의 방향을 탐지하기 위해 이용되는 견인 어레이는 견인선의 속도 및 운항 경로, 조류 및 파도 등의 요인에 의해서 그 형태의 왜곡이 발생한다. 따라서 기존의 방향 탐지 기법을 적용하기 위해서는 어레이 형상 추정 기법의 적용이 필요하다 [1]. 어레이 형상 추정 기법 중 위치 정보를 알고 있는 참조 신호를 이용하는 기법 [2-4]은 비용이 저렴하면서도 정확한 형상 추정이 가능하지만, 참조 신호와 어레이의 상대적 위치를 알아야 하는 문제가 있다. 참조 신호를 이용하는 어레이 형상 추정 기법에서 기준 하이드로폰에 대한 입사각이나 거리와 같은 방향 정보들은 어레이 형상 추정 성능에 중요한 영향을 미치게 되므로 높은 정확도가 요구된다. 이를 위해서 간단한 제어만으로도 운용할 수 있도록, 필요한 참조 신호의 개수는 적을수록 좋다. 그러므로 추정 성능의 정확도 및 신뢰도를 유지할 수 있으면서 적은 개수의 참조 신호를 이용하는 어레이 형상 추정 기법에 대한 연구가 필요하다. 이러한 요건을 만족시키기 위한 기법으로 한 개의 참조 신호만을 이용하여 공간 공분산 행렬의 고유치 분해 후 최대 고유치에 해당하는 고유 벡터를 참조 신호의 조향 벡터로 구성하여 어레이 형상을 추정하는 근거리 고유 벡터 기법이 있다 [5]. 그러나 이 기법의 경우에는 두 개 이상의 인코히어런트한 참조 신호가 존재하는 경우에는 두 개의 참조 신호에 해당하는 조향 벡터와 신호 부공간의 고유 벡터가 동일하지 않아 참조 신호가 한 개일 때만 이용할 수 있어 참조 신호의 입사 방향과 같은 환경적 요인들에 대한 세심한 통제가 필요하다.

본 논문에서는 근거리 고유벡터 기법과 마찬가지로 한 개의 참조 신호를 이용하여 어레이의 형상을 추정할 수 있으면서 두 개 이상의 참조 신호를 이용하여 형상 추정 성능을 안정화 시킬 수 있는 간략화된 부공간 근사 기법을 제안한다. 또한 실제 운용 시 고려해야 할 참조 신호의 다양한 파라미터에 대하여 간략화된 부공간 근사 기법과 근거리 고유 벡터 기법의 성능을 분석한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 근거리 참조 신호 모델을 살펴본다. III장에서는 견인 어레이의 하이드로폰 좌표를 자유도 1인 각도 벡터로 구성하고, 이 각도 벡터를 기반으로 1개의 참조 신호를 이용한 부공간 근사 기반의 어레이 형상 추정 기법을 제안한다. IV장에서는 모의 실험을 통하여 다양한 환경에서의 제안된 기법과 근거리 고유 벡터 기법의 의 성능을 평가하고, 마지막으로 V장에서는 결론을 맺는다.

II. 근거리 참조 신호 모델

M개의 하이드로폰으로 구성된 임의 형상 어레이에 K개의 인코히어런트한 근거리 신호가 파장 λ로 입사하는 경우, 하이드로폰에 입사되는 근거리 신호 $\underline{r}(t)$는 다음과 같이 표현된다.

$$\underline{r}(t) = \mathbf{A}(\underline{x}, \underline{y}, \underline{\theta}, \underline{R})\, \underline{s}(t) + \underline{n}(t) \tag{1}$$

여기서, $\underline{s}(t)$는 하이드로폰에 입사하는 K개의 참조 신호이고, $\underline{n}(t)$는 평균이 0이고 분산이 σ^2인 가우시안 잡음 신호이고, x, yz는 각 하이드로폰의 수평, 수직 좌표 벡터이다. 단, 첫 번째 하이드로폰의 좌표인 (x_1, y_1)는 편의상 $(0,0)$으로 두고 이 하이드로폰을 기준 하이드로폰으로 놓는다. (1)에서 조향 벡터 (steering vector) $\mathbf{A}(\underline{x}, \underline{y}, \underline{\theta}, \underline{R})$의 i 번째 열은

$$a(\underline{x}, \underline{y}, \theta_i, R_i) = \left[1, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(\tau_2(\theta_i) - R_i)}, \cdots, e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(\tau_M(\theta_i) - R_i)}\right]^T \tag{2}$$

이고, 각 하이드로폰과 i 번째 신호원의 입사 방위는 그림 1과 같이 평행하지 않게 나타난다. (2)에서 R_i는 기준 하이드로폰과 i 번째 신호원 사이의 거리이고, $\tau_m(\theta_i)$는 어레이에 입사하는 i 번째 신호원과 m 번째 하이드로폰 사이의 거리로 (3)과 같이 표현될 수 있다.

$$\tau_m(\theta_i) = \sqrt{(R_i \sin\theta_i - x_m)^2 + (R_i \cos\theta_i - y_m)^2} \tag{3}$$

여기서θ_i는 i 번째 참조 신호의 입사각이다. (1)에서 $\underline{r}(t)$의 공분산 행렬 (covariance matrix)을 구하면

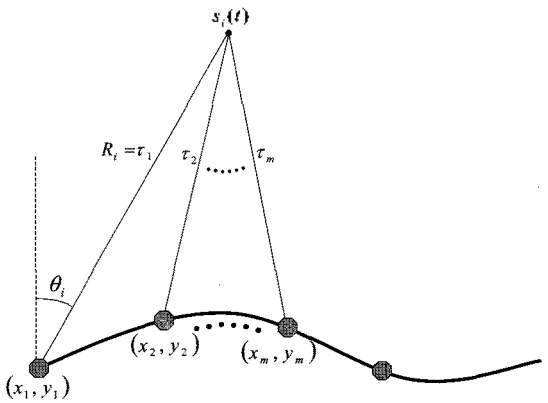

그림 1. 근거리 참조 신호 모델링
Fig. 1. Modeling of the nearfield reference source.

$$\mathbf{R} = E\left[\underline{x}(t)\underline{x}(t)^H\right] = \mathbf{A}(\underline{x}, \underline{y}, \underline{\theta}, R)\,\mathbf{S}\,\mathbf{A}(\underline{x}, \underline{y}, \underline{\theta}, R)^H + \sigma^2\mathbf{I} \tag{4}$$

이고, 여기서 $\mathbf{S} = E\left[\underline{s}(t)\underline{s}(t)^H\right]$ 이다. (4)를 고유치 분해하면

$$\begin{aligned}\mathbf{R} &= \mathbf{U}\mathbf{V}\mathbf{U}^H = \mathbf{U}_s\mathbf{V}_s\mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n\mathbf{V}_n\mathbf{U}_n \\ \mathbf{V} &= diag\left[\mathbf{V}_s\mathbf{V}_n\right] \\ \mathbf{V}_s &= diag\left[v_1 v_2 \cdots v_K\right], \\ \mathbf{V}_n &= \sigma^2\mathbf{I}_{M-K}\end{aligned} \tag{5}$$

이 된다. (5)에서 $diag(\mathbf{X})$는 X가 대각 성분을 구성하고 나머지 부분에는 0이 들어가는 대각 행렬이고 $\mathbf{I}_{M-K}$는 크기가 $(M-K)\times(M-K)$인 단위 행렬이다. 신호 고유치 행렬인 $\mathbf{V}_s$는 크기 순으로 공간 공분산 행렬의 고유치를 나열했을 때, K개의 큰 값을 가지는 고유치 $v_1 v_2 \cdots v_K$로 구성된 대각 행렬이고 잡음 고유치 행렬 $\mathbf{V}_n$은 $M-K$개의 잡음 고유치가 σ^2로 구성된 대각 행렬이다. (5)에서 $\mathbf{U}_s$, $\mathbf{U}_n$은 각각 신호 부공간 행렬과 잡음 부공간 행렬을 나타낸다.

III. 간략화된 부공간 근사 기법

어레이를 구성하는 하이드로폰이 불규칙하게 배열되어 그 위치가 변화하고 있는 경우, 즉 형상 왜곡의 자유도(degree of freedom)가 2인 경우, 어레이의 형상을 추정하기 위해서는 방위 정보를 알고 있는 참조 신호가 적어도 2개 이상 필요하다 [6][7]. 직교 좌표에서 2개 이상의 참조 신호를 이용하는 경우에 대한 근거리 부공간 근사 기법이 이용될 수 있다 [8]. 실제 견인 어레이의 경우에는 각 하이드로폰 사이의 간격이 고정되어 있으므로 어레이 형상 왜곡 시 하이드로폰 좌표들은 수평, 수직 방위로 서로 연관성을 가지고 변하게 된다. 견인 어레이의 기준 하이드로폰의 위치를 알고 있다고 가정하면 어레이를 구성하는 다른 하이드로폰들은 기준 하이드로폰에 대한 상대적인 위치로 표현할 수 있다. 이 경우 각 하이드로폰 사이의 간격은 고정되어 있으므로 견인 어레이 하이드로폰의 좌표는 그림 2에서 x축과 평행한 방위와 각 하이드로폰에서의 어레이의 각도 벡터인 $\underline{\delta}$를 이용하여 표현할 수 있다.

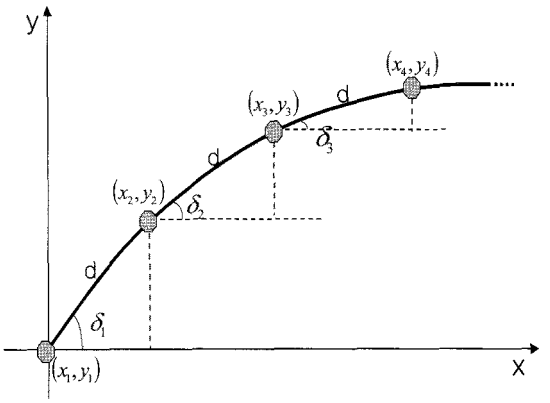

그림 2. 견인 어레이의 하이드로폰 좌표
Fig. 2. Hydrophone positions on a towed array.

따라서 견인 어레이에서의 형상 왜곡 자유도는 1이 되고 방위 정보를 알고 있는 하나의 참조 신호만으로도 어레이의 형상 추정이 가능하게 된다. 견인 어레이의 각 하이드로폰 사이의 간격을 d 라고 하면 하이드로폰의 좌표 $\underline{x}$, $\underline{y}$ 는 벡터 $\underline{\delta}$ 를 이용하여 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x_m &= \sum_{j=1}^{m-1} d\cos\delta_j \\ y_m &= \sum_{j=1}^{m-1} d\sin\delta_j \quad , \text{for } m = 2,3,\cdots,M \end{aligned} \tag{6}$$

따라서 어레이의 형상을 추정하기 위해서는 $2\times(M-1)$ 개의 값으로 이루어진 벡터 $\underline{\psi} = [x_2,\cdots,x_M y_2,\cdots,y_M]^T$가 아니라 $M-1$개의 값으로 이루어진 벡터 $\underline{\delta} = [\delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_{M-1}]$를 추정하면 된다. 견인 어레이에 대한 간략화된 부공간 근사 기법을 유도하기 위하여 (3)에 (6)을 대입하면 m 번째 하이드로폰과 신호원 사이의 거리는 (7)과 같이 표현될 수 있다.

$$r_m = \sqrt{\left(R\sin\theta - \sum_{j=1}^{m-1} d\cos\delta_j\right)^2 + \left(R\cos\theta - \sum_{j=1}^{m-1} d\sin\delta_j\right)^2} \tag{7}$$

(7)을 (2)에 대입하면 조향 벡터는 δ 의 함수 $\mathbf{A}(\underline{\delta}, \underline{\theta}, \underline{R})$ 로 표현된다. 부공간 근사 기법은 어레이에서 받아들인 신호의 공간 공분산 행렬 R 의 기하학적인 특성을 기반으로 한다. 하이드로폰에 입사되는 신호가 인코히어런트한 경우 S 는 full rank를 가지게 되어 $\mathbf{A}(\underline{\delta}, \underline{\theta}, \underline{R})$ 과 (5)의 $\mathbf{U}_s$ 는 동일한 차원의 신호 부공간을 형성하게 되고, 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{A}(\underline{\delta}, \underline{\theta}, \underline{R})\,\mathbf{T} \tag{8}$$

(8)에서 $\mathbf{T}$는 $\mathbf{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{R})$을 U_s에 사상 (mapping)시키는 행렬을 말한다. 일반적으로 어레이에서 받아들인 신호로부터 추정하는 신호 부공간은 잡음이 부가된 표본 데이터로부터 추정되므로 $\hat{\mathbf{U}}_s = \mathbf{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{R})\mathbf{T}$를 만족시키는 $\underline{\delta}$는 존재하지 않는다. 따라서 어레이의 왜곡 함수 $\underline{\delta}$를 추정하기 위해서는 부공간 $\hat{\mathbf{U}}_s$와 사이의 거리를 최소화하는 해를 구해야 하는데, 이를 위해서는 두 공간 $\hat{\mathbf{U}}_s$와 U_s에 대한 최량 가중 최소 제곱 근사 (best weighted least-squares fit)를 찾는 추정 기법이 사용된다 [9]. 이 추정 기법은 (9)와 같은 Frobenius norm의 제곱, 다시 말해서 벡터에 대한 Euclidean norm의 제곱을 최소화하는 $\underline{\delta}$와 $\mathbf{T}$를 찾는 방법이다.

$$\left[\hat{\underline{\delta}},\hat{\mathbf{T}}\right] = \underset{\underline{\delta},\mathbf{T}}{arg\min} \parallel \hat{\mathbf{U}}_s - \mathbf{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{R})\mathbf{T} \parallel_{\mathbf{W}}^{2} \tag{9}$$

여기에서 $\parallel \boldsymbol{X} \parallel_{\mathbf{W}}^{2} = Tr\{\mathbf{X}\mathbf{W}\mathbf{X}^{H}\}$이고, $\mathbf{W}$는 $N\times N$ 양의 정부호 (positive definite)인 가중 행렬이다. (9)는 $\mathbf{T}$에 대해서는 선형이고 $\underline{\delta}$에 대해서는 비선형인 최소 제곱 기법으로 나타난다. $\mathbf{T}$를 선형 최소 제곱 해인 $\mathbf{A}^{+}\hat{\mathbf{U}}_s$로 대체하면, 1개의 참조 신호를 이용하여 어레이의 형상을 추정하기 위한 간략화된 부공간 근사 기법의 cost function은 다음과 같다 [10][11].

$$\begin{aligned}
\hat{\underline{\delta}} &= \underset{\underline{\delta}}{arg\min} \parallel \hat{\mathbf{U}}_s - \mathbf{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{R})\mathbf{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{R})^{+}\hat{\mathbf{U}}_s \parallel_{\mathbf{W}}^{2} \\
&= \underset{\underline{\delta}}{arg\min} \parallel \{\mathbf{I}-\mathbf{P}_{\mathbf{A}}\}\hat{\mathbf{U}}_s \parallel_{\mathbf{W}}^{2} \\
&= \underset{\underline{\delta}}{arg\min}\, Tr\left(\mathbf{P}_{\mathbf{A}}^{\perp}\hat{\mathbf{U}}_s\mathbf{W}\hat{\mathbf{U}}_s^{H}\mathbf{P}_{\mathbf{A}}^{\perp}\right) \\
&= \underset{\underline{\delta}}{arg\min}\, Tr\left(\mathbf{P}_{\mathbf{A}}^{\perp}\hat{\mathbf{U}}_s\mathbf{W}\hat{\mathbf{U}}_s^{\mathrm{H}}\right) \\
&\doteq \underset{\underline{\delta}}{arg\min}\, F(\underline{\delta})
\end{aligned} \tag{10}$$

따라서 간략화된 부공간 근사 기법에서는 cost function $F(\underline{\delta})$를 최소화하는 $\underline{\delta}$를 찾으면 된다. (10)에서 $\mathbf{W}$는 양의 정부호 가중 행렬이고, $\mathbf{P}_{\mathbf{A}}$는

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}} = \mathbf{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{\mathrm{R}})\mathbf{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{\mathrm{R}})^{+} \tag{11}$$

이고, $\mathbf{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{R})^{+}$는

$$\mathbf{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{R})^{+} = (\mathbf{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{R})^{\mathrm{H}}\mathbf{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{R}))^{-1}\mathbf{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{R})^{\mathrm{H}} \tag{12}$$

를 나타낸다. (10)에서 $\mathbf{P}_{\mathbf{A}}^{\perp}$는

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}}^{\perp} = \mathrm{I}-\mathbf{P}_{\mathbf{A}} \tag{13}$$

를 나타난다. (10)은 부공간 근사 기법의 일반적 표현이다. 이 때 $\mathbf{W}$가 단위 행렬 $\mathbf{I}$인 경우 MUSIC 기법의 경우와 동일하다. 또한 $\mathbf{W}$를 신호의 고유치 행렬 V_s로 놓을 경우 이것은 신호 부공간 근사 (signal subspace fitting) 기법이 되며, 부공간에 가중치를 주는 가중 부공간 근사 (weighted subspace fitting) 기법의 경우, $\mathbf{W}$의 최적해는

$$\mathbf{W}-\mathbf{W}_{\mathrm{WSF}} = (\mathrm{V}_s-\hat{\sigma^2}\mathrm{I})^2\mathrm{V}_s^{-1} \tag{14}$$

가 된다 [10][11]. 여기에서 $\hat{\sigma^2}$는 임의의 추정기를 이용할 수 있다. 예를 들어 maximum likelihood (ML) 추정 기법을 이용하면 $\hat{\sigma^2} = \frac{1}{M-K}Tr(\mathrm{P}_{\mathrm{A}}^{\perp}\mathrm{R})$가 된다.

(10)으로 나타나는 cost function은 하이드로폰 좌표 벡터 $\underline{\delta}$에 대해 비선형 관계를 가지는 식이므로 단순한 방법으로 해를 구할 수 없다. 따라서 수치 해석적 방법을 이용해서 (10)의 해를 구하도록 한다. 여기에서는 반복 수행을 통하여 해를 구하는 감쇄 (damped) Newton-type 기법을 이용한다. 이러한 반복 수행 기법은 본 기법에서 초기치를 등간격 선형 어레이로 가정하고 cost function을 최소화하는 $\underline{\delta}$를 다음 (15)를 이용하여 찾을 수 있다.

$$\underline{\hat{\delta}_{k+1}} = \underline{\hat{\delta}_k} - \beta\left[F''(\underline{\hat{\delta}_k})\right]^{-1}F'(\underline{\hat{\delta}_k}) \tag{15}$$

여기에서 스텝 사이즈 β는 $\left\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{4},\cdots\right\}$ 중

$$F\left(\underline{\hat{\delta}_k}\right) - F\left(\underline{\hat{\delta}_{k+1}}\right) > 0 \tag{16}$$

를 만족하는 최대의 값을 이용한다. (15)에서 $\underline{\hat{\delta}_k}$는 k번째 반복 수행에서 구해진 하이드로폰 좌표 벡터를 나타내고, $F'(\underline{\hat{\delta}})$는 cost function의 기울기 (gradient)를, $F''(\underline{\hat{\delta}})$는 헤시안 (Hessian)을 의미한다. 간략화된 부공간 근사 기법에서 기울기 $F'(\underline{\hat{\delta}})$와 헤시안 $F''(\underline{\hat{\delta}})$는 각각 $(M-1)$ 벡터와 $(M-1)\times(M-1)$ 행렬이 된다. 이때의 기울기

$F'(\hat{\underline{\delta}})$ 는 (17)과 같이 표현된다.

$$F'(\hat{\underline{\delta}}) = -2Re\ \vec{d}\left[\check{\mathrm{I}}^{\mathrm{T}}\,\mathrm{A}_{\delta}\,\mathrm{A}(\delta,\theta,\underline{\mathrm{R}})^{+}\,\mathrm{U}_{s}\,\mathrm{W}\,\mathrm{U}_{s}^{\mathrm{H}}\,\mathrm{P}_{\mathrm{A}}^{\perp}\check{\mathrm{I}}\right] \quad (17)$$

여기에서 $\vec{d}[\mathrm{X}]$는 행렬 X의 대각 성분을 열로 하는 벡터를 나타내고, $\check{\mathrm{I}}$ 는 크기가 $M\times(M-1)$인 행렬로

$$\check{\mathrm{I}}=\begin{bmatrix} \underline{0^{\mathrm{T}}} \\ \mathrm{I}_{m-1,m-1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

이고, (17)에서 $\boldsymbol{A}_{\delta}$ 는

$$\boldsymbol{A}_{\delta} = -j\frac{2\pi}{\lambda_0}\cdot\mathrm{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{R})\odot\mathrm{D}_{\delta} \quad (19)$$

이고, D_{δ} 는 $M\times N$ 행렬로 m 번째 행의 i 번째 열 성분 $[\mathrm{D}_{\delta}]_{mi}$ 는 (20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[\mathrm{D}_{\delta}]_{mi} = \frac{\left(R_i\sin\theta_i - \sum_{j=1}^{m} d\cos\delta_j\right)d\sin\delta_i - \left(R_i\cos\theta_i - \sum_{j=1}^{m} d\sin\delta_j\right)d\cos\delta_i}{\sqrt{\left(R_i\sin\theta_i - \sum_{j=1}^{m-1} d\cos\delta_j\right)^2 + \left(R_i\cos\theta_i - \sum_{j=1}^{m-1} d\sin\delta_j\right)^2}} \quad (20)$$

또한 헤시안 $F''(\hat{\underline{\delta}})$ 는 (21)로 표현된다.

$$F''(\hat{\underline{\delta}}) = 2\ Re\ \left\{\tilde{\mathrm{J}}^{\mathrm{T}}[\mathrm{P}_{\mathrm{A}}\odot\mathrm{B}]\,\tilde{\mathrm{J}}\right\} \quad (21)$$

이 때 $\odot$는 Schur-Hadamard 곱셈을 의미한다. 여기서 $\tilde{\mathrm{J}}=\begin{vmatrix} \check{\mathrm{I}} & 0 \\ 0 & \\ & \check{\mathrm{I}} \end{vmatrix}$ 이고 B는 (22)와 같이 나타난다.

$$\mathrm{B} = \mathrm{A}_{\delta}\,\mathrm{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{\mathrm{R}})^{+}\,\mathrm{M}\,\mathrm{A}(\underline{\delta},\underline{\theta},\underline{\mathrm{R}})^{+^{H}}\,\mathrm{A}_{\delta}^{H} \quad (22)$$

간략화된 부공간 근사 기법은 여러 개의 참조 신호의 방위와 거리를 제어하는 것이 쉽지 않다는 점에서 볼 때 한 개의 참조 신호만을 이용하여 어레이의 형상을 추정할 수 있다는 장점을 갖고 있다. 동시에 이 기법을 이용하면 두 개 이상의 참조 신호를 이용해야 하는 기존의 근거리 부공간 근사 기법 [8]과 비교했을 때, cost function의 기울기의 연산량은 50%, 헤시안의 연산량은 25%로 줄일 수 있다.

한 개의 참조 신호를 이용하는 근거리 고유벡터 기법[5]은 근거리 신호 모델링을 기반으로 어레이에서 수신 신호의 공간 공분산 행렬을 구하고 이에 대한 고유치 분해 후 최대 고유치에 해당하는 고유벡터를 구해 보면, 이론적으로 이 고유벡터는 참조 신호의 조향 벡터와 동일하다는 것을 이용하여 하이드로폰의 좌표를 추정하는 기법이다. 근거리 고유벡터 기법에서는 수신 신호의 공분산 행렬로부터 구한 고유 벡터의 위상값과 인접 하이드로폰 사이의 간격으로 구성한 이차 방정식의 해를 구하여 각 하이드로폰의 좌표를 추정한다. 이 때, 조향 벡터의 이론적인 위상 성분과 고유치 분해를 통해 구한 최대 고유치에 해당하는 고유벡터의 위상값은 잡음 성분의 영향을 제외하면 이론적으로 일치하게 된다. 그러나 참조 신호가 두 개 이상이 되면 두 개의 참조 신호가 구성하는 신호의 고유벡터가 구성하는 신호 부공간과 참조 신호의 조향 벡터로 구성되는 신호 부공간은 동일하지만 이를 구성하는 고유벡터와 신호의 조향 벡터는 일대일 대응이 되지 않는다. 따라서 각각의 고유벡터와 조향 벡터를 이용하여 방정식을 구성할 수 없게 되어 근거리 고유벡터 기법은 더 이상 이용할 수 없게 된다. 본 논문에서 제안된 간략화된 부공간 근사 기법은 이와는 달리 신호 부공간의 동일함을 이용하기 때문에 두 개 이상의 참조 신호를 이용하는 경우에도 이용할 수 있고 이를 이용해서 형상 추정 성능을 안정적으로 유지할 수 있는 장점이 있다.

IV. 모의 실험

어레이 형상 추정 기법들의 성능을 평가하기 위해 10개의 하이드로폰으로 구성된 진폭이 5 m인 정현 (sinusoidal) 왜곡 모델을 이용하여 형상 추정 결과를 알아보았다. 모의 실험에서 수중에서 음파의 전달 속도는 1500 m/s, 표본 데이터의 개수는 200개이고 하이드로폰의 표본화 주파수는 1500 Hz이다. 인접한 하이드로폰 사이의 간격은 5 m이다. 형상 추정을 위해 이용된 참조 신호는 표본화된 정현파 신호를 이용하였다. 참조 신호는 1개 이상의 참조 신호를 이용할 수 있는 간략화된 부공간 근사 기법의 경우 두 개의 참조 신호를 이용한 경우 참조 신호가 0°, 20°에서 입사하고 있다고 가정하였고 한 개의 참조 신호를 이용하는 경우에는 간략화된 부공간 근사 기법과 근거리 고유 벡터 기법 모두 참조 신호가 20°에서 입사한다고 가정하였다. 모든 결과는 1000회의 독립 수행을 수행한 결과이다.

그림 3은 참조 신호가 기준 하이드로폰에서 500 m 떨어진 근거리 영역에 존재할 때 각 하이드로폰에서 구한 좌표 추정 거리 오차에 대한 누적 도수 분포도 (CDF)를 나타낸다. 그림에서는 간략화된 부공간 근사 기법에서 참조 신호를 1개, 2개 이용한 경우와 근거리 고유 벡터 기법에서 참조 신호를 1개 이용한 경우의 CDF를 표시하였다. 그림 3에서 본 연구에서 연구된 두 가지 기법이 참조 신호가 근거리에 존재하는 경우에도 하이드로폰의 좌표 추정 성능이 우수함을 볼 수 있다. 그리고 그림 3(a)에서 SNR이 20 dB일 때 좌표 추정 거리 오차가 0.4 cm 이내로 들어올 확률은 2개의 참조 신호를 이용한 간략화된 부공간 근사 기법이 96.2%, 1개의 참조 신호를 이용한 간략화된 부공간 근사 기법과 근거리 고유 벡터 기법이 각각 82.8%, 85.9%임을 확인할 수 있었다. 그림 3(b)에서 SNR이 0 dB일 때는 좌표 추정 거리오차가 SNR이 20 dB일 때에 비하여 크게 나타나고 있음을 볼 수 있고, 이 경우 좌표 추정 거리 오차가 4 cm 이내로 들어올 확률은 2개의 참조 신호를 이용한 간략화된 부공간 근사 기법이 96.7%, 1개의 참조 신호를 이용한 간략화된 부공간 근사 기법과 근거리 고유 벡터 기법이 각각 80.8%, 85.1%로 나타났다. 참조 신호가 근거리인 500 m 거리에 존재하는 경우에는 1개의 참조 신호를 이용하는 경우에는 근거리 고유 벡터 기법이 간략화된 부공간 근사 기법에 비해 조금 더 좋은 성능을 나타내고 간략화된 부공간 근사 기법에서 참조 신호를 2개 이용하는 경우 더 좋은 성능을 보임을 확인할 수 있었다. 근거리 고유 벡터 기법의 경우에는 참조 신호가 1개 있을 때에만 이용 가능하다.

그림 4는 참조 신호가 기준 하이드로폰에서 2500 m 떨

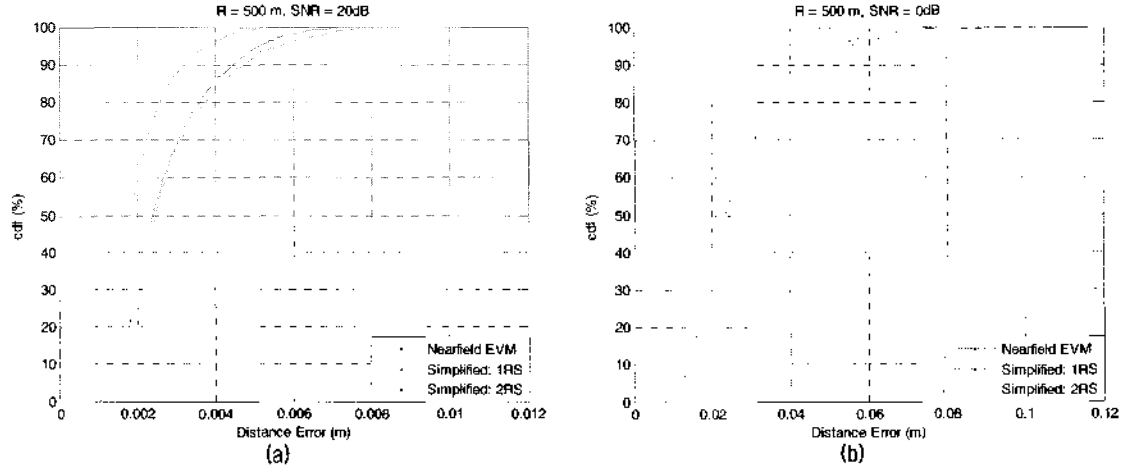

그림 3. 기준 하이드로폰에 대한 참조 신호의 거리가 500 m일 때의 추정 오차의 누적 도수 분포도, (a) SNR = 20 dB, (b) SNR = 0 dB
Fig. 3. CDF of the estimation error with reference sources at 500 m apart from the reference hydrophone, (a) SNR = 20 dB, (b) SNR = 0 dB.

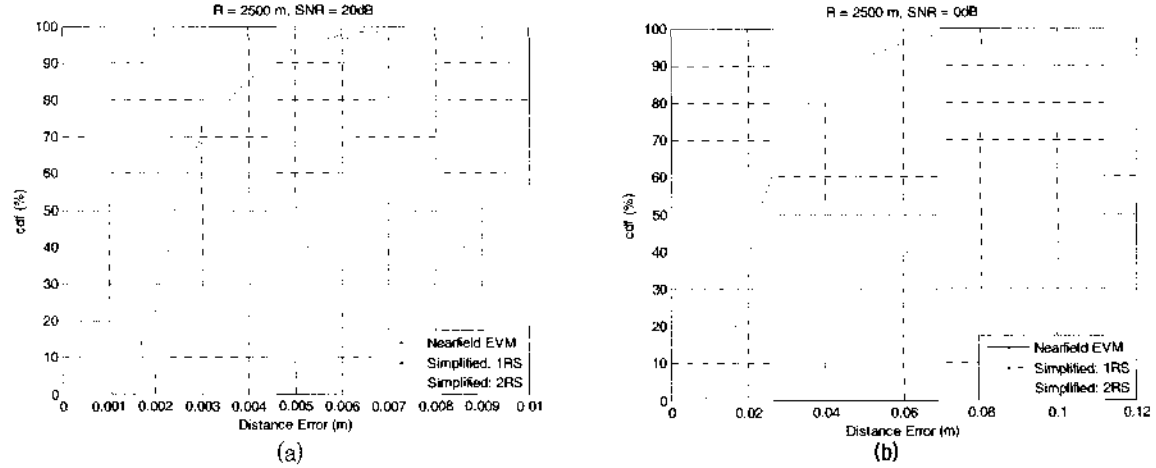

그림 4. 기준 하이드로폰에 대한 참조 신호의 거리가 2500 m일 때의 추정 오차의 누적 도수 분포도, (a) SNR = 20 dB, (b) SNR = 0 dB.
Fig. 4. CDF of the estimation error with reference sources at 2500m apart from the reference hydrophone, (a) SNR = 20 dB, (b) SNR = 0 dB.

어진 원거리에 존재하는 경우의 CDF를 나타낸다. 그림 3과 비교하였을 때 제안된 간략화된 부공간 근사 기법과 근거리 고유 벡터 기법의 성능이 500 m에서와 거의 동일한 결과를 나타냄을 확인할 수 있다.

참조 신호를 이용하는 기법들은 방위 정보를 알고 있는 참조 신호를 이용하여 어레이의 형상을 추정하는 기법이다. 이러한 기법은 적인선의 위치를 알리지 않기 위해 신호의 송신을 최대한 제한해야 하는 수동 소나 시스템의 특성을 해치게 된다. 따라서 참조 신호의 최대 송신 파워에 제약이 가해지게 되고 이에 따라 제안된 기법들에 대한 참조 신호의 신호 대 잡음비에 따른 어레이 형상 추정 성능 분석이 중요한 문제가 된다. 그림 5는 참조 신호의 신호 대 잡음비에 따른 하이드로폰 거리 추정 오차를 보여준다. 그림 5(a)와 2-25(b)는 각각 참조 신호가 500 m, 2500 m의 거리에 위치하는 경우에 대한 결과이다. 참조 신호의 SNR이 높아지면 간략화된 부공간 근사 기법을 이용한 경우와 근거리 고유 벡터 기법의 성능이 거의 유사하게 나타나고 참조 신호가 500 m거리에 존재하는 경우 SNR이 낮은 경우 1개의 참조 신호만을 이용한 간략화된 부공간 근사 기법의 추정 오차가 가장 낮게 나타남을 볼 수 있다. 또한 참조 신호가 2500 m에 존재하는 경우에는 낮은 SNR에서 근거리 고유 벡터 기법의 추정 오차가 가장 낮게 나타나고 있다.

그림 6은 참조 신호의 SNR이 20 dB일 때, 참조 신호의 입사 방위에 따른 하이드로폰 좌표 추정 오차를 보여준다. 간략화된 부공간 근사 기법에서 두 개의 참조 신호를 이용하는 경우는 한 개의 참조 신호의 입사 방위를 0°로 고정시키고 다른 하나의 참조 신호의 입사 방위를 -85°에서 85°사이에서 변화시켰을 때의 하이드로폰 좌표 추정 오차를 나타내었고 간략화된 부공간 근사 기법과 근거리 고유 벡터 기법에서 한 개의 참조 신호를 이용하는 경우에는 참조 신호의 입사 방위를 -85°에서 85°사이에서 변화시켜 보았다. 그림 6(a)는 참조 신호를 1개 이용하였을 때의 간략화된 부공간 근사 기법의 좌표 추정 오차

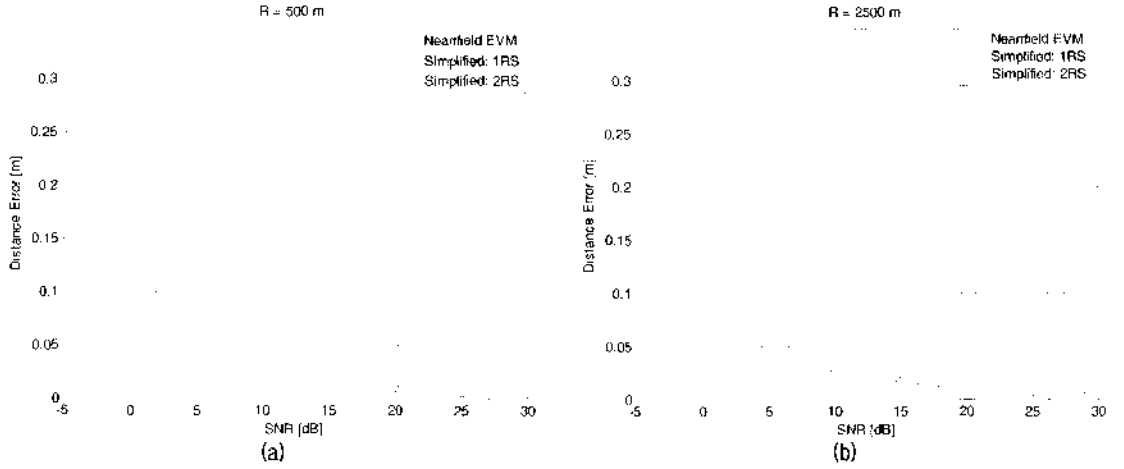

그림 5. 신호 대 잡음비에 따른 추정 거리 오차, (a) R = 500 m, (b) R = 2500 m
Fig. 5. Estimated distance error vs. SNR, (a) R = 500 m, (b) R = 2500 m.

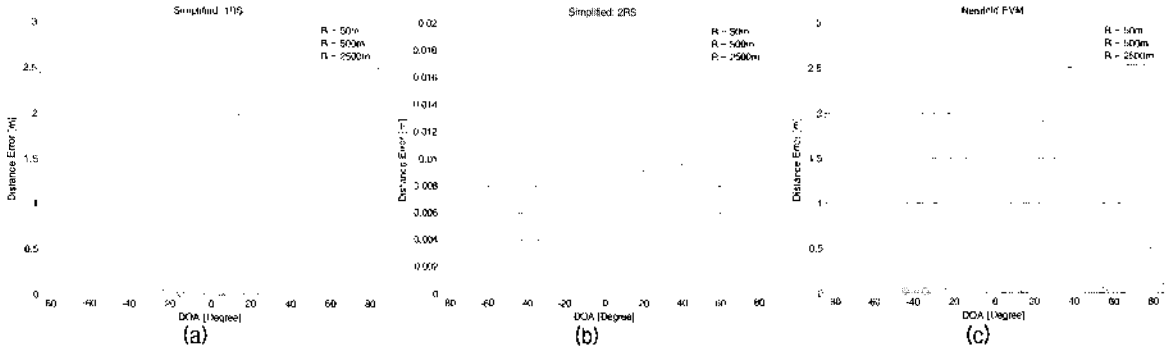

그림 6. 참조 신호의 입사 방위에 따른 추정 거리 오차, (a) 간략화된 부공간 근사 기법: 참조 신호를 1개 이용한 경우, (b) 간략화된 부공간 근사 기법: 참조 신호를 2개 이용한 경우, (c) 근거리 고유 벡터 기법
Fig. 6. Estimated distance error vs. DOA of the reference source, (a) Simplified subspace fitting method: using 1 reference sources, (b) Simplified subspace fitting method: using 2 reference sources, (c) Nearfield eigenvector method.

를 나타내고, 그림 6(b)와 (c)는 각각 참조 신호를 2개 이용한 경우의 간략화된 부공간 근사 기법과 1개의 참조 신호를 이용한 경우의 근거리 고유 벡터 기법의 하이드로폰 좌표 추정 오차를 나타낸다. 참조 신호를 1개 이용한 간략화된 부공간 근사 기법과 근거리 고유 벡터 기법의 경우 참조 신호의 입사 방위에 따라 추정 오차가 커지는 경우가 발생하고 참조 신호가 근거리의 거리인 500 m에 존재하는 경우 추정 오차가 매우 커지는 경우가 있다. 이것은 두 가지 기법에서 근거리 모델링을 이용한 이론적 수식 전개 과정에서 약간의 오차가 발생할 경우 형상 추정에 실패하는 경우가 발생하는데 기인한다. 이와 달리 그림 6(b)에서 참조 신호를 2개 이용한 경우의 간략화된 부공간 근사 기법의 경우에는 참조 신호의 거리와 입사 방위에 관계없이 형상 추정 성능이 유사하게 나타난다. 이는 간략화된 부공간 근사 기법이 실제 1개의 참조 신호만을 이용하여도 형상 추정이 가능하지만 참조 신호를 2개 이용함으로써 알고리듬의 적용 시 필요한 식의 수보다 더 많은 식을 이용하여 성능을 안정적으로 유지할 수 있도록 도와주는 것으로 볼 수 있다. 따라서 실제 참조 신호를 이용한 어레이 형상 추정을 위해서는 간략화된 부공간 근사 기법을 이용하고 운용 가능한 경우에는 참조 신호를 2개 이상 운용하는 것이 안정적이고 우수한 어레이 형상 추정 성능을 나타낸다.

V. 결 론

본 논문에서는 한 개의 참조 신호만으로도 참조 신호의 거리에 관계없이 어레이의 형상 추정이 가능하면서 동시에 두 개 이상의 참조 신호를 이용하여 안정적인 형상 추정이 가능한 간략화된 부공간 근사 기법을 제안하였다. 또한 제안된 기법의 성능을 한 개의 참조 신호만을 이용하여 어레이의 형상을 추정하는 근거리 고유 벡터 기법과 다양한 환경에서 분석하였다. 모의 실험을 통하여 제안된 기법과 근거리 고유 벡터 기법이 참조 신호가 근거리와 원거리의 어느 거리에 있는 경우에도 유사한 정확도로 하이드로폰의 좌표 추정이 가능함을 확인하였다. 또한 참조 신호의 다양한 파라미터에 대하여 형상 추정 기법들을 분석해 보았다. 실제 운용 시 어레이의 형상을 정확하게 추정하기 위해서 한 개의 참조 신호 이용하는 경우에는 참조 신호를 broadside 방위로 유지하면서 5dB 이상의 SNR로 수신해야 함을 확인하였다. 그리고 제안된 간략화된 부공간 근사 기법을 이용하는 경우에는 두 개의 참조 신호를 이용하여 참조 신호의 입사 방향에 관계없이 안정적인 어레이 형상 추정이 가능함을 확인하였다.

참 고 문 헌

1. P. Felisberto and S. M. Jesus, "Towed-array Beamforming during Ship's Maneuvering," IEE Proceedings, Radar, Sonar and Navigation, 143(3), 210-215, June 1996.
2. Ming Zhang and Zhao-Da Zhu, "Array Shape Calibration Using Sources in Known Directions," Proceedings of the IEEE Aerospace and Electronics Conference, NAECON, 1, 70-73., 1993.
3. Boon C. Ng and Wee Ser, "Array Shape Calibration Using Sources in Known Locations," Singapore ICCS/ISITA '92., 2, 836-840, 1992.
4. Sylvie Marcos and Odile Macchi, "Adaptive Estimation of a Time-varying Array Shape Using the Tracking Properties of the LMS Algorithm," IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 3, 1538-1541, 1988.
5. 신원민, 박희영, 도경철, 강현우, 윤대희, 이충용, "어레이 형상 추정을 위한 근거리 고유벡터 기법," 한국음향학회논문지, 23(4), 282-287, 2004년 4월.
6. J. J. Smith, Y. H. Leung, and A. Cantoni, "The Cramer-Rao Lower Bound for Towed Array Shape Estimation with a Single Source," IEEE trans. on Signal Processing, 44(4), Apr., 1996.
7. James Ting-Ho Lo and Stanley Lawrence Marple, Jr, "Eigen-structure Methods for Array Sensor Localization," Proc. of ICASSP, 4, 2260-2263, Texas, USA, Apr. 1987.
8. Hee-Young Park, Chungyong Lee, Hong-Goo Kang, Dae-Hee Youn, "Generalization of the Subspace-Based Array Shape Estimations," IEEE Journal of Oceanic Engineering, 29(3), 847-856, July 2004.
9. Richard, A. Atsavapreanee, P., and Hsu, T., and Wei, T., "Hydrodynamic Studies of Multiline Towed Array Lifting Devices," Final Report for Contract N666064-97-M-6234, Naval Undersea Warfare Center, Viewport, RI, Mar. 1998.
10. S. Haykin, J. Litva, and T. J. Shepherd, Radar Array Processing (Springer-Verlag, New York, 1993), Chap. 4, pp. 99-151.
11. Hamid Krim and Mats Viberg, "Two Decades of Array Signal Processing Research," IEEE Signal Processing Magazine, 67-94, July 1996.

저자 약력

•박 희 영 (Hee-Young Park)
한국음향학회지 제23권 제2호 참조

•이 충 용 (Chungyong Lee)
한국음향학회지 제23권 제2호 참조