

공기압 구동계의 다목적 상태 피드백 제어기 설계 Multi-Objective State-Feedback Controller Design of Pneumatic Actuating Systems

지상원 · 장지성

S. W. Ji and J. S. Jang

1. 서론

최근 공기압 구동 시스템은 공기압 로봇, 광학렌즈 몰딩머신, 진동 절연(isolate vibration)을 위한 정밀 위치제어 스테이지 등으로 그 적용 범위가 점차 확대되고 있다. 이는 작동유체인 공기가 지니는 압축성, 높은 중량당 출력비, 낮은 열발생 및 청정 에너지 등의 특성이 장점으로 작용하고 있기 때문이다.

상기와 같은 공기압 구동시스템의 장점에도 불구하고 공기압 시스템은 여전히 제어의 측면에서 상당히 곤란한 시스템일 수밖에 없다. 특히, 앞서 열거했던 공기압 시스템의 장점 중 하나인 압축성은 제어의 측면에서는 오히려 제어의 정밀도를 크게 제한하는 비선형요소로 작용하기 때문이다.

또한, 공기압 구동 시스템은 작동유체의 압축성과 더불어 구동력에 비해 비교적 큰 마찰력으로 인해 강한 비선형성(hard non-linearity)을 내포하고 있는 시스템이므로, 선형화 모델의 모델화 오차와 파라미터의 불확실성에 매우 민감한 시스템이다.

그러므로 설계과정에서 모델화 오차와 모델의 불확실성을 고려하여 제어 시스템을 구성하는 강인제어 설계가 요구된다.

따라서, 본 해설에서는 선형행렬부등식(LMI : Linear Matrix Inequalities)를 이용한 볼록 최적화(convex optimization)^{1~2),4)} 기법을 적용하여 모델화 오차와 파라미터의 불확실성 및 외란에 강인하며, 적절한 추종성능 및 효율적인 제어력을 가지는 다목적(multi-objective) 극배치 혼합 H_2/H_∞ 상태 피드백 제어기^{3~4)}를 설계하기로 한다. 본 해설을 통하여 공기압 구동계의 제어에 익숙하지 못한 독자도 공기압 구동계의 설계사양을 만족시키는 제어기를 설계할 수 있게 되기를 기대한다.

2. LMI의 기본 개념과 정리

역사적으로 LMI가 최초로 제어에 사용된 사례는

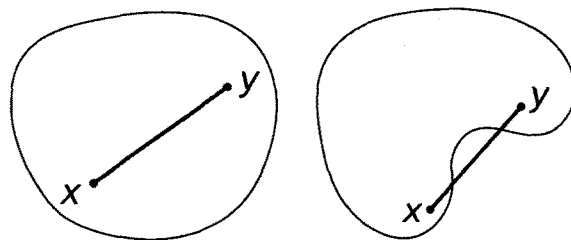
우리가 현재 Lyapunov 정리라고 통칭하고 있는 것으로 1890년대 A. M. Lyapunov가 선형 미분방정식의 해가 안정할 필요 충분조건을 Lyapunov 행렬식이라 부르는 특별한 형태의 LMI로 구한 것이다. 1960년대 후반 특정한 형태의 LMI는 리카치(Riccati) 방정식과 같은 대수적인 방정식을 풀어 해를 구할 수 있음이 알려지게 되었다. 1990년대 들어서 다양한 형태의 LMI를 풀 수 있는 Interior point method⁵⁾ 등의 효율적인 알고리즘이 개발된 이후로 제어기 설계 및 해석에 본격적으로 적용되어지고 있다.

2.1 Convex 집합과 함수

식 (1)과 같이 주어진 집합 $S \in R^n$ 의 임의의 두 점을 연결하는 선이 S 내부에 존재하면 convex 집합이라 한다.

$$x, y \in S \Rightarrow tx + (1-t)y \in S, \forall t \in [0,1] \quad (1)$$

즉 Fig. 1의 (a)는 convex 집합이고 (b)는 non-convex 집합을 나타낸다.



(a) Convex set (b) Non-convex set

Fig. 1 Convex set definition

식 (2)와 같이 함수 $f: R^n \rightarrow R$ 의 임의의 점 $(x, f(x)), (y, f(y))$ 를 연결하는 선이 함수 f 보다 크거나 같으면 convex 함수라 한다.

$$f(tx + (1-t)y) \leq tf(x) + (1-t)f(y) \quad (2)$$

따라서 식 (2)와 같은 convex 함수는 Fig. 2와 같이 도식 할 수 있다.

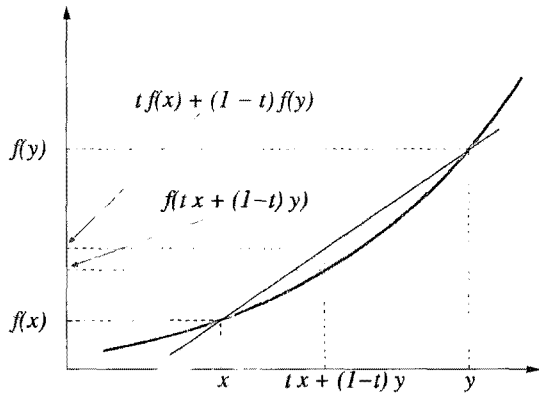


Fig. 2 Convex function on an interval

2.2 Convex 최적화와 LMI의 정의

식 (3)과 같이 주어지는 최소화 문제에서 목적함수 $f_0(x)$ 와 구속조건함수 $f_i(x)$ 가 convex 하면 convex 최적화문제라 한다.

$$\text{Minimize } f_0(x) \text{ subject to } f_i(x) \leq 0 \quad (3)$$

주어진 대칭 행렬 F_i 와 변수 x_i 에 대하여 식 (4)와 같은 형태를 갖는 행렬식을 LMI라 한다.

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (4)$$

식 (4)와 같은 형태를 strict LMI라 하고 $F(x) \geq 0$ 의 형태를 non-strict LMI라 한다. 일반적으로 LMI라고 하면 strict LMI를 의미한다. 구속조건이 LMI 형태로 주어지고 목적함수가 convex 함수인 최소화 문제를 LMI 최적화 문제라 하며 이는 convex 최적화 문제에 해당한다. convex 최적화 문제는 임의의 지역에서의 최적값이 광역의 최적값이 될 수 있으므로 구속조건을 만족시키는 모든 범위에서 최적 값을 찾을 필요가 없는 장점이 있다. 따라서 주어진 문제를 convex 최적화문제 또는 LMI 최적화 문제로 변환하면 문제의 해는 MATLAB과 같은 상용 프로그램을 이용하여 쉽게 도출 할 수 있다.

3. 공기압 구동시스템의 지배방정식

공기압 구동계의 개략도를 Fig. 3에 나타낸다. Fig. 3에 사용된 기호는 다음과 같다. d : 관로 직경

[m], G : 실린더로 공급 또는 실린더로부터 방출되는 질량 유량[kg/s], L : 관로 길이[m], M : 가동부 질량[kg], P : 압력[Pa], P_{in} : 제어 밸브 출구 압력[Pa], P_{out} : 제어 밸브 입구 압력[Pa], S_{ev} : 제어 밸브 유효 단면적[mm²], T : 온도[K], V : 실린더 내부 체적[m³], x : 피스톤 위치[m], 하첨자 s : 공급, a : 대기

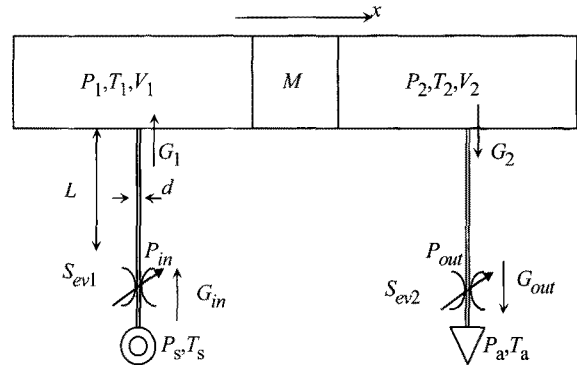


Fig. 3 Schematic diagram of pneumatic cylinder driving system

공기의 상태변화를 단일 변화로 가정하고 관로를 단순한 용적으로 표현하면 실린더 실 내부 압력 변화는 식 (5)와 같이 기술할 수 있다.

$$\frac{dP_1}{dt} = \frac{\kappa}{V_d + V_0} \left(-P_0 \frac{dV}{dt} + G_{in} RT_a \right) \quad (5)$$

$$\frac{dP_2}{dt} = \frac{\kappa}{V_d + V_0} \left(P_0 \frac{dV}{dt} + G_{out} RT_a \right)$$

$$V_d = L \cdot A_L, V_0 = x_0 \cdot A_C$$

$$G_{in} = -G_{out} = G_0 = k_q u$$

식 (5)에서 사용된 기호는 다음과 같다.

κ : 비열비, V_d : 관로 체적[m³], A_L : 관로 단면적[m²], A_C : 피스톤 수압면적[m²], k_q : 제어 입력·유량 계수[(kg/s) / V], 아래첨자 0: 평형 상태
피스톤의 운동 방정식은 식 (6)으로 표현된다.

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + F_c \text{sgn} \left(\frac{dx}{dt} \right) = A_c (P_1 - P_2) \quad (6)$$

식 (5), (6)에서 나타난 공칭 모델의 파라미터를 Table 1에 나타낸다.

Table 1 Physical parameters of the driving apparatus

A	4.90625×10^{-4}	P_0	340,000
b	50	R	287
d	0.0065	S_{ev}	max. 18.46
k_a	5.06×10^{-3}	T_a	293
L	0.5	x_0	0.25
M	0.5	κ	1.4
P_s	591,600		

4. 제어기 설계

4.1 공기압 구동 시스템의 불확실성 정의

공기압 구동 시스템을 포함한 실제 제어 시스템은 외부의 외란에 노출되기 쉽고 센서 노이즈에 민감하며 실제 시스템과 수학적 모델사이의 오차에 의한 불확실성(uncertainty)이 늘 존재하기 마련이므로 강인성(robustness)은 제어 시스템의 설계에서 가장 중요한 요소 중의 하나이다.

H_∞ 제어로 대표되는 강인제어 설계 문제에서 모델의 불확실성 또는 파라미터 오차의 표현은 설계과정에서 사용되는 매우 중요한 요소로써, 다양한 표현 방법이 있으며, LMI 설계법에서 이러한 표현법으로는 polytopic model, affine parameter dependent model(PDS), linear fractional model^{1)~3)} 등이 있으며, 본 해설에서는 PDS를 이용하여 공기압 구동계의 불확실성을 표현하도록 한다.

PDS 표현법에 의하여 불확실성을 내포한 시스템의 상태공간 표현은 식 (7)과 같이 나타낸다. 식 (7)에서 p 는 불확실한 파라미터 벡터를 나타낸다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(p)x + Bu \\ y &= C(p)x + Du \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)과 같이 표현된 시스템은 식 (8)과 같은 LMI로 나타낼 수 있다.

$$S_i = \begin{pmatrix} A_i + jI & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix}, S(p) = S_0 + \sum_{i=1}^n p_i S_i \quad (8)$$

본 해설에서는 공기압 시스템에서 파라미터의 불확실성으로 동마찰계수 b 와 평형 압력 P_0 를 다음과 같이 고려하였다.

$$40 \leq b \leq 60, \quad 272,000 \leq P_0 \leq 408,000 \quad (9)$$

4.2 극배치 혼합 H_2/H_∞ 제어구조

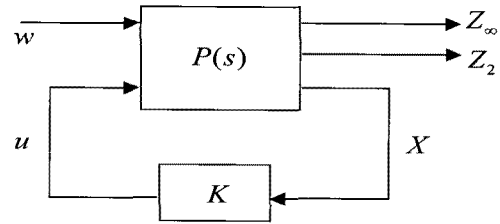


Fig. 4 Schematic diagram of control structure

공기압 구동계의 추종성능을 개선하기 위하여 적절한 극배치 영역을 설정하고, 동점성 계수와 평형 압력을 파라미터 불확실성으로 설정하여, 외란 및 모델 불확실성에 대하여 강인 안정한 제어시스템을 구성한다. 이를 위해 극배치 혼합 H_2/H_∞ 제어기를 설계한다.

일반적인 극배치 혼합 H_2/H_∞ 제어구조는 Fig. 4와 같다. Fig. 4에서 제어대상 $P(s)$ 는 식 (10)과 같은 상태 공간 방정식으로 주어진다. 식 (10)에서 w 는 외란 및 노이즈를 포함하는 외부입력을 나타내고, Z_∞ 와 Z_2 는 각각 H_∞ 성능 및 H_2 성능에 관계된 출력을 나타낸다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + B_1 w + B_2 u \\ Z_\infty &= C_1 X + D_{11} w + D_{12} u \\ Z_2 &= C_2 X + D_{22} u \end{aligned} \quad (10)$$

입력 w 에서 출력 Z_∞ 및 Z_2 의 폐경로 전달함수를 T_∞ 와 T_2 로 두면, 극배치 영역내에서, T_∞ 의 H_∞ norm과 T_2 의 H_2 norm의 값을 최소로 하는 제어칙 $u = -KX$ 를 설계하는 것을 목적으로 한다.

따라서, 각각의 설계조건을 다음과 같이 선형 행렬 부등식 형태로 표현된 LMI 구속조건으로 고려한다.^{1)~5)}

1) H_∞ 구속조건 : 식 (11)을 만족하는 T_∞ 의 H_∞ norm(RMS gain) γ 의 최소화

$$\begin{pmatrix} (A+B_2K)X_\infty + X_\infty(A+B_2K)^T & B_1 & X_\infty(C_1+D_{12}K)^T \\ B_1^T & -I & D_{11}^T \\ (C_1+D_{12}K)X_\infty & D_{11} & -\gamma^2 I \end{pmatrix} < 0, \quad X_\infty > 0 \quad (11)$$

2) H_2 구속조건 : 식 (12)를 만족하는 T_2 의 H_2 norm ν 의 최소화

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} (A+B_2K)X_2+X_2(A+B_2K)^T & B_1^T \\ B_1 & -I \end{pmatrix} < 0 \\ \begin{pmatrix} Q & (C_2+D_{22}K)X_2 \\ X_2(C_2+D_{22}K)^T & X_2 \end{pmatrix} > 0 \\ \text{Trace}(Q) < \nu^2 \end{cases} \quad (12)$$

3) 극배치 구속조건 : 페루프 전달함수의 극점을 특정 영역내부에 두기 위하여 행렬 함수를 식 (13)과 같이 두면 극배치 영역은 식 (14)와 같은 convex 문제로 나타나며, 본 해설에서 고려한 영역은 Fig. 5에 나타난 conic sector와 half-plane 형태이므로 각각 식 (15), (16)과 같은 형태의 목적함수를 가지게 된다.

$$f_D(z) = L + Mz + M^T \bar{z} \quad (13)$$

$$Dc = \left\{ z \mid \text{Re } z < 0, \frac{|\text{Im } z|}{|\text{Re } z|} < \tan \theta \right\}, \quad (14)$$

$$Dh = \{ z \mid \text{Re } z < \alpha \}$$

$$f_{DC}(z) = \begin{pmatrix} \sin \theta (z + \bar{z}) & \cos \theta (z - \bar{z}) \\ -\cos \theta (z - \bar{z}) & \sin \theta (z + \bar{z}) \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$f_{Dh}(z) = 2\alpha + z + \bar{z} \quad (16)$$

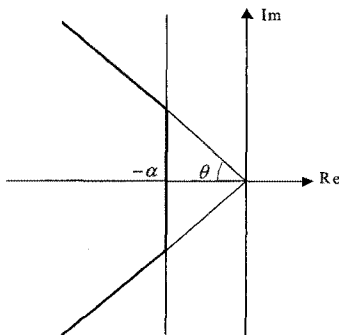


Fig. 5 Region of pole placement

본 해설에서는, 공기압 구동시스템의 추종성능에 대한 설계사양으로 정착시간 0.5[s] 이내, 감쇠비를 0.707 정도로 고려 할 것이므로 극 배치 영역을 $\alpha = 8, \theta = 3\pi/4$ [rad]으로 설정하였다.

앞서 열거한 설계조건을 만족하는 제어기의 구현에 있어서 H_∞ 와 H_2 의 성능지수는 동시에 최적화될 수 없으므로 trade-off를 고려하여야 한다. 따라서, 식 (8)~(16)에 의하여 Fig. 6과 같은 trade-off

곡선이 구하여진다. Fig. 6에서 H_∞ norm이 0.2와 H_2 norm이 1.2575일 때에 최적의 경우에 해당함을 알 수 있으며, 상기의 설계조건을 만족하는 제어계인 K 는 [3.5524 0.1035 0.0011]로 나타났다.

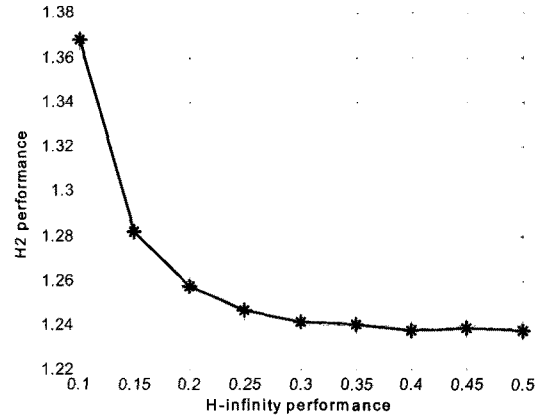


Fig. 6 Trade-off curve between H_∞ and H_2 norm

5. 시뮬레이션 결과

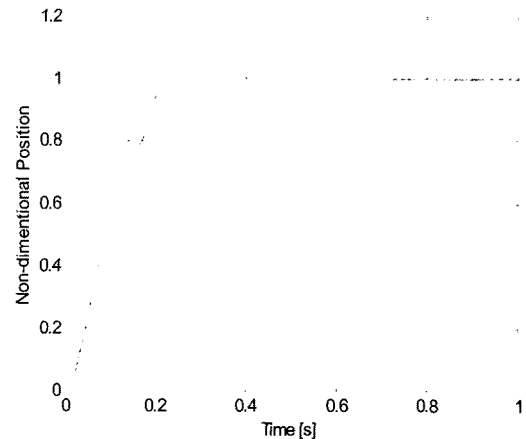


Fig. 7 Simulation results(position) of uncertain models with disturbance and noise

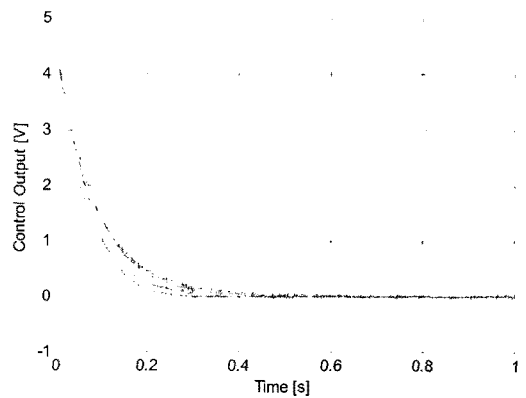


Fig. 8 Simulation results(controller output) of uncertain models with disturbance and noise

Fig. 7과 Fig. 8에 공칭모델 및 파라미터 불확실성을 고려한 모델들에 외란 및 백색 노이즈를 각각 인가하고 본 해설에서 도출된 제어기를 적용하여 시뮬레이션 한 결과를 나타내었다.

일반적인 공기압 구동계의 상태제어계는 외란과 노이즈에 취약하고, 특히 위치 잡음이 미분기를 통과하면 센서잡음이 크게 증폭되어 관측 상태가 매우 불량해지므로 상태 제어기로 인해 안정한 시스템이 오히려 불안정해 지는 경우가 발생하기도 한다. 그러나 Fig. 7에서 알 수 있듯이 본 해설에서 설계되어진 상태피드백 제어기를 적용하면 파라미터 불확실성에 따라 과도상태의 응답에는 다소 차이가 나타나고 있으나, 외란과 노이즈에 강인하며 정착시간 및 감쇠비 등의 설계사양을 모두 만족하고 있다는 것을 확인할 수 있다.

Fig. 8은 제어기의 제어출력을 나타내고 있다. 기존 제어기에서 노이즈에 의해 발생하던 불안정한 출력이 크게 감소되었으며, 기존 공기압 구동계의 상태 피드백 제어기에서 자주 관측 되어 지는 포화 현상이 관측되지 않고 있으므로 제어기에서 적절한 제어력이 출력되고 있는 것으로 판단된다.

6. 결 언

본 해설에서는 공기압 구동계의 파라미터의 불확실성, 노이즈 및 외란에 강인하며, 적절한 추종성능 및 효율적인 제어력을 가지는 다목적(multi-objective) 극배치 혼합 H_2/H_∞ 상태 피드백 제어기를 설계하기 위하여 선형행렬부등식(LMI)를 이용한 convex optimization 기법을 적용하여 제어기를 설계 하는 기법을 소개하였다.

LMI 기반 제어기 설계의 다양한 기법을 모두 소개하지는 못하였지만 본 해설에서 소개한 공기압 구동계의 LMI 기반 다목적 상태 피드백 제어기 설계법이 공기압 제어 입문에 디딤돌이 될 수 있기를 기원한다.

참고 문헌

1) S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, "Linear Matrix Inequality in System and Control Theory," SIAM, Philadelphia, 1994.

2) S. Boyd and L. Vandenberghe, "Convex Optimization," Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
 3) P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub and M. Chilali, "LMI Control Toolbox," The MathWorks Inc., 1995.
 4) P. P. Khargoneker and M. A. Rotea, 1991, "Mixed H_2/H_∞ control : A convex optimization approach," IEEE Trans. Automat. Contr., Vol. 36, No. 7, pp. 824~837, 1991.
 5) Y. Nesterov and A. Nemirovskii, "Interior-Point polynomial algorithms in Convex Programming," SIAM, Philadelphia, 1994.

[저자 소개]



지상원 (책임저자)

E-mail: realpneumatic@gmail.com

Tel : 051-620-1583

1977년 4월 5일생(음)

2004년 부경대학교 기계공학부 기계시스템전공 학사 과정 졸업, 2006년 부경대학교 제어기계공학과 석사 과정 졸업, 2008년 현재 부경대학교 제어기계공학과 박사

과정 재학, 2004년~2007년 한국기계연구원 유공압팀 근무, 유공압시스템학회, 한국동력기계공학회, 대한기계학회 등의 회원

[저자 소개]



장지성

E-mail: jangjs@pknu.ac.kr

Tel: 051-620-1583

1968년 1월 14일생(음)

1990년 부경대학교 기관공학과 학사 과정 졸업, 1994년 부경대학교 기관공학과 석사 과정 졸업, 1998년 동경공업대학 제어공학과 박사 과정 졸업, 1998년~1999년 (株)

京一セラ(Kyocera) FC 개발부 근무, 1999년 부경대학교 제어기계공학과 전임강사, 2005년 동 대학 기계공학부 부교수, 유공압시스템학회, 대한기계학회, 일본유공압학회, SICE 등의 회원