

LMI를 이용한 공기압 실린더의 상태제어기 설계 LMI-Based Controller Design of Pneumatic Cylinder

장지성 · 지상원 · 김영복

J. S. Jang, J. W. Ji and Y. B. Kim

Key Words : Pneumatic Driving Apparatus(공기압 구동장치), Linear Matrix Inequalities(LMI : 선형 행렬 부등식), Robust Control(강인 제어), Pole Placement(극 배치)

Abstract: Pneumatic driving systems have hard non-linear characteristic and large friction force compared with driving power. Hence, it cannot be robust against parameter uncertainties, modelling error, disturbance and noise. In this study, we apply a mixed H_2/H_∞ control to the generalized plant for a pneumatic driving apparatus system including parameter uncertainty and disturbance. In order to design the H_2/H_∞ controller, we use the LMI technique. To evaluate control performance and robust stability of the designed controller, we compare it with a conventional controller such as PVA(Position-Velocity-Acceleration state controller) using the simulation results. As a result, it can be known that designed controller shows better robust stability than the conventional controller.

1. 서 론

공기압 구동장치는 압축성 유체를 사용하므로 강한 비선형성(hard non-linearity)을 가지고 있으며, 구동력에 비해 마찰력이 차지하는 비중이 크므로, 선형화 모델의 모델화 오차와 파라미터의 불확실성에 매우 민감한 시스템이다. 그러므로 설계과정에서 모델화 오차와 모델의 불확실성을 고려하여 제어 시스템을 구성하는 강인제어 설계가 요구된다. 그러나 허수축에 극점이 존재하는 공기압 구동 시스템은 일반적인 H_∞ 제어의 해석적 해를 도출하기가 쉽지 않다. 이러한 문제의 효율적인 풀이 방법으로 선형 행렬 부등식을 이용한 볼록 최적화(convex optimization)^{1), 2), 4)} 기법이 S. Boyd 등에 의해 제시되었다.

따라서, 본 논문에서는 LMI를 이용하여 모델화 오차와 파라미터의 불확실성 및 외란에 강인하며, 적절한 추종성능 및 효율적인 제어력을 가지는 극배치 혼합 H_2/H_∞ 의 제어기^{3), 4)}를 설계 한다.

설계된 제어기의 타당성은 설계된 제어기를 이용한 시뮬레이션 결과와 기존 공기압 구동 제어기중, 가장 성공적이라고 평가 받는 PVA 제어기를 이용한

시뮬레이션 결과와의 비교를 통하여 검증하였다.

2. 공기압 구동 시스템의 지배방정식

구동계의 개략도를 Fig. 1에 나타낸다. Fig. 1에 사용된 기호는 다음과 같다. d : 관로 직경[m], G : 실린더로 공급 또는 실린더로부터 방출되는 질량 유량[kg/s], L : 관로 길이[m], M : 가동부 질량[kg], P : 압력[Pa], P_{in} : 제어 밸브 출구 압력[Pa], P_{out} : 제어 밸브 입구 압력[Pa], S_{ev} : 제어 밸브 유효 단면적[mm²], T : 온도[K], V : 실린더 내부 체적[m³], x : 피스톤 위치[m], 하첨자 s : 공급, a : 대기공기의 상태변화를 단열 변화로 가정하고 관로를 단순한 용적으로 표현하면 실린더 실 내부 압력 변화는 식 (1)과 같이 기술할 수 있다.

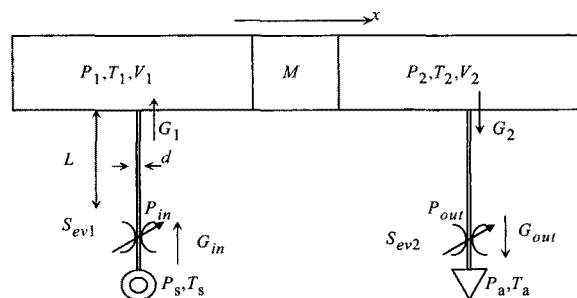


Fig. 1 Schematic diagram of pneumatic cylinder driving system

접수일 : 2008년 1월 5일

지상원(책임저자) : 부경대학교 대학원 제어기계공학과

E-mail : realpneumatic@gmail.com, Tel : 051)629-6196

장지성, 김영복 : 부경대학교 기계공학과

$$\begin{aligned} \frac{dP_1}{dt} &= \frac{\kappa}{V_d + V_0} \left(-P_0 \frac{dV}{dt} + G_{in}RT_a \right) \\ \frac{dP_2}{dt} &= \frac{\kappa}{V_d + V_0} \left(P_0 \frac{dV}{dt} + G_{out}RT_a \right) \\ V_d &= L \cdot A_L, \quad V_0 = x_0 \cdot A_C \\ G_{in} &= -G_{out} = G_0 = k_q u \end{aligned} \quad (1)$$

식 (1)에서 사용된 기호는 다음과 같다.

κ : 비열비, V_d : 관로 체적[m³], A_L : 관로 단면적 [m²], A_C : 피스톤 수압면적[m²], k_q : 제어 입력·유량 계수[(kg/s) /V], 첨자 0: 평형 상태

피스톤의 운동 방정식은 식 (2)로 표현된다.

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + F_c \text{sign} \left(\frac{dx}{dt} \right) = A_c (P_1 - P_2) \quad (2)$$

식 (1), (2)에서 나타낸 공칭 모델의 파라미터를 Table 1에 나타낸다.

Table 1 Physical parameters of the driving apparatus

A	4.90625×10^{-4}	P_0	340,000
b	50	R	287
d	0.0065	S_{ev}	max. 18.46
k_q	5.06×10^{-3}	T_a	293
L	0.5	x_0	0.25
M	0.5	κ	1.4
P_s	591,600		

3. 기존 PVA (PDD²) 제어기 설계

기존 공기압 구동장치의 제어기로써, Fig. 2와 같은 상태 피드백 제어기를 구성한다. Fig. 2에서 K_p [V/m]는 비례 이득을 나타내고, K_v [V/(m/s)]와 K_a [V/(m/s²)]는 각각 속도 이득 및 가속도 이득을 나타낸다. Fig. 2와 같은 형태의 제어기는 포화를 고려하여 비례 이득을 적절하게 결정한 후, 식(3)에 의하여 속도 이득과 가속도 이득을 결정하면 위치제어계의 이득여유를 16[dB], 위상여유를 70[deg]로 설정할 수 있다⁶⁾.

$$\begin{aligned} K_v &= \left(3 \sqrt{(k_n \omega_n^2 K_p)^2 - \omega_n^2} \right) / (k_n \omega_n^2) \\ K_a &= \left(2 \sqrt{k_n \omega_n^2 K_p - 2\zeta \omega_n} \right) / (k_n \omega_n^2) \end{aligned} \quad (3)$$

Fig. 2에 나타낸 제어기인 K_p , K_v 및 K_a 는 공칭 모델 파라미터 Table 1 및 식 (3)을 이용하여 각각 4, -0.0355 및 -0.003429로 설정하였다.

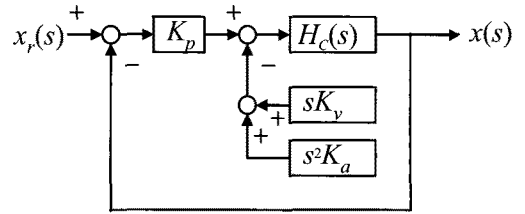


Fig. 2 Conventional state-feedback control structure

4. LMI를 이용한 제어기 설계

4.1 공기압 구동 시스템의 PDS

H_∞ 제어 설계 문제에서 모델의 불확실성 또는 파라미터 오차의 표현은 설계과정에서 사용되는 매우 중요한 요소로써, 다양한 표현방법이 있으며, LMI 설계법에서 이러한 표현법으로는 polytopic model, affine parameter dependent model(PDS), linear fractional model^{1~3)} 등이 있으며, 본 연구에서는 PDS를 이용하여 모델의 불확실성 및 파라미터 오차를 표현하였다.

PDS 표현법에 의하여 불확실성을 내포한 시스템의 상태공간 표현은 식 (4)와 같이 나타낸다. 식 (4)에서 p 는 불확실한 파라미터 벡터를 나타낸다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A(p)x + Bu \\ y &= C(p)x + Du \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)와 같이 표현된 시스템은 식 (5)와 같은 convex 결합으로 나타낼 수 있다.

$$S_i = \begin{pmatrix} A_i + jI & B_i \\ C_i & D_i \end{pmatrix}, \quad S(p) = S_0 + \sum_{i=1}^n p_i S_i \quad (5)$$

본 연구에서는 공기압 시스템에서 파라미터의 불확실성을 고려하여 동마찰계수 b 와 평형 압력 P_0 를 식 (6)과 같은 범위로 한정하였다.

$$40 \leq b \leq 60, \quad 272,000 \leq P_0 \leq 408,000 \quad (6)$$

4.2 극배치 혼합 H_2/H_∞ 제어구조

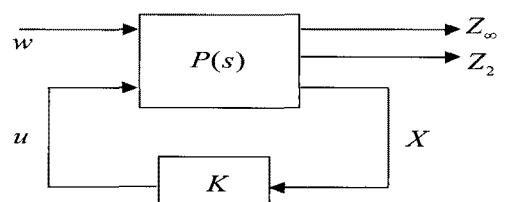


Fig. 3 Schematic diagram of control structure

공기압 구동계의 추종성능을 개선하기 위하여 적절한 극배치 영역을 설정하고, 동점성 계수와 평형 압력을 파라미터 불확실성으로 설정하여, 외란 및 모델 불확실성에 대한 강인 안정한 제어시스템을 구성한다. 이를 위해 극배치 혼합 H_2/H_∞ 제어기를 설계한다.

일반적인 극배치 혼합 H_2/H_∞ 제어구조는 Fig. 3와 같다. Fig. 3에서 제어대상 $P(s)$ 는 식 (7)과 같은 상태 공간 방정식으로 주어진다. 식 (7)에서 w 는 외란 및 노이즈를 나타내고, Z_∞ 와 Z_2 는 각각 H_∞ 성능 및 H_2 성능에 관계된 출력을 나타낸다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + B_1w + B_2u \\ Z_\infty &= C_1X + D_{11}w + D_{12}u \\ Z_2 &= C_2X + D_{22}u \end{aligned} \quad (7)$$

입력 w 에서 출력 Z_∞ 및 Z_2 의 폐경로 전달함수를 T_∞ 와 T_2 로 두면, 극배치 영역내에서, T_∞ 의 H_∞ norm과 T_2 의 H_2 norm의 값을 최소로 하는 제어칙 $u = KX$ 를 설계하는 것을 목적으로 한다.

따라서, 각각의 설계조건을 다음과 같이 선형 행렬 부등식 형태로 표현된 선형 구속조건으로 고려한다. (1~5)

1) H_∞ 구속조건: 식 (8)을 만족하는 T_∞ 의 H_∞ norm(RMS gain) γ 의 최소화

$$\begin{pmatrix} (A+B_2K)X_\infty + X_\infty(A+B_2K)^T & B_1 & X_\infty(C_1+D_{12}K)^T \\ B_1^T & -I & D_{11}^T \\ (C_1+D_{12}K)X_\infty & D_{11} & -\gamma^2 I \end{pmatrix} < 0 \quad (8)$$

$$X_\infty > 0$$

2) H_2 구속조건: 식 (9)를 만족하는 T_2 의 H_2 norm ν 의 최소화

$$\begin{pmatrix} (A+B_2K)X_2 + X_2(A+B_2K)^T & B_1^T \\ B_1 & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} Q & (C_2+D_{22}K)X_2 \\ X_2(C_2+D_{22}K)^T & X_2 \end{pmatrix} > 0$$

$$Trace(Q) < \nu^2$$

3) 극배치 구속조건 : 페루프 전달함수의 극점을 특정 영역내부에 두기 위하여 행렬 함수를 식 (10)과 같이 두면 극배치 영역은 식 (11)과 같은 convex 부분집합으로 나타나며, 본 연구에서 고려한 영역은 Fig. 4에 나타난 conic과 vertical strip 형태이므로 각각 식 (12), (13)과 같은 형태로 나타 내어진다.

$$f_D(z) = L + Mz + M^T \bar{z} \quad (10)$$

$$D = \{z \in C: f_D(z) < 0\} \quad (11)$$

$$f_{DC}(z) = \begin{pmatrix} \sin \frac{\theta}{2}(z + \bar{z}) & -\cos \frac{\theta}{2}(z - \bar{z}) \\ \cos \frac{\theta}{2}(z - \bar{z}) & \sin \frac{\theta}{2}(z + \bar{z}) \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$f_{DV}(z) = \begin{pmatrix} 2h - (z + \bar{z}) & 0 \\ 0 & (z + \bar{z}) - 2h \end{pmatrix} \quad (13)$$

앞서 열거한 설계조건을 만족하는 제어기의 구현에 있어서 H_∞ 와 H_2 의 성능지수는 동시에 최적화될 수 없으므로 trade-off를 고려하여야 한다. 본 논문에서는, 극 배치 영역을 $h = -4$, $\theta = 3\pi/4$ [rad]으로 설정하였으므로, 식 (8)~(13)에 의하여 Fig. 5와 같은 trade-off 곡선이 구하여진다. Fig. 5에서 H_∞ norm이 0.2와 H_2 norm이 1.023일 때에 최적의 경우에 해당함을 알 수 있으며, 상기의 설계조건을 만족하는 제어게인 K 는 [1.8728 0.0487 0.0005]로 나타났다.

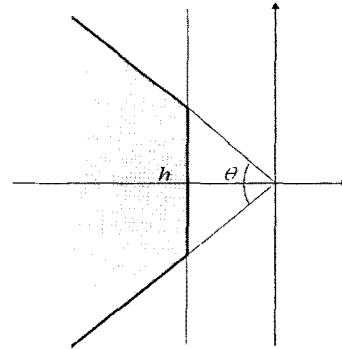


Fig. 4 Region of pole placement

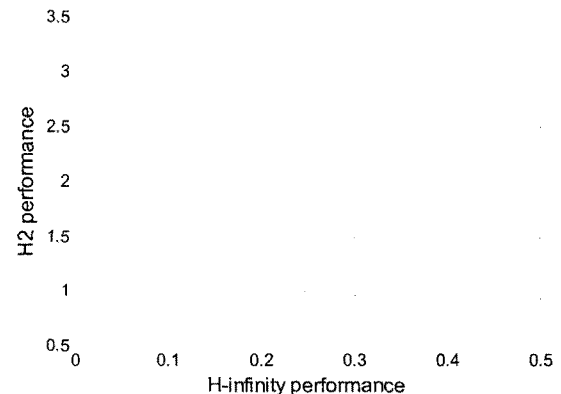


Fig. 5 Trade-off curve between H_∞ and H_2 norm

5. 시뮬레이션 결과 및 고찰

본 논문에서 설계된 제어기의 타당성을 검증하기 위하여 설계된 제어기의 시뮬레이션 결과와 공기압 구동시스템의 기존 제어기 중에서 가장 성공적이라고 평가 받고 있는 PVA 제어기를 이용한 시뮬레이션 결과를 Fig. 6~8에 나타내었다. Fig. 6~8에서 횡축은 시간, 종축은 무차원화한 변위를 나타낸다.

Fig. 6은 기존제어기를 이용하여 외란이 없는 공칭모델을 대상으로 시뮬레이션 한 결과를 나타내고 있다. Fig. 6에서 안정된 과도특성과 함께 정착 시간이 0.5[s] 이내로 나타났으므로, 외란이 없는 공칭모델에 대해서는 만족할 만한 제어 성능을 얻을 수 있음을 알 수 있다.

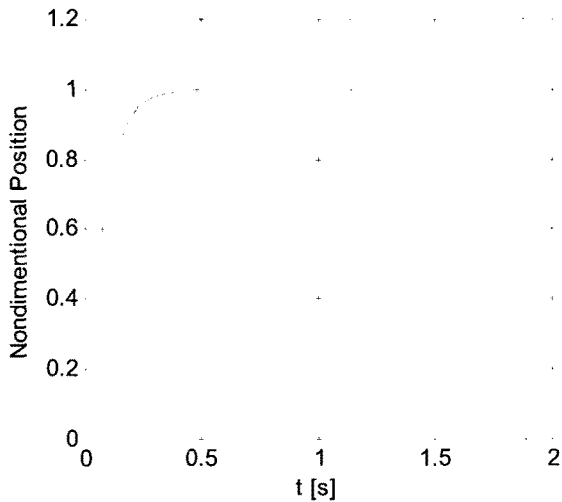


Fig. 6 Simulation result of nominal model using the conventional controller(with no-disturbance)

Fig. 7에 외란은 존재하지 않으나, 파라미터 불확실성을 포함한 모델들에 대해 기존제어기를 이용하여 시뮬레이션 한 결과를 나타낸다. Fig. 7은 Fig. 6과 비교하여 정착시간은 변화가 없으나, 과도특성이 불안정해진 것을 알 수 있다.

Fig. 8에 기존제어기를 이용하여 외란이 존재하고, 동시에 파라미터 불확실성을 포함한 모델들을 대상으로 시뮬레이션 한 결과를 나타낸다. Fig. 8에서 외란과 파라미터 불확실성으로 인해, 시스템의 과도특성 및 정상상태 특성이 불안정해짐을 알 수 있다.

따라서 기존제어기를 공기압 구동시스템에 사용하였을 경우, 외란과 파라미터 불확실성에 대하여 효과적으로 대처하기 어려움을 알 수 있다.

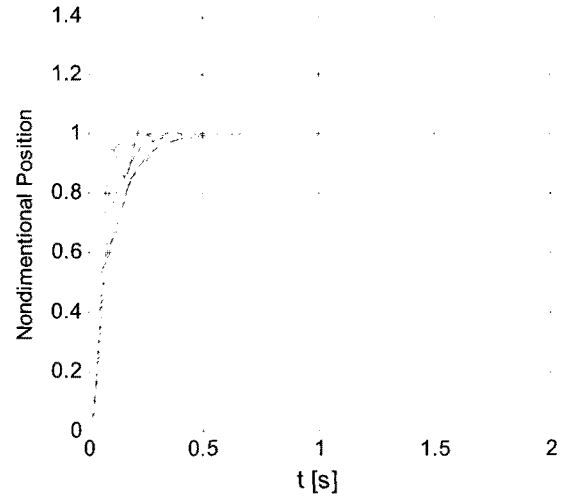


Fig. 7 Simulation results of uncertain models using the conventional controller(with no-disturbance)

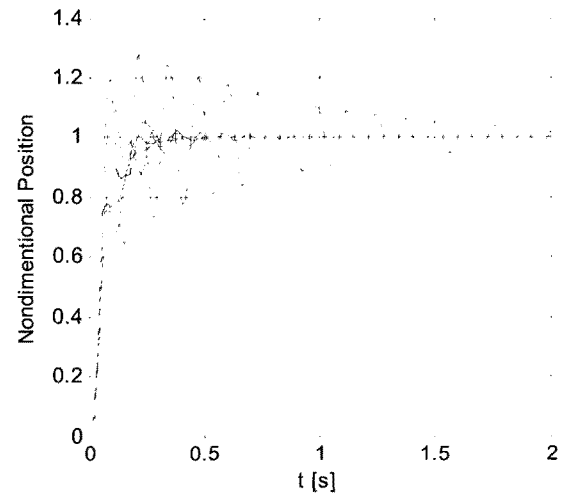


Fig. 8 Simulation results of uncertain models using the conventional controller(with disturbance)

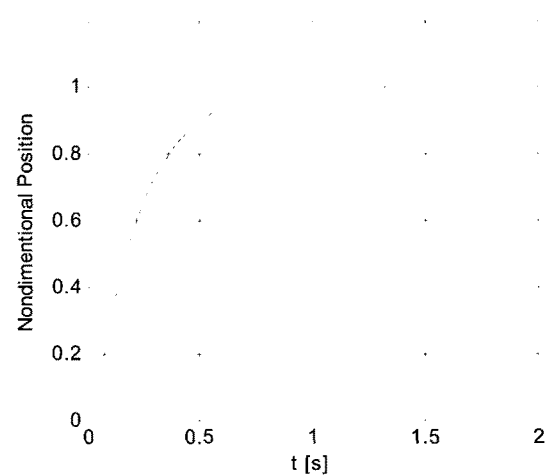


Fig. 9 Simulation result of nominal model using the proposed controller(with disturbance)

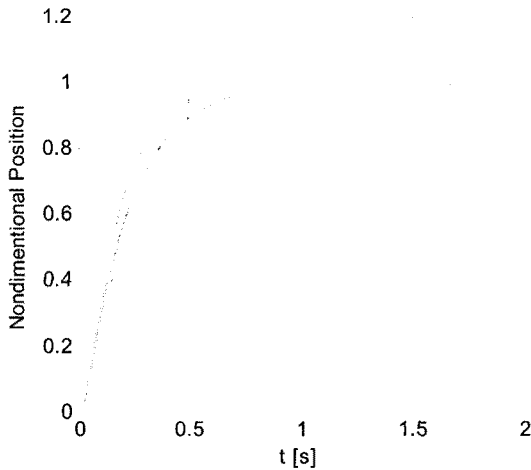


Fig. 10 Simulation results of uncertain models using the proposed controller(with disturbance)

Fig. 9와 Fig. 10에 본 논문에서 설계된 제어기를 이용하여 외란이 인가된 각각의 공칭 모델 및 파라미터 불확실성을 포함한 모델들의 시뮬레이션 결과를 나타내었다. Fig. 9에서 정착시간이 1[s] 이내로 시스템의 속응성은 저하되었으나, 기존 제어기를 이용한 시뮬레이션 결과와 비교하여 외란에 인한 영향이 감소되었음을 알 수 있다. Fig. 10에서는 파라미터 불확실성에 의해 과도특성이 조금씩 변화하고 있으나 과도 상태 및 정상상태의 안정성이 보장되고 있는 것으로 판단되어진다.

그러므로 공기압 구동계에 외란 및 파라미터 불확실성이 비교적 크게 나타나는 경우, 기존의 PVA 상태제어기보다는 본 논문에서 설계된 H_2/H_∞ 제어기를 사용하는 것이 안정성 측면에서 우수하다는 것을 확인하였다.

6. 결 론

본 논문에서는 공기압 구동계에 내포 되어 있는 파라미터 불확실성과 외란에 효율적인 대처가 가능한 강인 제어기를 설계하기 위하여 선형 행렬 부등식을 이용한 극 배치 H_2/H_∞ 제어기를 제안하였다. 설계된 제어기의 타당성을 비교·검증하기 위하여

기존 PVA제어기를 이용한 시뮬레이션 결과와 H_2/H_∞ 제어기를 이용한 시뮬레이션 결과를 제시하였다. 제시된 결과로부터, 기존 제어기는 외란 및 파라미터 불확실성이 구동계에 미치는 영향을 효과적으로 감소시키기 어려우나, 본 논문에서 설계된 제어기는 이에 대한 효과적인 대처가 가능함을 확인하였다. 따라서, 본 논문에서 설계된 제어기를 이용한다면 스텔트 플랫폼과 같이 파라미터 불확실성 및 외란의 영향이 큰 시스템을 효과적으로 제어 할 수 있을 것으로 판단된다.

참고 문헌

- 1) S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, "Linear Matrix Inequality in System and Control Theory", SIAM, Philadelphia, 1994.
- 2) S. Boyd and L. Vandenberghe, "Convex Optimization", Cambridge University Press, Cambridge, 2004.
- 3) P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub and M. Chilali, "LMI Control Toolbox", The MathWorks Inc., 1995.
- 4) P. P. Khargoneker and M. A. Rotea, "Mixed H_2/H_∞ control: A convex optimization approach", 1991, IEE Trans. Automat. Contr., Vol. 36, No. 7, pp. 824~837, 1991.
- 5) Y. Nesterov and A. Nemirovskii, "Interior-Point polynomial algorithms in Convex Programming", SIAM, Philadelphia, 1994.
- 6) H. Hanafusa, "Design of Electrohydraulic Servo Control System for Articulated Robot Arm Control", The Japan Hydraulics & Pneumatics Society, Vol. 20, No. 7, pp. 429~436, 1982.
- 7) 장지성 외 2인, "관로 동특성을 고려한 공기압 실린더 구동장치의 위치제어기 설계에 관한 연구", 유공압시스템학회 2004년도 추계학술대회 논문집, 2004.