財務管理研究 第二十五券 第二號(2008. 6), 69~101

KOSPI 200 지수(옵션)의 수익률생성과정에 내재된 체계적 위험요인

김무성* · 강태훈**

〈요　약〉

본 연구는 결정적변동성 옵션가격결정모형보다 더 일반적인 조건에서도 성립되는 옵션의 레버리지효과와 기초자산을 일차원확산과정으로 제약할 경우에만 성립되는 여분가정의 성립여부를 실증적으로 검증하였다. 다음으로 여분가정이 기각될 경우 해당원인을 규명하기 위해, 기초자산과의 선형적인 관계하에서의 레버리지 이외에 KOSPI 200 지수옵션의 가격동학에 내재된 추가적인 체계적 위험요인들을 규명하였다. 분석결과 이론과 일치하는 레버리지패턴이 존재하였지만 여분자산가정은 기각되었다. 여분가정이 기각되는 원인을 분석한 결과, 선형적인 레버리지하에서의 기초자산의 불확실성에 대한 프리미엄 이외에, 비선형적인 수익구조하에서의 체계적 고차적률에 대한 선호와 체계적 확률변동성위험에 대한 음의 프리미엄이 옵션의 시장가격에 반영되어 있는 것으로 나타났다. 그러나 점프위험에 대한 선호여부는 명확하지 않으며 이에 대한 추가적인 연구가 요구되었다.

주제어 : 지수옵션, 수익률생성과정, 여분자산, 확률변동성위험, 점프위험

논문접수일 : 2007년 08월 06일　　논문게재확정일 : 2008년 01월 22일

*　교신저자, 부산대학교 경영학부 교수, E-mail : kmoosung@pusan.ac.kr

**　부산대학교 대학원 경영학과 박사과정

***　2006년도 한국재무관리학회 추계학술발표대회에서 유익한 토론을 해주신 문성주 교수님과 본 연구에 세심한 조언을 주신 재무관리연구 익명의 두 분 심사자께 깊이 감사드립니다. 그리고 본 논문의 남은 모든 오류는 전적으로 논문 저자들의 책임입니다.

Ⅰ. 서 론

기초자산이 일차원확산과정을 따를 경우 옵션의 확률분포는 기초자산의 확률분포에 의해 비확률적으로 결정되므로, 옵션가격의 불확실성은 오직 기초자산 가격의 불확실성에 의존한다. 따라서 옵션가격과 기초자산 가격은 완전히 상관되어, 기초자산과 무위험자산을 이용한 무위험 헤지포트폴리오를 구성함으로써 비선형적인 수익구조를 가진 옵션의 복제가 가능하다. 또한 콜옵션의 가격은 기초자산 가격이 증가할 때 단조증가하며, 풋옵션의 가격은 단조감소하게 된다(Bakshi, Cao and Chen, 2000).

그러나 결정적변동성 옵션가격결정모형의 가정과는 달리 Bakshi and Kapadia(2003), Coval and Shumway(2001)와 Pan(2002) 등은 확률변동성과 점프에 대한 프리미엄이 존재함을 제시하였고, Bakshi, Cao and Chen(2000)과 Perignon(2006)은 옵션가격의 단조특성(the monotonicity property)이 기각됨을 보였다. 또한 Buraschi and Jackwerth (2001)와 현정순, 이병근(2004)은 여분자산가정과는 달리 무위험자산과 기초자산은 옵션을 완전히 복제할 수 없음을 검증하였다. 그리고 마팅게일제약조건을 검증하기 위해 내재상태가격밀도의 일차적률을 사용한 김무성, 강태훈(2007a)과 내재옵션베타를 이용한 김무성, 강태훈(2007b), 옵션시장가격에 내재된 위험 한 단위에 대한 시장가격을 이용한 김무성, 강태훈(2007c)의 연구에서도 모두 여분자산가정이 기각되는 것으로 나타났다.

이러한 기존 선행연구결과들은 일차원확산과정하에서 성립될 수 있는 옵션가격의 이론적 특성들이 기각되며, 기초자산과의 선형적인 관계하에서의 레버리지 이외에 추가적인 위험요인들에 대한 선호가 존재함을 제안한다. 이는 추가적 위험요인을 헤징할 수 있는 시장이 존재하지 않는 상황에서 무차익원리에 근거한 위험중립가격결정방법을 사용하는 것이 부적절할 수 있음을 의미하며, 다른 관점에서는 옵션시장의 존재가 시장완비성을 증가시킬 수 있음을 나타낸다. 또한 Bakshi, Cao and Chen (2000)이 보인 것처럼, 동적헤징전략에서 헤징빈도를 가능한 증가시키는 것은 최적의 의사결정이 되지 못할 가능성이 존재한다.

또한 변동성스마일을 고려하기 위하여 행사가격이나 잔존기간에 대하여 회귀한 내재변동성을 임의적으로 Black and Scholes(1973)모형(이하 BS모형)에 대입하는 변동성스마일기법(ad-hoc BS모형)과 함께 BS모형이나 Cox and Ross(1976), Derman and Kani (1994), Rubinstein(1994)과 Dumas, Fleming and Whaley(1998) 등의 결정적변동성모형은 실무에서 자주 사용되고 있다. 그러므로 추가적 위험요인들에 대한 선호의 존재가

능성을 통합적으로 고려하여 실제 옵션의 가격동학을 이해하는 것은 이론적이고 실무적인 중요한 의미를 가지고 있다. 그럼에도 KOSPI 200 지수옵션시장의 수익률생성과정에 내재된 체계적 위험요인을 규명하기 위한 연구는 매우 부족하므로, 이에 대한 연구가 필요할 것으로 생각된다.

본 연구와 관련하여 Coval and Shumway(2001)는 옵션의 레버리지효과와 행사가격별 옵션수익률의 증가패턴은 BS모형의 가정보다 더 일반적인 조건에서도 성립될 수 있음을 보였다. 그러나 레버리지효과를 배제한 제로베타스트래들의 수익률이 평균적으로 무위험이자율과 동일하다는 여분가정(redundancy assumption)은 강하게 기각되었으며, 이러한 결과를 체계적 확률변동성에 대한 음의 위험프리미엄으로 기인하였다. 그러나 Coval and Shumway(2001)와는 다른 관점에서, 옵션은 비선형적인 수익구조로 인해 비대칭적인 분포를 가지기 때문에, 만일 옵션시장참가자들이 평균과 분산이외의 고차적률에 대한 선호를 의사결정에 반영할 경우에도 옵션의 가격동학은 여분가정에서의 레버리지효과만으로는 완전히 설명될 수 없다. 따라서 Merton(1971)의 연속시간에서의 자본자산가격결정모형(이하 CAPM)과 BS모형에 내재된 옵션의 기대수익률(Galai and Masulis, 1976)은 옵션의 시장수익률과 충분한 차이가 존재하게 된다. 고차적률에 대한 선호의 존재가능성은 많은 선행연구들을 통해서 확인될 수 있는데, Hettenhouse and Puglisi(1975)는 옵션수익률의 높은 변동성과 음의 평균수익률에도 불구하고 양의 왜도에 대한 투자자들의 선호는 옵션구매행동에 대한 경제적인 합리성을 제공함을 지적하였다. 그리고 Sears and Trennepohl(1983)은 적은 수의 옵션포트폴리오를 보유하는 투자자의 행동은 양의 체계적 왜도를 유지하기 위한 합리적인 행동임을 보였다. 또한 Chung, Johnson and Schill(2004)은 기업규모(Banz, 1981)나 장부가치 대 시장가치비율(Fama and French, 1992) 등과 같은 비시장위험요인들(non market risk factors)은 사실상 자산 수익률분포의 고차적률에 대한 대리변수임을 제안하였다. 보다 직접적으로 체계적 왜도를 포함하는 Kraus and Litzenberger (1976)의 모형을 확장하여 체계적 첨도를 포함한 Fang and Lai(1997)의 CAPM을 LIFFE의 ESX 지수옵션에 적용한 Shackleton and O'Brien(2004)은 일부표본에서 체계적 첨도에 대한 선호가 존재함을 제시하였다. 따라서 KOSPI 200 지수옵션의 경우에도 여분가정은 기각될 가능성이 충분히 존재하며, 수익률생성과정을 보다 명확히 이해하기 위해서는 평균분산 모형에 기초한 가격결정이론으로는 완전히 설명될 수 없는 고차적률에 대한 선호검증이 필요할 것으로 생각된다.

본 연구는 여분가정이 기각되는 원인을 다소 부분적으로 분석하고 있는 기존 선행연구들의 한계점을 보완하여, 실제옵션시장에서 기각되는 옵션의 특성들이 가지는 이론적인 가정들을 완화할 수 있는 위험요인들에 대한 선호유무를 통합적으로 검증하고자 한다. 예를 들어 옵션의 레버리지효과는 Coval and Shumway(2001)가 보인 것처럼 기초증권가격의 미래 가능한 모든 상태에서 기초증권의 가격과 확률적할인요인(stochastic discount factor)이 음의 상관관계를 가질 경우에 성립되며, 이는 위험에 대해 회피적인 선호방향과 일치한다. 그리고 여분가정은 기초자산을 일차원확산과정으로 가정할 경우에만 성립되기 때문에 해당특성이 기각될 경우, 이는 위험회피하에서 고차적률이나 확률변동성, 점프 등과 같은 추가적 위험요인에 대한 선호의 존재로 기인될 수 있을 것이다.

구체적으로 본 연구에서는 먼저, 김무성, 강태훈(2007b)과 같이 CAPM과 BS모형을 이용한 옵션베타를 옵션시장과 지수시장의 위험프리미엄과 변동성을 이용하여 계산된 옵션베타와 비교함으로써, 여분가정의 성립여부를 보다 직접적으로 판단하기로 한다. 다음으로, 기초자산과 옵션시장 사이의 선형적인 관계와 정규성과의 이탈정도간에 유의한 음의 상관관계가 존재하는가를 살펴보고, Shackleton and O'Brien(2004)의 방법론을 이용하여 Scott and Horvath(1980)가 이론적으로 보인 선호방향과 일치하는 체계적 적률에 대한 선호가 옵션의 수익률에 반영되어 있는가를 분석한다. 또한 Pettengill, Sundaram and Mathur(1995)은 시장수익률과 무위험이자율간의 조건부관계를 고려할 경우 양(음)의 시장초과수익률의 경우 유효한 양(음)의 체계적 베타계수가 산출됨을 보였고, 한국의 주식시장에 대한 안태백(1999)의 연구에서도 유사한 결과가 발견되었다. 따라서 KOSPI 200 지수옵션시장의 경우에도 시장수익률과 무위험이자율간의 조건부관계를 고려한 분석이 필요할 것으로 생각된다. 마지막으로, 옵션레버리지와 고차적률에 대한 선호를 반영하더라도 평균적으로 유의한 음의 초과수익률이 존재할 경우, 이와 관련된 추가적인 위험요인을 파악하기 위해, Bakshi and Kapadia(2003)의 방법론을 이용하여 체계적인 확률변동성과 점프 위험요인에 대한 선호가 옵션수익률에 반영되어 있는가를 검증하기로 한다.

본 연구의 구성은 다음과 같다. 서론에 이어 연구 방법론에서는 옵션의 레버리지와 여분가정 그리고 체계적 고차적률, 확률변동성과 점프위험에 대한 선호를 검증하기 위한 연구방법론을 설명한다. 실증분석은 레버리지효과와 여분가정의 성립여부를 판단하고 체계적 고차적률, 체계적 확률변동성과 점프의 추가적 위험요인에 대한 선호가 존재하는가를 분석한다. 마지막으로 결론과 한계점을 제시한다.

Ⅱ. 연구 방법론

옵션은 상대적으로 적은 옵션프리미엄으로 기초자산에 대한 포지션을 구성할 수 있기 때문에, 기초자산의 기대수익률이 무위험이자율보다 높을 경우에는 콜옵션의 기대수익률은 기초자산의 기대수익률보다 최소한 동일하거나 더 높아야 한다. 그리고 풋옵션은 기초자산의 체계적인 위험을 상쇄하기 때문에, 기초자산의 기대수익률이 무위험이자율보다 높을 경우에는 무위험이자율보다 낮은 풋옵션수익률을 기대할 수 있다(김무성, 강태훈, 2007b). 이러한 관계는 Coval and Shumway(2001)가 보인 것처럼 BS모형이나 Cox, Ross and Rubinstein(1979)의 이항모형보다 더 일반적인 조건에서도 성립된다. 즉 옵션의 레버리지효과는 실제시장에 대한 BS모형의 적합성과는 상관없이 존재한다. 그러나 무위험자산과 기초자산을 이용한 옵션의 복제가능성은 기초자산을 일차원확산과정으로 가정하는 보다 제약적인 조건에서만 성립될 수 있는데, 이 경우 옵션은 여분특성(the option redundancy property)과 함께 기초자산가격이 증가할 때 콜(풋)옵션의 가격은 단조증가(감소)하며(the monotonicity property), 기초자산가격과 완전히 상관(the perfect correlation property)되는 특성도 가진다. 따라서 균형하에서 옵션의 기대위험프리미엄은 오직 선형적으로 기초자산의 체계적 위험에 대한 보상만이 반영된다. 즉 BS모형과 Merton(1971)의 연속시간 CAPM의 가정에서, 이토의 보제(Ito's Lemma)를 통해 옵션의 확률과정이 유도되고 무차익 조건에서 $\frac{E[\mu_S]-r}{\sigma_S}=\frac{E[\mu_O]-r}{\sigma_O}$ 가 성립되므로, 옵션과 기초자산의 기대수익률과 변동성은 식 (1)의 관계가 성립된다(김무성, 강태훈, 2007b).

$$\sigma_O = \frac{\partial O}{\partial S}\frac{S}{O}\sigma_S \tag{1-A}$$

$$E[\mu_O] = (E[\mu_S]-r)\frac{\partial O}{\partial S}\frac{S}{O}+r \tag{1-B}$$

여기서, S : 기초자산의 가격, O : 옵션의 가격

σ_S : 기초자산의 수익률변동성, σ_O : 옵션의 수익률변동성

$E[\mu_S]$: 기초자산의 기대수익률, $E[\mu_O]$: 옵션의 기대수익률

r : 무위험이자율, $\frac{\partial O}{\partial S}$: 옵션의 델타

Merton(1971)의 연속시간 CAPM에 식 (1)을 대입하여 정리하면 식 (2)와 같이 된다.

$$\{E[\mu_O]-r\}=\{E[U_m]-r\}\frac{\partial O}{\partial S}\frac{S}{O}\beta_S \tag{2}$$

여기서, $\beta_S=\dfrac{\rho\sigma_S\sigma_M}{\sigma_M^2}=\dfrac{\rho\sigma_S}{\sigma_M}$, $E[\mu_m]$: 시장포트폴리오의 기대수익률

σ_M : 시장포트폴리오수익률의 변동성

σ_S : 기초자산수익률의 변동성

ρ : 기초자산수익률과 시장포트폴리오수익률의 상관계수

즉 옵션의 체계적 위험 $\beta_O=\dfrac{\partial O}{\partial S}\dfrac{S}{O}\beta_S$가 되며, BS모형에서 $\dfrac{\partial O}{\partial S}$는 콜옵션의 경우 $N(d_1)$이므로 $\beta_C=N(d_1)\dfrac{S}{C}\beta_S$이 되며, 풋옵션의 경우 $\dfrac{\delta O}{\delta S}=N(d_1)-1$이므로, $\beta_P=[N(d_1)-1]\dfrac{S}{P}\beta_S$가 된다. 여기서 $d_1=[\ln(S/X)+(r+0.5\sigma^2)\tau]/(\sigma\sqrt{\tau})$, X는 옵션의 행사가격, τ는 옵션의 잔존기간, $N(\cdot)$은 표준정규밀도함수이다.

따라서 위에서 설명한 BS모형의 유도된 옵션베타를 이용하여 여분가정하에서의 옵션베타를 계산할 수 있고, 식 (1-A)에 실제 기초자산시장과 옵션시장의 변동성을 대입하거나 실제 기초자산시장과 옵션시장의 위험프리미엄을 이용하여 식 (1-B)를 회귀함으로써 시장내재옵션베타를 산출할 수 있다. 그리고 실제시장이 여분가정을 만족한다면 시장내재옵션베타와 여분가정하에서의 옵션베타가 동일해야 하며, 여분가정이 성립될 경우 기초자산과 옵션의 위험 한 단위에 대한 시장가격(샤프비율)이 동일하기 때문에, 위험프리미엄을 이용하여 계산된 옵션베타와 표준편차를 이용하여 계산된 옵션베타도 동일해야 한다. 따라서 유일한 내재옵션베타가 여분가정하에서의 옵션베타의 불편추정치가 될 수 있는가를 검정함으로써 여분가정의 성립여부를 판단할 수 있다.

한편 옵션은 비선형적인 수익구조를 가지기 때문에 기초자산이 좌우대칭의 정규분포라도 옵션은 비대칭적인 분포를 가지게 되며, 기초자산의 분포가 비대칭적일 경우에 그 정도는 더 심화된다. 따라서 고차적률에 대한 선호가 존재할 경우 BS모형의 가정처럼 기초자산이 상수변동성을 가진 기하브라운운동의 확률과정을 따른다고 해도 $\dfrac{\partial O}{\partial S}\dfrac{S}{O}$

에서 적어도 $\frac{\partial O}{\partial S}$와 O에 영향을 미치게 되어, 식 (2)는 실제옵션수익률을 완전히 설명하지 못하고 여분자산가정을 기각시키게 된다.

또한 식 (2)의 경우 오직 레버리지로 인한 위험만을 반영하기 때문에 확률변동성이나 점프와 같은 다른 위험요인에 대한 선호가 존재하는 경우에도, 옵션의 수익률은 단순히 Merton(1971)의 모형과 BS모형의 가정하에서 유도된 옵션의 체계적 위험과의 선형적인 관계로 설명되지 못한다.

고차적률의 선호검증을 위해서는 먼저 적률에 대한 선호방향이 전제될 필요가 있는데, Scott and Horvath(1980)는 적률선호에 대한 엄격한 일관성하(under strict consistency of moment preference)에서 위험회피형투자자는 양(음)의 왜도에 대하여 양(음)의 선호를 가지며 첨도에 대하여 음의 선호를 가짐을 증명하였다. 다음으로 전제된 선호방향을 검정하기 위한 균형모형과 관련하여 Fang and Lai(1997)는 전통적인 CAPM에 체계적 왜도를 포함하는 Kraus and Litzenberger(1976)의 삼차적률 CAPM을 확장하여 식 (3)의 체계적 첨도를 포함하는 사차적률 CAPM을 유도하였다.

$$\overline{R} - R_f = \phi_1 Cov(R_m, R)/\sigma_m^2 + \phi_2 Cov(R_m^2, R)/S_m^3 + \phi_3 Cov(R_m^3, R)/K_m^4 \tag{3}$$

여기서, $\overline{R}$: 해당자산의 수익률, R_m : 시장포트폴리오의 수익률, R_f : 무위험이자율

ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 : 체계적 분산, 체계적 왜도, 체계적 첨도의 시장가격

σ_m^2, S_m^3, K_m^4 : 시장포트폴리오의 2차, 3차, 4차적률

식 (3)의 실증분석을 위한 모형은 자산 j에 대하여 특정시점에서 식 (4)와 같이 표현될 수 있다.

$$\widetilde{R}_j - \widetilde{R}_f = b_0 + b_1\widetilde{\beta}_j + b_2\widetilde{\gamma}_j + b_3\widetilde{\delta}_j + e_j \tag{4}$$

여기서, $\widetilde{\beta}_j = [\sum_{t=1}^{n}(\widetilde{R_{jt}} - \overline{R_{jt}})(\widetilde{R_{mt}} - \overline{R_{mt}})]/\sum_{t=1}^{n}[(\widetilde{R_{mt}} - \overline{R_{mt}})^2]$

$\widetilde{\gamma}_j = [\sum_{t=1}^{n}(\widetilde{R_{jt}} - \overline{R_{jt}})(\widetilde{R_{mt}} - \overline{R_{mt}})^2]/\sum_{t=1}^{n}[(\widetilde{R_{mt}} - \overline{R_{mt}})^3]$

$\widetilde{\delta}_j = [\sum_{t=1}^{n}(\widetilde{R_{jt}} - \overline{R_{jt}})(\widetilde{R_{mt}} - \overline{R_{mt}})^3]/\sum_{t=1}^{n}[(\widetilde{R_{mt}} - \overline{R_{mt}})^4]$

$\widetilde{R_{jt}}$: t시점에서 자산 j의 수익률, $\overline{R_{jt}}$: t시점에서 자산 j의 기대수익률
$\widetilde{R_{mt}}$: t시점에서 시장포트폴리오의 수익률
$\overline{R_{mt}}$: t시점에서 시장포트폴리오의 기대수익률

투자자 효용함수의 이차함수나 정규분포에 대한 가정하에서 $\tilde{\gamma}_i$나 b_2, $\tilde{\delta}_i$나 b_3을 0으로 제약할 경우 Sharpe(1964)와 Lintner(1965), Mossin(1966)의 전통적인 CAPM이 되며, 삼차까지의 적률에만 의존하는 효용함수를 가정할 경우 $\tilde{\delta}_i$나 b_3를 0으로 간주하는 Kraus and Litzenberger(1976)의 삼차적률 CAPM이 된다.

체계적인 분산, 왜도와 첨도에 대한 선호가 옵션시장에 반영되어 있는가를 판단하기 위하여, 식 (4)를 통해 추정된 위험프리미엄 b_1, b_2와 b_3의 유의성을 검정할 수 있다. 그러나 현실적으로 체계적인 분산, 왜도와 첨도는 오차를 포함하는 측정치만을 이용할 수 있기 때문에 회귀분석의 기본적인 가정에 위배되는데, Black, Jensen and Scholes (1972)와 Fama and MacBeth(1973)는 시계열회귀분석을 이용하여 측정된 베타와 평균수익률과의 횡단면 회귀분석을 이용하는 two-pass방법론을 개발하였다. 그러나 two-pass 방법론은 변수오차의 문제(errors-in-variable problem)로 알려진 통계적인 결점을 완전히 해결하지 못할 수 있고, 이 경우 진정한 위험프리미엄보다 과소 추정된 값을 산출할 수 있다(Dimson and Mussavian, 1999). 그러나 two-pass방법론의 횡단면회귀식에서 회귀오차항의 절대치($|e_i|$)와 설명변수(X_i)의 편차값의 절대치($x_i = |X_i - \overline{X}|$)간의 상관계수를 구한 다음 이 값이 충분히 크고 유의적인가를 검정한 결과, <표 3>의 패널 E에서 볼 수 있는 것처럼 본 연구의 횡단면회귀식의 추정결과들은 변수오차의 영향을 거의 포함하고 있지 않은 것으로 나타났다.

다음으로 확률변동성이나 점프에 대한 위험프리미엄의 존재와 특성을 분석하기 위하여, Bakshi and Kapadia(2003)와 유사하게 식 (5)의 델타중립 옵션포트폴리오를 구성하고 이 포트폴리오의 기대수익이 영과 동일한지를 검정할 수 있다.[1] 이와 같이 델타중립 옵션포트폴리오를 구성함으로써 옵션의 레버리지효과가 제거된 고차적률의 가격결정에 집중할 수 있다. 만일 옵션의 기초자산이 일차원확산과정을 따르거나 확률변동성과 점프위험의 시장가격이 0이라면, 델타중립 옵션포트폴리오 초과수익의 기댓값은 0

1) 헤지가 이산적으로 빈번하지 않을 경우 델타중립 옵션포트폴리오의 수익($\pi_{t,t+\Delta t}$)이 반드시 0이 되지 않을 수도 있지만, $\pi_{t,t+\Delta t}$의 분포는 평균이 영이고 대칭적인 분포를 따른다(Bertsimas, Kogan and Lo, 2000).

이 되어야 한다. 그러나 변동성위험이나 점프위험에 대한 프리미엄이 옵션수익에 반영되어 있다면 레버리지와 관련된 위험을 제거한 옵션포트폴리오의 초과수익을 통해서 그 존재와 특성을 분석할 수 있다.

$$\pi_{t,t+\triangle t} = O_{t+\triangle t} - O_t - \triangle_{BS,t}[S_{t+\triangle t} - S_t] - r_{t,t+\triangle t}[O_t - S_t \triangle_{BS,t}] \qquad (5)$$

여기서, O_t : t시점에서의 옵션의 시장가격

$O_{t+\triangle t}$: $t+\triangle t$시점에서의 옵션의 시장가격

S_t : t시점에서의 기초자산의 시장가격

$S_{t+\triangle t}$: $t+\triangle t$시점에서의 기초자산의 시장가격

$\triangle_{BS,t}$: t시점에서의 BS모형의 델타, $\triangle t$: 거래일 기준 하루

$r_{t,\ t+\Delta t}$: t시점에서 $t+\triangle t$시점까지의 무위험이자율

그리고 Bakshi and Kapadia(2003)는 수익률이 점프확산과정을 가지고 변동성이 확률적일 경우의 델타중립 옵션포트폴리오의 기댓값은 확률변동성프리미엄과 점프와 관련된 확률과정의 함수로 구분됨을 보이고, 이에 근거한 실증분석모형을 추정하였다. 본 연구에서도 Bakshi and Kapadia(2003)와 같이 델타중립 옵션포트폴리오에 반영될 수 있는 체계적 확률변동성과 점프위험에 대한 선호를 구분하여 파악하기 위해, Jackwerth and Rubinstein(1996), Bates(2000)와 Bakshi, Kapadia and Madan(2003)의 관점에서 옵션의 시장가격에 내재된 확률분포의 왜도와 초과첨도를 점프위험요인의 선호에 대한 대용치로 간주하여 식 (6-A)를 추정한다. 여기서 잔존기간의 함수인 옵션가격으로부터 추론된 내재적률에 반영되어 있는 만기효과를 배제하여 독립변수로 사용하며, 잔차의 자기상관을 고려하기 위해 한 시점 래그된 종속변수를 독립변수로 포함한다.

$$RD_t = \omega_0 + \omega_1 RD_{t-1} + \omega_2 hvol_t + \omega_3 RSkew_t + \omega_4 RExkurt_t + e_t \qquad (6\text{-A})$$

여기서, $RD_t = \pi_{t,t+\triangle t}/S_t$, S_t : KOSPI 200지수의 가격, $hvol_t$: 역사적변동성

$RSkew_t$: 내재왜도($Skew_t$)를 종속변수로 하고 상수와 옵션의 잔존기간을 독립변수로 하는 단순회귀식의 잔차(ϵ_t^{skew})

$RExkurt_t$: 내재초과첨도($Exkurt_t$)를 종속변수로 하고 상수와 옵션의 잔존기간을 독립변수로 하는 단순회귀식의 잔차(ϵ_t^{exkurt})

그리고 Bakshi and Kapadia(2003)와 같이 점프위험선호에 대한 대안적인 대용치로서 만기효과를 배제한 변동성스마일의 기울기를 독립변수로 하는 아래의 식 (6-B)도 추정하기로 한다.

$$RD_t = \omega_0 + \omega_1 RD_{t-1} + \omega_2 hvol_t + \omega_5 RIvslope_t + e_t \tag{6-B}$$

여기서, $RIvslope_t$: 내재변동성기울기($Ivslope_t$)를 종속변수로 하고 상수와 옵션의 잔존기간을 독립변수로 하는 단순회귀식의 잔차($\epsilon_t^{ivslope}$)

$\pi_{t,\, t\,+\,\Delta t}$는 식 (5)를 이용하여 계산된다. 내재확률분포의 추정은 보다 정확한 초과첨도의 추정이 가능하도록 Shimko(1993)의 내재변동성을 보간하는 방법을 수정한 김무성, 강태훈(2006)의 방법론을 사용한다. 즉 Shimko(1993)를 포함하여 비모수적 방법을 사용하는 기존연구의 경우 대체로 시장에서 존재하는 행사가격범위 밖의 확률은 단순히 대수정규분포를 이용하여 외간하였다. 이 경우 확률분포의 좌우측에 대한 확률배분과 옵션가격에 내재된 첨도를 제대로 반영하지 못하는 문제를 가진다. 따라서 본 연구에서는 김무성, 강태훈(2006)과 같이 행사가격에 대하여 보간된 블랙숄즈내재변동성을 다시 BS모형에 대입함으로 스마일을 고려한 연속적인 콜옵션가격을 생성한다. 다음으로 Neuhaus(1995)의 방법론을 적용하여 보간된 옵션가격을 행사가격에 대하여 일차차분함으로써 누적확률이 0과 1인 지점을 명확히 산출한다. 그리고 시장에서 존재하는 행사가격범위 밖의 확률은 0과 1의 누적확률을 가지는 범위 내에서 보간된 내재변동성을 사용하여 추론한다. 이를 통해 확률의 합은 1로 유지하면서 시장에 내재된 왜도와 첨도를 보다 정확하게 반영할 수 있다. 구체적으로 BS모형을 이용하여 뉴톤-랩슨법(Newton-Raphson method)으로 X와 τ의 함수로 추정된 내재변동성을 X와 X^2에 대해 회귀하여, X에 대한 연속적인 내재변동성을 산출한다.

$$\sigma(X, \tau) = A_0(\tau) + A_1(\tau)X + A_2(\tau)X^2 + e_t \tag{7}$$

여기서, $\sigma(X, \tau)$: BS모형을 이용하여 뉴톤-랩슨법(Newton-Raphson method)으로 X와 τ의 함수로 추정된 내재변동성

X : 옵션의 행사가격, τ : 옵션의 잔존기간

$A_0(\tau), A_1(\tau), A_2(\tau)$: 통상최소자승법으로 추정된 각각 상수, X와 X^2에 대한 회귀계수

만일 모든 τ에 대해서 $A_0(\tau)=A_0$이고 $A_1(\tau)=0$, $A_2(\tau)=0$이면 동분산을 가정하는 BS 모형과 일치한다. 식 (7)을 이용하여 계산된 연속적인 내재변동성은 다시 BS모형을 이용하여 옵션가격으로 전환됨으로써 행사가격에 대하여 보간된 옵션가격들이 계산된다. 그리고 Neuhaus(1995)와 같이 보간된 옵션가격을 행사가격에 대하여 일차차분하는 유한차분공식을 이용하여 누적확률을 산출하며, 식 (8)과 같이 인접한 두 누적확률과의 차이로 내재확률을 계산한다.

$$
\begin{aligned}
& f_C[S_T] \\
&= N_C(S_T \geqq X) - N_C(S_T \geqq X+\Delta S_T) \\
&= e^{r\tau}\frac{[C(S, X-\Delta S_T, \tau) - C(S, X+\Delta S_T, \tau)]}{\Delta S_T} - e^{r\tau}\frac{[C(S, X, \tau) - C(S, X+2\Delta S_T, \tau)]}{\Delta S_T}
\end{aligned}
\quad (8\text{-A})
$$

$$
\begin{aligned}
& f_P[S_T] \\
&= N_P(S_T \leqq X) - N_P(S_T \leqq X-\Delta S_T) \\
&= e^{r\tau}\frac{[P(S, X+\Delta S_T, \tau) - P(S, X-\Delta S_T, \tau)]}{\Delta S_T} - e^{r\tau}\frac{[P(S, X, \tau) - P(S, X-2\Delta S_T, \tau)]}{\Delta S_T}
\end{aligned}
\quad (8\text{-B})
$$

여기서, $f_C[S_T]$: 콜옵션으로부터 추론된 이산상태하에서 S_T의 위험중립확률

$f_P[S_T]$: 풋옵션으로부터 추론된 이산상태하에서 S_T의 위험중립확률

$N_C(S_T \geqq X)$: 콜옵션으로부터 추론된 이산상태하에서 $S_T \geqq X$의 누적확률

$N_P(S_T \leqq X)$: 풋옵션으로부터 추론된 이산상태하에서 $S_T \leqq X$의 누적확률

$C(S, X, \tau)$: 기초자산이 S, 행사가격이 X, 잔존기간이 τ인 콜옵션 시장가격

$P(S, X, \tau)$: 기초자산이 S, 행사가격이 X, 잔존기간이 τ인 풋옵션 시장가격

r : 무위험이자율, τ : 옵션의 잔존기간, X : 옵션의 행사가격

S_T : 옵션의 만기인 T시점에서 기초자산의 가격

본 연구에서는 내가격옵션을 배제하고 (등)외 가격 콜옵션과 (등)외 가
격 풋옵션의 내재변동성을 이용하여 식 (7)을 추정함으로써, 상대적으로 유동성이 낮

은 내가격옵션을 사용하지 않고 내재확률분포를 추정한다.

다음으로 추론된 내재확률분포를 이용하여 내재왜도와 내재(초과)첨도를 계산하게 되는데, 대수정규분포가 아닌 정규분포를 기준으로 내재적률들을 산출하기 위하여 식 (9)와 같이 로그로 변환된 행사가격을 사용하여 요약통계치를 계산한다.

$$\text{내재왜도}(Skew) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{\ln(X_i)+\ln(X_{i+1})}{2}-m\right\}^3 f[S_T]}{stdv^3}$$

$$\text{내재초과첨도}(Exkurt) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{\ln(X_i)+\ln(X_{i+1})}{2}-m\right\}^4 f[S_T]}{stdv^4}-3 \tag{9}$$

여기서, $m(\text{내재평균}) = \sum_{i=1}^{n}\frac{\ln(X_i)+\ln(X_{i+1})}{2}f[S_T]$

$stdv(\text{내재표준편차}) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{\ln(X_i)+\ln(X_{i+1})}{2}-m\right\}^2 f[S_T]}$

n : 해당거래일에서 동일한 S와 τ를 가지는 옵션의 행사가격의 수

τ : 옵션의 잔존기간, S : 기초자산의 가격, X : 옵션의 행사가격

S_T : 옵션의 만기인 T시점에서 기초자산의 가격

$f[S_T]$: 이산상태하에서 S_T의 내재확률분포

내재변동성기울기($Ivslope_t$)는 식 (7)의 조절된 결정계수값(R^2)이 평균적으로 0.9이상이므로 식 (10)을 이용하여 계산한다.

$$\partial\sigma_{imp}/\partial X = A_1(\tau)+2A_2(\tau)X \tag{10}$$

여기서, $\sigma(X,\tau)$: BS모형을 이용하여 뉴톤-랩슨법(Newton-Raphson method)으로 X와 τ의 함수로 추정된 내재변동성

X : 옵션의 행사가격, τ : 옵션의 잔존기간

역사적변동성($hvol_t$)은 식 (11)과 같이 계산된다.

$$hvol_t = \sqrt{\frac{365}{\tau}\sum_{n=t-\tau}^{t}(R_{n-1,n} - \overline{R})^2} \tag{11}$$

여기서, τ : 옵션의 잔존기간

$\overline{R}$: 일일기준 평균로그수익률

내재왜도, 내재초과첨도와 내재변동성기울기에 포함된 만기효과를 배제하기 위하여 식 (12)의 단순회귀식으로부터 추정된 잔차를 점프요인 선호검정을 위한 회귀식의 독립변수로 사용한다.

$$\begin{aligned} Skew_t &= c + \alpha^{skew}\tau_t + \epsilon_t^{skew} \\ Exkurt_t &= c + \alpha^{exkurt}\tau_t + \epsilon_t^{exkurt} \\ Ivslope_t &= c + \alpha^{ivslope}\tau_t + \epsilon_t^{ivslope} \end{aligned} \tag{12}$$

여기서, τ_t = 잔존기간(달력일)/365

$Skew_t$: 내재확률분포의 왜도

$Exkurt_t$: 내재확률분포의 초과첨도

$Ivslope_t$: 내재변동성 기울기

Ⅲ. 실증분석

1. 자 료

본 연구의 분석기간은 옵션시장의 개장초기를 포함하는 1997년 7월 7일부터 2006년 7월 31일까지이며, 유동성이 집중되어 있는 최근월물 옵션계약 중 오후 3시의 (등)외가격옵션만을 이용한다. 이는 비동시적거래 가능성을 제거하기 위함이며, 내가격옵션의 경우 거래성립이 어렵다는 것과 옵션이 내가격이 됨에 따라 옵션가격은 높게 되지만 변동성에 대한 옵션의 민감도는 낮게 되어 내재변동성의 추정에 수렴율이 낮게 되고 수렴해도 불안정하기 때문이다(김무성, 1999). 그리고 잔존기간 6일 이하의 옵션의 경우 낮은 가격과 높은 매도매수스프레드로 인하여 발생하는 편의 때문에 표본으로부터

제외하고, 0과 이론적인 상・하한가를 위배하는 옵션가격도 배제한다. 또한 토요일은 표본거래일에서 제외한다(김무성, 강태훈, 2007b).

무위험이자율의 대용치로는 만기 91일인 양도성예금증서(CD)의 연수익률을 이용하며, 배당액지수는 KOSPI 200의 구성종목 중 옵션잔존기간 이내에 동일한 날에 배당락되는 종목의 각 발행회사가 직전 사업년도에 배당한 현금배당액의 합계액을 시간가치를 고려하여 산출한 자료로서 배당락일을 배당지급일로 가정한다.

수익률의 계산은 행사가격(X)과 기초자산가격(S)의 차이를 시장에서 존재하는 행사가격사이의 이산구간(2.5)과 동일한 간격으로 구분함으로써, X-S의 각 범위에서 한 거래일에 하나의 옵션가격이 존재하도록 설정한 후, 일일(거래일)기준 연속복리수익률과 이산수익률을 계산한다. 기초자산가격의 경우에도 차익관계를 반영하기 위하여 X-S의 각 범위에서, 해당범위에서의 옵션계약이 존재하는 거래일에서만 존재하도록 분류하여 수익률을 계산한다(김무성, 강태훈, 2007b).

체계적 적률의 선호검증에서는 전체 18개의 범위 중에서 상대적으로 유동성이 높고 장기간의 거래일에서 옵션계약이 존재하는 $-10 \leqq X - S < 10$의 범위(콜옵션 4개, 풋옵션 4개)를 대상으로, 해당범위의 모든 구간에서 동시에 옵션계약이 존재하는 거래일만을 표본에 포함한다. 그리고 각 구간별로 이전 120거래일의 옵션과 지수수익률의 시계열자료를 이용하여 $\widetilde{\beta}_j$, $\widetilde{\gamma}_j$와 $\widetilde{\delta}_j$를 추정하고, 한 거래일별로 이동하여 마지막 표본거래일까지 각 거래일에 대한 $\widetilde{\beta}_j$, $\widetilde{\gamma}_j$와 $\widetilde{\delta}_j$를 추정한다. 다음으로 $\widetilde{\beta}_j$, $\widetilde{\gamma}_j$와 $\widetilde{\delta}_j$를 산출한 모든 거래일에서, 해당 거래일에서의 $\widetilde{\beta}_j$, $\widetilde{\gamma}_j$, $\widetilde{\delta}_j$와 옵션위험프리미엄을 이용하여 각 횡단면 회귀식을 추정한다. 마지막으로 이론적인 적률선호방향을 기준으로 표준 t-통계량을 이용하여 b_1, b_2와 b_3의 유의성을 검정한다.

2. 실증결과

1) 레버리지 효과와 여분자산가정

<표 1>은 행사가격(X)과 기초자산가격(S)의 차이와 요일 기준으로 분류된 옵션의 연속복리수익률의 요약통계치를 보여준다. X-S와 요일의 모든 범위에서 콜옵션과 풋옵션은 음의 평균수익률을 가지며, 콜옵션과 풋옵션은 각각 등가격인 $0 \leqq X - S < 2.5$와 $-2.5 \leqq X - S < 0$에서 가장 낮은 음의 평균수익률을 가진다. 또한 콜옵션과 풋옵션 모두 금요일에 가장 낮은 음의 수익률과 가장 높은 변동성을 가진다.

옵션의 레버리지효과와 여분자산가정의 성립여부를 분석하기 위해, <표 2>는 식 (2)와 BS모형을 이용하여 계산된 옵션베타를 나타내었다. 옵션과 지수의 위험프리미엄을 이용하여 계산된 β_{rp}는 모든 범위에서 콜옵션은 1보다 높은 양의 값을 가지고 풋옵션은 -1보다 낮은 음의 값을 가지고 있어 레버리지효과가 존재한다.

<표 1> 행사가격과 요일기준으로 분류된 옵션수익률의 기초통계량

패널 A : X-S별 옵션수익률의 기초통계량

X - S	계약수	평 균	표준편차	왜 도	첨 도
20 ≦ X-S	2317	-0.0729	0.3912	0.2592	8.7155
17.5 ≦ X-S < 20	707	-0.1302	0.4943	0.3100	5.4978
15 ≦ X-S < 17.5	820	-0.1390	0.5168	0.3921	5.0668
12.5 ≦ X-S < 15	975	-0.1562	0.5518	0.4636	5.2322
10 ≦ X-S < 12.5	1245	-0.1559	0.5672	0.1796	4.8185
7.5 ≦ X-S < 10	1479	-0.1466	0.5666	0.0625	4.7709
5 ≦ X-S < 7.5	1550	-0.1290	0.5308	-0.0461	4.1824
2.5 ≦ X-S < 5	1559	-0.1189	0.4506	-0.3471	4.0120
0 ≦ X-S < 2.5	1394	-0.2176	0.3501	-0.6766	4.1362
-2.5 ≦ X-S < 0	1441	-0.2437	0.3458	-0.6439	4.6799
-5 ≦ X-S < -2.5	1568	-0.1466	0.4539	-0.1685	4.4505
-7.5 ≦ X-S < -5	1521	-0.1499	0.4955	-0.0069	3.6660
-10 ≦ X-S < -7.5	1403	-0.1659	0.5080	0.2624	3.7881
-12.5 ≦ X-S < -10	1288	-0.1662	0.5071	0.3198	3.9690
-15 ≦ X-S < -12.5	1154	-0.1610	0.5038	0.3602	4.5986
-17.5 ≦ X-S < -15	1035	-0.1391	0.4859	0.4231	5.3694
-20 ≦ X-S < -17.5	892	-0.1180	0.4768	0.1721	5.2010
X-S < -20	3170	-0.0570	0.3679	-0.1653	5.8413

패널 B : 요일별 옵션수익률의 기초통계량

옵 션	요 일	계약수	평 균	표준편차	왜 도	첨 도
콜옵션	월	2568	-0.1247	0.4149	-0.3035	4.2689
	화	2568	-0.1033	0.5165	0.7022	6.7336
	수	2451	-0.1429	0.4821	-0.0667	5.3918
	목	1844	-0.1029	0.4602	-0.1178	4.1464
	금	2615	-0.1918	0.5395	-0.0023	4.7102
풋옵션	월	2834	-0.1305	0.4104	-0.2486	4.0660
	화	2890	-0.1212	0.4719	-0.0947	3.9890
	수	2812	-0.1323	0.4497	0.2291	6.2926
	목	2027	-0.1538	0.4493	0.1638	4.2064
	금	2909	-0.1608	0.4795	0.2905	4.6539

<표 2> 시장내재옵션베타와 BS모형의 옵션베타

β_{rp}는 해당 X-S에서 식 (1-B)를 이용하여 $(\mu_O - r) = \beta_{rp}(\mu_S - r) + \epsilon_t$의 선형회귀방정식을 최소자승법으로 추정한 값이다.
β_{stdv}는 식 (1-A)를 이용하여 $(\delta O/\delta S)(S/O) = (\sigma_O/\sigma_S)$에 해당 범위에서의 σ_O과 σ_S를 대입하여 계산한다. 풋옵션이 사용된 X - S < 0의 범위에서는 이론과 일치하도록 $(\delta O/\delta S)(S/O) = -(\sigma_O/\sigma_S)$을 이용한다.
β_{bs}는 콜옵션의 경우 $[N(d_1)](S/C)\beta_S$, 풋옵션의 경우 $[N(d_1)-1](S/P)\beta_S$를 이용하여 계산한다. 여기서, $d_1 = [\ln(S'/X) + (r+0.5\sigma^2)\tau]/(\sigma\sqrt{\tau})$, $S' = SD(\tau)$, σ는 기초자산 가격변동성, $D(\tau)$는 시간의존 배당조정요인, r은 무위험이자율, τ는 옵션의 잔존기간, $N(\cdot)$는 표준정규분포함수로 정의한다. 실증적으로 σ는 옵션의 시장가격을 BS모형에 대입하여 뉴튼-랩슨법(Newton-Raphson method)으로 계산된 내재변동성을 사용하며, r의 대용치로 만기 91일인 양도성예금증서(CD)의 연수익률을 이용한다. $D(\tau)$는 KOSPI 200의 구성종목 중 옵션만기기간 이내에 동일한 날에 배당락되는 종목의 각 발행회사가 직전 사업년도에 배당한 현금배당액의 합계액을 시간가치를 고려하여 산출한 자료로서 배당락일을 배당지급일로 가정한다.
R^2는 해당 X-S에서 식 (1-B)를 이용하여 $(\mu_O - r) = \beta_{rp}(\mu_S - r) + \epsilon_t$의 선형회귀방정식을 최소자승법으로 추정한 결정계수값을 나타낸다.

X - S	β_{rp}	β_{stdv}	β_{bs}	R^2
20 ≦ X-S	4.7846	12.4413	29.8102	0.1134
17.5 ≦ X-S < 20	11.3665	18.2689	35.1678	0.3175
15 ≦ X-S < 17.5	13.2647	19.8518	35.9402	0.3741
12.5 ≦ X-S < 15	16.0870	21.8655	36.1962	0.4612
10 ≦ X-S < 12.5	17.8306	23.6920	36.9873	0.4909
7.5 ≦ X-S < 10	18.9887	24.2156	35.8542	0.5480
5 ≦ X-S < 7.5	18.2163	22.7902	31.2776	0.5798
2.5 ≦ X-S < 5	17.0400	20.7513	26.3968	0.6074
0 ≦ X-S < 2.5	16.7025	19.2418	21.6668	0.5057
-2.5 ≦ X-S < 0	-16.8217	-19.0809	-19.7137	0.4399
-5 ≦ X-S < -2.5	-16.7679	-20.9231	-23.2044	0.5407
-7.5 ≦ X-S < -5	-17.7983	-21.9277	-26.2684	0.5675
-10 ≦ X-S < -7.5	-18.2039	-22.8559	-28.5802	0.5277
-12.5 ≦ X-S < -10	-18.0182	-23.8778	-30.6092	0.4621
-15 ≦ X-S < -12.5	-18.4274	-24.7557	-31.9328	0.4519
-17.5 ≦ X-S < -15	-15.7787	-24.3208	-32.5256	0.3389
-20 ≦ X-S < -17.5	-13.4648	-23.6309	-32.6692	0.2635
X-S < -20	-7.0794	-17.6035	-28.0672	0.1377

그리고 상대적으로 유동성이 높은 -12.5 ≦ X - S < 10의 범위에서 β_{rp}, β_{stdv}와 β_{bs}는 모두 β_{rp}의 -5≦X-S<-2.5의 범위를 제외하고 행사가격이 증가할수록 증가하는 이론과 일치하는 행사가격별 레버리지패턴이 확인된다. 그러나 기초자산과 옵션의 위험프리미엄을 이용하여 계산한 β_{rp}와 표준편차를 이용하여 계산한 β_{stdv}는 기초자산이 상수

변동성을 가진 기하브라운운동의 확률과정을 따른다는 가정하에서 BS모형의 델타를 이용한 β_{bs}와 전반적으로 유의한 차이가 존재한다.[2] 또한 모든 범위에서 β_{rp}의 절대값은 β_{stdv}와 β_{bs}의 절대값보다 작게 나타나는데, 이는 BS모형이 가정하는 여분특성이 실제 옵션시장에서는 성립되지 않음을 의미한다. 위의 모든 결과는 이산수익률을 이용할 경우에도 거의 동일하게 발견된다.

2) 고차적률에 대한 위험선호

옵션은 비선형적인 수익구조를 가지므로 기초자산수익률 분포의 고차적률에 민감하며, 고차적률에 대한 선호하에서 실제옵션수익률에 대한 식 (2)의 설명력은 감소될 것이다. 식 (1-B)의 선형적인 관계와 고차적률간의 관계를 대략적으로 파악하기 위하여 $(\mu_O - r) = \beta_{rp}(\mu_S - r) + \epsilon_t$,의 선형회귀식을 이용하여 추정된 결정계수($R^2$)값과 옵션수익률분포의 첨도(왜도)와의 피어슨상관계수를 계산하였는데, -0.8357(-0.2636)의 값을 가지는 것으로 나타난다.[3]

<표 3>의 패널 A부터 패널 D까지는 해당 X–S범위에서의 체계적 분산($\tilde{\beta}_j$), 체계적 왜도($\tilde{\gamma}_j$)와 체계적 첨도($\tilde{\delta}_j$, $adj - \tilde{\delta}_j$)의 평균과 전체표본에서의 요약통계치, 체계적 적률간의 피어슨 상관계수를 요약하고 있다. X–S별 $\tilde{\beta}_j$, $\tilde{\delta}_j$, $adj - \tilde{\delta}_j$의 평균은 대체로 이론과 일치하는 행사가격과 함께 증가하는 패턴이 확인된다. 그러나 $\tilde{\gamma}_j$의 표준편차와 첨도는 매우 높게 나타나 다소 많은 수의 극단적인 이상치(outliers)들이 존재하는 것으로 나타난다. 체계적 왜도의 불안정한 패턴은 Shackleton and O'Brien(2004)의 연구에서도 동일하게 발견되었으며, 이로 인해 체계적 왜도를 횡단면 회귀식의 추정에 포함하지 않았다. 본 연구에서는 $\tilde{\gamma}_j$를 포함한 회귀식의 추정결과가 유의적이지 않거나 유의적이라 하더라도 이론과는 다른 선호방향을 가질 것으로 기대하며 분석에 포함하기로 한다. 만일 $\tilde{\gamma}_j$의 계수값이 이론과 일치하는 유의한 선호방향을 가질 경우 횡단면회귀식의 전반적인 분석결과의 신뢰성이 저하될 것이다.

전체표본에서 추정한 체계적 적률간의 피어슨 상관계수의 경우 $\tilde{\beta}_j$와 $\tilde{\delta}_j$와의 상관관계가 매우 높은데, Shackleton and O'Brien(2004)과 같이 $\tilde{\beta}_j$에 대하여 $\tilde{\delta}_j$가 직교하도록

---

2) β_{rp}와 β_{bs}는 모든 범위에서 1% 유의수준에서 차이가 존재한다. β_{stdv}와 β_{bs}는 $-2.5 \leq$ X–S < 0의 범위에서는 5%유의수준에서 차이가 존재하며, 나머지 모든 범위에서는 1% 유의수준에서 차이가 존재한다. <표 2>의 분석결과는 김무성, 강태훈(2007b)의 <표 3>의 분석결과와 동일하다.

3) 해당 회귀식의 결정계수와 첨도와의 피어슨 상관계수는 1% 유의수준에서 0과 차이가 존재한다.

$adj-\widetilde{\delta}_j$를 계산할 경우, $\widetilde{\beta}_j$와 $adj-\widetilde{\delta}_j$간 상관관계가 감소한다. 그러나 실제로 횡단면회귀식이 추정되는 각 하위표본에서 추정한 체계적 적률간의 피어슨 상관계수는 높게 나타나기 때문에 횡단면 회귀분석에서 다중공선성(collinearity)의 문제가 발생할 가능성이 높은 것으로 판단된다. 따라서 이를 회피하기 위해서는 하나의 체계적 적률을 독립변수로 하는 단순회귀분석에 제약될 수밖에 없다. 그러나 $adj-\widetilde{\delta}_j$의 경우에는 다른 모든 체계적 적률과의 상관계수가 1% 유의수준에서 0과 차이가 없고 상대적으로 낮은 값을 가지므로 이를 포함한 회귀식은 추가적으로 이용하기로 한다.

<표 3> 체계적 적률의 기초통계량

$adj-\widetilde{\delta}_j$는 Shackleton and O'Brien(2004)과 같이 $\widetilde{\beta}_j$에 대하여 $\widetilde{\delta}_j$가 직교하도록 아래와 같이 계산된다.

$$adj-\widetilde{\delta}_j=\left\{\sum_{t=1}^{n}[(\widetilde{R_{jt}}-\overline{R_{jt}})][(\widetilde{R_{mt}}-\overline{R_{mt}})^3-3\sigma^2(\widetilde{R_{mt}}-\overline{R_{mt}})]\right\}/\sum_{t=1}^{n}[(\widetilde{R_{mt}}-\overline{R_{mt}})^4]$$

주) 패널 C와 D에서 ***, ** 는 각각 1%와 5%에서 통계적으로 유의함을 의미한다.
패널 E에서 "전체평균"은 횡단면회귀식이 추정된 각 거래일에서의 상관계수를 모든 거래일에 대하여 평균한 값이다.
"1%", "5%", "10%"는 각각 1%, 5%, 10%의 유의수준에서 해당거래일에서의 $\rho(\cdot,\cdot)$가 0과 동일하다는 귀무가설을 기각하는 거래일의 수를 횡단면회귀식이 추정되는 전체거래일의 수로 나눈 값이다. ">10%"는 10% 유의수준에서 해당거래일에서의 $\rho(\cdot,\cdot)$가 0과 동일하다는 귀무가설을 기각하지 못하는 거래일의 수를 횡단면회귀식이 추정되는 전체거래일의 수로 나눈 값이다. 식 (a)부터 식 (e)는 아래와 같이 정의 된다.

$$\widetilde{R}-\widetilde{R}_f=b_0+b_1\widetilde{\beta}_i+e_i^a,\qquad e_i^a\sim N(0,\sigma^a)\qquad (a)$$
$$\widetilde{R}_j-\widetilde{R}_f=b_0+b_2\widetilde{\gamma}_i+e_i^b,\qquad e_i^b\sim N(0,\sigma^b)\qquad (b)$$
$$\widetilde{R}_j-\widetilde{R}_f=b_0+b_3adj-\widetilde{\delta}_i+e_i^c\qquad e_i^c\sim N(0,\sigma^c)\qquad (c)$$
$$\widetilde{R}_j-\widetilde{R}_f=b_0+b_1\widetilde{\beta}_i+b_2\widetilde{\gamma}_i+e_i^d,\qquad e_i^d\sim N(0,\sigma^d)\qquad (d)$$
$$\widetilde{R}_j-\widetilde{R}_f=b_0+b_1\widetilde{\beta}_i+b_3adj-\widetilde{\delta}_i+e_i^e\qquad e_i^e\sim N(0,\sigma^e)\qquad (e)$$

패널 A : X-S별 체계적 적률의 평균

X - S	$\widetilde{\beta}_j$	$\widetilde{\gamma}_j$	$\widetilde{\delta}_j$	$adj-\widetilde{\delta}_j$
7.5 ≦ X-S < 10	26.0143	9.0933	23.6444	3.3405
5 ≦ X-S < 7.5	25.7598	14.8367	23.2041	3.0407
2.5 ≦ X-S < 5	23.8218	18.9417	21.5472	3.1389
0 ≦ X-S < 2.5	21.2410	17.0969	19.2132	2.9961
-2.5 ≦ X-S < 0	-21.2093	-30.1450	-20.5222	-1.3690
-5 ≦ X-S < -2.5	-23.0085	-11.8844	-21.7505	-0.5153
-7.5 ≦ X-S < -5	-24.7021	-27.8350	-22.8834	-2.6992
-10 ≦ X-S < -7.5	-25.3110	-34.0623	-24.3538	-4.4575

패널 B : 전체표본에서의 체계적 적률의 요약통계치

전 체	$\tilde{\beta}_j$	$\tilde{\gamma}_j$	$\tilde{\delta}_j$	$adj-\tilde{\delta}_j$
평균	0.3258	−5.4948	−0.2376	0.4344
표준편차	25.5256	298.5765	23.9059	3.9801
왜도	0.0474	−11.1595	0.0625	−0.2838
첨도	−1.4599	1009.6194	−1.3209	−0.4752

패널 C : 전체표본에서의 체계적 적률 사이의 피어슨 상관계수

상관계수	$\tilde{\gamma}_j$	$\tilde{\delta}_j$	$adj-\tilde{\delta}_j$
$\tilde{\beta}_j$	0.0671***	0.9962***	0.6676***
(t-통계량)	(5.6058)	(947.8526)	(74.7987)
$\tilde{\gamma}_j$		0.0675***	0.0504***
(t-통계량)		(5.6406)	(4.2112)
$\tilde{\delta}_j$			0.6842***
(t-통계량)			(78.2485)

패널 D : 횡단면회귀식이 추정되는 각 하위표본에서의 체계적 적률 사이의 피어슨 상관계수의 평균

상관계수	$\tilde{\gamma}_j$	$\tilde{\delta}_j$	$adj-\tilde{\delta}_j$
$\tilde{\beta}_j$	0.8080***	0.9987***	0.6826**
(t-통계량)	(3.3592)	(47.9916)	(2.2880)
$\tilde{\gamma}_j$		0.9987***	0.6823**
(t-통계량)		(47.9916)	(2.2861)
$\tilde{\delta}_j$			0.6820**
(t-통계량)			(2.2842)

패널 E : 실제 추정되는 횡단면회귀식들에 대하여 회귀오차항의 절대치($|e_i|$)와 설명변수(X_i)의 편차값의 절대치($x_i = |X_i - \overline{X}|$) 간의 피어슨 상관계수

식	(a)	(b)	(c)	(d)		(e)	
상관계수	$\rho(\tilde{\beta}_i - \bar{\bar{\tilde{\beta}}}_i, e_i^a)$	$\rho(\tilde{\gamma}_i - \bar{\bar{\tilde{\gamma}}}_i, e_i^b)$	$\rho(adj-\tilde{\delta}_i - adj-\bar{\bar{\tilde{\delta}}}_i, e_i^c)$	$\rho(\tilde{\beta}_i - \bar{\bar{\tilde{\beta}}}_i, e_i^d)$	$\rho(\tilde{\gamma}_i - \bar{\bar{\tilde{\gamma}}}_i, e_i^d)$	$\rho(\tilde{\beta}_i - \bar{\bar{\tilde{\beta}}}_i, e_i^e)$	$\rho(adj-\tilde{\delta}_i - adj-\bar{\bar{\tilde{\delta}}}_i, e_i^e)$
전체평균	−0.1583	−0.21877	−0.27849	−0.12568	−0.0837	−0.10129	−0.03101
(t-통계량)	(−0.45495)	(−0.81152)	(−0.92899)	(t=−0.37744)	(t=−0.26849)	(t=−0.31891)	(t = −0.0803)
1%	0.005747	0.065517	0.042529	0.006897	0.014943	0.010345	0.016092
5%	0.035632	0.111494	0.097701	0.035632	0.041379	0.055172	0.045977
10%	0.048276	0.062069	0.08046	0.042529	0.055172	0.056322	0.052874
> 10%	0.910345	0.76092	0.77931	0.914943	0.888506	0.878161	0.885057

<표 3>의 패널 E는 본 연구의 two-pass방법론에서 사용된 횡단면회귀식에서 변수오차의 영향이 존재하는가를 파악하기 위하여, 회귀오차항의 절대치($|e_i|$)와 설명변수(X_i)의 편차값의 절대치($x_i = |X_i - \overline{X}|$)간의 상관계수를 요약하고 있다. 분석결과 횡단면 회귀식이 추론된 모든 거래일에서의 상관계수를 평균한 값을 기준으로, 모든 횡단면회귀식은 10% 유의수준에서 0과 차이가 없는 상관계수 값을 가진다. 그리고 모든 횡단면회귀식은 거의 대부분의 거래일에서 해당거래일의 상관계수가 0과 동일하다는 귀무가설을 10% 유의수준에서 기각하지 못하고 있다. 따라서 본 연구의 two-pass방법론에서 사용된 횡단면회귀식의 추정결과들은 변수오차의 영향을 거의 포함하고 있지 않은 것으로 판단된다.

<표 4>는 two-pass방법론으로 추정한 횡단면회귀식의 계수값의 평균과 통계치를 보여준다. 먼저 전체표본에서의 단순회귀분석결과를 보면 상수항을 제외한 모든 체계적 적률에 대한 계수값은 0과 다르지 않으며, $\tilde{\gamma}_j$와 $\tilde{\delta}_j$의 선호도 반대의 부호를 가지고 있다. 이와 비교하여 $adj-\tilde{\delta}_j$를 추가적으로 포함하는 다중회귀식의 분석결과에서는 $\tilde{\beta}_j$와 $adj-\tilde{\delta}_j$ 그리고 $\tilde{\gamma}_j$의 계수값이 유의적인 것으로 나타나지만, 이는 독립변수간 상관성의 영향이 반영된 결과로 생각된다. 즉 전체표본에서의 결과는 어떠한 체계적 적률에 대한 선호도 옵션수익률에 반영되어 있지 않은 것으로 나타난다. 그러나 Pettengill, Sundaram and Mathur(1995)과 안태백(1999)과 같이 시장실현수익률과 무위험이자율간의 조건부관계를 고려할 경우 시장실현수익률이 무위험이자율보다 높을 경우 1%유의수준에서 0과 다른 양의 $\overline{b_1}$값이 산출되며, 반대로 시장실현수익률이 무위험이자율보다 낮을 경우 1% 유의수준에서 0과 다른 음의 $\overline{b_1}$값이 산출된다. 그리고 상승과 하락에서의 $\overline{b_1}$의 절대값은 유사한 크기를 가진다. 다중회귀분석의 $\overline{b_1}$의 경우에도 동일한 결과가 산출되지만, 단순회귀분석과 비교하여 상대적으로 두 표본에서의 $\overline{b_1}$의 절대값의 차이는 높은 것으로 나타나는데, 이는 독립변수간 상관성을 반영한 결과로 판단된다. 또한 이러한 결과는 체계적 고차적률에서도 동일하게 나타나는데, 체계적 왜도와 체계적 첨도의 계수인 $\overline{b_2}$와 $\overline{b_3}$의 경우에도 시장실현수익률이 무위험이자율보다 높은 표본에서는 1%유의수준에서 0과 다른 양의 값이 산출된다. 반대로 시장실현수익률이 무위험이자율보다 낮을 경우 1% 유의수준에서 0과 다른 음의 값이 관측된다. 그리고 상승과 하락에서의 $\overline{b_1}$의 절대값은 유사한 크기를 가진다. $adj-\tilde{\delta}_j$를 포함하는 다중회귀분석의 결과에서도 양의 시장위험프리미엄 하에서 $\overline{b_2}$과 $\overline{b_3}$는 1% 유의수준에서 0과 다른 양의

<표 4> Two-pass 회귀분석의 평균계수와 유의성검정결과

패널 A : 전체표본

$\overline{b_0}$	$\overline{b_1}$	$\overline{b_2}$	$\overline{b_3}$	$adj-\overline{R^2}$
-0.1492***	0.0001			0.6692
(-37.8383)	(0.1987)			
-0.1481***		0.0002		0.4682
(-28.7951)		(0.4993)		
-0.1501***			-0.0011	0.4266
(-32.5077)			(-0.2803)	
-0.1507***	-0.0015**		0.0118***	0.7155
(-34.3327)	(-2.1960)		(4.6561)	
-0.1486***		-0.0012*	0.0045	0.6102
(-28.9028)		(-1.7865)	(1.2641)	

패널 B : KOSPI 200 지수의 실현수익률(r_m)이 무위험이자율(r_f)보다 높은 거래일만을 포함한 하위표본

$\overline{b_0}$	$\overline{b_1}$	$\overline{b_2}$	$\overline{b_3}$	$adj-\overline{R^2}$
-0.1473***	0.0106***			0.6673
(-26.7950)	(19.5485)			
-0.1111***		0.0086***		0.4702
(-16.7977)		(17.3749)		
-0.1703***			0.0435***	0.4381
(-27.2722)			(9.3731)	
-0.1492***	0.0086***		0.0160***	0.7082
(-24.3645)	(10.1621)		(4.4890)	
-0.1207***		0.0068***	0.0050	0.6022
(-18.0146)		(8.5819)	(1.0551)	

패널 C : KOSPI 200 지수의 실현수익률(r_m)이 무위험이자율(r_f)보다 낮은 거래일만을 포함한 하위표본

$\overline{b_0}$	$\overline{b_1}$	$\overline{b_2}$	$\overline{b_3}$	$adj-\overline{R^2}$
-0.1515***	-0.0123***			0.6715
(-26.8257)	(-18.4140)			
-0.1917***		-0.0096***		0.4657
(-25.6026)		(-15.6464)		
-0.1263***			-0.0537***	0.4129
(-18.9250)			(-10.6054)	
-0.1524***	-0.0135***		0.0068*	0.7241
(-24.2801)	(-16.2191)		(1.9095)	
-0.1815***		-0.0108***	0.0038	0.6197
(-23.7888)		(-10.7840)	(0.7221)	

주) $\overline{b_0}$, $\overline{b_1}$, $\overline{b_2}$, $\overline{b_3}$은 각각 상수항, $\tilde{\beta}_j$, $\tilde{\gamma}_j$와 $adj-\tilde{\delta}_j$의 계수값의 평균을 나타내고, 계수값 아래 괄호속의 수치는 t-값을 표시한다. *, **, ***은 각각 10%, 5%, 1%에서 통계적으로 유의함을 의미한다. $adj-\overline{R^2}$은 해당표본의 모든 측정 거래일에서 산출된 횡단면회귀식의 조절된 결정계수값의 평균을 나타낸다. 전체표본은 $-10 \leq X-S < 10$의 범위 내에 존재하는 8개 하위영역(콜옵션 4개, 풋옵션 4개)에서 옵션가격이 모두 존재하는 990거래일중 120거래일이 제외된 870거래일에서 횡단면회귀식과 계수값이 추정되었다. 전체표본 중에서 KOSPI 200 지수의 실현수익률(r_m)이 무위험이자율(r_f)보다 높은 거래일만을 포함한 하위표본은 471거래일, 반대로 KOSPI 200 지수의 실현수익률이 무위험이자율보다 낮은 거래일만을 포함한 하위표본은 399거래일에서 횡단면회귀식이 추정되었다.

값을 가지고, 음의 시장위험프리미엄 하에서는 음의 값을 가지는 것으로 나타나지만, 다중공선성의 영향으로 두 $\overline{b_1}$간 절대값의 차이는 상대적으로 큰 것으로 나타난다. 따라서 시장수익률과 무위험이자율간의 조건부관계를 고려할 경우, $\widetilde{\beta}_j$와 $adj-\widetilde{\delta}_j$에 대하여는 이론과 일치하는 유효한 선호방향이 존재하는 것으로 나타난다. 또한 예상대로 다소 많은 수의 극단적인 이상치들(outliers)을 포함하는 $\widetilde{\gamma}_j$에 대하여는 이론과는 반대의 선호방향이 관찰된다.

위의 모든 결과는 이산수익률을 이용한 분석결과와 거의 동일하다. 또한 동시점의 독립변수와 종속변수에 대한 횡단면회귀식의 결과와 동일한 거래일로 조정하기 이전의 표본으로 추정한 체계적 적률을 사용한 결과와도 크게 다르지 않으므로, 추정방법상의 차이로 인한 영향은 미미한 것으로 판단된다.

한편 표본과 모형을 포함하는 모든 경우에서 절편항인 $\overline{b_0}$은 1% 유의수준에서 0과 다른 음의 값이 발견되는데, 이는 옵션수익률에 반영된 추가적인 위험요인들의 존재가능성을 의미하며, 평균적으로 이러한 위험요인들에 대한 프리미엄은 음의 값을 가짐을 나타낸다.

3) 옵션수익률에 반영된 추가적인 위험요인

추가적 위험요인의 평균적인 위험프리미엄이 음의 값을 가지므로, 체계적 확률변동성에 대한 선호가능성을 생각해 볼 수 있다. Coval and Shumway(2001)는 제로베타 등가격 스트래들포지션의 평균적인 음의 초과수익을 통해 옵션가격에 반영된 체계적 확률변동성위험요인의 존재를 규명하였다. 보다 정밀하게 Bakshi and Kapadia(2003)는 델타중립 옵션포트폴리오 초과수익의 통계적 특징을 분석함으로써 음의 변동성위험프리엄의 존재를 증명하였다. 본 연구에서도 시장에 내재된 위험프리미엄을 이용하여 산출한 옵션베타는 해당 행사가격에서의 내재변동성을 이용하여 CAPM과 BS모형의 가정하에서 유도된 옵션베타보다 유의하게 낮은 것으로 나타나므로, 해당위험요인의 존재가능성이 높은 것으로 판단된다.

이를 분석하기 위해 <표 5>는 델타중립 옵션포트폴리오의 요일별과 X-S별 평균초과수익을 요약하였다. 분석결과 콜옵션의 금요일을 제외하고는 1% 유의수준에서 0과 다른 음의 평균초과수익이 발견된다. 그리고 $-5 \leq X-S < 5$의 범위에서 1% 유의수준으로 0과 다른 음의 평균초과수익이 관측되는데, 이후 범위에서는 대체로 1% 유의수준에서 0과 차이가 존재하지 않는 것으로 나타난다. 이러한 결과는 Bakshi and Kapadia

(2003)의 설명처럼 등가격으로부터 멀어질수록 낮아지는 옵션의 베가를 반영했기 때문인데, 등가격으로부터 멀어질수록 평균초과수익은 0과 가까워지는 것을 확인할 수 있다. 그러나 옵션베가가 가장 낮은 X－S＜－20, 20≦X－S의 심외가격범위에서는 1% 유의수준에서 0과 다른 음의 평균초과수익이 발견되는데, 이는 변동성위험프리미엄 이외에 유동성과 같은 다른 원인을 반영한 결과로 생각된다.

<표 5> 델타중립 옵션포지션의 요일별과 X-S별 평균초과수익

패널 A : 델타중립 옵션포트폴리오의 요일별 평균초과수익

	월	화	수	목	금
call	-0.0178***	-0.0207***	-0.0133***	-0.0269***	-0.0010
t-통계량	(-4.4797)	(-4.9803)	(-3.2826)	(-5.1163)	(-0.1872)
거래일수 (계약수)	2568	2568	2451	1844	2615
put	-0.0235***	-0.0154***	-0.0310***	-0.0201***	-0.0309***
t-통계량	(-6.1956)	(-4.4345)	(-9.6710)	(-4.9201)	(-7.4799)
거래일수 (계약수)	2834	2890	2812	2027	2909

패널 B : 델타중립 옵션포트폴리오의 X-S별 평균초과수익

X－S	거래일수 (계약수)	평 균	t-통계량
20 ≦ X-S	2317	-0.0045***	(-4.8470)
17.5 ≦ X-S ＜ 20	707	-0.0048	(-1.5657)
15 ≦ X-S ＜ 17.5	820	-0.0045	(-1.3374)
12.5 ≦ X-S ＜ 15	975	-0.0067	(-1.6378)
10 ≦ X-S ＜ 12.5	1245	-0.0057	(-1.2813)
7.5 ≦ X-S ＜ 10	1479	-0.0023	(-0.4345)
5 ≦ X-S ＜ 7.5	1550	-0.0078	(-1.2862)
2.5 ≦ X-S ＜ 5	1559	-0.0215***	(-2.9320)
0 ≦ X-S ＜ 2.5	1394	-0.0744***	(-6.5100)
-2.5 ≦ X-S ＜ 0	1441	-0.1330***	(-13.2136)
-5 ≦ X-S ＜ -2.5	1568	-0.0466***	(-6.5949)
-7.5 ≦ X-S ＜ -5	1521	-0.0124**	(-2.1979)
-10 ≦ X-S ＜ -7.5	1403	-0.0111**	(-2.3591)
-12.5 ≦ X-S ＜ -10	1288	-0.0083**	(-2.4411)
-15 ≦ X-S ＜ -12.5	1154	-0.0064**	(-2.2774)
-17.5 ≦ X-S ＜ -15	1035	-0.0043**	(-2.0320)
-20 ≦ X-S ＜ -17.5	892	-0.0028	(-1.6309)
X-S ＜ -20	3170	-0.0015***	(-3.0270)

주) ***, **, *은 각각 1%, 5%, 10%에서 통계적으로 유의함을 의미한다.

한편 Bakshi and Kapadia(2003)의 지적처럼, 델타중립 옵션포트폴리오의 손실은 확률변동성에 대한 음의 프리미엄과 함께 극단적인 사건(tail event) 발생으로 인한 가격점프의 두려움(jump fear)을 의사결정에 반영할 경우에도 발생된다. 그리고 Jackwerth and Rubinstein(1996)의 언급처럼, 시장이 실제로는 발생하지 않았던 발생확률이 적은 극단적인 사건을 기대하고 있다면, 이러한 기대는 실제분포에는 나타나지 않고 옵션가격에 내재된 확률분포에만 반영되므로 두 분포간에 차이를 발생시킨다. 이를 살펴보기 위해, 본 연구의 분석기간 중 가장 최근의 분명한 지수하락 추세와 상승추세를 가진 2002년과 2003년도에서 추정한 실제분포와 내재확률분포의 적률을 <표 6>에 나타내었다.

<표 6> 지수하락기와 지수상승기동안의 내재적률과 실제적률의 평균

1997년 7월 7일부터 2006년 7월 31일까지의 분석기간 중 가장 최근에 분명한 지수하락추세와 상승추세를 가진 2002년과 2003년도에서 거래일 기준 잔존기간 15일의 횡단면옵션가격에 내재된 확률분포와 해당 옵션의 잔존기간동안의 실제 KOSPI 200 지수수익률을 이용하여 붓스트랩으로 산출한 실제확률분포의 적률을 비교하였다.
내재확률분포의 추정은 보다 정확한 초과첨도의 추정이 가능하도록 Shimko(1993)의 내재변동성을 보간하는 방법을 수정한 김무성, 강태훈(2006)의 방법론을 사용하였다.
실제확률분포의 추정은 Kliger and Levy(2002)와 같이 아래의 붓스트랩 방법을 이용하였다.
N을 잔존기간동안의 거래일수(15일), KOSPI 200 지수의 시계열을 $X_t, X_{t+1,} \cdots\cdots, X_{t+N}$ 로 정의하고, 일일로그수익률 $\log(X_{t+n}/X_{t-n-1})$이 (여기서, n = 1, ⋯, N) 동일하고 독립적인 분포를 가진다고 가정한다. 여기서 N개의 일일로그수익률을 N번 복원추출하여 합산하면 N기간 로그수익률을 산출할 수 있다.

$$R_t \equiv \sum_{n=1}^{N} \log\left(\frac{X_{t+k_n}}{X_{t+k_{n-1}}}\right)$$

여기서, k_n : n번째 임의로 선택된 거래일

위의 절차를 L(50,000)번 반복함으로써 L(50,000)개의 R_t 즉, $R_{t,i}$ i = 1, ⋯, L을 산출하게 된다. 내재위험중립확률분포의 이산적인 수익률구간을 $R_{j,j-1}$로 정의하면, 주관적확률분포 $q_t(R_j)$는 다음과 같이 산출된다.

$$q_t(R_{j,j-1}) = \frac{1}{L}\sum_{i=1}^{L} I(R_{t,i} \in R_{j,j-1})$$

여기서, I(·) : $R_{t,i} \in R_{j,j-1}$를 만족하면 1의 값을 가지고 그렇지 않으면 0의 값을 가지는 지시함수.

평 균	내재 표준편차	실제 표준편차	내재 왜도	실제 왜도	내재 초과첨도	실제 초과첨도
전체	0.0834	0.0293	-0.0224	-0.0049	1.7109	-3.0095
지수하락기	0.0899	0.0326	0.0849	-0.0232	1.0382	-3.0353
지수상승기	0.0774	0.0263	-0.1207	0.0119	2.3276	-2.9858

분석결과 Rubinstein(1994), Jackwerth(2000)와 Bakshi, Kapadia and Madan(2003)의 결과와 동일하게, KOSPI 200 지수옵션시장은 KOSPI 200 지수시장보다 전반적으로 더 높은 변동성, 더 낮은 음의 왜도와 더 높은 양의 초과첨도를 가지는 것으로 나타난다. 그리고 지수하락기의 내재왜도는 양의 값을 가지고 상승기는 음의 값을 가지는 것으로 나타난다.

<표 7>은 점프요인으로 인한 선호의 존재유무를 파악하기 위한 식 (6)의 독립변수 간 피어슨 상관계수와 회귀식의 추정결과를 요약하고 있다.

<표 7> 점프위험요인의 선호 검정결과

패널 A : 독립변수간의 피어슨 상관계수

상관계수	RD_{t-1}	$hvol_t$	$RSkew_t$	$RExkurt_t$	$RIvslope_t$
RD_{t-1}	1.0000	-0.1823	0.0499	0.0054	0.1068
$hvol_t$		1.0000	0.0894	-0.2479	-0.2675
$RSkew_t$			1.0000	-0.7629	0.1480
$RExkurt_t$				1.0000	-0.0401

패널 B : 점프위험요인의 선호검정을 위한 다중회귀식 분석결과

	ω_0	ω_1	ω_2	ω_3	ω_4	ω_5	$adj-R^2$
계수값	-0.0013	0.1630		0.0002			0.0263
t-통계량	(-8.9775)	(4.3872)		(0.6676)			
계수값	-0.0013	0.1642			0.0001		0.0262
t-통계량	(-9.0008)	(4.3784)			(0.8084)		
계수값	-0.0013	0.1337				0.2073	0.1068
t-통계량	(-9.0630)	(3.8243)				(7.2489)	
계수값	0.0008	0.1309	-0.0053	0.0004			0.0538
t-통계량	(1.9906)	(3.7324)	(-4.3694)	(1.1223)			
계수값	0.0008	0.1331	-0.0053		0.0000		0.0523
t-통계량	(1.9529)	(3.7742)	(-4.3161)		(-0.6442)		
계수값	-0.0001	0.1182	-0.0031			0.1891	0.1152
t-통계량	(-0.3123)	(3.4825)	(-2.6935)			(7.0900)	

주) 표본은 <표 5>의 패널 B에서 델타중립 옵션포트폴리오의 평균초과수익이 가장 낮았던 $-2.5 \leq X - S < 0$에서의 풋옵션시계열을 이용한다. ***, **, *는 각각 1%, 5%, 10%에서 통계적으로 유의함을 의미한다.

먼저 <표 7>의 패널 A에서 볼 수 있는 것처럼, 횡단면 옵션가격으로부터 추론된 내재확률분포의 내재왜도와 내재초과첨도는 다소 높은 음의 상관성을 가짐으로 다중회귀식에서 구분하여 추정하기로 한다. 회귀식의 추정은 최소자승법을 이용하였고, t-통계량은 래그 7의 Newey and West(1987) 방법론으로 계산하였다. <표 7>의 패널 B는 잔차의 자기상관과 이분산 그리고 내재고차적률의 만기효과를 배제하여 추론한 점프요인에 대한 선호의 검정결과를 요약하고 있다. Bakshi and Kapadia(2003)의 결과와 유사하게 내재왜도 계수값의 경우 부호는 일치하지만 유의성이 존재하지 않으며, 내재변동성기울기의 계수값은 유의적이지만 내재초과첨도와 동일하게 계수값의 부호가 기대와는 반대로 나타난다. 그리고 역사적변동성은 점프위험선호의 대용치를 포함하는 모든 경우에서도 델타중립 옵션포트폴리오의 초과수익률에 대하여 기대와 일치하는 방향으로 유의적인 영향을 미치는 것으로 나타난다. 따라서 변동성 위험프리미엄은 델타중립 옵션포트폴리오의 수익에 영향을 미치는 가장 중요한 요인임을 알 수 있다. 위의 결과는 Kim and Kim(2003)의 연구결과와도 일정부분 정합성을 가지는데, 그들은 KOSPI 200 지수옵션을 대상으로 하여 점프확산모형을 확률변동성모형과 확률변동성점프모형과 비교함으로써 점프요인이 단기옵션(short-term options)의 내표본적합성과 외표본가격예측오차, 헤징성과의 관점에서 중요한가를 분석하였다. 분석결과 위의 세 가지 관점에서 확률변동성요인을 고려하는 것이 가장 중요하며 점프요인을 추가적으로 고려하는 것은 미미하게 성과를 향상시키는 것으로 나타났다. 그러나 KOSPI 200 지수옵션을 대상으로 점프선호에 관한 보다 명확한 특성을 파악하기 위해서는 이에 관한 추가적인 연구가 필요하다고 생각된다.

Ⅲ. 결　론

본 연구는 KOSPI 200 지수(옵션)의 수익률생성과정을 이해하기 위해, 옵션의 레버리지효과와 여분가정의 성립여부를 실증적으로 검증하였다. 그리고 위험회피하에서 여분가정을 기각시키는 체계적 고차적률, 체계적 확률변동성과 점프위험에 대한 프리미엄이 KOSPI 200 지수옵션가격에 반영되어 있는지를 분석하였다. 본 연구의 구체적인 실증결과를 요약하면 다음과 같다.

첫째, BS모형의 가정보다 더 일반적인 조건하에서 만족되는 레버리지효과의 체계적인 패턴은 대체로 성립하는 것으로 나타났다. 그러나 시장가격에 내재된 옵션베타는 BS모형에 내재된 옵션베타와 전반적으로 유의한 차이가 존재하여 여분자산가정은 기

각되었다. 그리고 지수초과수익률과 옵션초과수익률과의 선형적인 관계는 옵션수익률 분포의 첨도가 증가할수록 유효하게 감소하는 것으로 나타났다.

둘째, Shackleton and O'Brien(2004)의 방법론을 이용하여 체계적 분산과 함께 체계적 왜도와 체계적 첨도에 대한 선호가 옵션의 수익률에 반영되어 있는가를 분석하였다. 분석결과 Pettengill, Sundaram and Mathur(1995)과 안태백(1999)과 같이 시장수익률과 무위험이자율간의 조건부관계를 고려할 경우 체계적 분산과 체계적 첨도에 대하여 이론과 일치하는 선호방향이 발견되며, 체계적 분산과 체계적 첨도는 모두 상이한 조건부 관계에서 산출된 두 계수의 절대값의 크기가 유사한 것으로 나타났다. 그리고 많은 수의 극단적인 이상치들(outliers)을 포함하는 체계적 왜도의 경우에는 이론과는 반대의 선호방향이 관찰되었다. 그러나 하위표본과 모형을 포함하는 모든 경우에서 절편항은 유효한 음의 값이 발견되므로, 평균적으로 음의 프리미엄을 가진 추가적인 위험요인의 존재가능성이 제시되었다.

셋째, 평균적으로 음의 프리미엄을 가지는 것으로 알려진 체계적 확률변동성의 선호가능성을 분석하기 위해, Bakshi and Kapadia(2003)와 유사하게 델타중립 옵션포트폴리오의 평균초과수익을 분석하였다. 분석결과 등가격 범위에서 체계적인 확률변동성위험에 대한 음의 프리미엄의 존재를 의미하는 0과 다른 음의 평균초과수익이 발견되며, 외가격으로 이동할수록 감소하는 옵션베가로 인해 대체로 0에 가까워지는 음의 평균초과수익이 발견되었다. 그러나 옵션가격에 내재된 고차적률을 점프위험선호에 대한 대용치로 간주할 경우 점프에 대한 위험 프리미엄은 존재하지 않는 것으로 나타났다. 그러나 이와 관련된 보다 명확한 결론을 얻기 위해서는 추가적인 연구가 필요할 것으로 판단되었다.

결론적으로, KOSPI 200 지수옵션시장의 참가자들은 기초자산과의 선형적인 관계하에서의 옵션레버리지에 대한 프리미엄 이외에, 비선형적인 옵션의 수익구조에서 체계적 고차적률에 대한 선호와 체계적 확률변동성에 대한 음의 프리미엄을 옵션가격에 추가적으로 반영하는 것으로 나타났다.

본 연구는 고차적률을 포함하는 다양한 위험요인을 고려하여, 현재까지 연구가 부족한 KOSPI 200 지수옵션시장에서의 수익․위험구조를 분석함으로써 향후 국내옵션관련 연구에 도움을 줄 수 있을 것으로 생각한다. 왜냐하면 해당자산의 위험에 대한 보상구조를 이해하는 것은 공정한 가격결정, 포트폴리오관리, 투자전략 개발과 시장의 정보효율성의 관점에서 기본적인 유용한 정보가 될 수 있기 때문이다. 그러나 본 연구에서는 개별 지수옵션을 분석대상으로 하는데, Sears and Trennepohl(1983)는 옵션포트폴

리오는 주식포트폴리오와는 다른 분산효과를 가짐을 검증하였고, Merton, Scholes and Gladstein(1978, 1982)의 연구에서도 옵션을 포함하는 포트폴리오수익률분포의 패턴은 단일옵션에 대한 수익률분포의 패턴과는 충분한 차이가 존재함을 지적하였다. 따라서 다양한 전략과 크기를 포함하는 포트폴리오에 대하여 기초자산시장의 추세를 고려한 추가적인 연구도 요구된다.

참 고 문 헌

김무성, “일경225 주가지수옵션의 내재변동성구조에 관한 연구”, 경영·경제연구, 제18권 제2호, 1999, 41-70.

김무성, 강태훈, “KOSPI 200 옵션가격에 내재된 확률분포의 유용성에 관한 실증연구 : 헤징성과를 중심으로”, 증권학회지, 제35권 제4호, 2006, 103-142.

김무성, 강태훈, “내재정보를 이용한 가격동학 특성에 관한 연구”, 선물연구, 제15권 제2호, 2007a, 55-83.

김무성, 강태훈, “KOSPI 200 지수옵션의 가격동학에 관한 실증연구”, 대한경영학회지, 제20권 제5호, 2007b, 2141-2156.

김무성, 강태훈, “내재위험시장가격을 이용한 마팅게일제약검증과 가격동학특성”, 대한경영학회 추계학술연구발표, 2007c.

안태백, “CAPM과 베타는 죽었는가?”, 증권학회지, 제24권, 1999, 239-272.

현정순, 이병근, “우리나라 옵션시장의 불완전성에 대한 연구”, 선물연구, 제12권 제2호, 2004, 25-43.

Bakshi, G., C. Cao, and Z. Chen, “Do Call Prices and the Underlying Stock Always Move in the Same Direction?,” *Review of Financial Studies*, 13(3), (2000), 549-584.

Bakshi, G., N. Kapadia, and D. Madan, “Stock Return Characteristics, Skew Laws, and the Differential Pricing of Individual Equity Options,” *Review of Financial Studies*, 16(1), (2003), 101-143.

Bakshi, G. and N. Kapadia, “Delta-Hedged Gains and the Negative Market Volatility Risk Premium,” *Review of Financial Studies*, 16(2), (2003), 527-566.

Banz, R. W., “The Relationship between Return and Market Value of Common Stocks,” *Journal of Financial Economics*, 9(1), (1981), 3-18.

Bates, D. “Post-87 Crash Fears in S&P 500 Futures Options,” *Journal of Econometrics*, 94(1/2), (2000), 181-238.

Bertsimas, D., L. Kogan, and A. Lo, “When is Time Continuous,” *Journal of Financial Economics*, 55(2), (2000), 173-204.

Black, F., M. C. Jensen, and M. Scholes, “The Capital Asset Pricing Model : Some Empirical Tests,” in Studies in the Theory of Capital Markets, Jensen, M. (ed), Praeger, New York, 1972.

Black, F. and M. Scholes, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, 81(3), (1973), 637-654.

Burashi, A. and J. Jackwerth, "The Price of a Smile : Hedging and Spanning in Option Markets," *Review of Financial Studies*, 14(2), (2001), 495-527.

Chung, Y. P., H. Johnson, and M. J. Schill, "Asset Pricing When Returns Are Non-normal : Fama-French Factors vs. Higher-Order Systematic Co-Moments," Working Paper, Darden School of Business, University of Virginia, 2004.

Coval, J. D. and T. Shumway, "Expected Option Returns," *Journal of Finance*, 56(3), (2001), 983-1009.

Cox, J. C. and S. A. Ross, "The Valuation of Options for Alternative Stochastic Processes," *Journal of Financial Economics*, 3(1/2), (1976), 145-166.

Cox, J. C., S. A. Ross, and M. Rubinstein, "Option Pricing : A Simplified Approach," *Journal of Financial Economics*, 7(3), (1979), 229-263.

Derman, E. and I. Kani, "Riding on a Smile," *Risk*, 7(2), (1994), 32-39.

Dimson, E. and M. Mussavian, "Three Centuries of Asset Pricing," *Journal of Banking and Finance*, 23(12), (1999), 1745-1769.

Dumas, B., J. Fleming, and R. Whaley, "Implied Volatility Smiles : Empirical Tests," *Journal of Finance*, 53(6), (1998), 2059-2106.

Fama, E. F. and J. D. MacBeth, "Risk, Return and Equilibrium : Empirical Tests," *Journal of Political Economy*, 81(3), (1973), 607-636.

Fama, E. F. and K. R. French, "The Cross-Section of Expected Stock Returns," *Journal of Finance*, 47(2), (1992), 427-465.

Fang, H. and T. Y. Lai, "Co-Kurtosis and Capital Asset Pricing," *Financial Review*, 32(2), (1997), 293-307.

Galai, D. and R. W. Masulis, "The Option Pricing Model and the Risk Factor of Stock," *Journal of Financial Economics*, 3(1/2), (1976), 53-81.

Hettenhouse, G. and D. Puglisi, "Investor Experience with Put and Call option," *Financial Analysts Journal*, 31(4), 1975, 53-58.

Jackwerth, J. C. and M. Rubinstein, "Recovering Probability Distributions from Option Prices," *Journal of Finance*, 51(5), (1996), 1611-1631.

Jackwerth, J. C. "Recovering Risk Aversion from Options Prices and Realized Returns," *Review of Financial Studies*, 13(2), (2000), 433-451.

Kim, I. J., and Kim, S., "Is It Really Important to Consider the Jump Component for Pricing and Hedging Short-term Options?," Korean Association of Futures and Options Fall Conference, 2003.

Kliger, D. and Orilevy, "Risk Preference Heterogeneity : Evidence from Asset Markets," *European Finance Review*, 6(3), (2002), 277-290.

Kraus, A. and R. H. Litzenberger, "Skewness Preference and The Valuation of Risk Assets," *Journal of Finance*, 31(4), (1976), 1085-1100.

Lintner, J., "The Valuation of Risky Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets," *Review of Economics and Statistics*, 47(1), (1965), 13-37.

Merton, R., "Optimum Consumption and Portfolio rules in a Continuous-time Model," *Journal of Economic Theory*, 3(4), (1971), 373-413.

Merton, R., M. Scholes, and M. Gladstein, "The Returns and Risk of Alternative Call Option Portfolio Investment Strategies," *Journal of Business*, 51(2), (1978), 183-242.

Merton, R., M. Scholes, and M. Gladstein, "The Returns and Risk of Alternative Put Option Portfolio Investment Strategies," *Journal of Business*, 55(1), (1982), 1-55.

Mossin, J., "Equilibrium in a Capital Asset Market," *Econometrica*, 34(4), (1966), 768-783.

Newey, W. and K. West, "A Simple, Positive Semi-Definite, Heteroscedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix," *Econometrica*, 55(3), (1987), 703-708.

Neuhaus, H., "The Information Content of Derivatives for Monetary Policy : Implied Volatilities and Probabilities," Discussion Paper, Deutsche Bundesbank Economic Research Group 3, 1995.

Pan, J., "The Jump-Risk Premia implicit in Options : Evidence from an integrated time-series study," *Journal of Financial Economics*, 63(1), (2002), 3-50.

Perignon, C., "Testing the Monotonicity Property of Option Prices," Faculty of Business Administration, Simon Fraser University, Working Paper, 2006.

Pettengill, G. M., S. Sundaram, and I. Mathur, "The Conditional Relation between

Beta and Returns," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 30(1), (1995), 101-116.

Rubinstein, M. "Implied Binomial Trees," *Journal of Finance*, 49(3), (1994), 771-818.

Scott, R. C. and P. A. Horvath, "On the Direction of Preference for Moments of Higher Order than the Variance," *Journal of Finance*, 35(4), (1980), 915-919.

Sears, A. S. and G. L. Trennepohl, "Diversification and Skewness in Option Portfolios," *Journal of Financial Research*, 6(3), (1983), 199-212.

Shackleton, M. and F. O'Brien, "An Empirical Investigation of UK Option Returns : Overpricing and the Role of Higher Systematic Moments," Lancaster University Management School Working Paper, 050, 2004.

Sharpe, W. F., "Capital Asset Prices : A Theory of Market Equilibrium," *Journal of Finance*, 19(3), (1964), 425-442.

Shimko, D. "Bounds of Probability," *Risk*, 6(4), (1993), 33-37.

THE KOREAN JOURNAL OF FINANCIAL MANAGEMENT
Volume 25, Number 2, June 2008

Systematic Risk Factors Implied in the Return Dynamics of KOSPI 200 Index Options

Moo-Sung Kim* · Tae-Hun Kang**

<abstract>

We empirically investigate the option leverage property that should be priced under much more general conditions than the Black-Scholes assumptions and the option redundancy property that is based on the assumption that the underlying asset price follows a one-dimensional diffusion process and examine the systematic risk factors implied in the return dynamics of KOSPI 200 index options.

We find that the option leverage pattern is similar to the theoretical result but the options are not redundant securities and in the nonlinear structure of option payoffs, the traders of KOSPI 200 index options price the systematic higher-moments and the negative volatility risk premium significantly affects delta-hedged gains, even after accounting for jump fears. But the empirical evidence on jump risk preference is less conclusive.

Keywords : Index Options, Return Dynamics, Redundancy Asset, Stochastic Volatility Risk, Jump Risk

* Corresponding Author, Division of Business Administration, Pusan National University
** Ph.D. Course of Division of Business Administration, Pusan National University