

잉곳 무게 제한 조건을 고려한 Job-Shop형 주물공장의 스케줄링

박용국*[†] · 양정민**

*대구가톨릭대학교 기계자동차공학부

**대구가톨릭대학교 전자공학과

Scheduling of a Casting Sequence Considering Ingot Weight Restriction in a Job-Shop Type Foundry

Yong Kuk Park*[†] · Jung-Min Yang**

*School of Mechanical and Automotive Engineering, Catholic University of Daegu

**Department of Electrical Engineering, Catholic University of Daegu

In this research article, scheduling a casting sequence in a job-shop type foundry involving a variety of casts made of an identical alloy but with different shapes and weights, has been investigated. The objective is to produce the assigned mixed orders satisfying due dates and obtaining the highest ingot efficiency simultaneously. Implementing simple integer programming instead of complicated genetic algorithms accompanying rigorous calculations proves that it can provide a feasible solution with a high accuracy for a complex, multi-variable and multi-constraint optimization problem. Enhancing the ingot efficiency under the constraint of discrete ingot sizes is accomplished by using a simple and intelligible algorithm in a standard integer programming. Employing this simple methodology, a job-shop type foundry is able to maximize the furnace utilization and minimize ingot waste.

Keywords : Casting, Job-Shop, Scheduling, Integer Programming, Ingot Efficiency

1. 서 론

주조(metal casting)란 금속을 용융(melting)하여 틀(mold)에 주입한 후 응고시켜 유용한 제품을 성형하는 제조공법을 통칭한다. 주조는 B.C. 4000년부터 사용되어 온 가장 오래된 정형제조법(net-shape manufacturing) 중 하나이며 농기구, 무기, 주화, 장신구 등의 제작에 이용되어왔다. 크기에 제한이 없고 매우 복잡한 형상 및 내부공간(internal cavity)을 가진 제품들을 조립이 필요 없이 단품으로 또 경제적으로 생산이 가능하며, 현대 산업사회에서 주조는 그 중요성이 더욱 확대되고 있다.

예를 들어, 주철뿐 아니라 알루미늄, 마그네슘, 구리 등 비철금속 및 합금을 이용하여 실린더블록, 실린더헤드, 트랜스미션하우징, 피스톤 등의 자동차 부품뿐 아니라 일반기계, 선박, 항공기, 우주선의 정밀부품에도 주조제품이 광범위하게 사용되고 있다[10]. 1990년 자료에 의하면 25개국에서 생산된 주조제품의 양이 6천 5백만 톤에 달하였으며 미국에서만 1천만 톤의 주조로 270억불에 상당하는 주물제품이 생산되었다[7].

대부분의 Job-shop 형태 중소규모 주물공장은 수요자의 주문에 따라 각기 형상, 무게 및 크기가 다른 다양한 종류의 주물을 제작하는 다품종소량생산 체제로 운

- Genetic Algorithms 5 (FOGA-5), Morgan Kaufman, San Mateo, CA, 265-286, 1999.
- [5] Deb, K. and Reddy, A. R.; "Large-Scale Scheduling of Casting Sequences Using a Customized Genetic Algorithm," *Lecture Notes in Computer Science*, 2936 : 141-152, 2004.
- [6] Deb, K., Reddy, A. R., and Singh, G.; "Optimal Scheduling of Casting Sequence Using Genetic Algorithms," *Materials and Manufacturing Processes*, 18(3) : 409-432, 2003.
- [7] Editorial; "25th Census of World Casting Production," *Modern Casting*, 1991.
- [8] Frontline System, Inc.; *Premium Solver Platform User Guide*, Incline Village, NV, 2007.
- [9] Harjunoski, I. and Grossmann, I. E.; "A Decomposition Approach for the Scheduling of a Steel Plant Production," *Computers and Chemical Engineering*, 25 : 1647-1660, 2001.
- [10] Kalpakjian, S. and Schmid, R. S.; *Manufacturing Processes for Engineering Materials*, 4th Edition, Prentice Hall, Inc., New Jersey, 186, 2003.
- [11] Lally, B., Biegler, L., and Henein, A.; "A Model for Sequencing a Continuous Casting Operation to Minimize Costs," *Iron and Steelmaker*, 10 : 53-70, 1987.
- [12] Luenberger, D. G.; *Linear and Nonlinear Programming*, 2nd Edition, Addison-Wesley, 1989.
- [13] Mitchell, M.; *Introduction to Genetic Algorithms*, MIT Press, Ann Arbor, Michigan, 1996.
- [14] Premium Solver Platform for Excel-Optimization Software Overview. <http://www.solver.com/xlsplatform.htm>.

에는 사용한 로의 내부 청소 등을 위하여 다른 로가 대체 투입된다. 따라서 본 연구에서는 전체 생산기간 동안 용량이 M_I, M_{II} 로 각기 다른 두 개의 용융로를 모두 이용하되, 1 shift 당 1개의 로에서 잉곳을 1회 용융하며 shift별로 용융로도 번갈아 사용된다고 설정한다.

Deb 등은 이와 유사하게 정의된 문제를 GA[13]를 사용하여 풀었으나 서론에서 기술한대로 복잡한 알고리즘과 방대한 계산과정이 불가피하고 또한 실제 고체 상태 잉곳을 사용하는 현실을 무시하고 로의 크기를 임의로 결정하여 현실성이 결여되었다[5, 6]. 따라서 Deb 등이 비록 로의 효율을 높이는 결과를 얻었다고 하나, 실제 현장에서 사용하기는 용이하지 않다. 다음 장에서는 정수계획법을 사용하여 동일한 생산 조건하에 로의 효율을 최대화하고 잉곳 낭비를 최소화하는 최적의 스케줄링, 즉 i 번째 shift별로 생산할 주물의 종류(k)와 그 개수(x_{ki})를 결정하는 알고리즘을 소개한다.

3. 정수계획법을 이용한 스케줄링

선형계획법(Linear Programming)은 최적화 문제의 일종으로 주어진 선형 조건들을 만족시키면서 선형인 목적 함수를 최적화하는 문제이다. 선형계획법은 모형의 명료함과 다양한 해법의 개발로 인해 공학, 경영 및 순수 과학의 분야에서 폭넓게 사용되어 왔으며[12], 최근 들어 운용 과학, 미시 경제학, 네트워크 경로 최적화 등 새로운 분야에서 여전히 성공적으로 적용되고 있다.

선형계획법은 의사결정 변수가 정수로 한정되는 정수 계획법[1, 6], 변수의 일부가 정수로 나와야 하는 혼합 정수계획법[2, 9], 그리고 모든 변수가 0과 1의 값만 가지는 0-1 정수계획법[3] 등으로 나뉜다. 각 shift 당 생산되는 주물의 개수가 반드시 0 또는 양의 정수로 나와야 하는 Job-Shop형 주물공장 생산계획은 정수계획법을 사용하기에 적합하다.

본 장에서는 제 2장에서 정의된 주조 공장의 스케줄링 문제를 정수계획법으로 풀고자 다음과 같이 변수들을 정의한다. Job-Shop형 주조 공정은 복수 개의 용융로를 사용하면서 여러 종류의 주물제품을 납기 내에 동시에 생산한다. 본 논문에서 설정하는 이러한 주조 공정에 대한 정수계획법은 Deb 등이 제시한 선형계획법 표현[5, 6]을 일반화한 것이다.

- K : 제품의 종류(order)
- $r_k, k = 1, \dots, K$: 동일 제품종류(order)내의 주물 개수
- $R = \sum_{k=1}^K r_k$: 모든 주물제품 수의 총합.

- $w_k, k = 1, \dots, K$: 종류(order) k 의 주물 중량
- H : 생산에 사용된 총 용융(melting) 횟수. 본 연구에서는 1 shift 당 1개의 로에 1회 용융하므로 H 는 생산기간 내의 총 shift 수와 일치한다.
- $M_i, i = 1, \dots, H$: i 번째 shift에 사용되는 로의 용량. 본 연구에서는 i 가 홀수일 때는 M_I , i 가 짝수일 때는 M_{II} 용량을 가진 로를 사용한다고 설정한다.
- U : 단위 잉곳 무게. 주조 공정 전체에서 사용되는 단위 잉곳은 U 의 무게를 가진 단일 종류라고 가정한다.
- $W_i, i = 1, \dots, H$: i 번째 shift에 용융되는 용탕의 중량. W_i 는 사용되는 로의 용량 M_i 를 넘지 않아야 한다.
- $x_{ki}, k = 1, \dots, K, i = 1, \dots, H$: i 번째 shift (또는 용융)에서 주조되는 종류(order) k 의 주물 개수

주물공장 생산계획의 목적은 각 shift에서 주조되는 모든 제품의 주물 개수, 즉 $K \times H$ 개의 변수 $x_{ki}(k = 1, \dots, K, i = 1, \dots, H)$ 를 구하는 일이다. 여기서 해가 만족시켜야 할 두 가지 조건은 다음과 같음을 알 수 있다. 첫째, 아래 식 (1)과 같이 H 번의 melting을 거쳐 주조되는 종류(order) k 제품의 합은 주문량 r_k 와 일치한다.

$$\sum_{i=1}^H x_{ki} = r_k, k = 1, \dots, K \quad (1)$$

또한 1 shift에 (또는 1회 melting) 제작되는 주조 제품들의 무게의 총합이 투입되는 용탕을 초과하지 않아야 하므로 다음 관계가 성립한다.

$$\sum_{k=1}^K w_k x_{ki} \leq W_i, i = 1, \dots, H \quad (2)$$

최적의 x_{ki} , 즉 i 번째 melting에서 주조되는 종류(order) k 의 주물 개수를 결정하는 데 타당한 평가지표 중의 하나는 각 melting에서 주조에 ‘실제 사용된 용탕의 양’이다[6]. 따라서 ‘투입된 용탕 W_i 대비 실제 주조된 주물 생산량 $\sum_{k=1}^K w_k x_{ki}$ 의 비’로 정의되는 ‘melting i 의 효율’을 구한 후 H 회에 걸친 모든 melting들의 평균 효율을 최대로 하는 것을 본 최적화 문제의 목적함수로 잡을 수 있다. i 번째 melting의 효율을 백분율로 표시하면 식 (3)과 같다.

$$\text{Melting } i \text{의 효율} = 100 \frac{\sum_{k=1}^K w_k x_{ki}}{W_i} \quad (3)$$

따라서 주조 스케줄링 최적화 문제는 아래와 같이 식 (4)의 목적함수와 식 (5) 및 식 (6)의 제약조건들을 가진 정수계획법으로 나타낼 수 있다.

$$\text{Maximize } \frac{1}{H} 100 \sum_{i=1}^H \frac{\sum_{k=1}^K w_k x_{ki}}{W_i} \quad (4)$$

Subject to

$$\sum_{i=1}^H x_{ki} = r_k, \quad k = 1, \dots, K, \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^K w_k x_{ki} \leq W_i, \quad i = 1, \dots, H, \quad (6)$$

$$x_{ki} \geq 0, \quad x_{ki} \text{는 정수}$$

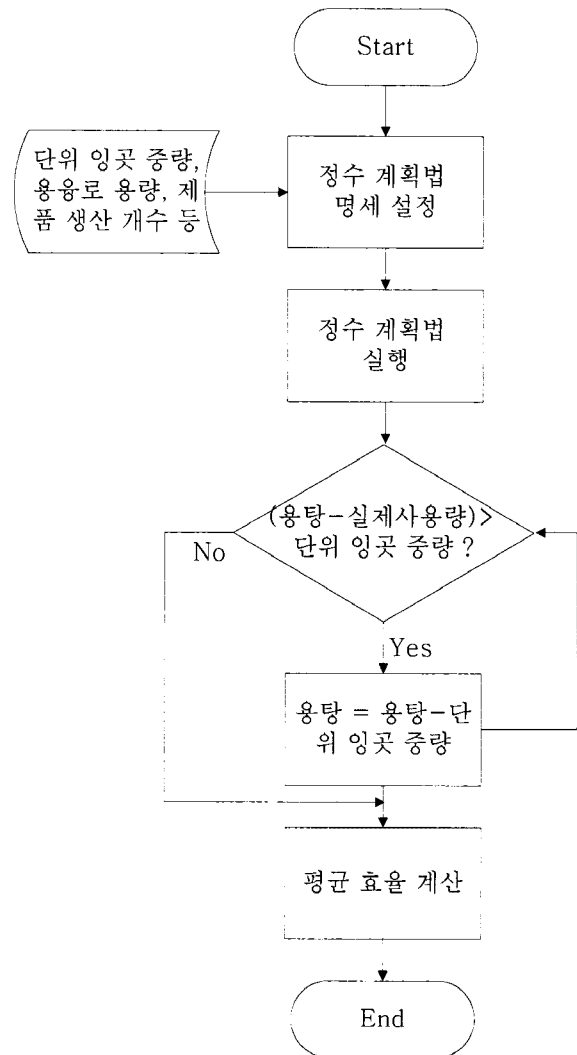
생산되는 주물 개수 x_{ki} 가 0보다 크거나 같다는 조건을 제외하면 식 (4)~식 (6)은 K개의 등식 제한조건과 H개의 부등식 제한조건을 가진 K×H개의 변수를 구하는 정수계획법 문제의 일종이다. shift 횟수 H와 제품 종류 K가 증가하면 의사결정 변수의 개수는 선형적으로 증가하므로 이 문제는 적절하게 정의되었다고 해석될 수 있다.

본 연구에서 제안된 주물공장 생산계획 알고리즘을 <그림 3>에 나타내었다. 제안된 알고리즘은 정수계획법 명세를 설정한 후 최적화 계산을 실행하는 첫 번째 단계와 로의 효율을 최대화하고 잉곳 낭비를 최소화하기 위해서 용탕을 조절하는 두 번째 단계로 나뉜다.

먼저 첫 번째 단계에서는 단위 잉곳 중량, 용융로 용량, 제품 생산 개수 등의 정보를 주물공장 측으로부터 입수하여 매개 변수를 설정하고 식 (4)~(6)에서 정의된 정수계획법 명세를 구한다. 그런 다음 상용 프로그램을 이용하여 주어진 정수계획법을 실행하고 최적의 평균 효율을 가지는 생산계획 $x_{ki}(k=1, \dots, K, i=1, \dots, H)$ 를 찾는다.

본 연구에서 제안되는 알고리즘의 특징은 용탕을 조절하는 두 번째 단계이다. 앞서 기술한 바대로 Job-Shop형 중소규모 주물공장에서는 여러 개의 고체상태 잉곳을 용융로에 미리 장입한 후 용융한 후 주조를 수행한다. 그런데 식 (4)~식 (6)의 정수계획법에서 구한 생산계획으로 나온 주물생산량보다 투입된 용탕이 지나치게 많을 경우 효율이 떨어지게 된다. 따라서 최적화 결과로 나온 스케줄링을 실제 주조 공정에 사용하기 전에 투입되는 잉곳의 개수를 줄일 수 있는지 여부를 확인하면 평균 효율을 더욱 높일 수 있다.

공정에서 쓰이는 단위 잉곳의 무게 U와 투입되는 용탕 W_i , 용융로 용량 M_i 사이에는 아래와 같은 관계가 성립한다.



<그림 3> 최대 평균 melting 효율과 최소 잉곳 사용을 위한 알고리즘

$$W_i = U \cdot n_i \quad (7)$$

$$U \cdot n_i \leq M_i, \quad i = 1, \dots, H$$

n_i 는 i번째 shift에 투입되는 잉곳의 개수로서 용탕이 용융로 용량을 넘지 않는 범위 내에서 최대의 값을 가지게 설정된다. i번째 shift에 투입되는 용탕의 총 중량 W_i 은 $U \cdot n_i$ 이며 이 양은 사용되는 용융로 용량(M_i)보다 작거나 같아야 하므로 위와 같은 관계식이 유도된다. 그런데 스케줄링 결과로 나온 i번째 shift의 주물생산량은 $\sum_{k=1}^K w_k x_{ki}$ 이므로 실제 공정을 완료했을 경우 남는 용탕의 양 R_i 은

$$R_i = U \cdot n_i - \sum_{k=1}^K w_k x_{ki} \quad (8)$$

이다. 만약 이 값이 단위 잉곳 무게보다 크다면 용탕의

총 중량이 주물생산량 $\sum_{k=1}^K w_k x_{ki}$ 보다 작아지지 않는 범위 내에서 잉곳의 개수를 줄일 수 있다. i 번째 shift 잉곳의 조절된 개수를 $n'_i (\leq n_i)$ 라고 정의하면 n'_i 는 아래와 같이 구해진다. 즉, i 번째 shift에서 필요한 잉곳의 개수는 생산된 총 주물중량보다 큰 정수 중에서 가장 작은 수이면 충분하다.

$$n'_i = \text{Min } j : \left\{ j \text{는 정수}, U \cdot j - \sum_{k=1}^K w_k x_{ki} \geq 0 \right\} \quad (9)$$

위 식을 이용하여 잉곳의 개수를 조절하면 i 번째 shift에 투입되는 새로운 용탕 \widetilde{W}_i 은

$$\widetilde{W}_i = U \cdot n'_i \quad (10)$$

와 같이 된다. W_i 대신 \widetilde{W}_i 을 사용하여 식 (4)의 목적 함수를 표시하면 아래와 같다.

$$\text{Augmented efficiency} = \frac{1}{H} 100 \sum_{i=1}^H \frac{\sum_{k=1}^K w_k x_{ki}}{\widetilde{W}_i} \quad (11)$$

모든 i 에 대하여 $\widetilde{W}_i \leq W_i$ 이므로 식 (11)의 조절된 평균 효율은 정수계획법으로 구한 식 (4)의 최초 스케줄링 결과 보다 더 우수하게 나온다. 본 연구에서는 두 가지 용융로를 번갈아 사용한다는 가정을 하였으나 식 (7)~식 (11)에서 제안된 용탕 조절 방법은 용융로의 종류가 세 개 이상인 일반적인 주물공장 생산계획에도 적용될 수 있다.

<그림 3>의 알고리즘에 표시된 조건문과 반복 루프(loop)는 잉곳 개수를 줄이는 식 (9)의 과정을 나타낸 것이다. 용탕 W_i 과 실제 사용량 $\sum_{k=1}^K w_k x_{ki}$ 과의 차이가 단위 잉곳 중량 U 보다 크다면 현재 용탕에서 단위 잉곳 중량을 뺀 양 $W_i - U$ 를 구해 실제 사용량과 크기를 비교한다. 조절된 용탕이 실제 사용량보다 여전히 작다면 알고리즘에 따라서 다시 단위 잉곳 중량을 제하여 용탕은 $W_i - 2U$ 이 된다. 이런 식으로 루프를 반복하면 식 (9)에서 정의된 개수 n'_i 가 구해진다.

4. 사례 연구

어느 주물공장에서 납기 10 shift내에 A(turbo impe-

ller), B(crank case), C(exhaust pipe) 세 종류의 알루미늄 주물제품을 납품하도록 주문받았으며, 수량 주물은 종류별로 각각 75, 90 그리고 80개씩이다. 또 제품의 중량은 각각 90, 50 그리고 15kg이다. 제 3장에서 설정한 대로 주조공장의 용융로는 총 2대로서 각각의 용량은 $M_I = 1,300\text{kg}$ 및 $M_{II} = 1,500\text{kg}$ 이며 홀수 번째 shift에는 M_I 을, 짝수 번째 shift에는 M_{II} 를 1대씩 교대로 투입한다. 마지막으로 로에 장입되는 단위 알루미늄 잉곳의 무게는 $U = 200\text{kg}$ 이다. 비록 로의 용량은 1,300kg과 1,500kg이지만 200kg 잉곳을 사용하므로 각각 최대 6개(1,200kg) 또는 7개(1,400kg)씩만 로에 장입될 수 있다. 즉 식 (7)에서 정의된 잉곳 개수를 shift 순서 i 에 대해서 표시하면 아래와 같다.

$$n_i = \begin{cases} 6 & i \text{는 홀수} \\ 7 & i \text{는 짝수} \end{cases}$$

현실적으로 주조공장에서는 일정한 크기와 무게의 잉곳을 미리 구매하여 사용하므로 실제 '잉곳 1개의 중량과 용융로에 장입되는 잉곳 개수의 곱'은 '용융로의 용량'과 반드시 일치하지는 않는다. 주문 및 생산관련 정보를 <표 1>에 요약하였다.

<표 1> 주문 내용 및 생산 조건

주물제품의 종류(K)	A	B	C
수량(r_k) [개]	75	90	80
중량(w_k) [kg]	90	50	15
용융로 용량(M) [kg]	$M_I = 1,300$	$M_{II} = 1,500$	
잉곳 단위무게(U) [kg]	200		
납기 또는 생산기간	10 shifts		

위 주문량 및 생산조건하에서 효율을 최대로 하는 제품의 생산조합을 제 3장에서 설명한 바와 같이 정수계획법으로 풀고 그 결과를 매 shift별로 <표 2>에 정리하였다. 그리고 실제주조에 사용된 용탕의 중량과 효율도 함께 표시하였다. 본 사례 연구에서는 정수계획법 상용 프로그램으로 Premium Solver Platform® v8.0 [14]을 사용하였다. Premium Solver Platform은 마이크로 소프트웨어(Microsoft Excel) 프로그램과 연동해서 작동되는 최적화 프로그램으로서 정수계획법을 푸는 데 Branch and Bound Method와 Cut Generation 방법 등을 이용한다[8].

효율이 가장 높은 주물제품의 배합을 정수계획법을 이용하여 찾아낸 결과 평균 효율은 <표 2>에서처럼 96.06%로 나왔다. 예를 들어, 첫 번째 shift에서는 중량

<표 2> 주물제품별 생산량(x_{ki}) 및 효율

Shift	제품 A	제품 B	제품 C	용탕(W) [kg]	실제사용 melt[kg]	효율 (%)
1	0	24	0	1200	1200	100
2	6	13	0	1400	1190	85
3	0	24	0	1200	1200	100
4	13	0	0	1400	1170	83.57
5	0	24	0	1200	1200	100
6	15	1	0	1400	1400	100
7	11	4	0	1200	1190	99.17
8	15	0	0	1400	1350	96.43
9	0	0	80	1200	1200	100
10	15	0	0	1400	1350	96.43
계	75	90	80	13,000	12,450	96.06
주문량	75	90	80			

<표 3> 잉곳 개수를 조절한 생산계획의 효율

Shift	용탕(Wi) [kg]	실제사용 melt[kg]	효율 (%)	비고 [kg]
1	1200	1200	100	
2	1200	1190	99.17	-200
3	1200	1200	100	
4	1200	1170	97.50	-200
5	1200	1200	100	
6	1400	1400	100	
7	1200	1190	99.17	
8	1400	1350	96.43	
9	1200	1200	100	
10	1400	1350	96.43	
계	12,600	12,450	98.87	-400

50kg짜리 B제품을 24개 주조함으로써, 200kg짜리 잉곳 6개를 장입하여 녹인 용탕의 무게와 생산된 주물의 총 중량이 일치하고, 따라서 효율은 100%이다. 그러나 두 번째 shift에서는 A제품 6개와 B제품 13개를 주조하므로 실제 사용된 melt는

$$\sum_{k=1}^3 w_k x_{k2} = 90 \times 6 + 50 \times 13 = 1,190\text{kg}$$

인데 반해 투입된 용탕은 $W_2 = 1,400\text{kg}$ 으로 효율이 85%에 불과하다. 이는 잉곳의 단위 무게가 200kg인 점을 간과한 탓이다. 즉 실제 사용된 melt가 1,200kg 이하이므로, 식 (9)를 적용하면 200kg짜리 잉곳을 $n_2 = 7$ 개 장입하는 대신 $n'_2 = 6$ 개만 장입하여 결국 1,500kg짜리 용융로의 80%인 $\bar{w}'_2 = 1,200\text{kg}$ 의 용탕만 준비하면 된다 (식 (10)).

그러므로 용탕과 실제 사용량의 차이가 잉곳의 단위 무게보다 클 경우는 투입되는 잉곳 개수를 하나씩 차례 차례 감소시킬 수 있다. 이와 같은 방법으로 shift 2와 4에서 장입되는 잉곳을 하나씩 줄이면 <표 3>과 같은 새로운 결과를 얻는다. 10 shift 동안 용융한 총 용탕은 13,000kg에서 12,600kg으로 400kg 줄어들고, 평균 효율은 96.06%에서 98.87%로 변하여 2.81% 향상됨을 알 수 있다.

그런데 이러한 사실은 최적의 제품 생산 조합이 결정되기 전에는 미리 알 수 없으므로 일단 정수계획법을 이용한 최적 스케줄링이 이루어진 후 <그림 3>과 같은 알고리즘을 적용함으로써 용융로의 효율을 높이는 동시에 잉곳의 낭비를 최소화 할 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 Job-shop형태의 중소규모 주물공장에서 제한된 자원을 가지고 동일 합금으로 주조되는 다양한 종류의 주물들을 다수 생산할 때 비교적 간단한 정수계획법을 이용하여 효율을 최대화하는 최적 스케줄링에 대해 연구하였다. 이를 통하여 복잡한 다 변수, 다 제약조건을 가진 최적화 문제에 정수계획법을 이용하면 타 연구자들이 이용한 GA에 비해 사용하기 간편할 뿐만 아니라 방대한 계산이 필요 없이 정확한 해를 구할 수 있음을 알 수 있었다. 또한 잉곳을 사용하는 현실적인 제약 조건하에서, 불필요한 잉곳 사용량을 줄이고 전기로의 에너지를 최소화하기 위하여 적절한 알고리즘을 도입하여 사용하였다. 이 연구결과는 실제 다품종소량생산 위주의 주조업체 현장에서 즉시 적용 가능하며 주조산업의 원가 및 납기 경쟁력 제고에도 기여할 것으로 기대된다.

참고문헌

- [1] 양정민, 문기주, 김정자; “정수계획법에 의한 셀제조 시스템에서 부품-기계군의 생성”, 한국공업경영학회지, 19(38) : 9-15, 1996.
- [2] 오명진; “다목적 비선형 혼합정수계획법을 이용한 셀 형성”, 산업경영시스템학회지, 23(61) : 41-50, 2000.
- [3] 유병철, 이민우; “0-1 정수계획법을 이용한 일정계획 시스템 개발”, 한국공업경영학회지, 19(38) : 139-146, 1996.
- [4] Deb, K. and Agrawal, S.; “Understanding interactions among genetic algorithm parameters,” Foundation of