

분수공적분을 이용한 KOSPI200지수의 현·선물 장기균형관계검정

김태혁* · 임순영** · 박갑제***

〈요 약〉

이 논문은 분수공적분 개념을 이용하여 KOSPI200지수와 지수선물가격간에 장기균형관계가 있는지를 살펴보고 있다. 이것을 위해 로그변환 현·선물가격 각각의 분수차분계수를 주파수영역(frequency domain)의 GPH 추정량을 구한 다음, 현·선물 회귀식의 추정을 통해 도출한 균형오차의 차분계수와 비교하였다. 이 방법은 전통적인 공적분방법에서 규명하지 못한 금융시계열자료의 통계적인 특성을 분석할 수 있는 장점이 있다. 분석결과를 요약하면 다음과 같다. 첫째, 정수차원의 차분구조모형에서는 공적분검정을 통한 장기균형관계의 증거를 찾기가 어려웠다. ADF 단위근 검정과 KPSS 정상성 검정에서 상반된 결과가 제시되어 두 시계열을 $I(1)$ 으로 확정하기가 불가능하였다. 둘째, GPH 추정량을 이용하여 차분계수를 추정한 결과, 두 시계열 모두 불안정한 장기기억구조를 가지는 것으로 식별되었고 균형오차는 정상적인(stationary) 장기기억구조를 가지는 현·선물가격간에 분수공적분관계가 있는 것으로 파악되었다. 이 논문은 선물시장과 현물시장이 장기균형관계를 국내 선행연구에서 이용하지 않았던 분수공적분을 이용하여 분석했다는 점에서 그 의미를 찾을 수 있다.

주제어 : KOSPI200지수, 분수공적분, GPH 추정량, 장기기억모형, 장기균형관계

논문접수일 : 2007년 12월 06일 논문수정일 : 2008년 05월 15일 논문게재확정일 : 2008년 07월 24일

* 부산대학교 경영학부 교수, E-mail : tahykim@pusan.ac.kr

** 제1저자, 부산대학교 BK21동북아 금융허브육성을 위한 금융증권선물교육연구사업단 연구원
E-mail : limsy0916@hanmail.net

*** 교신저자, 부산대학교 경영경제연구소 연구원, E-mail : econpark88@hanmail.net

I. 서 론

선물시장과 현물시장의 장·단기 균형관계의 성립여부는 시장효율성과 차익거래의 존재 여부에 대한 함의를 지니기 때문에 연구자뿐 아니라 투자자에게도 중요한 의미를 지닌다. 최근까지 현·선물간의 단기 관계는 주로 두 시장가격간의 선도지연관계(lead-lag relationship) 측면에서 많이 연구되어 왔다. 특히, 풍부한 거래 유동성으로 인해 지수선물시장을 대상으로 한 실증적 연구가 많이 진행되어 왔다. 그리고 이러한 연구들은 첫째, 주가지수 구성종목에 내재되어 있는 불빈번거래(nonfrequent trading)가 존재하고 둘째, 현물시장에서의 공매거래의 제한으로 인한 거래마찰요소의 존재하고 셋째, 선물시장이 거래비용이 상대적으로 저렴하고 레버리지 효과가 있으며, 마지막으로 시장정보가 시장을 구성하는 모든 주식들에 영향을 미칠 수 있을 때 선물시장이 새로운 정보에 먼저 반응한다는 이론에 기초하고 있다. 대표적으로 Kawaller et al.(1987), Stoll and Whaley(1990), Chan(1992), Ghosh(1993) 등의 국외 연구들과 KOSPI주가지수시장을 대상으로 한 오세경(2002), 김인준, 서영균(2002), 전준규(1998), 남수현, 강석규(1998) 등이 있다. 그리고 이상의 선행연구들에서는 오차수정모형과 분포시차모형, 자기상관관계 및 교차상관관계모형 및 그랜저 인과관계 및 회귀오차를 이용한 모형 등의 방법이 주로 사용되었으며 일별자료(daily data)에서부터 1분 자료, 10분 자료 등 다양한 일중자료(intraday data)가 사용되어 왔다.

한편, 현·선물가격간의 장기적 균형관계에 관한 연구는 무재정차익(no arbitrage)거래의 균형조건식을 이론적 배경으로 한 공적분관계의 성립여부에 주목하여 왔다. Brooks et al.(2001), Tse(1995), Wahab and Lashgari(1993)와 김솔, 김동석(2000)과 남수현, 강석규(1998)등의 연구가 이에 해당한다. 그리고 이러한 연구들은 주로 현·선물가격변수들에 대해 정수차원의 전통적인 공적분 검정방법을 사용하여 장기균형관계에 관한 함의를 도출하고 있다. 하지만 우리가 살펴본 바에 의하면, 로그변환된 지수선물가격과 로그변환된 KOSPI지수는 ADF 단위근 검정방법에 의하면 정상성(stationarity)에 가까운 반면, KPSS 정상성 검정방법하에서는 정상성 귀무가설을 기각하는 등 서로 상반된 결과를 제시하고 있어서 전통적인 공적분 검정방법으로는 현·선물간의 장기균형관계를 규명하기 어려운 것으로 나타났다. 우리는 이러한 것이 정수차원으로 차분구조를 제한하는 전통적인 분석방법에서 비롯되었을 가능성에 주목하고자 한다.

이 논문은 분수공적분모형을 통해 현선물가격의 장기적 균형관계의 성립여부를 살펴보고 있다. Hosking(1981), Geweke and Porter-Hudak(1983)등의 선행 연구에서 진행

된 장기기억모형(long memory)은 차분구조를 실수차원으로 확장하기 때문에 정수차원에서 규명되지 못했던 공적분여부를 판단할 수 있게 해준다.¹⁾ 또한 이 논문에서는 Robinson(1994, 1995(a))에서 제시된 분수공적분개념도 이용하고자 한다. Robinson(1994)에 의하면 장기기억을 가진 두 시계열이 분수공적분관계에 있기 위해서는 차분계수가 같아야 하고 선형결합에 의해 만들어지는 잔차시계열의 분수차분계수가 원시계열의 그것보다 낮아야 한다. 본 연구에서는 분수공적분여부를 Robinson(1995a)의 이변량제약 GPH 추정량과 Engle-Granger(1987)방법론을 결합하여 살펴보고자 한다.

선행연구의 검토에 의하면, 분수공적분개념을 이용하여 KOSPI200지수와 선물가격간의 장기적 균형관계를 살펴보고 있는 국내연구는 아직 존재하지 않는 것으로 파악된다. 이것이 선행연구들과 이 논문의 차이점이라고 할 수 있다. 또한 이 논문에서 사용하고 있는 연구방법은 향후, 현·선물가격간의 단기적 관계인 선도지연관계를 분수적 오차수정모형으로 확장하여 살펴볼 수 있는데 도움을 줄 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 서론에 이어 제 II장에서는 현선물가격간에 장기적 균형관계에 관한 이론과 선행연구 및 추정방법인 장기기억모형과 분수공적분에 대해 살펴본다. 제 III장에서는 사용된 자료에 대한 설명과 함께 분석결과를 제시한다. 제 IV장은 결론이다.

II. 현·선물 시장의 장기균형관계와 분석방법

1. 현·선물 시장의 장기균형관계

만약 개별시장에 거래에 따른 장애요인이 없고 정보가 효율적이라면, 현물시장의 지수와 연관된 선물계약의 수익률은 완벽히 그리고 동시적으로 서로 상관되어 있어야만 하고 시간적으로는 서로 상관되지 않아야 한다. 이것은 시장이 효율적일 경우 주가지수와 선물가격은 새로운 정보를 동시적으로 즉각 반영해야 하며 만약 잘못된 책정된 가격이 발생하면 가격오차는 빠르게 사라지게 됨을 의미한다. 만약 이와 같은 동시성이 성립하지 않을 경우, 재정거래기회가 만들어질 수 있기 때문에 장·단기 균형관계의 성립여부는 투자의 전략수립에 중요한 의미를 지닌다. 효율시장가설에 기초해서 선물가격과 기초자산가격간의 이론적 관계를 Mackinlay and Ranaswamy(1988)의 보유비용모형을 통해 정리하면 다음과 같다.

1) 장기기억에 대한 대표적인 국내연구로서는 이일균(2001, 2002)와 조하현, 이승국(2002,2004)등이 있음.

$$F_t = S_t \exp[(r-d)(T-t)] \quad (1)$$

단, $F_t = t$ 기의 주가지수 선물가격, $T =$ 만기

$S_t =$ 기초자산의 가격 r 은 연속 복리 배당률

그리고 식 (1)과 같은 무재정거래를 위한 균형조건식을 로그가격과 수익률로 표현하면 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ln F_t = \ln S_t + (r-d)(T-t) \quad (2)$$

$$f_t = s_t + (r-d) \quad (3)$$

$$\text{단, } f_t = \ln(F_t/F_{t-1}), \quad s_t = \ln(S_t/S_{t-1})$$

식 (2)와 식 (3)도 식 (1)과 마찬가지로 현·선물시장에서 투자자가 동시에 상반되는 포지션(position)을 취하여 재정거래차익이 발생하지 않는 균형조건식이다. 이상의 균형조건식으로부터 거래에 따른 거래비용 등을 고려하여 베이스(basis)가 일정 크기를 상회하지 않는 한 거래차익이 발생하지 않게 되는 시장효율성조건을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$e_{L,t} < (F_t - S_t) < e_{U,t} \quad (4)$$

단, $e_{L,t} = t$ 시점에서의 무재정거래 성립의 하한 값

$e_{U,t} = t$ 시점에서의 무재정거래 성립의 상한 값

이상에서 살펴본 식 (1), 식 (2) 및 식 (3)은 동일한 가격을 각각 수준변수(level variable), 로그현·선물가격(log-price), 및 수익률(return)로 표현된 것에서 차이가 있을 뿐한 시장이 다른 시장을 선도할 수 없다는 효율시장가설과 맥락을 같이 한다. 하지만 5분 혹은 1분 간격의 자료를 사용한 많은 선행연구들에 따르면 대체적으로 선물시장이 현물시장을 30분 이내에서 선도하는 것으로 보고되고 있다. 대표적으로 Stoll and Whalley (1990), Chan(1992), Kawaller et al.(1987) Ghosh(1993)등의 연구에서는 미국 S&P500지수시장을 대상으로 1980년대와 1990년대 중반의 기간 동안에 고빈도(high frequency) 자료를 사용하여 분석한 결과, 선물시장이 평균적으로 30분 이내에서 현물시장을 선도하는 것으로 나타나고 있다. Iihar et al.(1996)은 1989년에서 1991년 사이에 일본 오사카증권거래소에서 거래되는 NSA 현물지수와 지수선물을 대상으로 수익률의 선도지연

관계를 5분 간격 자료를 이용하여 살펴보았는데, 선물수익률이 현물수익률을 20분 정도 강하게 선도하고 있는 반면, 현물수익률은 5분 정도 선물수익률을 선도하는 것으로 나타나고 있다. 한편 KOSPI200지수선물시장에서 선도지연관계에 관한 국내 연구들에서도 공통적으로 선물시장이 5분에서 30분 이내에서 현물시장을 선도하는 것으로 나타나고 있다.²⁾

반면, Brooks et al.(2001)에 따르면 이러한 선도지연관계는 30분 이상에서는 지속되지 못하는 것으로 알려져 있다. 이것은 만약 1분 간격 혹은 5분 간격자료가 아니라 일별자료(daily data)를 사용할 경우 위의 균형조건식들이 의미하는 바와 같이 현·선물 가격간에 장기균형관계가 성립해야 한다는 것을 의미한다. 하지만 변수들 간에 장기균형관계가 이론적으로 존재한다고 해서 실증적 측면에서 공적분관계가 성립한다는 것을 직접적으로 의미하지는 않는다. 왜냐하면, 식 (3)과 같은 수익률간의 장기관계를 공적분검정으로 살펴볼 때, 만약 수익률 시계열이 $I(0)$ 가 될 경우 공적분검정의 전제가 성립되지 않기 때문이다. 하지만 분수차분구조에서는 정수차분구조에서 규명하지 못한 공적분관계를 도출할 수 있는 장점이 있다.

본 연구에서는 앞에서 도출한 장기적 균형관계식들 중 식 (2)와 같이 나타나는 로그 현물가격과 로그선물가격간의 균형관계를 공적분검정을 통해 살펴보고자 한다.

2. 장기기억과 분수차분계수의 추정

일반적으로 장기기억모형이란 보통 시계열의 차분구조가 $I(1)$ 과 $I(0)$ 와 같은 정수차분구조가 아니라 차분계수 d 가 $-0.5 < d < 0.5$ 사이의 분수차분계수를 가지면서 정상성(stationary)의 특징을 지니는 시계열모형을 일컫는다.³⁾ 선행 연구들에 의하면, 이 모형을 따르는 시계열은 정상적임에도 불구하고 서로 다른 시점에서의 관측치들간에 강한 상관관계를 가진다. 그래서 시차 k 가 증가하더라도 자기상관계수값이 빨리 감소하지 않고 지속성을 가져 마치 비정상적 시계열처럼 인식된다는 특징을 가지게 된다. 따라서 이러한 특성을 가지는 시계열을 기존의 전통적인 정수차분구조로 살펴보는 데는 한계가 있다. 반면 장기기억모형은 차분구조를 분수 혹은 실수차원으로 확장하여 제약이 없는 상태에서 시계열 특성을 고찰하기 때문에 전통적인 $I(1)/I(0)$ 와 같은 제약된 분

2) 이필상, 민준선(1997), 남수현, 강석규(1998), 강석규, 김태혁(2005), 은철수, 장호윤(1998) 및 김술, 김동석(2002)등이 대표적인 연구에 해당함.

3) 구체적으로는 선행연구들에 의하면 $d > 0.5$ 일 때를 비정상적인 장기기억모형 그리고 $-0.5 < d < 0.5$ 일 때를 정상적인 장기기억모형으로 나누어진다.

석모형에서는 나타나지 않았던 시계열적 특성을 명확히 파악할 수 있게 해준다. 그리고 실수차원의 분수차분구조를 지니는 시계열을 정수차분구조의 확률모형으로 인식할 경우 그 모형은 차분구조를 과장하거나 과소평가하는 형태로 나타나 잘못된 결론에 도달할 수 있기 때문에 그러한 그 가능성을 미리 배제한다는 데서 장기기억모형분석의 의의가 있다.

장기기억모형을 간단히 살펴보기 위해 시계열 $X_t, t=1, \dots, n$ 를 d (단, $-1/2 < d < 1/2$)차 차분하여 만든 시계열 $W_t = (1-B)^d X_t$ 가 안정적인 $ARMA(p, q)$ 를 따른다고 가정해 하자. 그러면 X_t 는 다음과 같이 시차다항식(lag polynomial)을 사용하여 나타낼 수 있다.

$$\phi_p(B)(1-B)^d X_t = \psi_q(B)\epsilon_t \tag{5}$$

단, B =시차연산자(lag operator),

$$\phi_p(B) = 1 - \sum_{j=1}^p \phi_j B^j, \quad \psi_q(B) = 1 - \sum_{j=1}^q \psi_j B^j ; \text{ 시차다항식}$$

여기서 이 분수차분계수 d 를 추정하기 위해서는 크게 두 가지 방법이 있는데 Geweke and Porter-Hudak(1983)(이하 GPH(1983))으로 대표되는 반모수적 방법(Semiparametric Method)과 진동수영역(frequency domain)에서의 최우추정법(Fox-Taqqu방식, Sowell 방식)이 그것이다.⁴⁾

본 연구에서는 비모수적 추정방법인 GPH(1983) 방식을 따라 분수차분계수 d 를 추정하여 현·선물가격의 장기기억계수를 추정하고자 한다. 이 이론에 따르면, d 차 차분하여 만든 시계열 $W_t = (1-B)^d X_t$ 가 안정적 $ARMA(p, q)$ 를 생성시킨다고 할 때, 원시계열 X_t 의 주파수 w 에서의 스펙트럴 밀도함수(spectral density function) $f_X(w)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁵⁾

$$f_X(w) = |1 - e^{-iw}|^{-2d} f_W(w), \quad 0 \leq w \leq \pi \tag{6}$$

단, $|\cdot|$ =복소수 \cdot 의 크기(length)의 제곱근

$$f_W(w) = \frac{\sigma_\epsilon^2}{2\pi} \left| \frac{\theta_q(e^{-iw})}{\phi_p(e^{-iw})} \right|^2$$

4) 분수차분계수 d 를 추정하는 두 가지 방법에 대한 고찰은 조하현, 이승국(2003) 참조.

5) 스펙트럴밀도함수는 시계열에서 주기의 역수인 주파수(frequency)가 전체 시계열의 에너지 혹은 분산에 얼마나 기여하는가를 측정하는 함수로서 스펙트럴차원에서 시계열을 분석하는데 있어 필수적인 개념이라고 할 수 있다(Wei, 2004), Chatfield, 2004).

여기서 푸리에 주파수(Fourier frequency)라 불리는 $w_j = \frac{2\pi j}{n}$, $j = 1, \dots, [\frac{n}{2}]$ (단, $[\cdot]$ 는 가우스 함수, $n =$ 관측치의 수) 각각에서 확률변수 X_t 의 스펙트럴 밀도함수의 추정량인 피어리드그램(periodogram) $I_X(w_j)$ 을 도출한 후 이것을 아래의 회귀식인 식 (7)에 대입한 후 기울기계수인 d 를 추정하면 바로 그것이 시계열 X_t 의 분수차분계수의 추정치이다.

$$Y_j = c + dX_j + e_j, \quad j = 1, \dots, m \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \text{단, } Y_j &= \ln I_X(w_j), \quad c = \ln f_W(0), \quad X_j = \ln |1 - e^{iw_j}|^{-2} \\ e_j &= \ln [I_X(w_j) / f_X(w_j)] \\ m &= \text{bandwidth parameter} \end{aligned}$$

식 (7)에서 e_j 는 *i.i.d*과정, X_j 는 $X_j = \ln \left[\frac{1}{4[\sin^2(w_j/2)]} \right]$ 로 치환되며 Y_j 는 $Y_j = \ln((2\pi n)^{-1} |\sum_{t=1}^n X_t e^{iw_j t}|^2)$ 로 변환되어 종속변수로 들어간다. Zivot and Wang(2006)에 의하면 식 (4)의 d 에 대한 OLS 추정량 즉, GPH 추정량 \hat{d} 의 점근적 분포는 다음과 같다.

$$\hat{d} \sim N\left(d, \frac{\pi^2}{6 \sum_{j=1}^m (U_j - \bar{U})^2}\right), \quad \text{단, } U_j = \ln [4\sin^2(w_j/2)] \tag{8}$$

3. 분수공적분

Engle and Granger(1987)에 의하면 시계열간의 공적분은 두 $I(1)$ 과정인 두 시계열의 선형결합이 장기적 균형상태 즉, $I(0)$ 에 있을 때를 말한다. 하지만 해당 시계열이 실제로 실수차분계수를 가질 경우, 정수차원의 전통적 공적분은 과잉차분 혹은 과소차분 등의 문제를 야기하기 때문에 이 때의 공적분관계는 분수공적분에 의해 해결될 수 있다. Granger(1986)에 의해 도입되기 시작하고 Cheung and Lai(1993)등에 의해 사용된 분수공적분은 ‘만약 두 시계열의 선형결합인 균형오차 Z_t 가 비록 $I(0)$ 가 아니더라도 $I(d-b)$, (단, $b > 0$)이거기만 하면 X_t 와 Y_t 는 분수공적분관계에 있다’고 정의되어진다. 즉, 분수공적분이란 시계열들이 공적분 선형결합이 될 때 차분계수가 줄어드는 것을 의미

한다고 하겠다. Hussain and Shhkur(2002)에서는 두 시계열의 차분계수 d_x 와 d_y 가 $d_x, d_y \geq 0$ 을 만족하고 X_t 와 Y_t 의 선형결합인 $Z_t = Y_t + \alpha X_t$ 가 $-0.5 < d_z < \min\{d_x, d_y\}$ 를 만족하면 분수공적분이 존재하는 것으로 파악된다. 여기서 Dueker and Startz(1998)에 의하면 $b = \min\{d_x, d_y\} - d_z$ 는 공적분의 크기가 된다.

본 연구에도 이와 같은 Hussain and Shhkur(2002)에 의한 분수공적분 인식방법을 따르는 동시에 Bandi and Perron(2006)와 Robinson(1995a)에서 사용된 이변량제약(bivariate constrained) GPH 추정량을 사용하여 공통의 차분계수 $d_x = d_y = d$ 를 추정하여 d_z 와 비교하고자 한다.

공통의 차분계수를 도출하기 위해서 먼저, 두 시계열 X_t 와 Y_t 의 분수차분계수가 동일하다고 가정한 상태에서 d 를 추정해야 한다.⁶⁾ 두 시계열의 분수차분계수가 동일하다는 제약을 반영할 경우, 분수차분계수 d 를 추정하기 위한 두 회귀식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 Y_{1j} &= c_1 + dX_j + e_{1j}, \quad j = 1, \dots, m \\
 Y_{2j} &= c_2 + dX_j + e_{2j}, \quad j = 1, \dots, m \\
 \text{단, } Y_{1j} &= \ln I_X(w_j), Y_{2j} = \ln I_Y(w_j)
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

위 식 (9)에 반영된 정보를 모두 이용하여 공통의 차분계수 d 를 추정하기 위해서 위 식 (9)에 있는 두 식을 결합하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 Y &= Z\beta + e \\
 \text{단, } Y &= \begin{pmatrix} Y_{1j} \\ Y_{2j} \end{pmatrix}, \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & X_{11} \\ \dots \\ 1 & 0 & X_{1m} \\ 0 & 1 & X_{11} \\ \dots \\ 0 & 1 & X_{1m} \end{pmatrix}_{(2m \times 3)} \quad \beta = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ d \end{pmatrix}, \quad e = \begin{pmatrix} e_{1j} \\ e_{2j} \end{pmatrix}, \quad j = 1, \dots, m
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

위 식 (10)의 OLS 추정량 $\hat{\beta} = (\hat{c}_1, \hat{c}_2, \hat{d})'$ 의 각각은 점근적으로 정규분포하고 일치추정량이 된다. 그리고 식 (10)을 추정한 $\hat{\beta}$ 의 구성요소인 \hat{d} 가 공통의 차분계수에 대한 추정치가 된다.

6) 이후의 절에서 우리는 SUR 모형의 추정을 통해 두 분수차분계수가 같은지를 검정한다.

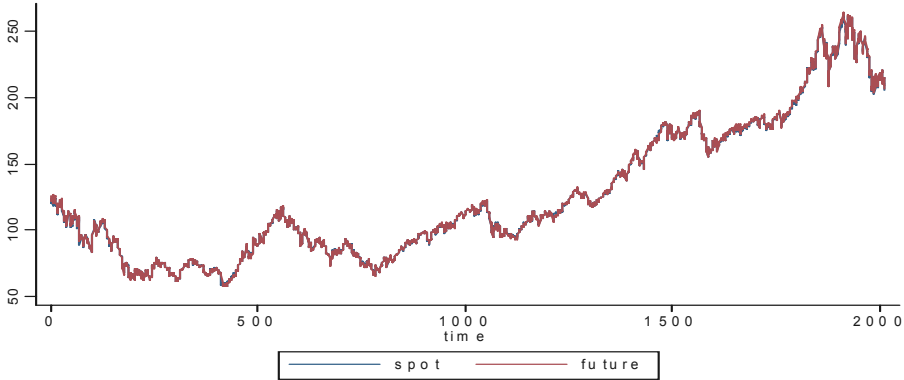
Ⅲ. 분수공적분 실증분석

1. 자료와 기초통계량

본 연구에서는 한국증권선물거래소에서 제공하는 KOSPI200주가지수의 일별 14시 50분 자료와 KOSPI200선물의 일별 14시 50분 자료를 이용하였다.⁷⁾ 분석기간은 각 시장의 거래시간이 일정하게 운영되고 외환위기의 영향이 거의 소멸되었다고 보여지는 2000년 1월 2일부터 2007년 7월 31일까지로 하였다. 또한 선물시장의 경우는 다양한 지수상품 중 거래가 많은 최근월물을 사용하였다. 이렇게 해서 각 시장별 가격 시계열은 각각 2014개가 선택되었으며 시계열 그림은 [그림 1]과 같다.

[그림 1] 현물(주가지수)과 선물(주가지수선물가격)의 추이

[그림 1]에 사용된 자료는 KOSPI200지수와 지수선물가격 시계열 각각은 매일의 2시 50분 자료를 이용하였으며 표본기간은 2000년 1월 2일(그림에서 횡축의 0에 해당)부터 2007년 7월 31일(그림에서 횡축의 맨 오른쪽 끝)까지이다. spot은 현물, future은 지수선물가격임.



[그림 1]을 통해 우리는 현물과 선물의 변동 추이가 거의 동일하다는 것을 알 수 있는데 이것은 현물과 선물시장 사이에 장기적인 균형 관계 즉 공적분 관계가 있을 가능성이 높다는 것을 의미한다. 자연로그변환된 선물가격과 현물가격의 분포에 대한 주요 통계량은 <표 1>과 같다.

7) 주지하다시피 선물이 현물에 비해 15분 동안 더 거래가 되고 있으며 또한 현물은 2시 50분부터 동시호가 진행된다. 즉, 선물과 현물가격 증가에는 Non-synchronous effect가 존재한다. 이를 고려하기 위해 우리는 2시 50분의 가격자료를 이용하였다.

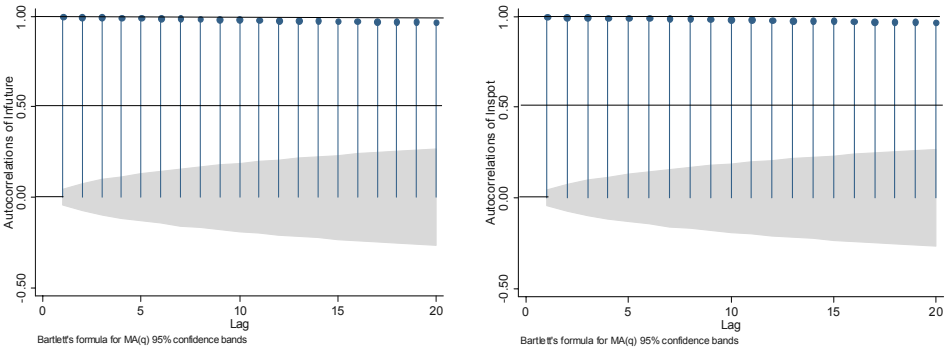
<표 1> 로그현물과 로그선물가격에 대한 기초통계량

	평균	표준편차	왜도	첨도	상관계수
로그현물	4.756	0.385	0.340	2.050	0.99
로그선물	4.757	0.387	0.334	2.052	

<표 1>에서 알 수 있듯이 두 시계열은 거의 완벽한 양(+)의 상관관계에 있으며 양(+)의 왜도, 낮은 첨도를 가지는 것으로 나타났다. 그리고 상관계수값이 0.99로 나타나 공적분의 가능성을 강하게 시사하고 있음을 알 수 있다. [그림 2]는 로그현물과 로그선물의 자기상관계수값을 보여주고 있다. [그림 2]에서 알 수 있듯이, 두 시계열의 자기상관계수가 시차가 10이상에서도 거의 줄어들지 않고 있다. 이것은 해당 시계열이 단위근 과정이거나 유사단위근 과정이거나 혹은 장기기억모형의 관점에서 볼 때 차분계수 d 가 0보다 클 경우라는 것을 짐작케 한다.

[그림 2] 로그현물과 로그선물가격의 자기상관계수

왼쪽그림은 전체 표본기간에서 로그변환된 KOSPI200지수의 시차에 따른 자기상관계수이며 오른쪽 그림은 로그변환된 지수선물가격 시계열의 자기상관계수이다. 횡축의 시차가 20까지 증가하더라도 자기상관계수가 1에서 크게 줄어들지 않는 강한 지속성을 보임을 알 수 있다.



다음 절에서는 정수차원에서 시계열의 차분구조 즉, 정상성여부를 엄밀히 살펴보기 위해 ADF 단위근 검정과 KPSS 정상성 검정 및 요한슨 공적분검정을 실시하고 그 결과를 검토하고자 한다.

2. 정수단위근 검정과 요한슨 공적분 검정

앞에서는 현물과 선물가격의 자기상관계수가 상당히 높은 지속성을 가진다는 확인하

였다. 하지만 이것만으로는 시계열의 정상성여부에 대한 결론을 내리기 어려우므로 단위근이 존재하는지를 검정해 볼 필요가 있다. 현물과 선물에 대한 시계열 안정성을 검증하기 위하여 ADF 단위근 검정과 KPSS 정상성 검정을 실시하였으며 결과는 <표 2>과 같다.

<표 2> ADF단위근 검정과 KPSS 정상성 검정

ADF 단위근 검정은 SBC 기준에 따라 적정 모형을 식별된 $\Delta y_t = a_0 + \gamma y_{t-1} + a_2 t + \epsilon_t$ 모형을 추정하였으며 KPSS 정상성 검정통계량은 모형 $y_t = x_t' \delta + \epsilon_t$ 을 추정한 후 LM 통계량($LM = \sum_t S(t)^2 / (T^2 f_0)$, $f_0 = 0$ 주파수에서의 잔차스펙트럼 추정량, $S(t)$ 는 t 개의 누적잔차합)에 기초하여 구하고 있다.

로그변환가격	수준/차분	ADF 통계량	KPSS 통계량
로그현물	수준(level)	-3.58**	0.74***
	1차 차분	-45.07***	0.09
로그선물	수준	-3.64**	0.73***
	1차 차분	-43.48***	0.09

주) **: 5% 유의수준에서 귀무가설 기각.
 ***: 1% 유의수준에서 귀무가설 기각.

ADF 단위근 검정을 실시하기 위해 사용된 회귀모형의 시차는 SBC 기준을 따랐으며 (현·선물 모두 사용된 시차는 $p = 0$) 확정적 시간 추세항과 상수항의 포함여부는 Dolado et al.(1990)의 방법을 따랐다. 즉 먼저 절편항과 시간추세항 둘 다 포함된 회귀모형부터 추정을 하여 단위근 귀무가설의 기각여부를 살펴보았다. 그 결과 <표 2>에서 알 수 있듯이 로그현물가격과 로그선물가격 모두에서 ADF 검정통계량값이 -3.58과 -3.64로 나타나 다른 회귀모형을 통한 단위근 여부의 추론없이 바로 5%의 유의수준에서 단위근 귀무가설을 기각할 수 있었다.⁸⁾ 따라서 ADF 검정통계량의 관점에서만 볼 경우 두 시계열은 $I(1)$ 임을 알 수 있다.

반면, Ooms and Doornik(1999)의 연구에 의하면, 분수 차분된 시계열($I(d)$, $d < 1$)에 대해서는 ADF 단위근 검정이 시계열의 정상성여부를 검정하는데 유용하지 못한 것으로 파악되고 있다. 이와 함께 Lee and Schmidt(1996)도 시계열이 정상적인가를 검정하는 데는 ADF 단위근 검정보다는 KPSS 검정이 상대적으로 높은 검정력을 갖는다고 하

8) Dolado et al(1990)의 단위근검정절차에 따르면, 먼저 절편항과 시간추세항을 고려한 모형에서 단위근 가설을 기각하면 바로 정상성 시계열로 결론을 내린다. 하지만, 가설기각에 실패하면 시간추세항이 없고 단위근 과정이라는 결합귀무가설을 설정하여 기각에 실패할 경우 기존의 모형을 정규분포를 이용하여 단위근검정을 실시하는 방법을 실시하게 된다. 결합귀무가설을 기각하면 절편항만 포함된 모형에 기초하여 단위근검정을 한다.

었다. <표 2>에서는 또한 KPSS 검정통계량을 통해 나타난 결과도 제시하고 있다. <표 2>에서 알 수 있듯이 KPSS 검정통계량은 로그현물의 경우 0.74, 로그 선물의 경우 0.73으로 나타나 둘 다 5%의 유의수준에서 정상성 귀무가설을 기각하는 것으로 나타났다. 즉 KPSS 검정의 관점에서는 두 시계열이 $I(1)$ 과정으로 파악되어 앞의 ADF 단위근검정과 서로 상반된 결론을 도출하였다. 이러한 상반된 결과는 로그현물가격과 선물가격 간의 공적분 여부에 대해 통계적으로 유의하면서(statistically significant) 강건한(robust) 결론에 대한 도출을 어렵게 하는 요소로 작용한다.

정상성여부에 대한 유의한 결론을 도출해 보기 위해 요한슨 공적분검정을 추가적으로 실시하였다. 주지하다시피 두 시계열변수의 경우 공적분벡타가 2일 경우 두 시계열은 정상적 시계열로 파악된다. <표 3>에는 요한슨 공적분 검정결과가 제시되어 있다.

<표 3> 로그현물과 로그선물가격의 요한슨 공적분 검정

요한슨공적분검정에 사용된 두 종류의 제약은 공적분방정식 혹은 공적분벡타에 대한 제약이 하나이고, 다른 하나는 관련 변수들(수준자료)의 자료생성과정의 형태에 관한 제약이다. 분석기간은 2000년 1월 2일부터 2007년 7월 31일까지이다.

제약	특성근	귀무가설 (공적분벡타 수)	λ_{trace}	λ_{max}
상수항 × (공적분 방정식)	0.041	0	84.089**	83.623**
확정적 추세 ×(수준 자료)	0.000	1	0.467	0.466
상수항 ○(공적분 방정식)	0.047	0	98.493**	97.756**
확정적 추세 ×(수준 자료)	0.000	1	0.737	0.737
상수항 ○(공적분 방정식)	0.047	0	97.944**	97.724**
선형추세항 ○(수준자료)	0.000	1	0.220	0.220
선형 추세○(공적분 방정식)	0.050	0	116.367**	102.452**
선형추세항 ○(수준 자료)	0.007	1	13.915**	13.915**
선형 추세○(공적분 방정식)	0.050	0	114.498**	102.386**
2차항 추세○(수준자료)	0.006	1	12.111**	12.111**

주) **: 5% 유의수준에서 귀무가설 기각.

<표 3>를 통해 알 수 있듯이 공적분 방정식에 상수항이 없고 대상 변수에 확정적 추세가 없는 것을 가정한 모형, 공적분 방정식에 상수항이 있고 대상 변수에 확정적 추세가 없는 모형 및 공적분 방정식(벡타)에 단지 상수항만 있고 대상 변수에 선형추세가 있는 모형을 살펴본 바 공적분벡타가 1개인 것으로 나타나 주어진 제약하에서는 공적분이 성립하는 것으로 나타났다. 하지만 공적분 방정식에 선형추세가 있고 대상 변수에 선형의 추세가 있는 모형과 2차 비선형 추세가 있는 모형에서는 공적분벡타가 2

개인 것으로 나타나 두 시계열이 정상적($I(0)$)임을 보여 주고 있다. 즉, 요한슨 공적분 검정에서도 $I(1)$ 과 $I(0)$ 둘 중 명확히 어느 하나로 차분구조에 대해 결론을 내리는 데 실패하고 있음을 알 수 있다.

앞에서도 언급되었다시피 본 연구에서는 이러한 상반된 결과 도출이 시계열이 원래 분수차분 확률구조를 가지는 것에서 비롯되었을 가능성에 있다는 것에 주목하고자 한다. 다음 절에서는 두 시계열의 분수차분구조를 GPH 검정통계량으로 규명하고 이변량 GPH와 Engle and Granger(1987)의 공적분 분석절차를 결합한 방법에 의해 두 변수의 분수공적분 여부를 살펴보고자 한다.

3. 현·선물가격의 분수차분과 분수공적분 검정

먼저, 현선물가격의 분수차분계수에 대한 GPH 추정량 즉 식 (9)의 기울기 계수 d 를 추정하기 위해서는 0과 가까운 푸리에 주파수 ω_j 들의 관측치들만을 가지고 회귀식을 추정해야 한다. Geweke and Pudak(1983)에 의하면 고려할 수 있는 j 의 최대치 m , 즉 bandwidth는 $n/2$ 보다 작아서 $n \rightarrow \infty$ 임에 따라 $m/n \rightarrow 0$ 을 만족하는 것을 고려하고 있다. Bandi and Perron(2006)에 의하면 이 m 의 증감은 분산과 편의(bias)간에 상충관계를 가진다. 즉, m 이 커질수록 추정량의 분산은 작아지지만 편의의 가능성은 커지게 된다. 적절한 m 의 값을 설정하기 위해 Hurvich and Deo(1999)와 Andrews and Guggenberger(2003)의 경우 자료의 특성에 따른 선정방법을 제시하고 있으며, Dittmann(2000)은 여러 가지 m 값에 대한 몬테카를로 시뮬레이션을 실시한 결과 가장 적절한 m 값은 $n^{0.8}$ 임을 보여준 바 있다. 하지만 본 연구에서는 m 값에 따라 추정값이 어떻게 변화되어 지는가를 좀 더 세밀히 살펴보기 위해 Bandi and Perron(2006)의 연구에서 사용한 것과 같이 $n^{0.6}$ 에서 $n^{0.8}$ 사이의 m 값에 대해 추정을 하였다. 추정결과가 <표 4>에 제시되어 있다.

<표 4>에 나타난 바와 같이 단변량 GPH 추정량 d 가 $m = 96, 206$ 에 대해서는 통계적 유의성을 가지고 1보다 크게 나타났으며 $n^{0.8}$ 에 해당하는 $m = 440$ 에 대해서는 1에 거의 가까운 0.99의 값으로 나타났다. 따라서 로그현물가격과 로그선물가격은 불안정한 장기기억모형으로 식별되었다. 이 결과는 앞에서 지적한 바와 같이 시계열의 단위근 검정에 있어서 ADF 단위근 검정보다 검정력이 높은 KPSS 정상성 검정의 결과와 일치하는 것이라고 할 수 있다. 공통의 분수차분계수의 추정치인 이변량 제약 GPH 추정치도 모두 0.5보다 크게 나타나 비정상적인 장기기억모형(nonstationary long memory)으로 식별되었다.

<표 4> 단변량 GPH 추정량과 이변량 제약 GPH 추정치

단변량 GPH 추정량은 식 (7)에 나타난 바와 같이 시계열의 각 푸리에 주파수에서의 피어리도그램(periodogram)을 종속변수로 하고 설명변수 X_j 는 $X_j = \ln|1 - e^{imj}|^{-2}$ 을 회귀분석하여 구한 기울기 계수값이다. 이변량 제약 GPH 추정치는 식 (10)을 이용하여 추정하였다.

Bandwidth	단변량 GPH 추정치		이변량 제약 GPH 추정치
	로그현물	로그선물	
$m = 96$	1.06*** (15.1)	1.07*** (15.2)	1.06*** (21.2)
$m = 206$	1.03*** (20.6)	1.02*** (20.4)	1.02*** (34.0)
$m = 440$	0.99*** (33.0)	0.99*** (33.0)	0.99*** (49.5)

주) ()안의 값은 t값, ***는 1% 유의수준하에서 $d=0$ 의 귀무가설 기각.

그 다음으로 우리는 로그현물가격과 로그선물가격의 분수차분계수가 같은 지를 살펴보기 위해 식 (9)에 나타나는 두 시계열 Y_{1j} 와 Y_{2j} 의 1과 2를 서로 다른 횡단면 개체(cross-sectional unit)로 인식한 다음 Y_{1j} 와 Y_{2j} 를 종속변수로 하고 X_{1j} 와 X_{2j} 를 설명변수로 하여 외견상 무관한 모형(Seemingly Unrelated Regression, 이하 SUR)을 추정하여 두 분수차분계수가 같은지를 t검정을 통해 가설검정하였다. 추정하고자 하는 SUR 모형은 다음과 같다.

$$Y_{ij} = c + d_i X_{ij} + e_{ij}, \quad i = 1, 2 \quad j = 1, \dots, m \tag{11}$$

여기서 두 분수차분계수가 같은지를 검정하기 위한 가설은 $H_0 : d_1 = d_2$ 가 된다. 추정 결과는 다음의 <표 5>와 같다.

<표 5> 공통의 차분계수가설의 검정 결과

추정 결과는 로그현물과 로그선물값의 피어리도그램을 종속변수로 하고 설명변수의 각각의 값은 모두 $X_j = \ln|1 - e^{imj}|^{-2}$ 로 두고 식 (11)과 같은 SUR 회귀식을 이용하여 각각의 분수차분계수를 추정한 다음 두 차분계수가 같은 지를 t검정을 통해 도출하였다.

가 설	t값		
	$m = 96$	$m = 206$	$m = 440$
$d_1 = d_2$	0.48	-0.31	1.13

위 <표 5>에 따르면 $m = 96$ 에서는 두 로그가격 시계열의 분수차분계수가 같다고 하는 귀무가설하에서 해당 t통계량이 0.48로 나타나 가설을 기각하기 어려운 것으로 판단

된다. 그리고 $m = 206$ 과 $m = 440$ 하에서도 t 값이 유의적이지 못했다. 따라서 우리는 위의 결과에 의해서 두 시계열이 공통의 차분계수값을 가진다고 판단할 수 있게 된다.

이제 우리는 두 시계열이 공통의 차분계수값을 가지고 이변량 GPH를 통해 공통의 차분계수를 구해보았으므로 분수공적분여부를 Engle-Granger(1987)의 방법론에 따라 검정하는 단계로 나아갈 수 있다. 그러기 위해 먼저, 로그선물가격을 종속변수로 하고 로그현물가격을 설명변수로 하는 단일회귀모형을 추정한 다음 균형오차인 회귀잔차를 추출하였다. 먼저, 회귀분석결과를 제시하면 식 (11)과 같다.

$$y_t = -0.03 + 1.01x_t \tag{12}$$

(-15.37) (2930.5)

단, y_t 는 로그선물가격, x_t 는 로그현물가격

그리고 추정된 회귀식 식 (12)로부터 도출되는 잔차 즉 균형오차의 분수차분계수를 추정하였다. 그 결과가 아래의 <표 6>에 제시되어 있다.

<표 6> 균형오차항의 분수차분계수추정

균형오차의 분수차분계수는 식 (12)의 추정을 통해 잔차를 도출한 다음, 이 잔차(residual)를 다시 식 (7)를 추정하여 추정하였다.

	$m = 96$	$m = 206$	$m = 440$
균형오차항의 차분계수	0.35(4.87 ^{***})	0.46(9.84 ^{***})	0.42(13.0 ^{***})

주) ()안의 값은 t-통계량.

는 1% 유의수준하에서 귀무가설 기각, *는 5% 유의수준하에서 귀무가설 기각.

Hussain and Shukur(2002)에 의하면 원 시계열의 분수차분계수가 0.5보다 크고 균형오차(equilibrium error)의 분수차분계수가 원 시계열의 분수차분계수의 작은 값보다 작고 -0.5보다 크면 분수공적분관계가 성립하게 된다. 또한 Robinson(1994)에 의하면 균형오차의 차분계수가 공통의 GPH 차분계수보다 작으면 관련 시계열은 분수공적분관계가 성립하게 된다.

<표 6>을 통해 우리는 $m = 96$ 에서 $m = 440$ 전체에 걸쳐서 우리는 균형오차의 차분계수가 0.5보다 작다는 것을 확인할 수 있다. 따라서 우리는 로그현물과 로그선물간에는 분수공적분관계가 성립한다는 것을 보일 수 있다. 이러한 결과는 정수차원의 공적분분석에서는 규명하지 못한 것이라고 할 수 있다. 앞의 [그림 1]을 통해 우리는 수준

차원에서 선물가격과 현물가격이 명확히 공행(co-movements)한다는 것을 확인할 수 있다. 이 논문에서는 직접적으로 보여주지 않았지만 로그선물과 로그현물 또한 명백히 공행하는 것을 확인할 수 있다. 하지만 앞에서 살펴보았지만 로그현물과 로그선물은 정수차원에서는 공적분분석의 전제가 되는 단위근성질을 명확히 발견하기가 어려웠다. 그 결과 육안으로 식별되는 장기균형관계를 통계적으로 확증하는데는 실패하였다. 하지만 분수공적분의 분석들에서는 육안으로 식별되는 공행성을 통계적 유의성을 지닌 가운데 확증할 수 있게 되었다.

IV. 결 론

KOSPI200주가지수 선물시장이 1996년 5월 3일 개장된 이래 국내 파생상품시장은 양적으로 비약적인 발전을 거듭해 오고 있다. 위험헷지와 투자 목적의 시장참가자들이 대거 시장에 참여하면서 국내 선물시장은 거래량 측면에서 보면 세계적인 시장으로 성장하였다. 이러한 양적 성장은 자연히 연구자뿐 아니라 차익거래를 추구하는 투자자들로 하여금 시장효율성 달성여부에 대해 관심을 가지도록 만들었다. 그 결과 국내에서도 주가지수 현물시장과 지수선물시장 간의 장·단기관계에 관한 실증연구들이 많이 진행되어 왔다.

본 연구는 KOSPI200지수 현물시장과 선물시장간의 장기적 균형관계가 성립하는지를 분수공적분개념을 이용하여 살펴보았다. 기존의 공적분관계에 관한 선행연구들이 정수차원의 공적분에 대해 살펴보았다면, 본 연구는 분수공적분 여부를 살펴보았는데 차이가 있다. 분석결과, KOSPI200 로그현물과 로그선물의 경우 정수차분구조에서는 장기균형관계를 통계적 유의성을 가진 상태에서 규명하기가 어려웠지만 장기기억모형구조를 사용한 결과 두 변수가 분수공적분관계에 있는 것으로 나타났다. 즉, 로그현물과 로그선물가격의 경우 모두 분수차분계수가 0.5보다 커 불안정한 장기기억모형으로 식별되었으나 두 시계열의 선형결합인 균형오차의 분수차분계수가 0.5보다 작은 정상적인 장기기억구조를 가지는 것으로 파악되어 Hussain and Shukur(2002)에서 정의한 분수공적분관계가 성립하는 것으로 나타났다. 이것은 두 시계열이 공행한다는 시각적 직관과 일치하는 결과라고 할 수 있다.

본 연구에서는 일별자료를 사용하였다. 향후 고빈도 자료를 사용하여 분수공적분과 분수적 오차수정모형을 이용하여 단기적 관계인 선도지연관계를 파악하는 것을 향후 과제로 남기고자 한다.

참 고 문 헌

- 강석규, 김태혁, “한국 통화선물시장의 불편기대가설과 가격발견성과”, 증권학회지, 제 34권 제4호, (2005), 1-27.
- 김솔, 김동석, “주가지수 선물과 주가지수의 가격발견기능에 관한 실증 연구 : 공적분과 차수정모형”, 선물연구, 제7호, (2000), 87-113.
- 김태혁, 박갑제, 임순영, “실현변동성의 분수적 공적분과 예측력에 관한 연구”, 경제연구, 제26권 제1호, (2008), 45-65.
- 김인준, 서영균, “주가지수선물과 주가지수의 비선형 동적관계분석”, 선물연구, 제10권 제1호, (2002), 1-27.
- 남수현, 강석규, “KOSPI200선물시장과 현물시장간의 선도-지연관계”, 대한경영학회지, 제19권, (1998), 573-598.
- 오세경, “한국 주가지수 현물시장과 주가지수 선물시장간의 일중변동성에 관한 실증분석”, 선물연구, 제10권 제1호, (2002), 55-80.
- 은철수, 장호운, “한국주식시장에서의 주가지수 선물과 현물시장 간의 상호작용에 관한 연구”, 한국재무학회 춘계학술연구 발표논문집, 1998.
- 이일균, “분수차분 장기기억과정과 증권의 가격결정”, 재무관리연구, 제18권 제1호, (2001), 1-21.
- 이일균, “주가의 장기적기억, 자기회귀 분수적분 이동평균과정과 주가형성”, 명지대학교, 2002.
- 조하현, 이승국, “카오스와 금융시장 : 복잡계경제학의 이해”, 세경사, 2002.
- 조하현, 이승국, “원/달러 환율과 엔/달러 환율에서의 분수공적분 관계에 대한 연구”, 국제경제연구, 제10권 제3호, (2004), 171-197.
- 전준규, “한국의 주가지수선물수익률과 현물수익률간의 선도-지연관계에 대한 실증적 연구”, 대한경영학회지, 제19권, (1998), 117-139.
- Andrews, D. W. K and P. Gggenberger, “A Bias-Reduced Log-Perodogram Regression Estimator for the Long Memory parameter,” *Econometrica*, 71, (2003), 675-712.
- Bandi, F. M. and B. Perron, “Long memory and the relation between implied and realized volatility,” *Journal of Financial Econometrics*, 4, (2006), 636-670.
- Brooks, C. A. and A. G. Rew, and S. Ritson, “A trading strategy based on the

- lead-lag relationship between the spot index and futures contract for the FTSE 100," *International Journal of Forecasting*, 17, (2001), 31-44.
- Chan, K., A further Analysis of the Lead/Lag Relationship between the Cash market and Stock Index Futures Market, *Review of Financial Studies*, 5, (1992), 123-152.
- Chatfield, C., "The Analysis of time series," Chapman and Hall/CRC, 2004.
- Cheung, Y. W. and K. S. Lai, "A fractional cointegration analysis of Purchasing Power Parity," *Journal of Business and Economic Statistics*, 11, (1993), 103-112.
- Chung, Y. P., "A Transactions Data Test of Stock Index Futures Market Efficiency and Index Arbitrage Profitability," *Journal of Finance*, 46(5), (1991), 1791-1809.
- Dittmann, "Residual-Based Test for fractional cointegration : a monte carlo study," *Journal of time series analysis*, 21(6), (2000), 615-647.
- Doldado, Juan, Tim Jenkinson, and Somon sosvilla-Rivero, "Cointegration and unit roots," *Journal of Economic Surveys*, 4, (1990), 249-273.
- Dueker, M. and R. Startz, "Maximum-likelihood estimation of fractional cointegration with an application to US and Canadian bond rates," *The Review of Economics and Statistics*, 80, (1998), 420-426.
- Engle, R. F. and C. W. Granger, "Co-intergration and error correction : representation, estimation, and testing," *Econometrica*, 55, (1987), 251-276.
- Geweke, J. and S. Porter-Hudak, "The Estimation and Application of Long Memory Time Series Models," *Journal of Time Series Analysis*, 4, (1983), 221-238.
- Ghosh, A., "Cointegration and error correction models : intertemporal causality between index and futures price," *Journal of Futures Markets*, 13, (1993), 193-198.
- Granger, C. W. J., "Development in the study of cointegrated economic variables," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 68, (1986), 213-28.
- Hosking, J. R. M., "Fractional differencing," *Biometrika*, 68, (1981), 165-176.
- Hurvich, C. M. and R. S. Deo, "Plug-in selection of the number of frequencies in regression estimates of the memory parameter of a long-memory time series," *Journal of Time Series Anal*, 20, (1999), 331-341.
- Hussain, S. and G. Shukur, "A simple method for detecting fractional cointegration relation : an application to Finish data," *Applied Economics*, 34, (2002), 607-615.

- Kawaller, I. G., P. D. Koch, and T. W. Koch, "The temporal price relationship between S&P500 futures and the S&P 500 index," *Journal of Finance*, 42(5), (1987), 1309-1329.
- Lee, D and P. Schmidt, "On the power of the KPSS test of stationarity against fractionally integrated alternatives," *Journal of Econometrics*, 73, (1996), 285-302.
- MacKinlay, A. C. and K. Ramaswamy, "Index-Futures Arbitrage and the Behavior of Stock Index Futures Prices," *Review of Financial Studies*, 1, (1988), 137-158.
- Ooms, M. and J. A. Doornik, Inference and forecasting for fractional autoregressive integrated moving average models, with an application to US and UK inflation. Econometric Institute, Erasmus University, 1999.
- Robinson, P. M., "Semiparametric analysis of long memory time series," *Annals of Statistics*, 22, (1994), 515-539.
- Robinson, P. M., "Log-Periodgram Regression of Time Series with Long Range Dependence," *Annals of Statistics*, 23, (1995a), 1048-1072.
- Stoll, H. R. and R. E. Whaley, "The Dynamics of Stock Index and Stock Index Futures Returns," *Journal of Financial and Quantative Analysis*, 25, (1989), 441-468.
- Stoll, H. R. and R. E. Whaley, "The dynamics of stock index and stock index futures returns," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 25, (1990), 441-468.
- Tang, Y. N., S. C. Mak, and D. F. S. Choi, "The causal relationship between stock index futures and cash index prices in Hong Kong," *Applied Financial Economics*, 2, (1992), 187-190.
- Tse, Y. K., "Lead-lag relationships between spot index and futures price of the Nikkei stock average," *Journal of Forecasting*, 14, (1995), 553-563.
- Wahab and Lashgari, "Price Dynamics and Error Correction in Stock Index and Stock Index Futures Market : A cointegration Approach," *Journal of Futures Market*, 13, (1993), 711-742.
- Wei, William, *Time Series Analysis*, Pearson Press, 2006.

A Study on the Long-Run Equilibrium Between KOSPI 200 Index Spot Market and Futures Market

Tae-Hyuk Kim* · SoonYoung Lim** · Kapje Park***

〈abstract〉

This paper compares long term equilibrium relation of KOSPI 200 which is underling stock and its futures by using general method fractional cointegration instead of existing integer cointegration. Existence of integer cointegration between two price time series gives much wider information about long term equilibrium relation. These details grasp long term equilibrium relation of two price time series as well as reverting velocity to equilibrium by observing difference coefficient of error term when it renounces from equilibrium relation. The result of this study reveals existence of long term equilibrium relation between KOSPI200 and futures which follow fractional cointegration. Difference coefficient, d , of 'two price time series error term' satisfies $0 < d < 1/2$ beside bandwidth parameter, $m(173)$. It means two price time series follow stationary long memory process. This also means impulse effects to balance price of two price time series decrease gently within hyperbolic rate decay. It indicates reverting speed of error term is very low when it bolts from equilibrium. It implies to market maker, who is willing to make excess return with arbitrage trading and hedging risk using underling stock, how invest strategy should be changed. It also insinuates that information transition between KOSPI 200 Index market and futures market does not working efficiently.

Keywords : KOSPI200 Index, Long-Run Equilibrium, Fractional Cointegration, Long Memory, GPH Estimator

* Professor, Business Administration, College of Business, Pusan National University

** Researcher, The Banking, Securities, and Derivatives Educational Research Project for the upbringing of the Northeast Financial Hub, Pusan National University

*** Researcher, Research Institute for Management and Economy, Pusan National University