

변분 베이지안 방법을 이용한 점집합의 오차제거

(Point Set Denoising Using a
Variational Bayesian Method)

윤민철[†]

(Mincheol Yoon)

Ioannis Ivrissimtzis^{††}

(Ioannis Ivrissimtzis)

이승용^{†††}

(Seungyong Lee)

요약 스캐너를 이용해 스캔한 데이터는 오차를 포함하고 있으며, 이러한 오차는 통계적인 성질을 갖는 경우가 많다. 이러한 이유에서 통계적인 방법은 오차 처리를 위해 매우 효과적인 방법이며, 최근 많은 연구가 이루어지고 있다. 이러한 통계적인 방법 중 대표적인 방법인 점 추정 방법은 데이터의 여러 성질을 나타내지 못하고 단지 확률이 최대가 되는 부분의 성질만을 나타내는 한계가 있으며, 이러한 한계로 인하여 오버피팅 문제가 발생하게 된다. 이러한 한계를 극복하고 오버피팅 문제를 해결하기 위해서 본 논문에서는 변분 베이지안 방법을 이용한다. 점집합의 오차를 제거하기 위해 지역적 근사곡면을 사용하고, 높이함수를 이용해서 근사곡면을 나타낸다. 변분 베이지안 방법을 사용하여 오차가 제거된 근사곡면을 구하고, 주어진 점들을 근사곡면으로

매핑하여 오차를 제거한다. 제시된 방법은 계량적 실험과 실제 스캔된 자료를 이용한 실험을 통하여 검증된다.

키워드 : 변분 베이지안 기법, 점집합 오차제거, 오버피팅 제어, 높이 곡면 근사

Abstract For statistical modeling, the model parameters are usually estimated by maximizing a probability measure, such as the likelihood or the posterior. In contrast, a variational Bayesian method treats the parameters of a model as probability distributions and computes optimal distributions for them rather than values. It has been shown that this approach effectively avoids the overfitting problem, which is common with other parameter optimization methods. This paper applies a variational Bayesian technique to surface fitting for height field data. Then, we propose point cloud denoising based on the basic surface fitting technique. Validation experiments and further tests with scan data verify the robustness of the proposed method.

Key words : Variational Bayesian method, Point set denoising, Overfitting control, Height field fitting

1. 서론

그래픽스 기술이 발달함에 따라 모션 데이터나 스캐닝 데이터와 같은 대용량의 자료를 비교적 적은 비용으로 얻을 수 있다. 이에 따라 자료 들이 가지고 있는 오차(noise)를 처리하는 일이 매우 중요한 문제로 대두되었다. 그런데 이러한 오차는 통계적인 성질을 가지는 경우가 많아서 오차를 처리하기 위해서는 통계적인 방법이 널리 쓰이게 되었다.

이러한 통계적인 방법 중 하나인 베이지안 방법은 확률식을 최대화하여 문제를 해결하는 경우가 많다. 이때 확률식을 최대화하는 대표값을 구하는 점 추정(point estimation)은 빠르고 간단한 문제 해결 방법이라고 할 수 있다. 그러나 이러한 점 추정은 하나의 값으로 확률 모델을 설명하고자 하므로 구한 값 하나를 제외한 다른 값들을 설명해 주지 못한다는 근본적인 한계가 있다.

이러한 문제점을 해결하고자 본 논문에서는 [1]에서 기술된 변분 베이지안 방법을 사용한다. 이 방법에서는 구하고자 하는 파라미터를 하나의 확률 함수로 보고 이 확률 함수와 실제 사후 확률과의 Kullback-Leibler divergence를 최소로 한다. 여기서 적분을 포함한 확률식을 최소화하기 위해 변분법(variational method)을 사용해서 적은 계산량으로 식을 최소화한다.

본 논문은 이러한 변분 베이지안 방법을 사용해서 점집합의 오차를 제거한다. 본 논문의 기여는 다음과 같다.

· Dragon 모델과 BullDog 모델은 각각 Stanford 그래픽스 연구실과 AIM@SHAPE에서 구한 것입니다. Cocone 프로그램은 Tamal K Dey의 홈페이지에서 구한 것입니다. 본 연구는 과학재단 국제협력연구(F01-2007-000-10208-0)의 지원을 받았습니다.

· 이 논문은 제34회 추계학술대회에서 '변분 베이지안 방법을 이용한 점집합의 오차제거'의 제목으로 발표된 논문을 확장한 것입니다.

† 학생회원 : 포항공과대학교 컴퓨터공학과
mincheol@postech.ac.kr

†† 비회원 : Durham University Dept. of Computer Science
Lecturer
ioannis.ivrissimtzis@dur.ac.uk

††† 종신회원 : 포항공과대학교 컴퓨터공학과 교수
leesy@postech.ac.kr

논문접수 : 2007년 12월 6일

심사완료 : 2008년 4월 24일

Copyright©2008 한국정보과학회 : 개인 목적이거나 교육 목적인 경우, 이 저작물의 전체 또는 일부에 대한 복사본 혹은 디지털 사본의 제작을 허가합니다. 이 때, 사본은 상업적 수단으로 사용할 수 없으며 첫 페이지에 본 문구와 출처를 반드시 명시해야 합니다. 이 외의 목적으로 복제, 배포, 출판, 전송 등 모든 유형의 사용행위를 하는 경우에 대하여는 사전에 허가를 얻고 비용을 지불해야 합니다.

정보과학회논문지: 컴퓨팅의 실제 및 레터 제14권 제5호(2008.7)

- 베이저안 확률식 최소화를 이용해서 높이 함수로 이루어진 곡면 근사 알고리즘을 개발
- 높이 함수를 점 집합의 오차제거에 응용할 수 있는 프레임워크 제시
- 점 집합 오차제거 문제에서 교차 검증(cross validation) 없이 지역적 오버피팅 제어(overfitting control)를 할 수 있는 방법 제시

2절에서는 본 논문과 관련된 이전 연구를 살펴보고, 3절에서는 변분 베이저안 방법에 대해서 설명한다. 그리고 4절에서는 기존의 변분 베이저안 방법으로 곡선을 복원한 알고리즘과 이것을 곡면 근사 알고리즘으로 확장한 내용에 대해 설명한다. 그리고 5절에서는 점 집합의 오차제거에 곡면 근사 알고리즘을 사용한 방법에 대해 설명한다. 6절에서는 계량적인 분석을 통해 알고리즘의 우수성을 보여주고, 이것을 실제 스캔 자료에 적용한 예시를 보여준다. 마지막으로 7절에서는 결론과 향후 연구 과제에 대해 설명한다. 3절과 4절의 수식 중 많은 부분이 [1]의 수식을 따르고 있음을 알려준다.

2. 이전연구

오차 제거를 위한 알고리즘은 메쉬를 대상으로 하기도 하고 점집합을 대상으로 하기도 한다. 메쉬데이터에 대해 오차를 제거하는 논문인 [2]는 삼각 메쉬에 불연속적인 라플라시안을 적용해서 스무딩 필터를 만드는데 이용했다. 점집합을 대상으로 하는 논문인 [3]은 MLS 곡면의 투사를 사용했으며 가중 에러를 이용해서 이상치의 지나친 영향을 막았다.

통계적이거나 확률적 그래픽스 알고리즘은 실제 데이터의 오차를 다루는데 적합하기 때문에 널리 활용되고 있다. [4]는 곡면으로부터 얻어진 오차를 가진 점 집합의 불확실성에 대해 심도있게 연구했다. [5]는 속성을 가진 점 집합을 통계적으로 분석하고 효과적인 전송과 렌더링에 적합한 통계적 계층적 표현을 만들었다.

그래픽스 분야에서 베이저안 통계의 사용은 일반적으로 frequentist 방법 보다 계산시간이 더 걸린다. 이것은 frequentist 방법의 대표적인 예인 단순 최소제곱법을 쓴 논문들을 보면 알 수 있다. [6]에서는 최소제곱법이 확률적인 의미로 최대가능도(maximum likelihood estimator)라는 것을 언급하고 있다. [7]에서는 역시 frequentist 방법인 Support vector machine을 사용했으며, 상대적으로 베이저안 방법에 비해 수행속도가 빠르다.

[8]은 삼각 메쉬 스무딩에 일차 이하의 사전분포(prior)를 사용해서 베이저안 통계를 사용했다. [9]에서는 점 집합의 부드러운 정도, 밀도, 특징 등을 모두 고려하여 사전분포를 만들어서 베이저안 통계를 사용했다. 이때 점 집합은 사후 밀도(posterior density)를 최대화

함으로써 스무딩 된다.

변분 베이저안 방법은 모르는 변수에 대해 점 추정을 하는 방법과는 달리 모르는 변수를 확률 분포로 취급한다. [10]에서는 이 방법을 영상 디컨볼루션(deconvolution)에 사용하고 [11]에서는 사진으로부터 카메라의 흔들림을 제거하기 위해 사용한다.

3. 변분 베이저안 방법

3.1 베이저안 방법

파라미터를 추정하는 빠르고 간단한 방법으로는 가능도(Likelihood)를 최대화하는 최대가능도 방법과 사후확률을 최대화하는 최대 사후 확률(maximum a posterior)방법이 있다. 이 방법들은 최대화하려는 식이 최대값인 경우만 반영이 되고 전체적인 확률분포를 나타내기 어렵다.

이러한 오버피팅 현상을 막기 위해서 파라미터를 하나의 값으로 보지 않고, 하나의 확률 분포로 보고 확률 분포를 구하는 방법을 사용한다. 실제 사후확률(posterior), $P(\theta)$ 와 근사한 사후확률 $Q(\theta)$ 사이의 Kullback-Leibler divergence에서 구하는 것이 불가능한 $\log P(D|H)$ 를 식 1을 최소화 함으로써 실제 사후확률과 가장 근사하는 사후확률을 구하게 된다.

$$C_{KL}(Q|P) = D_{KL}(Q|P) - \log(P(D|H)) \\ = \int_{\theta} Q(\theta) \log \left[\frac{Q(\theta)}{P(D, \theta, H)P(\theta|H)} \right] \\ \geq -\log P(D|H) \quad (1)$$

3.2 변분 베이저안 방법

베이저안 방법에서는 식 (1)을 최소화하는 $Q(\theta)$ 를 구하는 것이 목표이다. 따라서 이때, C_{KL} 은 $Q(\theta)$ 에 대한 함수가 되고, 이러한 함수를 최소화하는 수학적 방법인 변분법으로 최소인 $Q(\theta)$ 를 찾을 수 있다.

$$Q(\theta_i) = \frac{1}{Z_i} P(\theta_i|H) \exp(\langle \log P(D, \theta, H) \rangle_{Q(\theta_i)}) \quad (2)$$

(단, $\langle P(\theta) \rangle_{Q(\theta)} = \int Q(\theta) P(\theta) d\theta$, Z_i 는 정규화를 위한 항)

3.3 오버피팅 제어를 위한 비용함수의 활용

주어진 문제가 자료로부터 파라미터와 모델을 구하는 문제라고 할때, n 개의 모델 H_1, \dots, H_n 이 있을 때 이 중 $P(H_n|D)$ 이 가장 큰 하나의 모델을 선택해야 한다. 따라서 식 3에서 $P(H_n)$ 과 $P(D)$ 는 상수라고 하면 $P(H_n|D)$ 는 $\exp(-C_{KL}(Q|P))$ 의 값을 비교해 보면 알 수 있다.

$$P(H_n|D) = \frac{P(D|H_n)P(H_n)}{P(D)} \\ \leq \frac{\exp(-C_{KL}(Q|P))P(H_n)}{P(D)} \quad (3)$$

4. 곡면 근사 알고리즘

본 논문에서는 삼차원의 점 집합이 주어졌을 때, 곡면을 근사하는 알고리즘을 제안한다. 먼저 곡면 근사 알고리즘을 위한 모델은 B-스플라인(spline) 높이함수로 한다. 따라서 스플라인의 기저함수(basis function)의 개수에 따라 모델이 변하게 된다. 이때 적합한 스플라인의 기저함수의 개수를 찾기 위해서 기저함수의 개수 m 를 4개부터 시작해서 비용함수를 비교한다. 그리고 스플라인의 계수와 그와 관련된 다른 파라미터들이 알고리즘의 파라미터가 된다. 여기서 정확한 기저함수의 개수를 구하려면 비용함수가 최소가 되는 기저함수의 개수를 찾아야 하지만, 알고리즘의 수행시간을 줄이기 위해서 비용함수가 지역적으로 최소인 곳을 찾으면 그때의 기저함수 개수를 이용해서 곡면을 근사한다. 전체적인 높이함수를 구하는 알고리즘은 다음과 같다.

곡면 근사 알고리즘

입력: 3차원의 점집합

출력: 적합한 기저함수 개수, 곡면을 나타내는 파라미터

1. m 행 m 열 개의 기저함수를 가지는 스플라인 모델에 대해 곡면을 나타내는 파라미터를 구한다. (식 (8)부터 식 (11)까지)
2. 구해진 파라미터를 이용해 비용함수를 구한다(식 (1)).
3. 기저함수의 개수를 m 행 m 열에서 $m+1$ 행 $m+1$ 열로 증가 한다.
4. 비용함수가 증가할 때까지 1부터 3까지를 반복한다. (식 (3))

본 절에서는 먼저 곡선 모델에 대해서 파라미터를 구하는 과정을 설명하고, 이것을 곡면의 경우로 확장한 방법을 설명할 것이다.

4.1 곡선 근사 알고리즘

본 논문에서는 다음과 같은 곡선 근사 모델을 사용한다.

$$D_i = \sum_{n=1}^N w_n f_{ni} + \nu_i \quad (4)$$

(단, D 는 자료, w 는 파라미터 벡터, ν_i 는 오차)

(단, x 는 자료의 x 좌표, F_i 는 B-spline 기저함수일 때

$$f_{ni} = F_n(x_i))$$

이때 계수 w 는 파라미터가 된다. 본 논문에서는 위의 곡선 근사 모델을 사용하므로 기저함수의 개수에 따라 다양한 모델이 존재한다. 여기서는 변분 베이저안 방법을 통해서 기저함수의 개수와 계수 w 를 구하게 된다. 이때 이 곡선의 가능성은 다음과 같다.

$$P(D|w, \gamma, H) = \prod_{i=1}^I g(D_i | \sum_{n=1}^N w_n f_{ni}, \gamma) \quad (5)$$

(단, γ 는 정규분포의 역분산)

그리고, 다음과 같이 사전확률을 정할 수 있다.

$$P(w|H) = g(w|0, a^{(w)} I)$$

$$P(\gamma|H) = \Gamma(\gamma|a^{(\gamma)}, b^{(\gamma)}) \quad (6)$$

변분 베이저안 방법을 사용해서 파라미터 w 와 γ 를 추정해야 한다. 변분 베이저안 방법을 사용하기 위해 w 와 γ 가 다음과 같은 사후 확률을 갖는다고 가정한다. 여기서 w 와 γ 를 직접 추정하는 대신 함수 Q 의 분포를 구한다.

$$Q(w) = g(\hat{w}, \tilde{w})$$

$$Q(\gamma) = \Gamma(\gamma|\hat{a}^{(\gamma)}, \tilde{b}^{(\gamma)}) \quad (7)$$

이와 같은 가정에서 식을 3.2장에서 설명한 방법을 이용해서 풀게되면 구하고자 하는 모든 파라미터를 다음의 반복적인 알고리즘을 나타내는 수식을 통해 구할 수 있다.

$$\tilde{w} = a^{(w)} I + \langle \gamma \rangle_Q f f^T \quad (8)$$

$$\hat{w} = \tilde{w}^{-1} \langle \gamma \rangle_Q f D \quad (9)$$

$$\hat{a}^{(\gamma)} = a^{(\gamma)} + \frac{1}{2} \times \sum_{i=1}^I \langle \sum_{n=1}^N w_n f_{ni} \rangle \quad (10)$$

$$\tilde{b}^{(\gamma)} = b^{(\gamma)} + \frac{I}{2} \quad (11)$$

4.2 곡면 근사 알고리즘

식 (4)에서 곡면의 경우는 곡선의 경우와 달리 2차원의 기저함수를 갖는다. 따라서 2차원의 계수를 가지며, 입력 자료 x 도 2차원이다. 본 곡면 근사 알고리즘에서는 이러한 2차원 자료를 1차원의 식으로 바꾸어서 곡선 근사 알고리즘과 같은 방법으로 계산하게 된다. 예를 들면 기저함수의 개수가 m 행 n 열 일때 입력자료 F_{ij} 는 $F_{m \times i+j}$ 의 형태로 바꾸어서 2차원 행렬을 1차원 배열의 형태로 바꾼다.

5. 점 집합의 오차 제거

점집합 오차제거 알고리즘은 다음과 같다.

점집합 오차제거 알고리즘

입력: 오차를 포함한 점집합

출력: 오차가 제거된 점집합

1. 점 집합에서 하나의 점 p_i 를 뽑는다.
2. 입력 점 집합으로 p_i 의 주변점 N_i 를 구하고 PCA를 이용해서 p_i 의 노말 벡터를 구한다.
3. p_i 의 노말 벡터를 이용해서 지역좌표계를 잡는다. (노말 방향이 z 축이 되게한다.)
4. 지역 좌표계를 이용하여 제 4절에서 설명한 방법으로 p_i 의 주변점들 N_i 를 근사하는 곡면을 만든다.
5. 주변점 $N_i = \{n_i\}$ 들을 곡면에 대해 z 축 방향으로 선을 내려 만나는 점 $\{n_i^p\}$ 들을 구한다.
6. 5번째 과정에서 구해진 결과와 n_i 의 위치를 이용해서 l 번째 점의 가중치와 이동거리를 갱신한다. (식 (12))

- 7. 1번 과정부터 6번과정 까지를 일정한 기준이 될 때까지 반복한다.
- 8. 모든 점에 저장된 거리 벡터를 종합하여 정점을 이동한다. (식 (13))

여기서 실제 거리를 사용하지 않고 z좌표를 사용한 이유는 스플라인에서 점 사이의 거리를 계산하는 식이 너무 복잡하기 때문이다. 또한 모든 계산이 지역좌표계를 통해서 지역적으로 이루어지기 때문에 지역 좌표계의 x,y평면이 정점의 노말과 수직이므로 주변점들이 중심점에 가까이 갈수록 z좌표를 이용한 오차는 줄어들게 된다.

이때 알고리즘의 종료 조건과 거리 벡터의 합산 등을 위해 가중치 w_i 와 거리의 합산 d_i 을 사용한다. 먼저 위의 알고리즘 과정 6에서 정확한 식은 다음과 같다.

$$w_i = w_i + \phi(\|p_i - n_i\|)$$

$$d_i = d_i + \phi(\|p_i - n_i\|) \cdot (n_i - n_i^p)$$

(단, ϕ 는 감소함수)

즉 거리가 가까운 점들은 가중치를 주어서 결과를 많이 반영하고, 거리가 먼 점들은 가중치에 의해 결과를 조금 반영한다. 이것은 앞에서 설명한바와 같이 중심점을 중심으로 지역 좌표계를 잡기 때문에 중심에 가까울수록 우리가 원하는 정확한 값이기 때문이다.

알고리즘 종료를 위한 조건은 모든 정점의 가중치 w_i 가 일정 값 이상을 가질 때이다. 이것은 모든 정점들이 충분히 믿을 만한 값으로 곡면과의 거리를 구했다는 의미이다.

마지막으로 과정 8에서 정점의 최종 좌표를 구하는 방법은 다음 식을 이용한다.

$$p_i = p_i + \frac{d_i}{w_i}$$

6. 실험 결과

6.1 계량적 검증

계량적 검증을 위해서 주어진 메쉬의 정점에 오차를 주어서 실험했다. 먼저 메쉬의 정점을 노말 방향으로 움직였다. 노말 방향으로 움직이는 거리는 랜덤하게 하였으며, 움직이는 최대 거리가 메쉬의 정점과 가장 가까운 정점 사이의 거리의 평균에 비례하도록 하였다. 실험을 위해 세 가지 점집합을 만들었다. 표 1의 A 점집합은 메쉬의 정점의 움직인 거리가 가장 가까운 정점 사이의 거리의 평균으로 하였고, B는 평균의 2배, C는 평균의 3배로 하였다.

표 1은 본 논문에서 사용한 비용함수를 이용한 오버피팅 제어가 효과가 있음을 보여주고 있다. 각각의 실험 조건에서 오차 제거 알고리즘으로 오차를 제거한 후 얻은 점집합으로부터 원래 메쉬 사이의 거리를 [12]의 방법으로 측정했다. 세 가지 모델에 대해 모든 부분에서

표 1 경계 상자의 대각선과의 비율의 RMS 오차 $\times 10^{-3}$

	노이즈 제거전	기저함수의 개수					제안된 방법
		4	5	6	7	8	
A	3.82	3.98	2.08	1.80	1.78	1.87	1.79
B	7.64	4.58	2.75	2.62	2.82	3.08	2.55
C	11.4	5.12	3.63	3.62	3.88	4.20	3.49

기저함수의 개수를 일정하게 하였을 때와 본 논문에서 제시된 지역적으로 기저함수의 개수를 다르게 하였을 때에 대해서 오차를 측정했다.

모든 모델에 대해서 본 논문에서 제시된 알고리즘은 전체적으로 일정하게 기저함수의 개수를 정한 경우 중 가장 좋은 결과를 낸 경우와 비슷하거나 적은 오차를 가지는 결과를 보여줬다. 특히 모델 B와 C의 경우는 기저함수의 개수 중 가장 작은 오차를 가지는 경우도 본 논문에서 제시된 알고리즘의 경우보다 좋은 결과를 얻을 수 없었다. 이것은 본 알고리즘이 지역적으로 적합한 기저함수의 개수를 찾는다라는 것을 보여주는 결과이다.

그림 1에서는 불독 모델을 이용한 실험의 결과를 시각적으로 보여주고 있다. (a)의 그림은 원래의 메쉬 모델을 나타내고, (c)의 그림은 위 표의 B 점집합으로부터 오차를 제거하지 않고 RBF방법 [13]으로 곡면을 얻은 경우이다. (d)의 그림은 위 표의 B 점집합으로부터 오차를 제거한 후에 RBF방법으로 곡면을 얻은 경우이다. 그림 (d)에서는 그림 (c)와 같은 오차가 보이지 않음을 알 수 있다. 그림 (b)는 오차를 제거할 때 각각의 부분에서 몇 개의 기저함수를 사용했는지를 시각적으로 보여주고 있다. 파란색은 9개 또는 그 이상의 기저함수를 사용

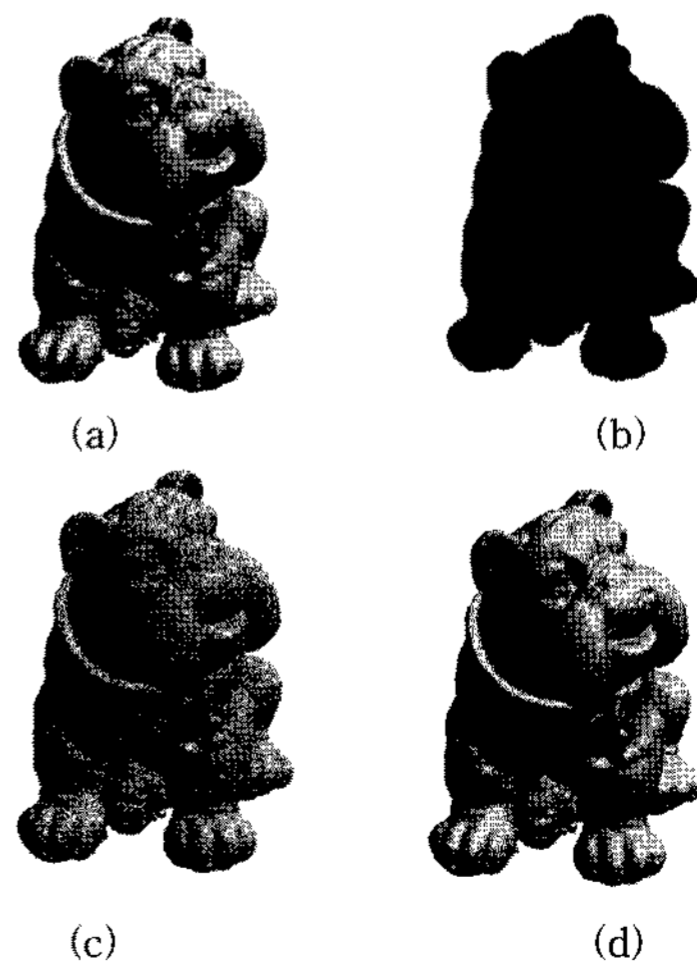


그림 1 불독: (a)원래 메쉬 (b)기저함수의 개수의 색깔 맵 (c)오차 제거 이전에 점집합의 RBF복원 (d) 오차 제거 이후에 점집합 B의 RBF복원

한 경우이고, 빨강색은 5개 또는 그 이하의 기저함수를 사용한 경우이다. 그림 (d)에서 볼 수 있듯이 곡면의 변화가 큰 곳은 많은 수의 기저함수가 사용되었고, 곡면의 변화가 작은 곳은 적은 수의 기저함수가 사용되었다.

6.2 실제 데이터를 이용한 실험

본 논문의 알고리즘의 결과를 시각적으로 보기 위해서 실제 스캐닝 데이터에 본 논문의 알고리즘을 적용했다. 입력으로 주어진 노이즈를 포함하는 실제 스캐닝 데이터를 Tight Cocone 알고리즘 [14]으로 곡면 복원하고 입력 점집합을 본 논문의 알고리즘으로 노이즈를 제거한 후 Tight Cocone 알고리즘으로 곡면 복원한 후에 결과를 비교하였다. 그림 2는 용 모델을 이용한 결과이다.

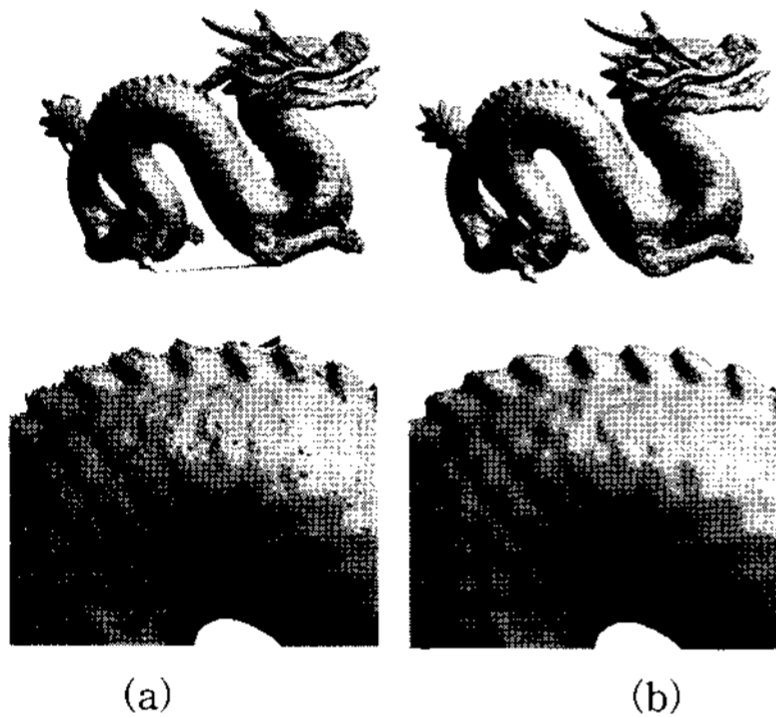


그림 2 용: (a) 원래 데이터를 Tight Cocone으로 복원
(b) 노이즈 제거 후에 Tight Cocone으로 복원

7. 결론 및 향후 연구 과제

본 연구에서는 점 추정 방법이 가지는 한계를 인식하고 변분 베이저안 방법을 이용해 점집합의 오차를 제거했다. 이를 위해서 변분 베이저안 방법을 이용해서 2차원의 정의역을 갖는 높이 함수로 3차원 데이터를 근사하는 방법을 개발했다. 그리고 지역 좌표계와 높이 함수를 이용해서 실제 점 집합의 오차를 제거하는 방법도 개발했다.

본 연구의 방법은 교차 검증 없이 지역적 오버피팅이 가능하다는 장점이 있다. 이것은 불독 모델을 이용한 실험에서 효과가 입증 되었다. 실제로 노이즈 제거를 위한 기저함수의 개수를 구하려면 개수를 바꾸어가며 실험을 하는 방법밖에 없다. 이것은 많은 사용자의 노력이 필요하다. 본 방법은 이러한 사용자의 입력 없이 자동적으로 기저함수의 개수를 결정해 준다. 그리고 기저함수의 개수를 모델의 지역적인 특징에 따라 다르게 해서 더 적은 오차를 가지게 한다.

향후 연구 과제로는 기존의 음함수 기반이나 보로노이 기반의 곡면 복원문제 등에서 변분 베이저안 방법을 사용하는 연구이다.

참 고 문 헌

[1] Miskin, J. W. Ensemble Learning for Independent Component Analysis. PhD thesis, Department of Physics, University of Cambridge, 2001.

[2] Taubin, G. "A signal processing approach to fair surface design," In Proc. of SIGGRAPH 95, pp 351-358, 1995.

[3] Mederos, B., Velho, L., and Figueiredo, L. "Robust smoothing of noisy point clouds," In Proc. of SIAM Conference on Geometric Design and Computing, Seattle 2003, 2004.

[4] Pauly, M., Mitra, N. J., and Guibas, L. "Uncertainty and variability in point cloud surface data," In Proc. of Symposium on Point-Based Graphics, pp. 77-84, 2004.

[5] Kalaiyah, A., and Varshney, A. "Statistical geometry representation for efficient transmission and rendering," ACM Transactions on Graphics, Vol. 24, No. 2, pp. 348-373, 2005.

[6] Sorenson, H. W. "Least-squares estimation: From Gauss to Kalman," IEEE Spectrum, Vol. 7, pp. 63-68, 1970.

[7] Steinke, F., Scholkopf, B., and Blanz, V. "Support vector machines for 3D shape processing," Computer Graphics Forum Vol. 24, No. 3, pp 285-294, 2005.

[8] Diebel, J. R., Thrun, S., and Brunig, M. "A Bayesian method for probable surface reconstruction and decimation," ACM Transactions on Graphics, Vol. 25, No. 1, pp. 39-59, 2006.

[9] Jenke, P., Wand, M., Bokeloh, M., Schilling, A., and Strasser, W. "Bayesian point cloud reconstruction," Computer Graphics Forum, Vol. 25, No. 3, pp. 379-388, 2006.

[10] Miskin, J. W., and MacKay, D. J. C. "Ensemble learning for blind image separation and deconvolution," In M. Girolami, editor, Advances in Independent Component Analysis. Springer-Verlag, 2000.

[11] Fergus, R., Singh, B., Hertzmann, A., Roweis, S. T., and Freeman, W. T. "Removing camera shake from a single photograph," ACM Transactions on Graphics, Vol. 25, No. 3, pp. 787-794, 2006.

[12] Cignoni, P., Rocchini, C., and Scopigno, R. "Metro: Measuring error on simplified surfaces," Computer Graphics Forum, Vol. 17, No 2. pp. 167-174, 1998.

[13] Ohtake, Y., Belyaev, A., and Seidel, H. -P. "3d scattered data approximation with adaptive compactly supported radial basis functions," In Proc. of Shape Modeling International," pp. 31-39. IEEE, 2004.

[14] Dey, T. K., and Goswami, S. "Tight cocone: a water-tight surface reconstructor," In Proc. of Symposium on Solid Modeling and Applications, pp. 127-134, 2003.