

## B스플라인 고차 패널법을 이용한 프로펠러 후류감김 모델링 및 정상유동해석

안병권\*, 김건도\*\*, 이창섭†\*

충남대학교 선박해양공학과\*  
한국해양연구원 해양시스템안전연구소\*\*

### Wake Roll-up Modeling and Steady Hydrodynamic Analysis of Marine Propellers Using a B-Spline Based Higher-Order Panel Method

Byoung-Kwon Ahn\*, Gun-Do Kim\*\* and Chang-Sup Lee†\*

Dept. of Naval Architecture and Ocean Engineering, Chungnam National University\*  
Maritime and Ocean Engineering Research Institute, KORDI\*\*

#### Abstract

A numerical model for the analysis of the marine propeller including wake roll-up is presented. In this study, we apply a higher-order panel method, which is based on a B-spline representation for both generations of the propeller geometry and hydrodynamic solutions, to predict the flow around the propeller blades. The present model is validated by comparison of the experimental measurements. The results show that the present method is able to predict the improved pressure distributions on the blade surface, especially very close to propeller tip regions, where other panel methods without the wake roll-up model give erroneous results.

※Keywords: B-spline(B-스플라인), Higher-order panel method(고차패널법), Propeller steady flow(프로펠러 정상유동), Propeller wake(프로펠러 후류), Wake roll-up(후류감김)

#### 1. 서론

Hess and Smith(1964)의 선구적인 연구 이후 프로펠러 유동을 해석하기 위해 많은 종류의 포텐

셜 유동 해석법이 개발되어 널리 사용되고 있으며 현재 대부분의 해석법들은 속도 포텐셜을 기저로 한 패널법을 사용하고 있다. Kerwin and Lee(1978), Hoshino (1989), Kim et al.(1993)은 정상 상태의 프로펠러 문제에 적용하였으며, Hsin(1990), Moon et al.(1994)은 비정상 프로펠

접수일: 2008년 2월 19일, 승인일: 2008년 6월 19일

† 교신저자: csleepro@cnu.ac.kr, 042-821-6623

러의 성능해석을 수행한 바 있다. 그 후 Kim et al.(1993)에 의해 비정상 공동 프로펠러의 성능 해석을 수행하는 단계로 발전하였다. 포텐셜을 기저로 한 저차 패널법은 각 패널의 중심 위치에서 속도 포텐셜이 일정하다고 가정하며, 해당 위치에서 속도를 계산하기 위해 이웃하는 패널에서의 포텐셜 값을 유한차분법으로 계산하기 때문에 근본적으로 수치오차를 피할 수 없다는 단점이 있다. 이는 양력을 발생하는 물체의 앞날, 뒷날 및 날개 끝과 같은 기하학적 형상변화가 큰 위치에서 계산의 정확도를 낮추는 결과를 초래한다. 이러한 단점을 개선하기 위해 패널 상에서의 함수 변화를 고차 다항식으로 표현하는 고차 패널법이 개발되었다. 하지만 고차 패널법 역시 고차식 간의 불연속성에 기인하는 오차를 포함하고 있다. 최근에는 대상 물체의 형상뿐 만이 아니라 속도 포텐셜을 B-스플라인으로 표현하여 함수변화를 원하는 고차까지 확장할 수 있는 B-스플라인 기저 패널법이 시도되고 있다. B-스플라인(Bezier-spline)은 많은 부분에서 베지어(Bezier) 곡선과 유사하나 패치 하나를 구성하는 점 가운데 어떤 점을 움직여도 곡선이 전체적으로 변하는 베지어 곡선의 문제점을 개선하여 각 점이 일정한 범위에만 영향을 미치기 때문에 전체적으로 모양을 바꾸지 않고 원하는 부분만을 조절해 줄 수 있는 장점이 있다. Lee and Kerwin(1998) 그리고 Kim et al.(2000)은 2차원 및 3차원 물체에 대한 B-스플라인 영향함수 적분방법을 완성하였으며, 이를 바탕으로 Kim and Lee(2004)은 프로펠러에 적용하여 기하학적 형상변화가 커 기존의 해석방법을 통해서도 신뢰할만한 해를 구하기 어려운 날개 끝 근처(0.99r/R)에서도 정도 높은 해를 구할 수 있음을 보여주었다. 하지만 0.99r/R의 뒷날에서 비물리적인 해의 특성이 있었다(본문 수치해석결과 및 검증 부분에서 보다 자세히 설명함). 본 연구에서는 프로펠러 형상 및 속도 포텐셜뿐만 아니라 후류를 B-스플라인 함수로 표현하고 후류의 감김(roll-up)현상을 모델링하여 이전 연구에서 발생하였던 날개 끝 근처 뒷날에서의 유동특성을 개선하였다. 계산 결과는 DTRC4119 프로펠러에 대해 후류감김 현상을 고려하지 않은 경우와 고려한 경우를 구분하여 비교

분석하였으며, 후류감김 모델링의 적합성을 비교 검증하기 위해 PIV를 이용한 프로펠러 후류계측 시험결과와 비교 검증하였다.

## 2. 수치해석을 위한 정식화

### 2.1 지배방정식 및 경계조건

프로펠러는 비점성, 비압축성인 무한 이상유체의 비회전성인 포텐셜 유동장에서 작동한다고 가정하고, 유동속도를 스칼라 함수인 속도포텐셜( $\phi$ )을 이용하여 연속방정식(질량보존의 법칙)을 표현하면 다음과 같은 지배방정식인 Laplace 방정식을 얻을 수 있다.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1)$$

계산 유동장은 다음과 같이 정의되는 경계조건을 통해 유일하게 결정된다.

1) 무한원방 조건: 무한거리에서는 교란된 유동의 영향이 없다.

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \nabla \phi = 0 \quad (2)$$

2) 비침투 조건: 유체는 대상 물체의 경계면을 통과할 수 없다.

$$\nabla \phi \cdot \vec{n} = -U_\infty \cdot \vec{n} \quad (3)$$

3) 운동학적 경계조건: 후류의 상(+), 하(-)면의 전체 속도는 같다.

$$\vec{n} \cdot (\overline{U^+} - \overline{U^-}) = 0 \quad (4)$$

4) 동역학적 경계조건: 후류의 상(+), 하(-)면에 작용하는 힘은 같다.

$$p^+ = p^- \quad (5)$$

5) Kutta 조건: 날개뒷날(T.E.)에서의 속도는 유한하다.

$$|\nabla \phi|_{T.E.} < \infty \quad (6)$$

### 2.2 지배방정식의 정식화

Laplace 방정식 (1)을 Green의 정리를 이용하여 전개하고 위에서 정의한 프로펠러 날개( $S_B$ ),

허브 (\$S\_H\$) 및 후류 (\$S\_W\$)면의 경계조건을 적용하면 다음과 같은 법선다이폴과 쏘오스항이 포함된 적분방정식으로 표현된다.

$$\frac{\phi}{2} = \int_{S_B+S_H} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial n} G - \phi \frac{\partial G}{\partial n} \right] dS \quad (7)$$

$$- \int_{S_W} \Delta \phi \frac{\partial G}{\partial n} dS$$

여기서, \$\phi\$ 는 교란 속도 포텐셜을, \$\Delta \phi\$ 는 날개 뒷날에서의 포텐셜 차이(후류면상의 다이폴의 세기)를 의미하며, 적분방정식을 만족하는 Green 함수 (\$G\$)는 다음과 같이 정의된다.

$$G = - \frac{1}{4\pi r(\bar{p}, \bar{q})} \quad (8)$$

여기서, \$r(\bar{p}, \bar{q})\$ 은 제어점 \$\bar{p}\$ 와 특이점 \$\bar{q}\$ 사이의 거리이다. 물체 표면에 분포되어 있는 법선 다이폴과 쏘오스에 의한 영향함수를 특이 부분과 비특이 부분으로 분리하여, 특이 부분은 해석적으로 적분하고 비특이 부분은 Gauss 구적법을 이용하여 계산을 하였다.

### 3. 적분방정식의 이산화

#### 3.1 B-스플라인 표현 및 이산 적분방정식

대상 물체의 경계면은 3차원 곡면 패치의 연속으로 표현할 수 있고, 각 패치의 기하학적 형상과 패치위에서의 포텐셜의 변화는 2개의 독립적인 매개변수 (\$u, v\$)의 함수를 이용하여 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\bar{x}(u, v) = \sum_{i=0}^{n^u-1} \sum_{j=0}^{m^v-1} x_{i,j}^v N_i(u) M_j(v) \quad (9)$$

$$\phi(u, v) = \sum_{i=0}^{n^u-1} \sum_{j=0}^{m^v-1} \phi_{i,j}^v N_i(u) M_j(v) \quad (10)$$

여기서, \$N\_i(u), M\_j(v)\$ 는 각각 3차 B-스플라인 기

저함수(basis function)이며, \$\bar{x}\_{i,j}^v\$ 는 기하학적 제어점(control vertices), \$\phi\_{i,j}^v\$ 는 포텐셜 제어점, \$n^u, m^v\$ 는 각각 매개변수인 매듭벡터(knot vectors) \$u, v\$ 방향의 제어점 수이다. 매듭벡터는 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{u} = \{0, 0, 0, 0, 1/n^g, 2/m^g, \dots, 1, 1, 1, 1\}^T \quad (11)$$

$$\bar{v} = \{0, 0, 0, 0, 1/n^g, 2/m^g, \dots, 1, 1, 1, 1\}^T$$

여기서 \$n^u = n^g + p, m^v = m^g + q\$ 이며, \$p\$ 와 \$q\$ 는 스플라인 기저함수의 차수이다.

식 (9)를 이용하여 물체표면 패치는 \$(n^g, m^g)\$ 개의 패널로, 후류면 패치는 반경방향으로 \$m^g\$ 개의 세기가 일정한 다이폴 띠를 갖도록 이산화 하면, 식 (7)은 다음과 같이 이산화 된 형태의 적분방정식으로 표현된다.

$$\frac{1}{2} \left\{ \sum_{a,b=0}^{p,q} N_{\alpha_i}(u_i) M_{\beta_j}(v_j) \phi_{\alpha_i, \beta_j}^v \right\} \quad (12)$$

$$+ \sum_{\nu, \mu=0}^{n^g-1, m^g-1} \iint_{S_{\nu, \mu}} \left\{ \sum_{a,b=0}^{p,q} N_{\alpha_i}(u_i) M_{\beta_j}(v_j) \phi_{\alpha_i, \beta_j}^v \right\} \frac{\partial G}{\partial n} dS$$

$$+ \sum_{\mu=0}^{m^g-1} \iint_{S_{\mu}} (\Delta \phi)_{\mu} \frac{\partial G}{\partial n} dS = \sum_{\nu, \mu=0}^{n^g-1, m^g-1} \iint_{S_{\nu, \mu}} \frac{\partial \phi}{\partial n} G dS$$

여기서, \$\alpha = s\_{\nu} - p + a, \beta = s\_{\mu} - q + \beta\$ 로 자기유기 포텐셜 계산을 위한 스펠 인덱스이다. 계산과정에서는 특이점과 제어점사이의 위치에 따라 적분방법을 크게 세 가지로 분류하여 사용하는데. 먼저 특이점과 제어점이 같은 패널위에 위치하는 경우 특이점을 제거하여 자기유기 포텐셜을 계산하게 되며, 둘째는 특이점과 제어점의 거리가 멀리 떨어져 있는 경우(far-field)에 있을 경우 유기 포텐셜을 구하기 위해 원장 근사법(far-field approximation)을 사용하고, 마지막으로 특이점과 제어점이 가까운 거리에 있는 경우(near-field) 해당 패널을 부분적으로 분할하여 유기 포텐셜을 계산한다.

#### 3.2 후류감김 모델링

프로펠러의 후류면은 식 (4)와 (5)에 정의된 운동학적 및 역학적 경계조건을 만족하도록 결정되

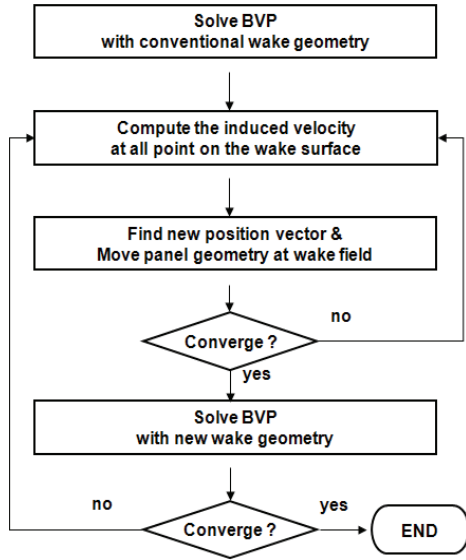


Fig. 1 Procedure of the wake alignment

어야 하는데, 먼저 초기에 가정된 후류면에 유기되는 속도를 계산하고 경계조건을 만족시킬 때까지 반복적으로 새로운 후류면의 위치를 추정하여 계산한다(Fig. 1).

$$\nabla_p \phi(p) = \int_{S_B} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial n_q} \nabla_p G - \phi(q) \nabla_p \left( \frac{\partial G}{\partial n_q} \right) \right] dS - \int_{S_W} (\Delta \phi(q)) \nabla_p \frac{\partial G}{\partial n_q} dS \quad (13)$$

이때 후류면상의 유동성분 및 감김(roll-up) 현상을 포함해 후류면의 새로운 위치를 찾는 방법(Pyo and Kinnas 1997)에 기초하였다.

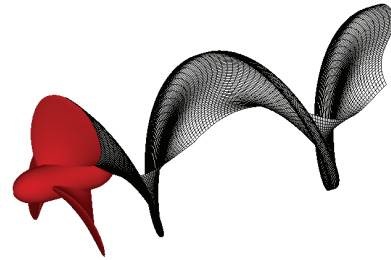
#### 4. 수치해석 결과 및 검증

##### 4.1 DTRC 4119 프로펠러

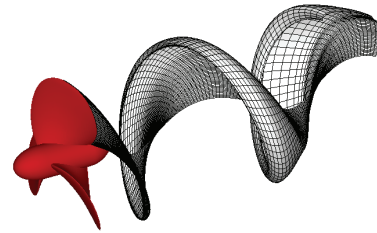
먼저 B-스플라인 고차 패널법을 적용하여 균일 유동 중에서 작동하는 DTRC 4119 프로펠러에 대한 수치해석을 수행하였다. 후류 모델링에 따른 해석결과의 차이를 보기 위해 Fig. 2와 같이 감김 현상을 고려하지 않은 경우(a)와 이를 고려한 경우

(b)에 대해 해의 특성을 비교 분석하였다.

Fig. 3은 프로펠러의  $r/R=0.9$ 인 위치에서 코드방향 압력분포에 대해 후류감김을 고려한 본 해석법의 결과와 Jessup(1989)의 실험결과, 저차 패널법에 의한 프로펠러 해석 프로그램인 PSF-2의 해석



(a) Wake model without roll-up



(b) Wake model with roll-up

Fig. 2 DTRC4119 propeller and its wake generated by B-splines

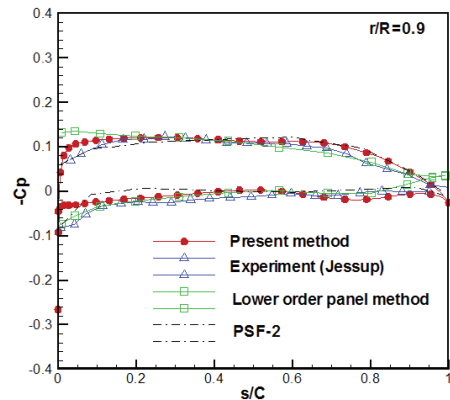


Fig. 3 Comparison of the pressure distribution at  $r/R=0.9$  of DTRC4119 propeller ( $J=0.833$ )

결과를 비교하였다. 저차 패널법에 비해 날개 앞날과 뒷날 부근에서 실험값과 비교해 개선된 결과를 보여주고 있다.

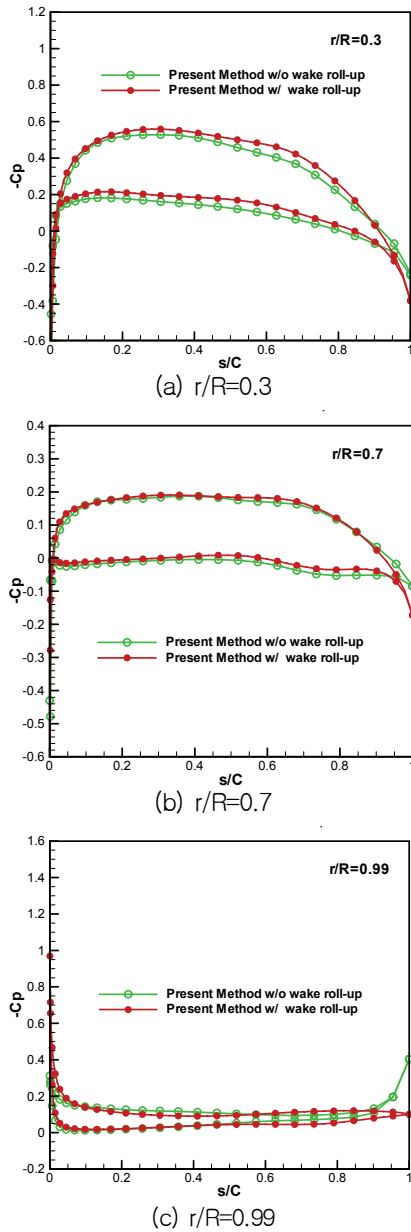


Fig. 4 Pressure distribution at different locations of DTRC 4119 propeller ( $J=0.833$ )

Fig. 4는 반경방향의 위치변화에 따른 코드방향 압력분포를 후류감김 현상을 모델링한 경우와 그렇지 않은 경우에 대해 비교하였다. 후류모델링의 여부에 따라 날개 뒷날 부근에서의 압력분포에 차이를 보이고 있으며, 특히  $r/R=0.99$ 에서는 후류감김 현상을 고려하지 않은 경우 날개 앞날 및 뒷날에서의 급격한 압력감소 현상이 나타나는데, 후류감김 현상을 고려한 경우 이러한 현상이 개선됨을 알 수 있다. 무엇보다  $r/R=0.99$ 인 위치(거의 날개 끝날 부근)는 매우 복잡한 유동이 발생하는 곳으로 기존의 저차 포텐셜 유동해석으로는 모사가 어려운 영역이다. 하지만 본 해석방법을 통해 보다 정밀한 해석을 할 수 있음을 보여준다.

Fig. 5는 DTRC4119 프로펠러의 단독성능 계산 결과로 실험값과 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다. 여기서 낮은 전진계수 영역에서는 실험값에 비해  $K_Q$ 를 다소 낮게 추정하고 있으나, 낮은 전진계수에서는 프로펠러의 받음각이 커지며, 박리현상(separation)이 상대적으로 빨리 발생할 수 있는 영역이기 때문에 이상유체 가정하의 본 수치기법의 특성상 다소 낮은  $K_Q$ 를 추정하는 것으로 판단된다.

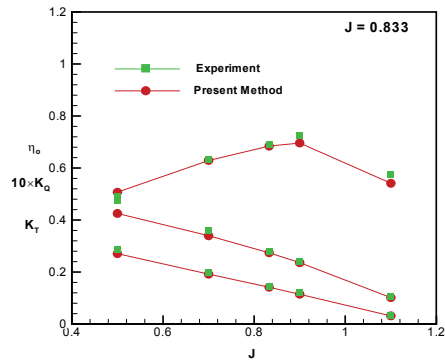


Fig. 5 Comparison of open water performance of DTRC 4119 propeller with experiments

#### 4.2 KP707 프로펠러

후류감김 모델링의 적합성을 비교 검증하기 위해 PIV를 사용한 후류유동 계측결과가 존재하는 KP707 프로펠러(Fig. 6과 Table 1)에 대해 계산을 수행하고 그 결과를 비교하였다. 시험은 해양시스

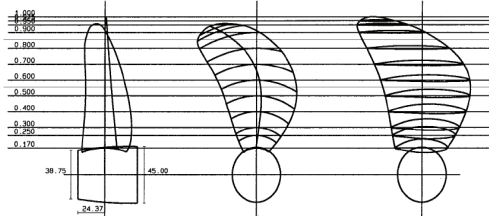
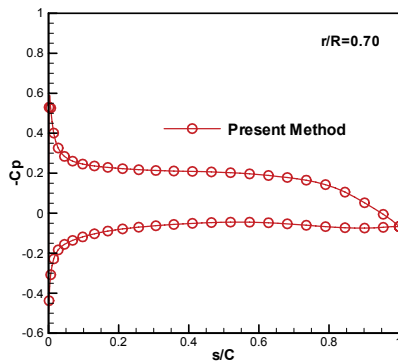


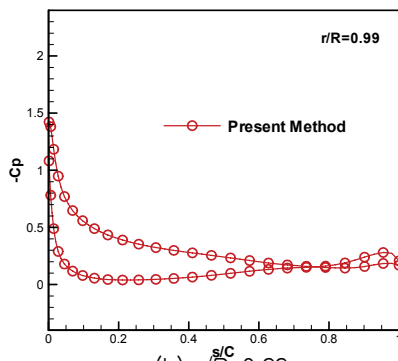
Fig. 6 Drawing of KP707 propeller

Table 1 Principal characteristics of KP707 propeller

Diameter	250mm	P/D	0.969
No. of Blades	4	Ae/Ao	0.570
Hub ratio	0.175	Section	NACA66



(a)  $r/R=0.7$

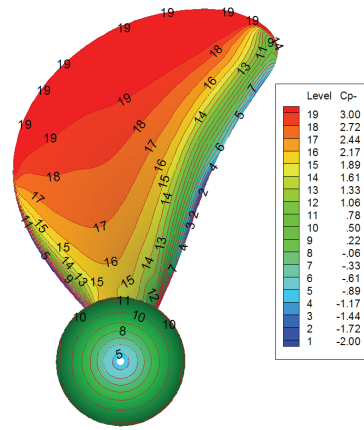


(b)  $r/R=0.99$

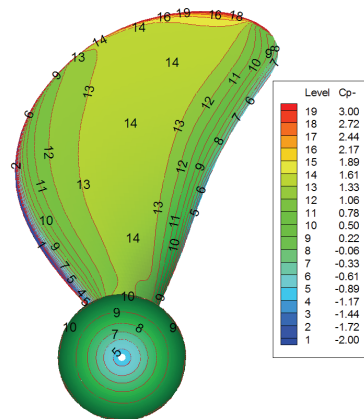
Fig. 7 Pressure distributions over blade sections of KP707 propeller ( $J=0.6$ ): (a) at  $r/R=0.7$ ; (b) at  $r/R=0.99$

탐안전연구소(MOERI)의 캐비테이션터널에서 수행되었다.

Fig. 7은  $J=0.6$ 인 KP707 프로펠러의 반경( $r/R$ ) 0.7과 0.99에서의 코드방향 압력분포를 보여 주고 있다. Fig. 8은 KP707 프로펠러의  $J=0.6$ 과 0.8인 상태인 경우에 대한 흡입면의 압력분포를 보여준다. 앞서 설명한 바와 같이 본 해석법을 통해 날개의 앞날, 뒷날과 특히 날개 끝날( $r/R=0.99$ )과 같이 기하학적 형상변화가 상대적으로 큰 영역에 대해서도 연속적이며 신뢰성 있는 압력분포를 추정할 수 있음을 알 수 있다.



(a)  $J=0.6$



(b)  $J=0.8$

Fig. 8 Pressure contours on the suction sides of KP707 propeller: (a)  $J=0.6$ ; (b)  $J=0.8$

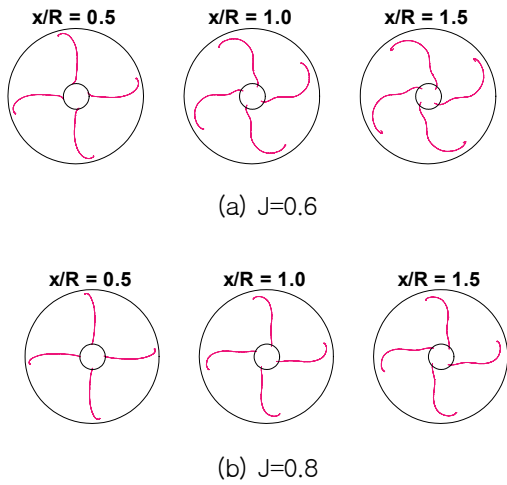


Fig. 9 Transversal trailing wake shapes at different advance ratios

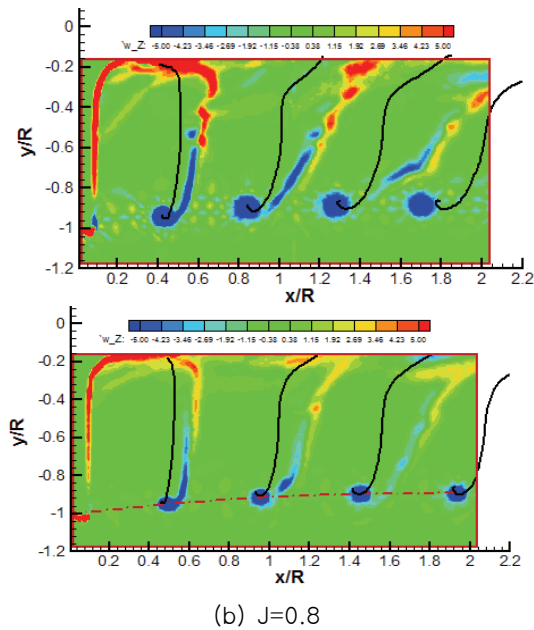


Fig. 10 Comparison of longitudinal trailing wake shapes at different advance ratios: contours (experiment) and solid lines (present).

Fig. 9는  $J=0.6$ 과  $0.8$  상태에서  $x/R=0.5, 1.0$  그리고  $1.5$ 인 위치에서의 횡방향 후류형상을 보여

주며, Fig. 10은 같은 경우에 대해 종방향 후류형상을 PIV 계측시험 결과와 비교하였다. 후류의 수축정도 및 보조텍스 중심의 위치는 비교적 정확하게 묘사하고 있음을 볼 수 있다. 하지만 프로펠러 축 중심에 가까울수록 후류의 위치가 차이를 있음을 확인할 수 있는데, 이는 허브를 통해 발생하는 빠른 회전유동에서 기인하는 것으로 판단된다. 이론 해석과정에서는 허브 보조텍스를 고려하지 않았으며 그 현상을 고려한다면 보다 정확한 후류추정과 이에 따른 해석결과에 대한 개선도 기대할 수 있을 것으로 판단된다.

5. 결론

B-스플라인 기저 고차 패널법의 가장 큰 장점은 대상 물체의 기하학적 형상뿐만 아니라 유기 속도 포텐셜을 모두 연속적인 고차식으로 표현할 수 있기 때문에 기존의 저차 패널법을 통해서 구할 수 없는 영역(프로펠러 날개 끝과 같은 극한의 영역)에서도 연속적이며 신뢰성 있는 해를 얻을 수 있다는 것이다. 본 연구를 통해 이와 같은 B-스플라인 기저 고차 패널법의 유용성을 보였으며, 특히 프로펠러 후류의 감감현상을 모델링함으로써 날개 끝 영역에서의 유동현상을 보다 정밀히 묘사할 수 있음을 보였다.

후 기

본 논문의 내용은 과학기술부 기초과학연구사업 (R01-2007-000-20376-0)의 일부로 수행되었으며, 위 기관의 후원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

- Hess, J.L. and Smith, A.M.O.,1964, "Calculation of Nonlifting Potential Flow About Arbitrary Three-Dimensional Bodies," Journal of Ship Research, Vol. 8, No. 2, pp. 22-44.
- Hoshino, T.,1989, "Hydrodynamic Analysis of Propellers in Steady Flow using a Surface Panel Method," Journal of the Society of Naval

- Architects of Japan, Vol. 165, pp. 55-70.
- Hsin, C.Y., 1990, Development and Analysis of Panel Methods for Propellers in Unsteady Flow, Ph.D. Thesis, Department of Ocean Engineering, M.I.T.
  - Jessup, S.D., 1989, An Experimental Investigation of Viscous Aspects of Propeller Blade Flow, Ph D. Thesis, The Catholic Univ.
  - Kim, G.D., Hwang, U.S. and Lee, C.S., 2000, "A B-Spline Higher Order Panel Method for Analysis of Three Dimensional Potential Flow," Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 37, No. 2, pp. 57-69.
  - Kim, G.D. and Lee, C.S., 2004, "Application of High Order Panel Method for Improvement of Prediction of Marine Propeller Performance," Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 41, No. 1, pp. 63-68.
  - Kim, Y.G., Lee, J.T., Lee, C.S. and Suh, J.C., 1993, "Prediction of Steady Performance of a Propeller by Using a Potential-Based Panel Method," Journal of the Society of Naval Architects of Korea, Vol. 30, No. 1, pp. 73-86.
  - Kerwin, J.E. and Lee, C.S., 1978, "Prediction of Steady and Unsteady Marine Propeller Performance by Numerical Lifting-Surface Theory," Trans. SNAME, Vol. 86, pp. 218-253.
  - Lee, C.S. and Kerwin, J.E., 1998, "A B-Spline Based Higher Order Panel Method Applied to Two-Dimensional Lifting Problem," J. of Ship Research, Vol. 47, No. 4, pp. 290-298.
  - Moon, I.S., Kim, Y.G. and Lee, C.S., 1994, "Prediction of Unsteady Performance of a Propeller by Using a Potential-Based Panel Method," Proceedings of the Annual Spring Meeting, Society of Naval Architects of Korea, pp. 331-336.
  - Pyo, S. and Kinnas, S., 1997, "Propeller Wake Sheet Roll-Up Modeling in Three Dimensions," Journal of Ship Research.



< 안 병 권 > < 김 건 도 > < 이 창 섭 >