

의사우도추정법에 의한 분산함수를 고려한 수위-유량 관계 곡선 산정법 개선

Improvement of Rating Curve Fitting

Considering Variance Function with Pseudo-likelihood Estimation

이 우 석* / 김 상 욱** / 정 은 성*** / 이 길 성****

Lee, Woo Seok / Kim, Sang Ug / Chung, Eun-Sung / Lee, Kil Seong

Abstract

This paper presents a technique for estimating discharge rating curve parameters. In typical practical applications, the original non-linear rating curve is transformed into a simple linear regression model by log-transforming the measurement without examining the effect of log transformation. The model of pseudo-likelihood estimation is developed in this study to deal with heteroscedasticity of residuals in the original non-linear model. The parameters of rating curves and variance functions of errors are simultaneously estimated by the pseudo-likelihood estimation(P-LE) method. Simulated annealing, a global optimization technique, is adapted to minimize the log likelihood of the weighted residuals. The P-LE model was then applied to a hypothetical site where stage-discharge data were generated by incorporating various errors. Results of the P-LE model show reduced error values and narrower confidence intervals than those of the common log-transform linear least squares(LT-LR) model. Also, the limit of water levels for segmentation of discharge rating curve is estimated in the process of P-LE using the Heaviside function. Finally, model performance of the conventional log-transformed linear regression and the developed model, P-LE are computed and compared. After statistical simulation, the developed method is then applied to the real data sets from 5 gauge stations in the Geum River basin. It can be suggested that this developed strategy is applied to real sites to successfully determine weights taking into account error distributions from the observed discharge data.

keywords : Discharge rating curve, Heteroscedasticity, Pseudo-likelihood estimation, Non-linear regression, Simulated annealing, Segmentation of discharge rating curve

* 한국수자원공사 조사관리처 차장

Manager, Investigation and Planning Department, Korea Water Resources Corporation, Daejeon, 306-711, Korea
(e-mail: leews@kwater.or.kr)

** 서울대학교 BK21 안전하고 지속가능한 사회기반건설 사업단 박사 후 연구원(교신저자)
Post-Doctor, SNU BK21 SIR Group, Seoul National University, Seoul, 151-744, Korea
(e-mail: plethor1@snu.ac.kr)

*** 서울대학교 공학연구소 선임연구원
Senior Researcher, Engineering Research Institute, Seoul National University, Seoul, 151-744, Korea
(e-mail: cool77@snu.ac.kr)

**** 서울대학교 공과대학 건설·환경공학부 교수
Professor, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Seoul National University, Seoul, 151-744, Korea
(e-mail: kilselee@snu.ac.kr)

요 지

수위-유량 관계 곡선을 나타내는 곡선식에 포함되어 있는 매개변수의 추정을 위해 많이 사용되는 로그선형 회귀 분석은 잔차의 비등분산성(heteroscedasticity)을 고려하지 못하므로 본 연구에서는 의사우도추정법(pseudo-likelihood estimation, P-LE)에 의해 분산함수를 추정하고 이와 함께 회귀계수를 추정할 수 있는 방법을 제시하였다. 이 과정에서 제시된 회귀잔차를 최소화하기 위하여 SA(simulated annealing)이라는 전역 최적화 알고리즘을 적용하였다. 또한 수위-유량 관계 곡선은 단면 등의 영향으로 인해 구간에 따라 각각 다르게 구축되어야 하므로 이를 보다 객관적으로 판단하고 분리 위치를 추정하기 위하여 Heaviside 함수를 의사우도함수에 포함시켜 결과를 추정하도록 하였으며, 2개의 구간을 가지는 유량자료를 이용하여 제시된 방법의 합리성을 통계적으로 실험하였다. 이와 같이 통계적 실험을 통해 제시된 방법들이 기존 방법과 비교하여 가질 수 있는 장점을 파악하였으며, 제시된 방법들을 금강유역 5개 지점에서 대해 수행하여 효율성을 검증하였다.

핵심용어 : 수위-유량 관계 곡선, 비등분산성, 의사우도추정법, 비선형 회귀분석, Simulated annealing, 수위-유량 관계 곡선의 분리

1. 서 론

정확한 유량자료의 확보는 이수, 치수, 수질관리 등의 수자원관리에 있어서 가장 기본적이고 중요한 일이라 할 수 있다. 대부분의 선진국들은 이에 대해 많은 노력을 투자하고 있으며 국내에서도 최근 유량조사사업단이 발족되어 정확도 높은 유량자료의 취득과 관리를 위한 노력을 기울이고 있다. 그러나 대부분의 노력이 유량자료 획득을 위한 유량조사 사업, 실시간 모니터링 시스템, 자동화기기, 측정 장비 등에 집중되고 있을 뿐 가장 많이 사용하고 있는 수위-유량 관계곡선으로부터 산정되는 유량의 정확성과 관련된 기초 연구는 부족한 실정이다.

유량측정은 직접 측정하여 자료를 확보할 수도 있지만 연속된 자료를 지속적으로 확보하기 위해서는 시간과 비용이 막대하게 소요되므로 수위를 먼저 측정하고 기 작성된 수위-유량 관계곡선을 이용하여 유량을 환산하고 있다. 따라서 대부분의 국가에서는 측정된 수위를 이용하여 유량을 환산하기 위한 여러 가지 방법들을 개발하여 사용하고 있다(ISO, 1998; Mosley and McKerchar, 1993). 이 중 가장 보편적인 것은 Lambie (1978)가 제시한 Eq. (1)과 같은 비선형 관계식이다.

$$y = a(x - b)^c \quad (1)$$

여기서, y 는 유량이며 x 는 수위, a , b , c 는 수위와 유량관계를 이용하여 추정되어야 하는 매개변수들이다.

수위와 유량의 측정값은 필연적으로 오차를 포함하고 있는데, 주로 측정기기, 측정방법 등으로 인해 발생한다. 직접 측정의 경우 Herchy(1985)는 측정된 유속,

수심이 최종적인 유량에 미치는 영향을 정량화하면서 특히 단면 변화에 따른 유량의 변화를 가장 큰 오차의 원인으로 언급한 바 있으며 Sauer and Meyer(1992)는 측정장치, 평균유속의 산정 등에 있어서 발생하는 오차를 정량화하는 연구를 수행한 바 있다. 특히 위와 같은 수위-유량 관계곡선을 이용하는 경우에도 관계식의 매개변수 추정과정에서 발생하는 오차도 중요한 요인으로 작용된다.

수위-유량 관계곡선식을 이용하여 유량을 산정하는 경우에는 관계식의 매개변수들을 추정해야하는 데, 일반적으로 로그선형 회귀분석이 이용된다. 이때 정확한 회귀 계수의 추정을 위해서는 회귀모형을 구성하는 잔차의 특성을 분석해야한다. 즉 일반 최소자승법(ordinary least squares method, OLS)를 사용하기 위해서는 잔차가 등분산성(homoscedasticity)을 만족해야 하며 그렇지 않은 경우는 다른 방법을 사용해야 한다. 특히 대부분의 수위-유량 관계에 있어서 유량이 증대함에 따라 오차가 증가되는 경향이 있으므로, 선형 회귀 분석을 수행하는 경우 회귀잔차의 특성에 따라 회귀모형의 정확성이 크게 영향을 받을 수 있다.

이와 같은 문제점을 극복하기 위해 Seber and Wild(1989)는 잔차가 비등분산(heteroscedasticity)적인 경우에도 적용할 수 있는 일반화 최소자승법(Generalized Least Squares method, GLS)을 이용한 회귀분석을 적용하면서, 잔차가 비등분산적인 경우 사용될 수 있는 WLS(Weighted Least Squares method)에 의한 선형회귀분석이 수위-유량 관계 곡선식의 매개변수를 추정하는 데 있어서 잘못된 분산함수(variance function)를 사용하는 경우에는 큰 오류를 범할 수 있음을 제시한 바 있다. Petersen-Øverleir

(2004)는 비등분산적인 오차를 등분산적으로 변환할 수 있는 HMLE(heteroscedastic maximum likelihood estimation) 방법을 제안하고 이를 이용하여 수위-유량 관계 곡선식의 매개변수를 추정된 결과를 비선형회귀분석 결과와 비교함으로써 HMLE 방법의 우수성을 제안한 바 있다. 즉, 비등분산적으로 퍼져있는 잔차를 고려하지 않고 회귀분석을 수행하면 수위-유량 관계 곡선식의 정확도가 크게 낮아지므로 반드시 잔차를 등분산적으로 바꾸거나 비등분산성을 고려할 수 있는 방법을 사용할 것을 제안했다.

수위-유량 관계 곡선식을 이용하는 경우 발생하는 또 하나의 문제는 곡선식의 구간에 따른 분리(segmentation)의 문제이다. 수위와 유량의 관계는 일반적으로 홍수에 의해 하상 변동이 발생하는 시기를 전후하여 변하게 된다. 단면통제를 받는 수위-유량 관계 곡선 구간의 경우에는 단면 통제가 암반이나 인공적인 통제라면 영향을 받지 않겠지만, 사주 또는 자갈 등으로 이루어진 경우에는 홍수 등에 의하여 하상이 심각하게 바뀌어 홍수 이전과는 전혀 다르게 되므로 별도의 수위-유량 관계 곡선을 작성하여야 한다(김원 등, 2004). 즉, 수위를 구간에 따라 분리하여 각각의 구간에 따른 수위-유량 관계 곡선식의 매개변수들을 추정해야 수위-유량 관계를 정확하게 나타낼 수 있다는 것이다. Petersen-Øverleir and Reitan(2005)은 우도함수법을 이용하여 구축된 수위-유량 관계 곡선식의 구간에 따른 분리 필요성을 객관적으로 정량화하였고 곡선의 분리 유무를 결정하는 방법을 제시한 바 있다.

따라서 본 연구에서는 비등분산적인 잔차를 고려하여 회귀분석을 수행할 수 있는 GLS 방법을 이용하되, 추정과정에 있어서 효율성을 증대시키기 위해 분산함수와 회귀계수를 추정할 때 의사우도추정법(pseudo-likelihood estimation method, P-LE)을 사용하였다. 그 결과를 잔차의 비등분산성을 고려하지 못하는 선형 회귀분석결과와 비교하였다. 또한 수위-유량 관계 곡선식의 분리 유무를 결정하기 위하여 Heaviside 함수를 의사우도함수(pseudo-likelihood function)에 포함시켜 분리위치를 함께 추정하도록 하였으며, 곡선의 객관적 분리 기준으로 Akaike(1974)가 제시한 AIC(Akaike information criterion)와 Schwartz(1979)가 제시한 BIC(Bayesian information criterion)를 이용하였다. 마지막으로 금강유역의 5개 수위관측지점의 유량자료(한국수자원공사, 2006; 한국수자원공사, 2007)를 이용하여 효율성을 검증하였다.

2. 이론적 배경

2.1 수위유량 관계 곡선과 선형 회귀분석

일반적으로 수위-유량 관계 곡선식은 Eq. (1)이 이용된다. 여기서 b 는 유량이 '0'인 수위를 나타내는 매개변수로서 다음과 같이 몇 가지의 방법을 이용하여 추정하거나 가정하여 사용될 수 있다. Eq. (1)의 매개변수들을 추정하기 위해 실무에서 사용되는 방법은 주로 곡선식의 양변에 로그를 취하여 선형 회귀식을 구성한 후 OLS를 적용하는 것이다. 이때 영유량 수위 b 를 정확하게 측정하기는 어려우므로 다양한 기법에 의해 결정할 수 있다. USGS(United States Geological Survey)에서는 유량을 횡축으로 하고 수위를 종축으로 하는 양대수 그래프상에서 수위-유량 관측치의 형태가 직선화하도록 영유량 수위를 결정하는 방법을 제안하고 있다(Rantz, 1982). 한국수자원공사와 네델란드 Delft Hydraulics가 공동으로 개발한 수문자료 분석 시스템에서는 위와 같은 방법으로 b 의 첫 번째 추정치를 구한 후, 첫 번째 추정치의 2 m 이내에서 변화시켜가면서 오차제곱의 합을 최소로 하는 매개변수들을 추정하는 방법을 채택하고 있다(한국수자원공사, 2001). 또한 수자원분석시스템 구축기법에 관한 연구(이길성, 2001)에서 개발된 수위-유량곡선 시범 시스템에서는 영유량 수위인 b 를 1차원 최적화 기법중 하나인 황금비 분할법(golden section method)을 이용하여 추정한 후 비선형 최적화 기법을 사용하여 나머지 매개변수들을 결정하였다. 또 다른 방법으로 영유량 수위를 가정한 다음 회귀분석을 수행하여 가장 적은 오차를 보여주는 b 값을 최적으로 결정할 수 있다(Mosley and McKerchar, 1993).

수위-유량 관계 곡선식의 또 다른 문제로서 곡선식의 구간에 따른 분리가 필요한 경우가 있다. 하천에서의 흐름은 저수위에서는 단면통제를 받을 수 있고 고수위에서는 하도통제를 받게 되어 수위-유량 관계 곡선식이 변화하게 된다. 자연하천에서 단면통제를 받는 유량관측지점은 쉽게 찾기 힘들므로 Parshall flume과 인공구조물을 설치하게 되는데, 저수위의 곡선식은 단면통제가 확실하지 않을 경우 하상 수생식물의 성장, 하상의 변동 등으로 인해 중·고수위 곡선식보다 오차가 크다고 할 수 있다. 대부분의 중·고수위 곡선식은 대수지에서 선형으로 나타낼 수 있으며(WMO, 1994) 이러한 통제를 고려하여 수위에 따라 곡선식을 분할할 수 있는데, 수문자료 분석 시스템은 유량 규모에 따라 5개의 구간으로 나누어 식을 작성할 수 있도록 구축되어 있다.(한국수자원공사, 2001). 또한 이길성(1996)은 저수위, 평수위, 홍수위에 대한 수위-유량 곡선을 별도로 작성

하는 등 몇 가지의 관련 연구가 진행된 바 있으나, 곡선식 분할 위치를 구하는 방법은 대상하천에 대한 기술자의 판단과 도해적 방법에 의존하고 있다. DeGagne *et al.*(1996)은 수위-유량관계곡선의 분석 및 활용을 위한 의사결정지원시스템을 개발하였다. 이 시스템은 하도의 안정 또는 불안정 상태를 통계적 기법을 사용하여 식별하고 이에 따라 수위-유량 관계 곡선식을 개발할 수 있게 구성되어 있으며, 계절별로 서로 다른 관계식 유도 및 이상자료 검정 등이 가능하다. 곡선식 분할은 하천 단면의 형상에 따라 사용자가 입력하게 되어 있고 곡선식 형태는 지수형태이며 OLS 방법에 의해 매개변수들이 추정된다.

위에서 살펴 본 바와 같이 수위-유량 관계 곡선식의 매개변수들을 추정하는 일은 유량의 정확성 측면에서 매우 중요한 일이라 할 수 있으며, 주로 Eq. (2)와 같이 로그 변환된 수위-유량 관계 곡선식에 대해 OLS를 이용한 선형 회귀분석을 수행함으로써 회귀계수를 추정하는 방법이 이용된다.

$$\ln y_i = \ln a + c \ln(x_i - b) + \ln \epsilon_i \text{ or}$$

$$Y_i = A + CX_i + \ln \epsilon_i \quad (2)$$

여기서, ϵ 은 회귀모형의 잔차이고 $Y = \ln y$, $A = \ln a$, $C = c$, $X = \ln(x+b)$ 이다. Eq. (2)에서 i 는 전체 n 개의 자료 중 i 번째 값을 나타내며, Q_i 는 i 번째 관측유량, x_i 는 i 번째 관측수위이다. 또한 회귀계수 $\ln a$ 는 절편, c 는 기울기이다. 특히 ϵ_i 는 OLS를 이용하는 경우 평균이 0이고 일정한 분산 σ^2 을 갖는 정규분포로 가정되어 사용되어지며, 관측값 y_i 가 모집단 회귀식으로부터 ϵ_i 만큼 떨어져 있음을 의미한다. 회귀분석에서는 표본을 이용하여 회귀계수를 추정하여 적합된 회귀식을 만들 수 있고 이 식에 의해 $x = x_i$ 에서 추정치 또는 예측치 \hat{y}_i 값을 구할 수 있다. 실제 관측치와 예측치와의 차이를 잔차라 하며 다음 Eq. (3)과 같이 정의되고 회귀분석에서 잔차항 ϵ_i 는 관측할 수 없는 값이므로 ϵ_i 의 추정치를 이용한다.

$$e_i = y_i - \hat{y}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

각 오차의 제곱의 합을 최소로 하는 OLS를 이용하여 회귀식을 구하는 경우에는 정규방정식(normal equation)으로부터 회귀계수의 추정치를 추정할 수 있으며 이를 회귀계수의 최소제곱추정량이라 한다. 이 때 최적의 영유량 수위를 나타내는 b 값은 회귀분석 오차가

가장 적을 때의 값이며 이는 하한값에서 상한값까지 0.01 씩을 증가시켜 회귀분석을 실시한 후 가장 큰 결정계수(coefficient of determination)를 얻는 격자탐색법이 이용될 수 있다.

회귀모형의 적합도를 나타내는 척도로 결정계수가 주로 사용되는데, Eq. (4a)와 Eq. (4b)와 같이 선형회귀 모형 결과의 결정계수 R^2 은 로그변환 자료의 회귀분석 결과이므로 원자료로 환산하여 재산정해줘야 한다 (Seber and Wild, 1989).

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T} \quad (4a)$$

$$SS_T = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (4b)$$

$$= \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$= SS_R + SS_E$$

여기서, SS_T 는 종속변수의 전체 변동량(total variation)이고 SS_R 은 회귀모형으로 설명되어질 수 있는 변동량(explained variation)이며 SS_E 는 오차제곱합이다. 또한, 오차 분산의 불편추정량, $\hat{\sigma}^2$ 은 다음식과 같다.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS_E}{n-2} \quad (5)$$

특히, 선형모형에 의해 추정된 수위-유량 관계곡선식의 신뢰구간은 $x = x_0$ 에서 종속변수 참값의 평균 ($E(Y|x_0) = \mu_{Y|x_0}$)의 신뢰구간으로 나타낼 수 있으며, $\hat{\mu}_{Y|x_0}$ 의 표준편차 SE(Standard Error)는 회귀상수들의 분산을 고려하면 Eq. (6)과 같이 나타낼 수 있으므로, $x = x_0$ 에서 평균 종속변수의 100(1- α)% 신뢰구간은 Eq. (7)을 이용하여 표현할 수 있다.

$$SE(\hat{\mu}_{Y|x_0}) = \hat{\sigma} \left(\frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right)^{1/2} \quad (6)$$

$$\hat{\mu}_{Y|x_0} - t_{\alpha/2, (n-2)} \cdot SE < \hat{\mu}_{Y|x_0}$$

$$< \hat{\mu}_{Y|x_0} + t_{\alpha/2, (n-2)} \cdot SE \quad (7)$$

여기서, $t_{\alpha/2, (n-2)}$ 는 자유도가 $n-2$ 인 t 분포의 상위 100($\alpha/2$)%를 나타낸다.

만약 수위-유량 관계곡선식이 분할될 경우 최적의 곡선식 분할위치는 분할된 곡선식의 오차 합이 가장 적을 때이며 이는 영유량 수위를 구하는 방법과 마찬가지로 모든 관측수위에 대해 하한값에서 상한값까지를 탐색함으로써 결정될 수 있고 그에 따라 곡선식의 신뢰구간 역시 분할구간 내에서 서로 다르게 산정되어야 한다.

2.2 일반화 최소자승법을 이용한 회귀분석과 의사 유도 추정법

일반적으로 OLS 방법은 회귀분석은 잔차의 등분산성이 만족되어야 정확성 있는 회귀계수를 추정할 수 있다. 그러나 수위와 유량관계에 있어서는 수위가 커짐에 따라 오차가 일정하지 않고 증가하므로 오차의 등분산 가정에 위배될 가능성이 크다. 이와 같이 잔차가 비등분산성을 가지는 경우에는 자기상관성(autocorrelation)을 고려하여야 하는데 잔차의 자기상관성이 없는 경우에는 WLS를 사용해도 무방하지만 그렇지 않은 경우에는 GLS를 사용하여야 보다 정확한 회귀계수를 얻을 수 있다.

만약 $E(\epsilon_i) = 0$ 이 성립된다면 종속변수의 평균값에 대하여 Eq. (8)이 성립될 것이며, 비등분산적인 성질을 고려한다는 것은 각각의 잔차에 가중치를 부여하는 것으로 해결할 수 있는데 이는 종속변수에 가중치를 부여하는 것과 궁극적으로 동일하다. 따라서 ϵ_i 의 분산인 $\hat{\sigma}_i^2$ 은 종속변수 y_i 의 분산과 같으며 이를 Eq. (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$E(y_i) = \mu_i(\beta) = f(x_i, \beta) \quad (8)$$

$$Var(y_i) = Var(\epsilon_i) = \sigma_i^2 = \sigma^2 g^2(\mu_i(\beta), \theta) = \sigma^2 / w_i \quad (9)$$

여기서, μ_i 는 x_i 에서의 종속변수의 참값에 대한 평균, β 는 추정되어질 회귀계수 벡터, σ^2 은 어떤 상수값으로 표현될 수 있는 분산, g 는 분산의 비등분산성을 표현할 수 있는 분산함수(Variance function), θ 는 분산함수의 매개변수 벡터, w_i 는 i 번째 가중치를 나타낸다.

분산함수는 분산을 나타내는 일종의 모형으로 정의할 수 있으며, 주어진 상황에 따라 여러 가지 형태의 분산함수가 고려될 수 있다(Carroll and Ruppert, 1988). 먼저 Eq. (9)의 비등분산적인 성질을 가지는 분산, σ_i^2 은 Eq. (10)과 같이 일반적으로 상수항과 평균과 관련된 항으로 분리하여 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sigma_i^2 &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 \mu_i(\beta)^{2\gamma} \quad (10) \\ &= (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \mu_i(\beta)^{2\gamma} \right) \end{aligned}$$

Eq. (10)에서 $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \sigma^2$, $\sigma_1^2 / (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) = \theta_1$, $\sigma_2^2 / (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) = \theta_2$ 로 놓고, Eq. (9)와 비교하면 분산함수에 대한 다음 Eq. (11)의 관계를 얻을 수 있다. 또한, Eq. (11)에서 분산함수의 상수항인 θ_1 을 무시할 수 있다면, $\theta_1 + \theta_2 = 1$ 로부터 $\theta_2 = 1 - \theta_1$ 이므로 Eq. (11)은 Eq. (12)와 같이 간략화 될 수도 있다.

$$g^2(\mu_i(\beta), \theta) = \theta_1 + \theta_2 \mu_i(\beta)^{2\gamma} = \frac{1}{w_i} \quad (11)$$

$$g^2(\mu_i(\beta), \theta) = \mu_i(\beta)^{2\gamma} = \frac{1}{w_i} \quad (12)$$

위의 식에서 가중치를 고려하지 않고 분산함수를 1로 취급하면 OLS가 되고, 모든 가중치가 임의의 값이므로 사용될 수 있다면 WLS가 되며, 가중치가 Eq. (11)이나 Eq. (12)와 같이 임의의 분산함수를 이용하여 추정되어야 하는 미지의 값인 경우에는 GLS라 명명되어 사용된다. 그러므로 GLS를 사용하면 잔차가 비등분산적인 경우에도 회귀계수의 높은 정확도뿐만 아니라, 분산함수를 통하여 잔차의 구조를 파악할 수 있는 장점을 가질 수 있다(Carroll and Ruppert, 1988).

추정된 분산함수를 이용하여 회귀계수를 추정하고자 하는 목적함수는 다음 Eq. (13)과 같이 나타낼 수 있으며, 가중치는 분산함수의 제곱에 반비례한다.

$$\min_{\beta} \sum_{i=1}^n w_i (y_i - f(x_i, \beta))^2 \quad (13)$$

Eq. (13)으로부터 최적해를 구하기 위해서는 가중치를 먼저 추정해야 할 필요가 있는데, 이를 위해서 최초의 해를 일반 최소자승법으로부터 추정하고 이를 이용하여 가중치를 산정한 다음 Eq. (14)의 경사법에 의한 편미분 방정식이 만족될 수 있도록 반복하여 최종적인 가중치를 구한다. 이때의 매개변수 β 의 최적해를 추정하기 위해 경사탐색법에 의한 반복법이 사용될 수 있다.

$$0 = \sum_{i=1}^n f_{\beta}(x_i, \beta) [y_i - f(x_i, \beta)] / g^2(\mu_i(\beta), \theta) \quad (14)$$

여기서, $f_{\beta}(x_i, \beta)$ 는 β 에 대한 편미분함수이고, 가중치

는 Eq. (11)의 분산함수의 관계를 이용하여 분산함수에 반비례하도록 표현하였다. 그러므로 수위-유량 관계 곡선식을 고려할 때, Eq. (14)로부터 최종적으로 추정되어야 하는 매개변수는 분산함수의 매개변수 θ ($= [\theta_1, \theta_2, \gamma]$)와 회귀모형의 회귀계수인 β ($= [a, b, c]$)로서 총 6개의 매개변수가 추정되어야 하며, 이를 위해서는 분산함수의 매개변수인 θ 를 먼저 추정해야 할 필요가 있다.

분산함수의 매개변수를 추정하기 위해서는 회귀계수를 이미 알고 있는 추정치로 사용하고 회귀모형의 잔차가 평균이 0이고 분산이 σ_c^2 인 정규분포를 따른다고 가정함으로써 의사우도함수를 구축하고 이를 최대화하는 θ 를 추정하는 PL-E를 사용할 수 있다. 특히 본 연구에서 처럼 추정해야 하는 매개변수가 많은 경우 의사우도 추정법은 최우추정법이나 반복법에 의한 GLS를 수행하는 것보다 계산과정에 있어서 효율성이 증대되는 장점이 있는 것으로 연구된 바 있다(Carroll and Ruppert, 1988). 회귀모형의 잔차가 평균 0, 분산 σ_c^2 인 정규분포를 따른다고 가정하면, 이에 대한 로그우도함수는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$\begin{aligned} \ln L(\beta, \theta, \sigma_c) &= -n \ln [\sigma_c(\beta, \theta)] \\ &- \sum_{i=1}^n \ln [g(\mu_i(\beta), \theta)] \\ &- (2\sigma_c^2)^{-1} \sum_{i=1}^n [(y_i - f(x_i, \beta)) / g(\mu_i(\beta), \theta)]^2 \end{aligned} \quad (15)$$

여기서, σ_c 는 다음과 같은 Eq. (16)을 이용하여 추정될 수 있으며, 의사우도추정법은 회귀계수를 기지의 값으로 하여 θ 와 β 를 추정하게 되므로 최종적인 의사우도함수는 Eq. (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\hat{\sigma}_c(\beta, \theta) = n^{-1} \sum_{i=1}^n [(y_i - f(x_i, \hat{\beta}_*))^2 / g^2(\mu_i(\hat{\beta}_*), \theta)] \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \ln L_{PL}(\beta, \theta) \\ = -n \ln [\sigma_c(\hat{\beta}_*, \theta)] - \sum_{i=1}^n \ln [g(\mu_i(\hat{\beta}_*), \theta)] \end{aligned} \quad (17)$$

여기서, $\hat{\beta}_*$ 는 기지의 값으로 이용된 회귀계수를 의미한다.

위와 같이 기지의 회귀계수를 이용하여 Eq. (17)의 의사우도함수를 최대화하는 분산함수의 매개변수와 회귀계수를 추정하고, 추정된 회귀계수와 최초로 사용된

기지의 회귀계수의 차이가 작아지도록 반복하는 알고리즘을 구성함으로써 P-IE에 의한 분산함수를 고려한 회귀계수를 추정할 수 있다.

그러나 위와 같이 추정해야 할 변수가 많은 경우에는 반복법을 사용하는 경사법과 같은 지역최적화(local optimization) 알고리즘은 전역최적해(global optimum)보다는 지역 최적해(local optimum)를 산정할 우려가 많기 때문에 이런 경우 전역최적화(global optimization) 알고리즘을 사용하여 추정하고자 하는 변수들의 최적해를 구하는 것이 바람직한 것으로 알려져 있다. 최근 들어 전역최적값을 찾기 위해 simulated annealing(SA), Tabu search 및 유전자 알고리즘(genetic algorithm, GA) 등과 같은 다양한 최적화기법들이 개발되어 사용되고 있는데, 본 연구에서는 이들 중에서 최적화 알고리즘이 간단한 SA를 채택하여 전역최적화 알고리즘을 구성하였다.

Kirkpatrick et al(1983)은 조합최적화 문제를 풀기 위한 방법으로 이러한 SA 기법이 적용가능함을 제시하였다. SA는 전역 최적해를 찾기 위해 쓰이는 Monte Carlo 방법의 일종으로 지역 최적해로 수렴할 가능성이 있을 때, 그 상태에서 더 열등한 해도 선택할 수 있게 함으로써 지역 최적해를 벗어날 수 있도록 하는 최적화 기법이다.

SA를 수행하려면 초기온도와 냉각계획(cooling schedule)을 설정해 주어야 한다. 초기온도는 주변해(neighbouring solutions)로 이동이 가능하도록 충분히 높아야 하며, 이러한 초기온도의 설정기준은 상승이동의 허용율이 40% ~ 60% 일 때를 주로 설정하게 된다. 또한, 냉각계획은 크게 균질냉각(homogeneous annealing)과 비균질냉각(heterogeneous annealing)으로 나뉜다. 균질냉각은 온도를 고정시킨 상태에서 모형이 평형상태에 이르면 온도를 낮추는 방식이고 비균질냉각은 모든 이동마다 온도를 감소시키는 방식이다. 또한, SA의 내부 루프의 길이는 주어진 온도에서 안정상태가 될 때까지 반복횟수(number of iteration)를 뜻하며 냉각계획과 깊은 관계가 있다. 즉, 온도가 떨어지는 폭이 크면 각각의 온도에서 평형상태의 목적함수 값의 차이가 커지므로 각 온도에서 평형상태를 이루는데 시간이 많이 걸리고 폭이 작으면 작은 시간에도 쉽게 평형상태를 이룰 수 있기 때문이다. 내부 루프의 길이는 보통 100 이나 목적함수에 포함된 변수의 5배수 중 큰 값을 택한다. 이론적으로 SA는 최종온도가 0이 될 때까지 계속되어야 하지만 낮은 온도에서 보내는 시간이 너무 많기 때문에 종료기준이 필요하다. 실제 수행에서는 상승이동이 무시할만하면 중단하는 방법을 많이 사용한

다. 본 연구에서는 SA를 이용한 최적화를 하는 데 있어서 Goffe (1996)가 개발한 프로그램으로 SIMANN (SIMulated ANNealing)이라는 프로그램을 사용하였다. 이 프로그램은 매개변수가 상한값과 하한값을 가질 때 적용가능한 프로그램으로 전역 최적화문제에 효과적인 것으로 연구된 바 있다(Goffe, 1996).

2.3 수학적 방법에 의한 수위-유량 관계 곡선식의 분리방법

하천의 단면이 홍수 등으로 인하여 변하는 경우 한 지점으로부터 지속적으로 얻어진 수위와 유량간의 관계를 이용하여 수위-유량 관계 곡선식을 작성하기 위해서는 각 구간별로 다른 매개변수의 추정이 필요하며, 이는 곡선식의 분리에 의해 수행될 수 있다.

본 연구에서는 3개 이상의 곡선식의 분리를 고려하지 않고 2개를 최대 분리구간으로 하여 다음과 같이 나타내었다.

$$y_i = \begin{cases} f(x, \beta_1) = a_1(x - b_1)^{c_1} & h_{\min} \leq x \leq h_1 \\ f(x, \beta_2) = a_2(x - b_2)^{c_2} & h_1 \leq x \leq h_{\max} \end{cases} \quad (18)$$

여기서, 분리점 h_1 은 측정된 수위-유량 관계를 분할하는 수위를 나타내며 h_{\min} , h_{\max} 은 각각 수위의 최저값과 최고값을 나타낸다.

위와 같이 수위-유량 관계 곡선식을 2개로 분할하여 추정해야 하는 경우, Eq. (17)의 의사우도함수는 수위의 분할을 고려할 수 있는 Heaviside 함수를 이용하여 다음의 식으로 변환하여 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \ln L_{PL}(\beta, \theta) = & -n \ln [\sigma_c(\hat{\beta}_{1*}, \hat{\beta}_{2*}, \theta)] \\ & - \sum_{i=1}^n \ln [g(\mu_i(\hat{\beta}_{1*}, \hat{\beta}_{2*}), \theta)] \\ & - w_p [H(f(h_1, \hat{\beta}_{1*}) - f(h_1, \hat{\beta}_{2*}))] \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, w_p 는 곡선의 분리과정에서 유량의 불연속성이 큰 경우 이를 방지하기 위한 벌점이며, H 는 Heaviside 함수이고 다음과 같이 정의될 수 있으며 T 는 일정한 허용범위를 나타낸다.

$$\begin{aligned} & [H(f(h_1, \hat{\beta}_{1*}) - f(h_2, \hat{\beta}_{2*}))] \\ & = \begin{cases} 0 & \text{if } H(f(h_1, \hat{\beta}_{1*}) - f(h_1, \hat{\beta}_{2*})) \leq T \\ 1 & \text{if } H(f(h_1, \hat{\beta}_{1*}) - f(h_1, \hat{\beta}_{2*})) > T \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

그러므로 수위-유량 관계 곡선식을 2개로 분리하여 추정해야 할 필요가 있는 경우의 추정대상 매개변수는 분산함수의 매개변수인 $\theta(=[\theta_1, \theta_2, \gamma])$, 각 구간별 회귀계수인 $\beta_1(=[a_1, b_1, c_1])$ 과 $\beta_2(=[a_2, b_2, c_2])$ 분리위치를 나타내는 h_1 으로써 총 10개의 변수들이 추정되어야 한다.

3. 개발된 모형의 비교분석을 위한 통계적 실험과 평가기준

본 연구에서는 사용된 P-LE에 의한 분산함수를 고려한 추정방법의 결과를 비교분석하기 위하여 수위-유량 관계 곡선식의 매개변수의 참값을 먼저 정하고 이로부터 산정된 유량에 6개 집합의 정규분포를 따르는 잡음(noise)을 발생시켜 최종적인 6개 셋의 수위와 유량관계를 산정한 후, 다음의 세 가지 방법에 따른 추정 결과를 비교분석하였다. 그중 3개 셋은 매개변수의 보정에 사용되고 나머지 3개 셋은 모형의 검증에 사용되었다.

- 1) 로그함수로 치환한 OLS 회귀분석(LT-LR)
- 2) P-LE로 분산함수를 고려한 회귀분석(P-LE: CASE 1)
- 3) P-LE로 분산함수를 고려한 회귀분석(P-LE: CASE 2)

단, 여기서 P-LE의 경우 CASE 1은 $\theta_1, \theta_2, \gamma$ 를 모두 고려한 경우이고, CASE 2는 $\theta_1 = 0, \theta_2 = 1$ 으로써 결국 γ 만을 고려하여 분산함수를 추정하는 경우이다. 또한 먼저 분리가 없는 하나의 수위-유량 관계 곡선에 대하여 위의 세 가지 방법을 적용하여 결과를 분석한 후 우수한 방법을 선정하여 수위-유량 관계 곡선의 분리는 경우에 대하여 개발된 수학적 분리 방법에 따른 효용성을 다시 비교분석하였다.

3.1 통계실험을 위한 수위-유량 관계 곡선의 구축

분리가 없는 경우와 분리가 있는 경우에 대하여 Eq. (21), Eq. (22)와 같은 수위-유량 관계 곡선식을 고려하였다. 또한 각각의 수위-유량 관계 곡선으로부터 45개의 수위에 대한 유량의 참값을 발생시킨 후, Eq. (23)을 이용하여 정규분포로부터 잡음을 발생시켜 최종적으로 오차가 포함된 수위-유량 관계를 구축하였다. 미국 USGS에 의하면 불안정한 하천인 경우 매주 1회씩 저수유량을 관측하여야 하며 안정적인 하천의 경우 매6~8주마다 저수유량을 관측하도록 되어 있어, 이를 근거로 연 45개의 수위에 대한 유량값을 발생시켰다(건설교통부, 2004). 각각의 경우에 해당되는 결과를 나타내면 Fig. 1과 같고, 시나리오의 발생조건은 Table 1과 같다.

단, 분리가 없는 경우에 대한 추정결과는 보다 상세히 모의실험을 수행할 필요가 있어 8가지 시나리오로 구분하여 비교평가하였다.

1) 분리가 없는 경우:

$$\tilde{y} = 300.0 \times (x - 0.42)^{1.5} \quad 0.42 \leq x \leq 8.80 \quad (21)$$

2) 분리가 있는 경우:

$$\tilde{y} = \begin{cases} 249.40 \times (x - 0.40)^{1.20} & 0.42 \leq x \leq 2.90 \\ 157.73 \times (x - 0.40)^{1.70} & 2.90 \leq x \leq 8.80 \end{cases} \quad (22)$$

3) 잡음의 발생:
$$\begin{cases} y = \tilde{y} + dS + dy \\ dS \sim N(0, \sigma_1) \\ dy \sim N(0, \sigma_2 \times \tilde{y}^\gamma) \end{cases} \quad (23)$$

여기서, dS 는 유량의 크기에 관계없이 발생하는 일정한 오차이고 dy 는 유량의 크기에 따라 비례하는 오차를 나타낸다.

3.2 추정방법에 따른 결과의 비교분석을 위한 평가 기준

위에서 언급된 세 가지의 추정 방법에 의한 추정 결과를 비교하기 위해서는 다음과 같이 RMSE(root mean square error)와 PEE(proportional error of estimate)를 선정하였다. 특히 PEE는 관측값과 모의값의 차이에 대한 관측값의 상대오차를 나타내는 것으로서 모형이 큰 관측값 뿐만 아니라 작은 관측값에도 좋은 결과를 모의할 수 있는지를 나타내는 지표라 할 수 있다.

$$RMSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{(\hat{y}_i - y_i)^2} \quad (24)$$

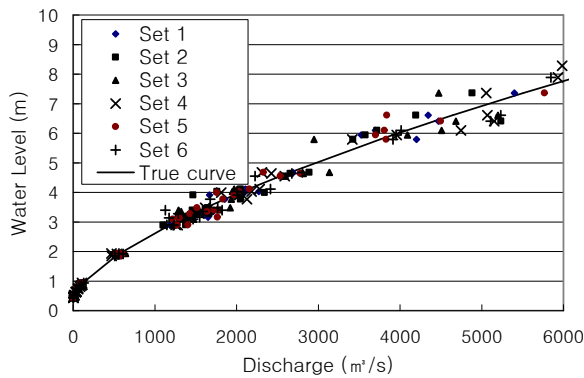


Fig. 1. (a) Generated Discharge: None Segmented Case

$$PEE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{y}_i - y_i}{y_i} \right| \quad (25)$$

또한 수위-유량 관계 곡선식을 분리하는 것과 분리하지 않는 것에 대한 결과의 비교분석을 객관적으로 평가하기 위한 지표로 AIC와 BIC를 이용하였다. AIC와 BIC는 각각 Eq. (26)과 Eq. (27)로 나타낼 수 있으며, 값이 작을수록 정확한 모형으로 판단될 수 있으나 일반적으로 AIC보다 BIC가 모형의 선택 시 더욱 중요한 기준으로 사용된다.

$$AIC(k) = -2 \log L(\hat{\beta}_k) + 2p_k \quad (26)$$

$$BIC(k) = -2 \log L(\hat{\beta}_k) + \log(n)p_k \quad (27)$$

여기서, k 는 분할된 구간의 수를 나타내며, p 는 각각의 구간에서의 미지수의 개수이다.

3.3 LT-LR과 P-LE의 비교 분석 결과: 분리가 없는 경우

회귀분석을 이용하여 Fig. 1의 매개변수를 추정하는 경우와 잔차의 비등분산성을 고려하지 않는 경우, 또한 비등분산성을 고려하는 경우에도 분산함수의 매개변수를 모두 고려하는 경우와 1개만을 고려하는 경우에 각각의 추정방법에 따른 추정결과가 얼마나 차이를 보이는지를 비교분석 하기 위하여 위의 6개 집합의 자료를 이용하여 수행하였다. 여기서 P-LE에 의한 분산함수의 매개변수를 추정하는 과정에서 사용된 SA 전역최적화를 수행하기 위하여 초기온도는 100, 내부 루프의 길이는 50으로 하였다. 또한 8가지의 시나리오는 유량발생 시 고려된 잔차의 평균성을 검토하기 위하여 각각 다른 3회의 잔차에 따른 매개변수를 추정하였으며, RMSE와

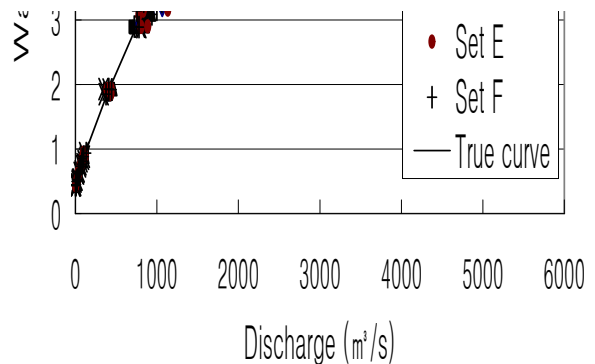


Fig. 1. (b) Generated Discharge: Segmented Case

Table 1. The scenarios for the Generation of Errors in Rating Curve

Case	Scenarios	σ_1	σ_2	γ	θ_1	θ_2
None Segmented Case	1	0.0	0.1	0.90	0.0000	1.0000
	2	0.0	0.1	0.95	0.0000	1.0000
	3	0.0	0.1	1.00	0.0000	1.0000
	4	0.0	0.1	1.05	0.0000	1.0000
	5	0.0	0.1	1.10	0.0000	1.0000
	6	1.0	0.1	1.00	0.9901	0.0099
	7	2.5	0.1	1.00	0.9984	0.0016
	8	5.0	0.1	1.00	0.9996	0.0004
Segmented Case		2.0	0.1	1.00	0.9975	0.0025

Table 2. The Results of LT-LR Model

Scenarios	Set	\hat{a}	\hat{b}	\hat{c}	Calibration		Verification	
					RMSE	PEE	RMSE	PEE
1	1	305.79	0.40	1.4938	119.19	0.0564	106.01	0.0689
	2	299.19	0.40	1.5009	105.61	0.0470	110.69	0.0654
	3	302.13	0.40	1.4969	128.40	0.0627	108.79	0.0643
	average	-	-	-	117.73	0.0554	108.50	0.0662
2	1	306.30	0.40	1.5000	182.89	0.0702	159.99	0.0847
	2	298.44	0.40	1.5000	158.75	0.0650	169.69	0.0813
	3	302.37	0.40	1.4967	195.67	0.0815	165.49	0.0810
	average	-	-	-	179.10	0.0722	165.06	0.0823
3	1	307.00	0.40	1.4973	280.92	0.0908	242.93	0.1098
	2	297.29	0.40	1.5007	238.91	0.0919	261.35	0.1058
	3	302.46	0.40	1.4961	297.90	0.1089	253.28	0.1065
	average	-	-	-	272.58	0.0972	252.52	0.1074
4	1	307.83	0.40	1.4992	431.90	0.1219	370.91	0.1518
	2	295.33	0.40	1.4991	360.18	0.1324	404.50	0.1451
	3	302.06	0.40	1.4944	453.12	0.1499	390.53	0.1475
	average	-	-	-	415.07	0.1347	388.64	0.1482
5	1	308.58	0.40	1.5009	664.93	0.1693	569.05	0.2330
	2	295.42	0.40	1.4835	545.73	0.1957	642.22	0.2186
	3	300.23	0.40	1.4896	688.75	0.8771	609.31	0.2231
	average	-	-	-	633.14	0.4140	606.86	0.2249
6	1	322.35	0.42	1.4628	285.37	0.0861	259.64	0.2947
	2	296.14	0.40	1.5037	239.29	0.1366	258.92	0.7089
	3	324.63	0.41	1.4411	292.67	0.1831	300.47	0.3913
	average	-	-	-	272.44	0.1353	273.01	0.4650
7	1	335.74	0.43	1.4338	295.71	0.1279	280.13	0.5819
	2	300.03	0.41	1.5042	243.41	0.5449	248.71	1.5457
	3	352.25	0.43	1.3691	337.16	0.4440	399.81	0.8257
	average	-	-	-	292.09	0.3723	309.55	0.9844
8	1	310.24	0.43	1.5133	297.17	0.1900	243.69	0.4029
	2	303.64	0.41	1.4919	239.72	0.7654	259.09	2.0108
	3	350.43	0.43	1.3689	344.11	0.6316	409.65	0.8468
	average	-	-	-	293.67	0.5290	304.14	1.0868

Table 3. The Results of P-LE Model: CASE 1

Scenarios	Set	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\sigma}_e$	\hat{a}	\hat{b}	\hat{c}	Calibration		Verification	
									RMSE	PEE	RMSE	PEE
1	1	0.7000	0.3000	0.88	0.17	306.63	0.40	1.4924	119.25	0.0565	106.19	0.0685
	2	0.0004	0.9996	1.00	0.05	299.82	0.40	1.5001	105.87	0.0476	110.19	0.0650
	3	0.0002	0.9998	0.89	0.12	303.58	0.40	1.4941	127.66	0.0656	109.47	0.0660
	average	0.2335	0.7665	0.92	0.11	-	-	-	117.59	0.0566	108.62	0.0665
2	1	0.7310	0.2690	0.933	0.19	307.70	0.41	1.4932	182.99	0.0709	160.20	0.0876
	2	0.0000	1.0000	1.054	0.05	299.11	0.40	1.5018	159.8	0.0664	166.39	0.0811
	3	0.0000	1.0000	0.939	0.11	304.34	0.40	1.4935	195.52	0.0863	165.49	0.0830
	average	0.2437	0.7563	0.98	0.12	-	-	-	179.43	0.0745	164.03	0.0839
3	1	0.7573	0.2427	0.98	0.20	308.97	0.41	1.4951	281.27	0.0923	242.45	0.1125
	2	0.0001	0.9999	1.10	0.05	298.32	0.40	1.5039	241.24	0.0960	252.19	0.1059
	3	0.0001	0.9999	0.99	0.12	305.38	0.40	1.4931	298.34	0.1106	250.69	0.1071
	average	0.2525	0.7475	1.02	0.12	-	-	-	179.86	0.0996	248.45	0.1085
4	1	0.7690	0.2310	1.03	0.20	310.61	0.41	1.4989	432.58	0.1252	367.68	0.1554
	2	0.0001	1.0000	1.15	0.05	297.34	0.40	1.5066	365.26	0.1464	383.48	0.1463
	3	0.0001	0.9999	1.04	0.11	306.65	0.40	1.4931	457.77	0.1727	380.51	0.1496
	average	0.2564	0.7436	1.07	0.12	-	-	-	418.54	0.1481	377.23	0.1505
5	1	0.7734	0.2266	1.07	0.21	312.85	0.40	1.5055	665.99	0.1794	558.70	0.2401
	2	0.0001	0.9999	1.20	0.05	296.34	0.40	1.5104	552.65	0.2497	583.34	0.2231
	3	0.0000	1.0000	1.09	0.11	308.40	0.40	1.4933	699.82	0.2813	579.24	0.2311
	average	0.2578	0.7422	1.12	0.12	-	-	-	639.49	0.2368	573.76	0.2314
6	1	0.4623	0.5377	1.00	0.11	321.10	0.42	1.4691	202.80	0.0870	252.63	0.3123
	2	0.9980	0.0020	1.13	0.84	299.23	0.40	1.4985	239.39	0.1630	258.52	0.7723
	3	0.9552	0.0448	0.95	0.74	306.95	0.40	1.4898	297.89	0.2767	252.23	0.6590
	average	0.8052	0.1948	1.03	0.56	-	-	-	246.69	0.1756	254.46	0.5812
7	1	0.8860	0.1140	1.00	0.24	328.03	0.42	1.4562	284.77	0.2835	257.90	0.7830
	2	0.9996	0.0004	1.11	2.21	292.09	0.39	1.5137	241.36	4.4939	251.62	3.7465
	3	0.9914	0.0086	0.94	1.84	309.20	0.41	1.4858	296.72	1.7096	253.45	2.1738
	average	0.9590	0.0410	1.02	1.43				274.28	2.1623	254.32	2.2344
8	1	0.9445	0.0555	0.93	0.62	335.12	0.43	1.4447	285.79	0.6160	261.59	0.3970
	2	0.9998	0.0002	1.08	4.45	286.19	0.38	1.5251	242.72	5.6370	248.42	5.3987
	3	0.9978	0.0022	0.93	3.82	317.86	0.42	1.4690	292.76	0.8507	260.74	1.4239
	average	0.9807	0.0193	0.98	2.96	-	-	-	273.76	2.3679	256.92	2.4065

PEE를 이용한 모형간의 비교에는 세 가지의 다른 잔차들에 의해 추정된 결과의 평균값을 이용하였다. 그 결과 세 가지 추정방법에 의한 추정 결과와 계산된 평가기준 값은 Table 2 ~ 4에 나타내었다.

8개의 시나리오들의 추정결과를 보다 확실히 비교하기 위하여 각각의 시나리오별 특징에 따라 추정결과를 따로 표시하여 Table 5와 Table 6에 나타내었다. Table 5와 Table 6은 각각 분산함수의 σ_1 과 γ 의 변화에 따른

세 가지 추정방법의 모형 평가기준 값을 나타낸 것으로서 거의 대부분의 경우에 있어서 σ_1 과 γ 이 증가함에 따라 RMSE와 PEE가 모두 증가되어 지는 것을 알 수 있다. 오차는 무작위로 발생되기 때문에 σ 값이 증가해도 RMSE가 더 작아지는 경우도 발생하지만 전체적으로 σ 값이 증가할 때 RMSE가 더 커지고 있고, 더욱이 PEE는 σ 값이 증가할 때 증가하고 있어 모형의 결과는 타당하다고 판단된다.

Table 4. The Results of P-LE Model: CASE 2

Scenarios	Set	$\hat{\gamma}$	$\hat{\sigma}_c$	\hat{a}	\hat{b}	\hat{c}	Calibration		Verification	
							RMSE	PEE	RMSE	PEE
1	1	0.87	0.11	305.78	0.40	1.4941	119.23	0.0567	105.75	0.0690
	2	1.00	0.05	299.81	0.40	1.5001	105.93	0.0476	110.22	0.0650
	3	0.89	0.12	303.58	0.40	1.4941	127.76	0.0656	109.49	0.0660
	average	0.92	0.09	-	-	-	117.64	0.0566	108.49	0.0666
2	1	0.91	0.11	306.46	0.40	1.4958	183.01	0.0711	159.48	0.0848
	2	1.05	0.05	299.13	0.40	1.5017	159.74	0.0665	166.49	0.0811
	3	0.94	0.11	304.35	0.40	1.4935	195.58	0.0864	165.48	0.0830
	average	0.97	0.09	-	-	-	179.44	0.0747	163.82	0.0830
3	1	0.96	0.11	307.18	0.40	1.4992	281.45	0.0925	241.19	0.1086
	2	1.10	0.05	298.27	0.40	1.5039	241.20	0.0960	252.31	0.1059
	3	0.99	0.12	305.34	0.40	1.4930	299.21	0.1184	250.93	0.1071
	average	1.02	0.09	-	-	-	273.95	0.1023	248.15	0.1072
4	1	1.01	0.11	308.27	0.40	1.5046	433.08	0.1254	365.89	0.1527
	2	1.15	0.05	297.36	0.40	1.5067	364.86	0.1463	383.27	0.1464
	3	1.04	0.12	306.64	0.40	1.4930	457.49	0.1729	380.69	0.1496
	average	1.07	0.09	-	-	-	418.48	0.1482	376.62	0.1496
5	1	1.06	0.12	309.92	0.40	1.5129	667.07	0.1802	556.39	0.2392
	2	1.20	0.05	296.28	0.40	1.5101	552.44	0.2496	584.00	0.2230
	3	1.09	0.11	308.40	0.40	1.4932	700.33	0.2817	579.39	0.2311
	average	1.12	0.09	-	-	-	639.95	0.2372	573.26	0.2311
6	1	0.98	0.09	322.22	0.42	1.4665	283.26	0.0860	254.14	0.2904
	2	0.89	0.23	295.19	0.40	1.5067	240.03	0.1720	255.72	0.8154
	3	0.86	0.30	308.12	0.40	1.4867	296.75	0.2624	254.38	0.6310
	average	0.91	0.21	-	-	-	273.35	0.1735	254.74	0.5789
7	1	0.87	0.22	331.03	0.42	1.4512	285.23	0.1491	259.37	0.6566
	2	0.79	0.49	290.90	0.39	1.5126	239.85	4.8177	256.87	4.0137
	3	0.80	0.48	303.11	0.40	1.4960	298.45	2.4382	251.53	3.0229
	average	0.82	0.40	-	-	-	274.51	2.4683	255.93	2.5644
8	1	0.83	0.33	326.53	0.43	1.4631	282.25	0.6940	251.84	0.4640
	2	0.75	0.67	284.36	0.37	1.5229	239.76	6.9438	256.19	6.7213
	3	0.76	0.70	299.36	0.39	1.5019	298.49	3.2535	251.01	4.2404
	average	0.78	0.56	-	-	-	273.50	3.6304	253.01	3.8086

Table 5. Comparison with Model Performances with the Various γ

γ	RMSE			PEE		
	P-LE(CASE 1)	P-LE(CASE 2)	LT-LR	P-LE(CASE 1)	P-LE(CASE 2)	LT-LR
0.90	108.62	108.49	108.50	0.0665	0.0666	0.0662
0.95	164.03	163.82	165.06	0.0839	0.0830	0.0823
1.00	248.45	248.15	252.52	0.1085	0.1072	0.1074
1.05	377.23	376.62	388.64	0.1505	0.1496	0.1482
1.10	573.76	573.26	606.86	0.2314	0.2311	0.2249

Table 6. Comparison with Model Performances with the Various σ_1

σ_1	RMSE			PEE		
	P-LE(CASE 1)	P-LE(CASE 2)	LT-LR	P-LE(CASE 1)	P-LE(CASE 2)	LT-LR
0.0	248.45	248.15	252.52	0.1085	0.1072	0.1074
1.0	254.46	254.74	273.01	0.5812	0.5789	0.4650
2.5	254.32	255.93	309.55	2.2344	2.5644	0.9844
5.0	256.92	253.01	304.14	2.4065	3.8086	1.0868

또한 σ_1 과 γ 이 1보다 작은 구간, 즉 분산이 크게 증가되어지지 않는 구간에서는 P-LE(CASE 1), P-LE(CASE 2)의 평가기준과 LT-LR의 평가기준이 크게 차이가 나지 않지만, 1보다 큰 구간들에서 잔차의 비등분산성의 영향을 많이 받게 되므로 LT-LR의 평가기준 값이 P-LE를 사용하는 경우에 비해 상당히 큰 값으로 계산되어 지는 것을 알 수 있다. 그러므로 유량이 심하게 변화되는 지점에서 측정된 유량자료를 이용한 수위-유량 관계 곡선식의 추정시에는 LT-LR을 사용하면 많은 오차가 수위-유량 관계 곡선식에 인입될 수 있으므로, 이런 경우에는 잔차의 비등분산성을 고려한 P-LE 방법이 매우 유용한 방법으로 적용될 수 있음을 알 수 있었다. 또한 P-LE 방법의 경우 CASE 1과 CASE 2의 모형 평가기준 값을 비교해보면 대부분의 경우 비슷한 값으로 평가되고 있는 것을 알 수 있으므로, 수위-유량 관계 곡선식의 매개변수를 추정하는 경우 분산함수의 추정 대상 매개변수 중 γ 만을 고려하여 사용하여도(즉, $\theta_1 = 0, \theta_2 = 1$) 충분하다는 것을 알 수 있었다. 이는 P-LE방법을 사용하는 데 있어서의 이와 같은 특성을 이용하면 추정될 매개변수의 개수를 상당히 감소시킬 수 있으리라 판단된다.

Fig. 2는 P-LE(CASE 1)의 경우와 LT-LR 방법을 이용하여 예측된 유량에 대한 95% 신뢰구간을 나타낸 것으로서, LT-LR의 경우 유량이 증대되어 짐에 따라 선형적으로 불확실성이 증가되는 것을 알 수 있지만 P-LE 방법의 경우에는 CASE 1의 경우 6,853 m^3/s 까지는 LT-LR방법보다 불확실성을 상당히 감소시킬 수 있음을 알 수 있었다.

그러므로 P-LE방법을 사용하는 것이 수위-유량 관계 곡선식의 매개변수들을 추정하는 데 있어서 잔차의 비등분산을 고려할 수 있으므로 LT-LR방법을 사용하는 것보다 더욱 정확한 추정결과를 얻을 수 있을 것이며, 불확실성의 표현 측면에서도 우수한 결과를 얻을 수 있었다. 특히 유량의 차이가 크게 존재하는 지점에서

서 측정된 유량을 이용하여 수위-유량 관계 곡선식을 작성해야하는 경우에는 P-LE방법으로 분산함수를 추정하는 추정방법을 사용하는 것이 바람직하다는 결론을 얻을 수 있었다.

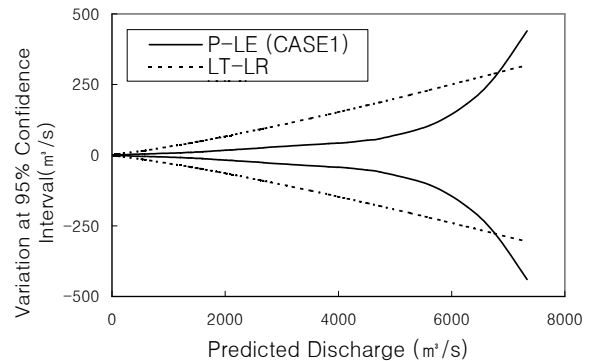


Fig. 2. 95% Confidence Intervals of the Mean Predicted Discharges

3.4 P-LE의 비교 분석 결과: 분리가 있는 경우

5.3절과 같이 P-LE방법이 LT-LR방법보다 우수하므로 수위-유량 관계 곡선식의 분리가 필요한 경우 이를 수학적으로 표현한 의사우도함수에 의한 추정결과가 합리적인지를 검토하였다. 2개로 분리되어 산정된 유량자료와 P-LE(CASE 1)를 이용하여 각 구간에서의 변수들을 추정하고 4개의 평가기준 값을 산정하였다. 각각의 자료 집합은 구간을 분리하지 않은 경우($K=1$)와 구간을 분리한 경우($K=2$)로 나누어 평가기준 값을 산정하였고 구간 분리의 유효성 여부를 비교하여 Table 7에 나타내었다. Table 7은 모든 자료 집합에서 모형을 분리하는 것이 타당한 것으로 평가되었으므로, 본 연구에서 사용한 Heaviside 함수를 이용한 의사최우도함수를 이용한 구간분리가 합리적으로 판단되는 것을 알 수 있었다. 또한 주요 평가기준으로 AIC와 BIC를 사용하여 구간의 분리 유무를 판정하는 것도 합리적인 방법임을 확인할 수 있었다.

Table 7. Results of Parameters and Performances with Segment Number K

Set	K	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\sigma}_c$	\hat{h}_1	\hat{a}	\hat{b}	\hat{c}	n	RMSE	PEE	AIC	BIC	Selection
A	1	0.8977	0.1023	1.17	0.1569	-	291.33	0.41	1.2660	45	485.98	0.1399	375.6	384.6	
	2	0.0002	0.9998	1.03	0.0673	1.92	259.99	0.42	1.1613	17	213.00	0.0799	329.3	345.5	Preferred
							51.33	-0.77	2.1166	28					
B	1	1.0000	0.0000	1.37	2.3500	-	251.40	0.37	1.3355	45	419.94	0.2422	372.8	381.8	
	2	0.9994	0.0006	1.13	1.5688	1.66	241.64	0.40	1.1615	15	176.53	0.1488	353.9	370.2	Preferred
							84.45	-0.34	1.9072	30					
C	1	0.9961	0.0039	1.02	2.0820	-	252.06	0.37	1.3773	45	315.36	0.3524	391.5	400.5	
	2	0.9921	0.0079	0.96	1.6015	1.22	275.99	0.39	1.3068	15	234.17	0.2346	371.3	387.6	Preferred
							58.53	-0.66	2.0575	30					

4. 개발된 모형의 적용

이상의 결과의 실제 적용성을 확인하기 위해 금강유역(Fig. 3)의 천천, 동향, 송천, 옥천, 청성의 5개 지점에 적용하였다



Fig. 3. Geum River Basin and 5 stage stations

유량 측정자료는 한국수자원공사에서 수행한 2005년과 2006년의 유량 측정성적을 이용하였다(한국수자원공사, 2006; 2007). P-LE(CASE 1)과 Heaviside 함수를 이용하여 곡선식의 매개변수를 추정하고 또한 구간의 분리 유무에 따른 추정결과를 비교하여 분리여부를 판단하였다(Table 8). Table 8에서 천천, 옥천의 2개 지점은 수위-유량 관계 곡선식을 분리하지 않고 사용하는 것이 타당한 것으로 판단되었으나, 천천 지점은 AIC와 BIC 중 BIC 값을 더욱 중요한 인자로 생각하여 BIC 값에 의하여 분리유무를 판단하였다.

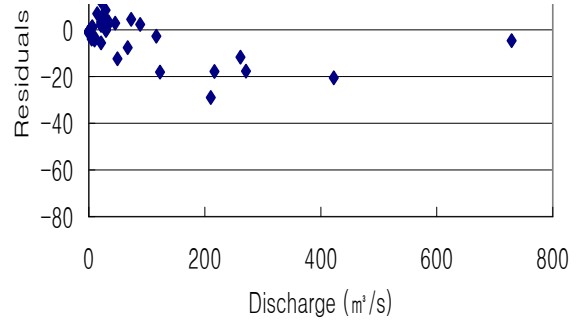
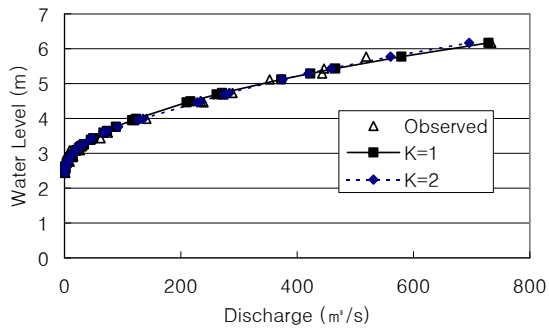
또한 Fig. 4에는 5개 지점에서 P-LE(CASE 1)방법에 의해 추정된 변수들을 이용하고 구간의 분리가 있는 경우와 없는 경우에 대하여 유량을 산정한 후 이를 실제 측정된 유량과 비교하였다. 천천과 옥천의 경우에는 Table 8의 경우에서 알 수 있는 바와 같이 구간의 분리 유무에 따른 유량의 차이가 크게 나지 않는 것을 알 수 있었으며, 나머지 청성, 동향, 송천지점에서는 구간을

Table 8. Results of Parameter Estimation by P-LE Model at 6 Stations in Gum River Basin

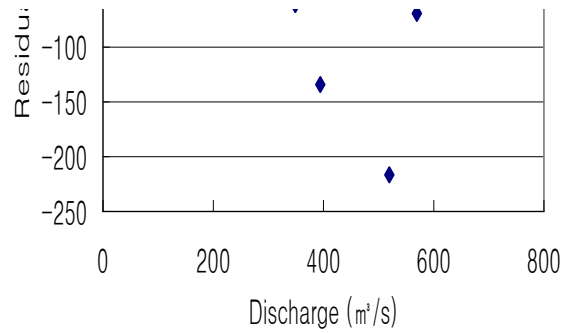
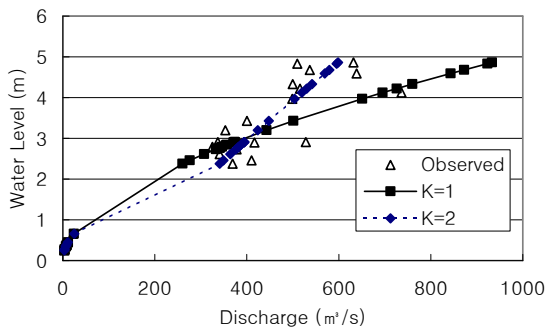
Stations	K	$\hat{\theta}_1$	$\hat{\theta}_2$	$\hat{\gamma}$	$\hat{\sigma}_c$	\hat{a}	\hat{b}	\hat{c}	n	Water level range	RMSE	PEE	AIC	BIC	Selection
Cheon-Cheon	1	0.5162	0.4838	0.60	1.0621	50.51	2.44	2.0279	42	$2.44 \leq h \leq 6.17$	13.04	0.3649	154.5	163.1	Not-segmented
	2	0.0011	0.9989	0.54	0.8333	26.69	2.20	2.7902	33	$2.44 \leq h \leq 4.16$	11.23	0.2969	152.3	167.9	
						23.43	1.75	2.2805	9	$4.16 < h \leq 6.17$					
Cheong-seong	1	0.0001	0.9999	1.50	0.0110	59.38	0.06	1.7564	27	$0.25 \leq h \leq 4.86$	153.21	0.2973	195.8	202.3	Segmented
	2	0.0063	0.9937	1.33	0.0212	58.42	-0.02	2.2059	6	$0.25 \leq h \leq 2.13$	62.30	0.1227	182.6	194.3	
						68.24	-1.61	1.1630	21	$2.13 < h \leq 4.86$					
Okcheon	1	0.9999	0.0001	1.22	2.8331	118.64	0.06	1.7315	29	$0.28 \leq h \leq 7.39$	186.85	0.1805	194.5	201.3	Not-segmented
	2	0.9997	0.0003	1.17	2.3613	13.22	-0.46	0.7057	5	$0.28 \leq h \leq 0.33$	180.98	0.1615	200.4	212.7	
						91.27	-0.11	1.7051	24	$0.33 < h \leq 7.39$					
Donghyang	1	0.9986	0.0014	1.25	1.3469	23.63	1.74	2.0847	43	$1.86 \leq h \leq 6.05$	36.26	0.3071	131.2	140.0	Segmented
	2	0.9999	0.0001	1.49	1.2771	9.61	1.39	3.9997	23	$1.86 \leq h \leq 2.59$	26.04	0.2523	120.7	136.5	
						3.79	0.87	3.0507	20	$2.59 < h \leq 6.05$					
Songcheon	1	0.9999	0.0001	1.04	3.3324	114.60	0.33	1.5571	29	$0.33 \leq h \leq 4.69$	20.95	0.3476	132.4	139.2	Segmented
	2	0.9999	0.0001	1.01	2.6251	83.25	0.17	2.0127	16	$0.33 \leq h \leq 1.77$	9.48	0.3600	120.5	132.8	
						126.50	0.33	1.4560	13	$1.77 < h \leq 4.69$					

분리한 경우의 수위-유량 관계 곡선식에 의한 유량 산정값이 분리하지 않은 경우의 수위-유량 관계 곡선식에 의한 유량 산정값보다 관측값과 더욱 근사한 유량을 산정할 수 있음을 알 수 있었다.

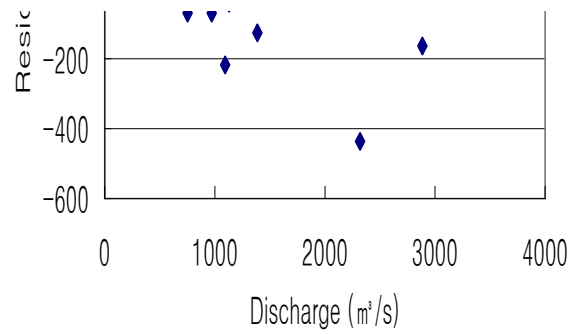
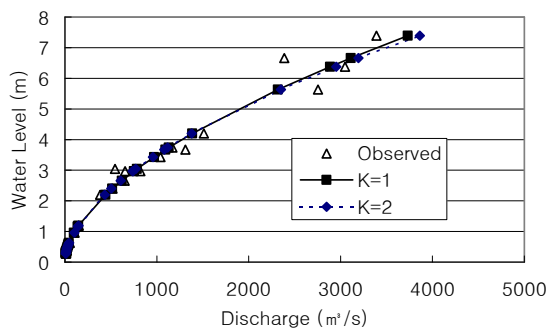
수문자료집(한국수자원공사, 2006; 2007)에 의하면 한국수자원공사에서 개발된 수위-유량곡선식은 Table 9와 같다. 수문자료집에서 제시된 곡선식과 본 연구에서 사용된 기법에 의한 곡선식의 구간 분리지점과 영유량



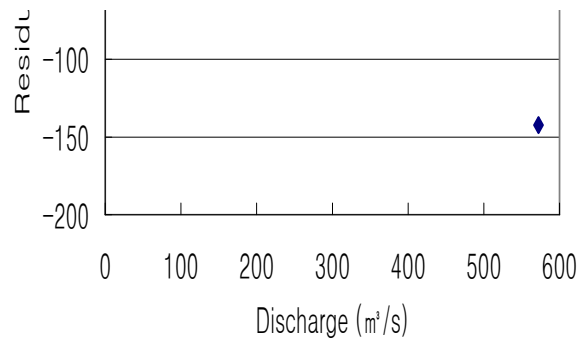
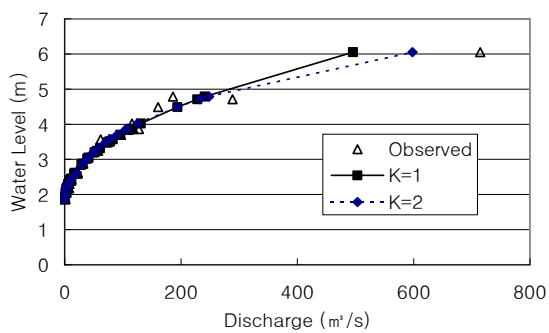
(a) Cheoncheon



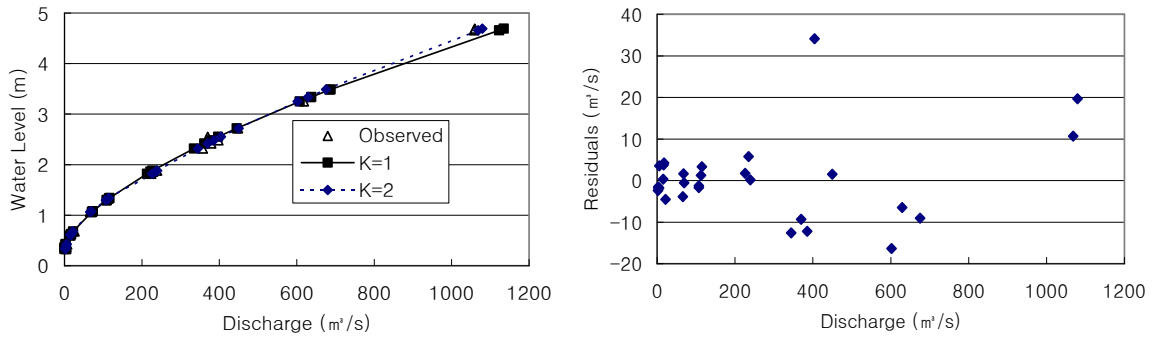
(b) Cheongseong



(c) Okcheon



(d) Donghyang



(e) Songcheon

Fig. 4. Rating Curves and Residuals by P-LE Model at 5 Stations in Gum River Basin

Table 9. Rating Curves Developed by Hydrological Data

Stations	Water level range	Rating curves	Year
Cheoncheon	$2.35 \leq h < 2.43$	$Q=29.816423(h-2.324)^2$	2005
	$0.00 \leq h \leq 4.86$	$Q=41.678523(h-2.324)^{2.145}$	2005
Cheongseong	$0.00 \leq h \leq 4.86$	$Q=48.019680h^{1.81}$	2005
Okcheon	$0.10 \leq h \leq 7.39$	$Q=100.420703h^{1.822}$	2005
Donghyang	$1.83 \leq h < 2.59$	$Q=1.533693(h-1.000)^{5.379}$	2005
	$2.59 \leq h \leq 6.05$	$Q=4.516623(h-0.988)^{3.012}$	2005
Songcheon	$0.17 \leq h \leq 5.49$	$Q=41.553h^{2.270}$	2006

수위를 비교하였다. 곡선식 분리여부는 수문자료집과 PL-E 기법이 동향 지점 1곳만 일치하였으며 이 경우 구간 분리지점은 같은 값을 나타내었다. 영유량 수위는 저수위 곡선식을 기준으로 하였을 경우 수문자료집과 본 연구에서 사용된 기법에 의한 결과는 거의 동일한 값을 보여주었다.

미국 USGS는 이러한 표준절차에 따라 수위-유량곡선을 개발할 때 측정자료의 신뢰도를 먼저 검증하고 있으며 하상변동에 의해 수위-유량곡선이 바뀌었다고 판단되면 비록 한번의 홍수가 지나갔다 할지라도 수위-유량곡선의 이동(shift)을 통해 정밀한 곡선을 다시 유도하고 있다(Kennedy, 1989). 우리나라는 최근들어 유량 측정의 신뢰도를 확인하고 재측정하는 과정을 도입하고 있으며 매번의 홍수후마다 수위-유량곡선을 개발하려는 시도를 하고 있지만 이는 유량측정의 정밀도를 수반하여야 하므로 대부분의 지점에서는 수위-유량곡선식 개발을 아직까지 연단위로 하고 있다.

동일한 수위 또는 유사수위에서 홍수량의 차이가 크게 되면 그 유량측정에 대해서는 오차의 분산이 높게 나와 가중치는 훨씬 작아지게 된다. 그러한 결과로 회귀모형에 기여하는 정도가 낮게 되어 전체적으로 가중치를 고려한 매개변수 추정이 이루어지게 된다. 만약,

정밀한 유량측정과 물리적인 하상변동을 미리 고려하여 자료를 선별하게 되면 그 부분의 오차 분산이 적어지고 가중치는 커지는 결과가 되어 이 또한 전체적으로 적합한 매개변수 추정이 이루어지게 된다. 또한 홍수 후 마다 수위-유량곡선의 변동을 파악하여 새롭게 수위-유량곡선식을 개발할 경우 신뢰성있는 충분한 관측자료 숫자가 확보되어야 하며, 그 숫자가 적을 경우에는 곡선식의 신뢰도가 저하될 우려가 있다.

본 연구에서 사용된 수위-유량 관측자료는 한국수자원공사에서 실제로 수위-유량관계곡선 개발에 쓰인 자료로 앞서와 같은 이유로 인해 미리 자료의 신뢰성에 따라 취사선택하지는 않았다. 다만 앞으로 우리나라의 수위-유량곡선 개발에 대한 표준적인 절차 수립에는 관측치의 신뢰도 검토, 하상변동을 고려한 수위-유량곡선의 개발 등이 필요하다고 생각된다.

5. 결 론

본 연구는 수위-유량 곡선 관계식의 매개변수를 추정하기 위하여 주로 사용되고 있는 OLS의 경우 발생하는 잔차의 비등분산성에 의한 오차의 증대문제가 발생하므로 GLS에 기반한 의사우도함수를 구축하여 분산

함수의 매개변수와 회귀계수를 동시에 추정하는 P-LE 방법을 제시하였다.

의사우도함수를 사용하면 MLE를 수행하기 위한 우도함수보다 간단한 우도함수를 구축할 수 있기 때문에 전역최적화 알고리즘을 수행하는데 있어서 효율적이다. 또한 기존 방법인 로그변환한 회귀방정식의 OLS에 의한 추정방법(LT-LR)과 분산함수의 매개변수가 커짐에 따라(즉, 유량에 의해 발생하는 잔차가 커짐에 따라) 잔차의 비등분산성을 고려할 수 있는 P-LE방법에 의한 추정결과를 비교하였는데 LT-LR방법보다 P-LE방법이 정확한 결과를 모의할 수 있음을 통계적 실험을 통하여 입증하였다.

또한 수위-유량 관계 곡선식의 분리의 경우 기존 방법은 주관적인 요소가 많이 개입될 있으므로 본 연구에서는 Heaviside 함수를 의사우도함수에 포함시키고 분리 위치를 함께 추정함으로써 기존 방법보다 객관적으로 판단하는 방법을 제시하였으며, 이를 평가하기 위해 AIC와 BIC를 이용하였다. 2개의 곡선식으로부터 산정된 유량을 참값으로 하여 통계적 실험을 수행한 결과, Heaviside 함수를 포함한 의사우도함수를 이용하면 합리적으로 곡선식의 분리유무를 판단할 수 있었다.

또한 2가지 통계적 실험을 통해 입증된 P-LE방법에 의한 수위-유량 관계 곡선식의 매개변수 추정의 적용성을 입증하기 위하여 금강유역의 5개 지점에서 2년간 유량측정 성과를 이용하여 수위-유량 관계 곡선식을 작성하였다. 비교 분석 결과 제시된 방법에 의한 수위-유량 관계 곡선식은 곡선식의 분리 유무에 따라 각각 실측값과 더욱 근사한 유량을 산정할 수 있음을 알 수 있었다.

이와 같은 결론으로부터 P-LE방법으로 수위-유량 관계 곡선식의 매개변수를 추정하면 잔차의 비등분산성을 고려할 수 있으므로 추정결과에 있어서 오차를 감소시킬 수 있고, 이와 함께 유량의 증가에 따른 불확실성도 감소시킬 수 있다는 결론을 얻을 수 있었다. 특히 의사우도함수에 Heaviside 함수를 포함시켜 P-LE방법을 이용하면 보다 객관적인 측면에서 수위-유량 관계 곡선식의 분리 유무 및 분리 위치를 추정할 수 있음을 알 수 있었다. 그러므로 실무에 이용할 수 있는 수위-유량 관계 곡선식의 결정을 위한 의사결정시스템을 구성할 경우 보다 정확한 유량을 산정할 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

본 연구는 21세기 프런티어 연구개발 사업인 수자원의 지속적 확보기술개발 사업단(과제번호 1-7-3)의 서

울대학교 공학연구소를 통한 연구비 지원(60 %)과 서울대학교 BK21 안전하고 지속가능한 사회기반건설사업단의 연구비 지원(30 %) 및 한국수자원공사의 연구비 지원(10 %)에 의해 수행되었습니다. 연구비 지원에 심심한 감사의 뜻을 표합니다.

참고 문헌

- 건설교통부 (2004). 수문관측매뉴얼.
- 김원, 윤광석, 이을래, 김치영, 김동구, 차준호, 박은희 (2004). 하천 유량측정 지침, 수자원의 지속적 확보 기술개발 사업단.
- 이길성 (2001). 수자원 분석시스템 구축기법에 관한 연구보고서, 한국수자원공사.
- 이길성 (1996). 낙동강 수계 실시간 최적 저수관리 시스템 개발 (분석모델 부문) 보고서, 한국수자원공사.
- 한국수자원공사 (2001). HYMOS, pp. 8.8-8.12.
- 한국수자원공사 (2006). 2005 수문자료집.
- 한국수자원공사 (2007). 2006 수문자료집.
- Akaike, H. (1974). "A new look at the statistical model identification." *IEEE Trans. Autom. Control AC-19*, pp. 716-723.
- Carroll, R.J., and Ruppert. D. (1988). *Transformation and Weighting in Regression*. Chapman & Hall. N.Y.
- DeGagne, M.P.J., Douglas, G.G., Hudson, H.R, and Simonovic, S.P. (1996). "A decision support system for the analysis and use of stage-discharge rating curves." *Journal of Hydrology*, Vol. 184, pp. 225-241.
- Goffe, W.L. (1996). "SIMANN: A global optimization algorithm using simulated annealing." *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, Vol. 1, No. 3, The MIT Press, MA.
- Hersch, R.W. (1985). *Streamflow Measurement*. Elsevier Applied Science Publishers. M.O.
- ISO (1998). "Determination of the stage-discharge relationship." *Measurement of liquid flow in open channels-Part 2*, ISO standard 1100-2, International Organization of Standards, pp. 133-153.
- Kennedy, E. J. (1989). "Computation of continuous records of streamflow." *Techniques of Water-Resources Investigations of the United States*

- Geological Survey*, USGS.
- Kirkpatrick, S., Gellat, C.D., and Vecchi, M.P. (1983). "Optimization by simulated annealing." *Science*, Vol. 220, pp. 671-680.
- Lambie, J.C. (1978). "Measurement of flow-velocity-area methods." In: Hershey RW, (Ed.), *Hydrometry: Principles and Practices*, Wiley, Chichester, Chapter 1.
- Mosley, M.P., and McKerchar, A.I. (1993). "Streamflow." *Handbook of Hydrology*, Chap. 8, McGraw-Hill, N.Y.
- Petersen-Øverleir, A. (2004). "Accounting for heteroscedasticity in rating curve estimates." *Journal of Hydrology*, Vol. 292, pp. 173-181.
- Petersen-Øverleir, A., and Reitan, T. (2005). "Objective segmentation in compound rating curves." *Journal of Hydrology*, Vol. 311, pp. 188-201.
- Rantz, S.E. (1982). "Measurement and computation of streamflow." *Vol. II. Computation of Discharge*, USGS Water Supply Report 2175, Washington.
- Sauer, V.B., Meyer, R.W. (1992). *Determination of error in individual discharge measurements*. USGS Open-file Report, pp. 92-144, USGS.
- Schwartz, G. (1979). "Estimating the dimension of a model." *Ann. Statist.*, Vol. 6, pp. 461-464.
- Seber, G.A.F. and Wild, C.J. (1989). *Nonlinear Regression*. John Wiley & Sons, Inc., N.Y.
- WMO (1994). *Guide to Hydrological Practices*. 5th Ed., pp. 170-172.

(논문번호:08-11/접수:2008.01.23/심사완료:2008.06.20)