

1차원 댐붕괴 흐름해석을 위한 Riemann 해법의 적용



김 지 성 |
한국건설기술연구원 박사후연구원
jisungk@kict.re.kr



김 원 |
한국건설기술연구원 책임연구원
wonkim@kict.re.kr



한 건 연 |
경북대학교 토목공학과 교수
kshanj@knu.ac.kr

1. 서론

하상경사가 완만한 대하천의 흐름은 일반적으로 상류상태를 유지하고 있다. 그러나 댐·제방 붕괴파는 갑작스러운 유량의 증가가 발생하여 불연속적인 흐름특성을 가지는 충격파(shock wave)가 전파된다. 유량의 불연속은 결과적으로 수면의 불연속을 야기하게 되며 불연속적인 흐름특성은 비선형 방정식의 선형화 해법으로 정확한 해를 찾는 것이 불가능하게 된다. 반면 갈수기·저수기에는 유량이 매우 적어서 중소하천 상류의 여울 또는 낙차공이나 보, 댐 여수로 등의 수공구조물에서 부분적인 사류 흐름이 발생되며, 이 때 흐름은 한계수위를 통과하게 되므로 수

치해석의 어려움이 존재한다. 뿐만 아니라 댐 붕괴 또는 제방 붕괴와 같은 실제 상황에서는 붕괴파가 마른 하도로 전파되는 경우가 발생함으로 마른 하도에서의 수치해석도 필요한 과제이다.

최근 전산유체동역학 분야의 눈부신 발전으로 수치해석이 난해한 불연속흐름에서도 안정적인 해를 제공할 수 있는 기법들이 개발되고 있다. 그러나 개발된 기법들은 단면이 균일하고 유동저항이 적은 공기동역학 분야에 집중되어, 적용범위가 광대하며 불규칙적인 형상을 가진 자연하천 수공학 분야에 적용하기 위해서는 하천의 기하학적 특성, 흐름저항 등 생성항과 흐름률의 균형에 관한 더 많은 연구가 필요하다. Vazquez-Cendon(1999)은 불규칙한 지형의 하천에서 하상변화 및 하폭의 변화로 인한 생성항의 수치처리가 매우 중요함을 보였고, 이를 위하여 적용된 수치기법은 반드시 보존 특성을 만족해야 됨을 강조하였다. Vazquez-Cendon (1999)의 연구결과를 바탕으로 많은 연구자들이 흐름율과 생성항 수치처리의 불균형을 해결하기 위하여 노력하고 있으며, 이러한 어려움 때문에 이미 개발된 다양한 흐름율 계산 기법 중에서 단지 몇 가지 기법만이 실제 하천에 적용될 수 있다. 실제 하천에 적용될 수 있는 Riemann 해법을 이용한 Godunov 유형의 수치기법은 그림 1과 같다.

본 고에서는 Zhou et al.(2001)의 연구결과를 이용하여 흐름율과 생성항의 균형을 고려하고, 기존 연구(Toro, 2001; Kim et al., 2004)를 참고하여 마른 하도로 전파된 선단파를 포착할 수 있는 기법을 포함함으로써 다양한 수리실험 결과를 수치적으로 재현하였다. 재현된 계산결과는 실측결과와의 비교로부터 모형의 안정성과 정확성을 보여줌으로써, 복잡한 실

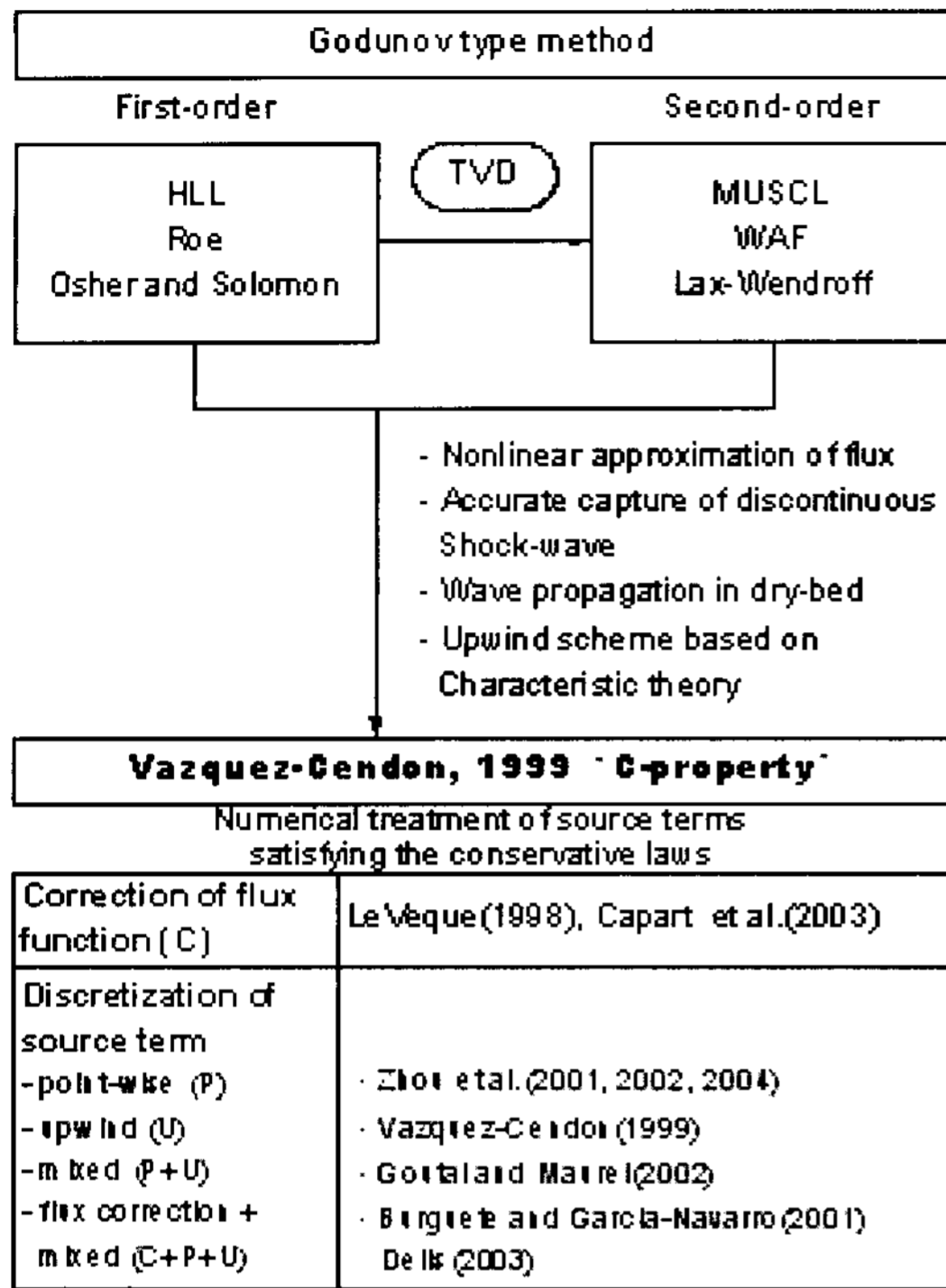


그림 1. Godunov type method with Riemann solver

제 흐름영역에서 Riemann 해법을 이용한 1차원 수치해석의 적용성을 보여준다.

2. Riemann 해법을 이용한 1차원 수리해석 모형

본 고에서 사용된 지배방정식은 적분형의 1차원 Saint-Venant 방정식으로 Eq. (1)과 같다.

$$U_i^{t+\Delta t} = U_i^t - \frac{\Delta t}{\Delta x_i} [F_{i+1/2}^{t+\Delta t/2} - F_{i-1/2}^{t+\Delta t/2}] + \frac{\Delta t}{\Delta x_i} S(U_i) \quad (1)$$

여기서 U, F, S는 Eq. (2)로 정의된다.

$$U = \begin{pmatrix} A \\ Q \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} Q \\ Q^2/A + gI_1 \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} 0 \\ gI_2 + gA(S_0 - S_f) \end{pmatrix} \quad (2)$$

여기서 A는 흐름단면적, Q는 유량, g는 중력가속도이고, I_1 은 단면 1차 모멘트, I_2 는 측면 정수압력을 고려해 주는 항이며, S_0 는 하상경사, S_f 는 마찰경사를 의미한다. 적분형의 Saint-Venant 방정식을 고려할 때, 생성항의 벡터는 계산시점 $t + \Delta t/2$ 에서의 공간 적분값임을 주의해야 한다.

흐름율 벡터 F의 계산에는 Zhou et al.(2001)이 제안한 수면경사법(Surface Gradient Method)과 적절한 제한자가 적용되어, 격자 i의 좌우경계면에서 $t + \Delta t/2$ 에서의 값 $U_i^{L,R*}$ 이 Eq. (3)과 같이 예측될 수 있다.

$$U_i^{L,R*} = U_i^{L,R} + \frac{\Delta t}{2\Delta x} [F(U_i^L) - F(U_i^R) + S(U_i)] \quad (3)$$

예측된 U_{i-1}^{R*} 과 U_i^{L*} 은 $i - 1/2$ 경계면에서 새로운 Riemann 문제가 성립됨으로 HLL Riemann 근사해법을 적용할 수 있다. HLL Riemann 근사해법을 적용하여 흐름율은 Eq. (4)로 계산될 수 있으며, 이 때 필요한 파의 특성속도는 Eq. (5)와 같은 중간상태의 값 ($h_d^*, Q^*/A^*$)과 마른 하도로의 선단부 파속을 고려하여 Eqs. (6) and (7)과 같이 근사할 수 있다.

$$F_{i+1/2}^{HLL} = \begin{cases} F_L & \text{if } S_L > 0 \\ \frac{S_R F_L - S_L F_R + S_L S_R (U_R - U_L)}{S_R - S_L} & \text{if } S_L \leq 0 \leq S_R \\ F_R & \text{if } S_R < 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$h_d^* = \frac{1}{16g} \left[\frac{Q_L}{A_L} - \frac{Q_R}{A_R} + 2(\sqrt{gh_{d_L}} + \sqrt{gh_{d_R}}) \right]^2 \quad (5)$$

$$\frac{Q^*}{A^*} = \frac{1}{2} \left[\frac{Q_L}{A_L} + \frac{Q_R}{A_R} + 2(\sqrt{gh_{d_L}} - \sqrt{gh_{d_R}}) \right]$$

$$S_L = \begin{cases} \min\left(\frac{Q_L}{A_L} - \sqrt{gh_{d_L}}, \frac{Q^*}{A^*} - \sqrt{gh_d^*}\right) & \text{if } A_L > 0, A_R > 0 \\ \frac{Q_L}{A_L} - \sqrt{gh_{d_L}} & \text{if } A_L > 0, A_R = 0 \\ \frac{Q_R}{A_R} - 2\sqrt{gh_{d_R}} & \text{if } A_L = 0, A_R > 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$S_R = \begin{cases} \max\left(\frac{Q_R}{A_R} + \sqrt{gh_{d_r}}, \frac{Q^*}{A^*} + \sqrt{gh_d^*}\right) & \text{if } A_L > 0, A_R > 0 \\ \frac{Q_L}{A_L} + 2\sqrt{gh_{d_L}} & \text{if } A_L > 0, A_R = 0 \\ \frac{Q_R}{A_R} + \sqrt{gh_{d_r}} & \text{if } A_L = 0, A_R > 0 \end{cases} \quad (7)$$

하상과 하폭이 변하는 비균일 하도에서 흐름율의 계산과 생성항의 계산이 균형법칙(balance law)을 만족하여야 함은 매우 중요하다. 본 고에서는 Eq. (2)의 생성항이 계산시점 $t + \Delta t/2$ 에서의 공간 적분값임을 착안하여 김지성 등(2007)이 개발한 생성항 처리 기법을 사용하였다. 이 기법은 흐름율과 생성항의 균형이 만족되는 기법으로 구체적인 수치처리 과정은 김지성 등(2007)을 참고할 수 있다.

3. 경계조건

부정류 흐름 해석에 있어서 정확한 수치모형의 개발 성공여부는 지배방정식이 지닌 특성을 표현할 수 있는 수치 기법뿐만 아니라 경계조건을 수치적으로 적절히 부여함에 달려있다. Saint-Venant 방정식은 쌍곡선형의 편미분방정식으로 구성된 연립방정식이다. 따라서 두 흐름변수의 초기조건과 두개의 경계조건이 필요하다. 본 연구에서는 적절한 경계조건을 부여하기 위하여 Sanders(2001)의 연구결과를 참고

하였으며, 표 1과 같다.

표 1에서 알 수 있듯이 본 연구에 사용된 경계조건은 수위 및 유속의 값을 선형보간으로 외삽하였고, 수면경사는 인접 격자의 경사를 참조하였다. 따라서 경계에서 수위 및 유속의 선형성을 충분히 가정할 수 있는 경우에 한정하여 사용될 수 있다.

4. 모형의 적용 및 분석

본 고에서는 마른 하도를 포함한 실제 흐름에 대하여 Riemann 해법을 이용한 1차원 수치해석의 계산 정확도를 검증하고자 한다. 이를 위하여 하상경사와 하폭이 변화되는 실제하도에서 댐붕괴파가 발생하는 경우에 적용하였다. Bellos et al.(1992)은 댐 내의 초기수위와 하상경사를 다르게 조절하여 하폭이 축소되었다가 확대되는 젓은 하도와 마른 하도로 전파되는 댐 붕괴파 실험을 실시하였다. 실험에 사용된 하도의 평면도는 그림 2와 같다. 실험에 사용된 하도는 유리와 철재로 제작되었으므로, 수치해석을 위해서 0.012의 조도계수가 사용된다. 급격한 댐 붕괴 모의를 위하여 댐 수문 개방시간은 0.1초 이내로 하였으며, 8개의 관측점에서 수심과 정수압이 측정되었다. 본 연구에서는 이 중 4개 지점($x=0.0m, 4.5m, 8.5m, 13.5m$)에 대한 자료와 비교하였다.

표 1. Boundary Condition

Flow Regime	Upstream	Downstream
Supercritical Flow	Specified Boundary	Open Boundary
	$y(1) : \text{specified}$ $Q(1) : \text{specified}$ $\Delta y(1) = 0$ $\Delta v(1) = 0$	$y(n) = 2y(n-1) - y(n-2)$ $v(n) = 2v(n-1) - v(n-2)$ $\Delta y(n) = \Delta y(n-1)$ $\Delta v(n) = \Delta v(n-1)$
Subcritical Flow	Specified Boundary(Q)	Specified Boundary(y)
	$y(1) = 2y(2) - y(3)$ $Q(1) : \text{specified}$ $\Delta y(1) = \Delta y(2)$ $\Delta v(1) = 0$	$y(n) : \text{specified}$ $v(n) = 2v(n-1) - v(n-2)$ $\Delta y(n) = 0$ $\Delta v(n) = \Delta v(n-1)$

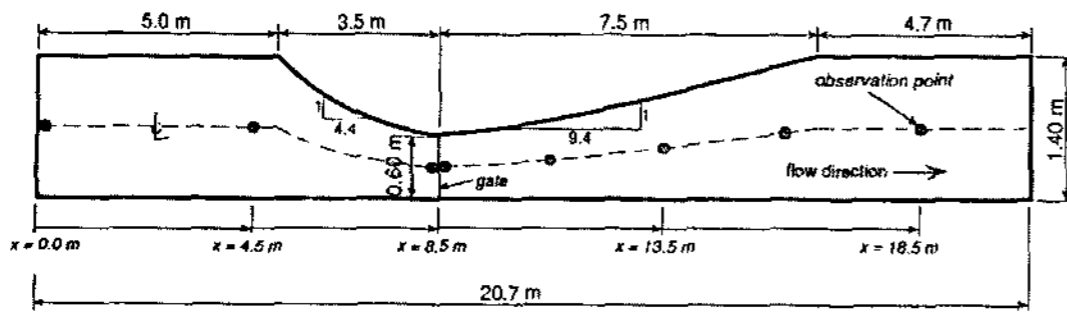


그림 2. Plan view of the experimental channel, Bellos et al.(1992)

4.1 젖은 하도에서 댐 붕괴파의 전파

댐 붕괴파가 전파되는 댐 설치부의 우측은 젖은 하도의 경우와 마른 하도의 경우로 구분된다. 젖은 하도의 경우, 하상경사가 0인 하도에 젖은 하도의 조건을 유지하기 위하여 하류단에 보가 설치되었다. 댐 초기수위가 30cm이고, 하류단의 초기수위가 10.1cm인 경우에 적용하였다. 젖은 하도의 모의를 위해서는 하류단에 설치된 보의 영향을 반드시 고려하여야 한다. 따라서 본 모의에서는 하류단에 높이 10.1cm의 보를 설치하였고, 계산 거리 간격은 0.5m로 하였다. 그리고 상류단에는 댐 내로 유입되는 유량이 없으므로 닫힌 경계조건을 지정하고, 하류단에는 연속적인 흐름을 가정하여 열린 경계조건을 지정하였다. 댐 상류부와 하류부의 수위차가 19.9cm인 젖은 하도에서 실측 수위와의 비교는 그림 3과 같다.

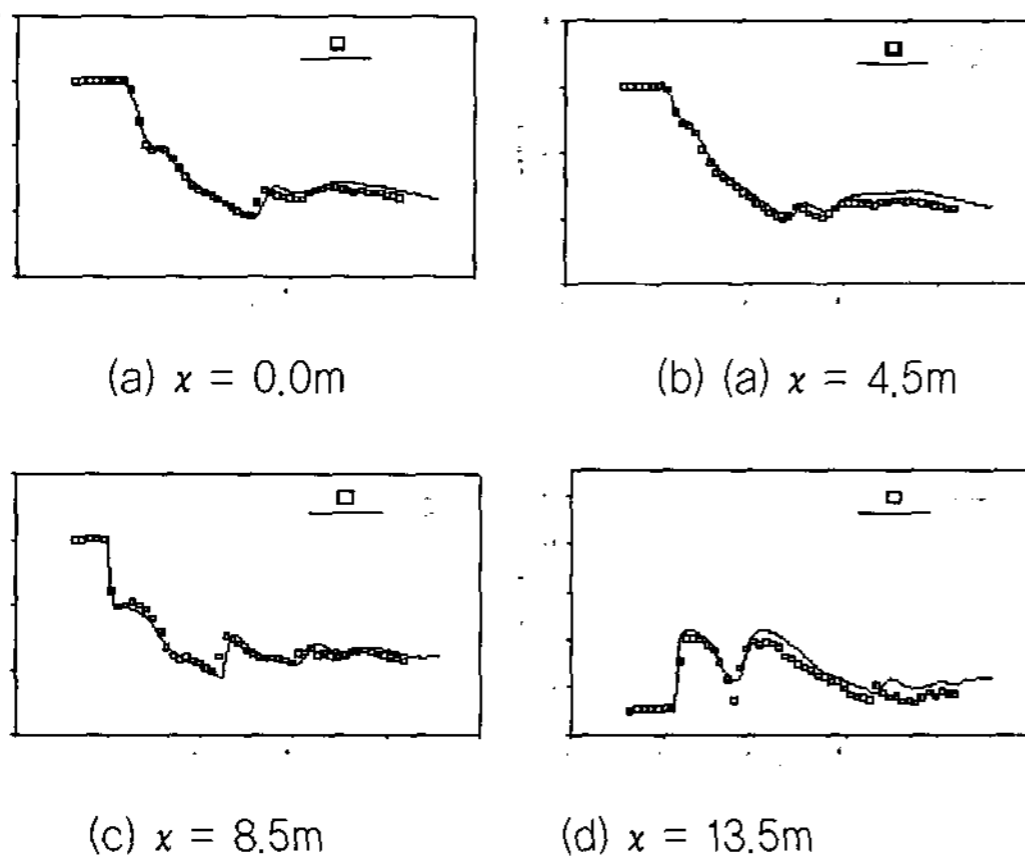


그림 3. Comparison of measured and computed results ($\Delta h=19.9\text{cm}$)

수위차가 19.9cm인 댐 붕괴 모의 경우, 최대 Froude 수가 2.33으로 계산 과정에서 천이류가 발생된다. 따라서 Riemann 해법은 상류 및 사류의 흐름 영역 구분 없이 안정적으로 해석할 수 있는 것으로 판단된다. 그리고 하류에 위치한 보에 의한 반사파가 적절히 모의되어, Fig. 3의 20초 이후에 반사파로 인하여 발생하는 수위증가를 잘 재현하고 있으며, 이는 보와 같은 수공구조물에 대한 특별한 내부경계 없이 단면의 지정만으로도 계산결과가 상당한 정확도로 재현될 수 있음을 의미한다.

4.2 마른 하도에서 댐 붕괴파의 전파

Bellos et al.(1992)은 댐 하류부가 마른 하도인 경우에 대하여 하상경사가 0.0, 0.002, 0.004, 0.006, 0.008, 0.01인 6가지 경우에 댐 초기수심이 15cm, 20cm, 25cm, 30cm인 4가지 경우를 실험하여 그 결과를 제시하였다. 본 고에서는 하상경사가 가장 급한 0.01에서 4가지의 댐 초기수위 경우에 대하여 모의하였다. 젖은 하도의 모의와 동일하게 계산 거리 간격은 0.5m로 하였고, 조도계수는 0.012로 하였다. 그리고 상류단에는 댐 내로 유입되는 유량이 없으므로 닫힌 경계조건을 지정하고, 하류단에는 경계조건이 계산영역에 영향을 주지 않는 자유유출 경계조건을 지정하였다.

Bellos et al.(1992)의 실험 중 하상경사가 가장 큰 0.01인 마른하도에 댐 초기수위가 15cm, 20cm, 25cm, 30cm인 4가지 경우의 초기조건은 그림 4와 같으며, 초기조건에 따른 4가지 경우를 수치 실험한 결과는 그림 5와 같다.

댐 상류부의 해석결과는 실측해와 잘 일치하고 있다. 그림 5(c)의 댐 지점에서도 비물리적인 수치적 불연속이 발생하지 않았으며, 하폭의 축소로 인하여 발생하는 도수를 정확히 재현하고 있다. 그림 5(d)의 댐 하류부에서도 붕괴파의 도달시간을 비교적 잘 재현하고 있으나, 수심에서 다소 차이가 발생하여 하류단

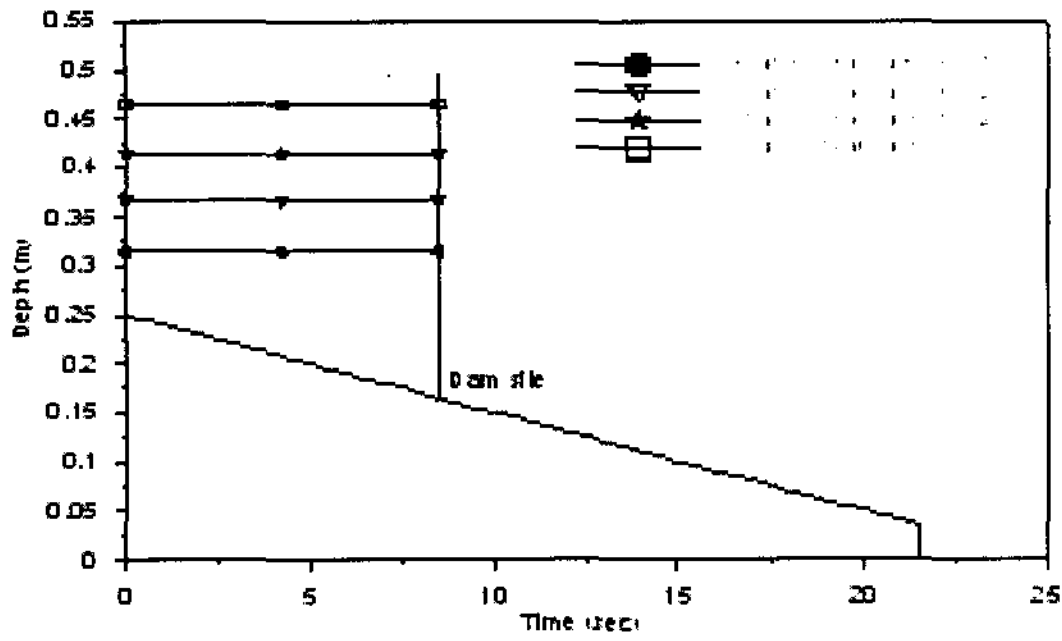


그림 4. Initial condition in the dry-bed experiment (bottom slope = 0.01)

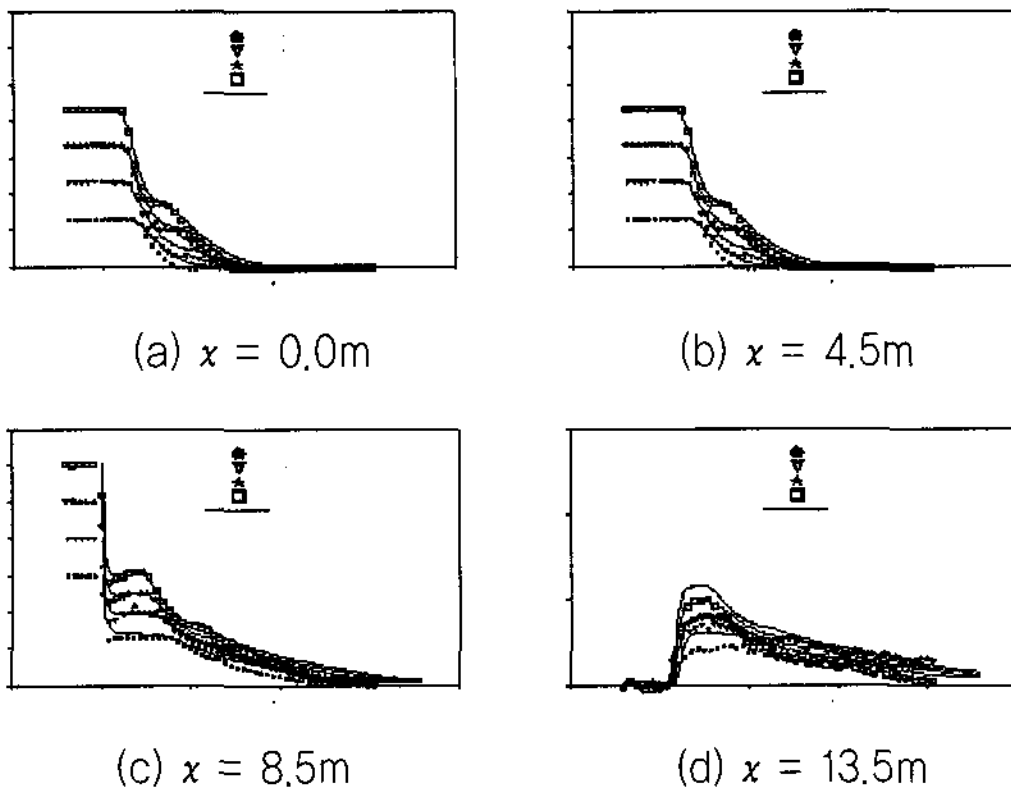


그림 5. Comparison of measured and computed results in the dry-bed ($s_0 = 0.01$)

자유유출 경계조건에 대한 검토가 필요할 것으로 판단된다. 뿐만 아니라 그림 5(c)와 (d)의 비교로부터 8.5m 지점을 통과한 붕괴파가 13.5m 지점을 통과할 때 실측된 수위결과만큼 수치해석결과가 감쇠되지 않고 있음을 알 수 있다. 이는 얇은 수심에서 Manning 식에 의한 마찰 계산에 오차가 발생하였거나 실측치의 오류일 수도 있으므로 추후 보완연구가 필요할 것으로 판단된다.

5. 결론

본 고에서는 하상과 하폭이 변하는 실제 개수로 수

리모형실험에서 발생하는 다양한 형태의 천이류에 Riemann 해법을 이용한 1차원 수치해석을 수행하였다. 실험에서 실측된 값과의 비교로부터 실제하도의 다양한 조건에서 발생하는 댐 붕괴파에 적용한 결과 정확도와 안정성 면에서 우수한 결과를 보였다. 실제 상류 및 사류, 시간의 경과에 따라 나타나는 천이류, 초기의 마른하도 흐름류에서도 도수위치 및 도수높이를 정확히 모의하였으며, 하류부 보와 같은 수공구조물에 의한 반사파의 모의도 정확히 모의하였다. 마른하도로 파가 전파되는 경우, 파의 선단부는 매우 얇은 수심으로 구성된다. 이러한 경우, 수심 실측 결과와 본 모형의 해석결과가 다소 차이를 보이고 있는데 이는 얇은 수심에서 Manning 식에 의한 마찰 계산 또는 하류단 자유유출 경계조건에 오차가 발생하는 것으로 판단되므로 향후 마른 하도의 선단부 해석에 대한 심도깊은 연구가 필요할 것이다.

감사의 글

이 연구는 소방방재청 자연재해저감기술개발사업 (과제명:내배수 침수재해 저감기술개발) 연구비 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

김지성, 한건연, 안기홍 (2007). "Riemann 해법을 이용한 1차원 유한체적모형 개발." 한국수자원학회 07 학술발표회 논문집, pp. 428-432. (CD-Rom)

Bellos, C.V., Soulis, J.V., and Sakkas, J.G. (1992). "Experimental Investigation of Two-Dimensional Dam-Break induced Flows." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 29, No. 5, pp.1-17.

- Kim, D.H., Cho, Y.S. and Kim, W.G. (2004). "Weighted Averaged Flux-Type Scheme for Shallow-Water Equations with Fractional Step Method." *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 130, No. 2, pp. 152-160.
- Sanders, B.F. (2001). "High-Resolution and Non-Oscillatory Solution of St. Venant Equations in Non-Rectangular and Non-Prismatic Channels." *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 39, No. 3, pp. 321-330.
- Toro, E.F. (2001). *Shock-Capturing Methods for Free-Surface Shallow Flows*, John Wiley & Sons.
- Vazquez-Cendon, M.E. (1999). "Improved Treatment of Source Terms in Upwind Schemes for the Shallow Water Equations in Channels with Irregular Geometry." *Journal of Computational Physics*, pp. 497-526.
- Zhou, J.G., Causon, D.M., Mingham, C.G. and Ingram, D.M. (2001). "The Surface Gradient Method for the Treatment of Source Terms in the Shallow-Water Equations." *Journal of Computational Physics*, pp. 1-25. ☞