

이산형 동적 물류시스템에서 물류센터의 위치

장 석 화[†]

인천대학교 산업경영공학과

Location of the Distribution Centers in a Discrete Dynamic Distribution System

Chang Suk-Hwa[†]

Dept. of Industrial and Management Engineering, University of Incheon

This paper addresses determining the location of the distribution centers in a discrete dynamic distribution system. In discrete and finite time horizon, the demands of retailers are dynamic for the periods. Some locations among the retailers can be chosen for the role of the distribution centers at the beginning of each period. The distribution centers have to be located at the location of minimizing logistics cost. Logistics cost factors are the operation cost and the fixed cost of distribution center, and the transportation cost. The distribution centers of minimizing sum of operation cost, fixed cost and transportation cost are determined among retailers in each period for the planning period. A mathematical model was formulated and a dynamic programming based algorithm was developed. A numerical example was shown to explain our problem.

Keywords : Dynamic Distribution System, Discrete and Finite Time Horizon, Location of Distribution Center

1. 서 언

기업은 물류부분에서 고객 서비스 증대와 비용 절감을 위해 효율적인 물류시스템을 구축하고 운영하는 것에 많은 노력을 하고 있다. 물류센터는 공급자와 수요자를 연결하여 시간적 가치를 창출하고 고객서비스를 증대시키는 중요한 역할을 한다. 수요자의 요구량과 공급자의 경제적 수송량 사이에 차이가 있기 때문에 공급자에서 소비자로 직접 수송하는 것은 비용 면에서 경제적이지 못할 수 있다. 이에 물류센터는 적절한 위치에서 공급자와 수요자를 연결하여 물류시스템 전체적으로 비용을 줄일 수 있도록 역할을 한다. 물류센터와 대리점으로 구성된 물류시스템에서 물류센터의 위치를 정하는 문제는 중요하

다. 물류센터의 위치와 대리점을 물류센터에 할당하는 문제는 기본적으로 물류센터 고정비용과 수송비용을 고려하여 결정하는 것으로 연구되었다[17]. 물류센터는 여러 형태로 운영될 수 있을 것이다. 기업이 자가 물류센터를 운영하거나 또는 영업 물류센터를 이용할 수 있을 것이다. 자가 물류센터를 운영하는 경우에도 물류센터를 대리점과는 달리 장기적으로 독립적으로 운영할 수도 있고, 또는 대리점들 중에서 일부를 중·단기적으로 물류센터의 역할을 겸하도록 운영할 수도 있을 것이다. 후자의 방식인 대리점 중에서 일부의 대리점이 물류센터의 역할을 하도록 할 경우에 다기간일 경우에 물류센터의 위치를 기간에 따라 가변적으로 운영할 수 있을 것이다. 대리점 중에서 물류센터의 위치를 변경할 경우에 물류센터 위치

논문접수일 : 2007년 11월 14일 논문수정일 : 2008년 01월 03일 게재확정일 2008년 01월 03일

[†] 교신저자 shchang@incheon.ac.kr

※ 이 논문은 인천대학교 2007년도 자체연구비 지원에 의하여 연구되었음.

변경에 대한 고정비용이 발생하지만, 수송비용을 줄일 수 있도록 하는 물류센터의 위치의 유연성을 갖게 해줄 것이다.

이산형 유한기간에서 대리점의 수요량이 시간에 대해 동적으로 변할 때 대리점에 제품을 공급하는 물류센터의 위치를 모든 기간 고정시키기 보다는 시간에 따라 동적으로 변화하도록 운영할 수 있다. 이를 위해서는 대리점 중에서 일부의 대리점을 물류센터의 역할을 하도록 하여 주변 대리점에 제품을 공급하도록 운영할 수 있을 것이다. 기업은 여러 대리점이 있을 경우에 물류 수요의 상황변화에 맞추어 물류센터의 역할을 하는 대리점의 위치를 탄력적으로 정하여 물류비용을 줄일 수 있도록 하는 것이 경제적인 것이다.

물류센터의 위치는 항상 장기간 고정된 것이라는 개념보다는 가변적으로 운영할 수 있다는 이해가 필요하다. 이는 기업의 물류운영에 비용을 줄일 수 있는 유연성을 제공할 것이다. 물류센터의 위치가 모든 기간에 대해 고정되어 있으면 대리점의 수요량이 동적으로 변하는 상황에서 수송비용에서 경제적이지 않을 수 있기 때문이다. 그리고 대리점들 중에서 일부를 선택하여 물류센터의 역할을 하도록 운영할 경우에 수요의 변화에 따라 물류센터의 위치를 시간에 대해 적절하게 바꾸어 비용 변화에 유연하게 대응할 수 있을 것이다.

물류시스템의 모든 대리점들 중에서 일부의 대리점에 물류센터의 역할을 하도록 운영하는 경우에 물류센터의 역할을 하는 대리점에 대해서는 비용변화가 발생할 수 있을 것이다. 물류센터 역할을 하는 기간에는 대리점에 운영비용이 발생하고, 대리점이 물류센터가 아닌 상태에서 물류센터로 지정될 때에 초기에 고정비용이 발생한다. 또한 물류센터에서 대리점으로 수송비용이 발생한다.

물류센터 지정 고정비용, 물류센터 운영비용, 물류센터에서 대리점으로 수송비용의 합을 최소화하도록 매기간 물류센터의 역할을 하는 위치를 정하는 물류센터 위치계획 문제를 연구한다.

무제약 설비위치문제로 알려진 공장위치를 정하는 간단한 문제는 공장의 공급능력에 제한이 없는 것으로 Balinski[2]에 의해 처음으로 도입되었다. 이 문제는 고정비용과 수송비용을 최소화하는 물류센터의 위치와 물류센터가 공급하는 대리점을 정하는 문제와 동일한 것으로 위치이론에서 가장 중요한 모형의 하나로 분류될 수 있을 것이다. 이러한 문제들을 언급한 문헌에 많은 논문들이 언급되었다[4, 6]. 무제약 설비위치문제에 대해 Efraymson and Ray[7]와 Khumawala[11]은 LP relaxation을 적용하기 위해 일부 제약식을 통합하여 나타내었다. 그리고 Erlenkotter[8], Goldengorin [9]와 Korkel[13]등은 무제약 설비위치문제에 대해 분지한계기법으로 해를 구하는 방법

을 연구하였다.

설비가 서비스할 수 있는 능력에 제한이 있는 문제는 제약 설비위치문제가 된다. 무제약 설비위치문제와 제약 설비위치문제 모두 NP-hard 문제이다. 이러한 문제들의 해를 구하기 위해 많은 알고리즘, 해석적방법 그리고 발견적 방법이 지난 수십년 동안 개발되었다[1, 3, 6, 7, 8, 10, 11, 14]. Wu et al.[20]은 하나의 위치에 일반적인 착수비용과 여러 설비가 가능한 제약 설비위치문제에 대해 해법으로 라그랑지안 휴리스틱 알고리즘을 개발하였다. Nozick and Turnquist[16]은 물류센터의 효율적인 위치확인이 효율적인 물류센터 설계에 중요한 내용으로, 위치결정의 최적화는 설비비용, 재고비용, 수송비용 그리고 고객반응 등의 상충관계에 있음을 설명하고 있다.

이 외에도 고정비용 설비 위치 모형이 설명되고, 해 절차로 add, drop, and exchange, Lagrangian relaxation, and branch and bound, heuristic method 등이 개발되었다.

Daskin[4], Dresner[6], Mirchandani and Francis[15], Sule [17], Tomkins et al.[19]). Daskin and Owen[5]은 설비 위치 모형화의 전반적인 내용을 설명하였다. Klose and Drexl [12]은 설비 위치와 고객 할당문제에 대해 기존에 연구된 내용을 정리하였다. 기본가정, 수리적 복잡성과 계산적인 성과 등의 관점에 초점을 두고 다루었다.

본 논문에서는 이산형 유한기간에서 물류센터 운영비용과 물류센터 지정 고정비용, 물류센터에서 대리점으로 수송비용을 고려하여 매 기간 물류센터의 위치와 물류센터의 공급 대리점 등을 정하고 있다. 이전의 연구에서는 물류센터의 위치를 대리점의 수요의 동적 변화와 다기간을 고려하여 다루지 않았다. 제 2장에서는 수리적 모형화에 대해 설명하고, 제 3장에서는 알고리즘에 대해 설명하고, 그리고 제 4장에서는 수치적 예제를 사용하여 문제를 설명한다.

2. 동적 물류센터 위치 모형화

물류센터와 대리점으로 구성된 물류시스템에서 대리점의 제품 수요를 물류센터에서 공급할 때 물류센터의 위치를 정하는 문제를 생각하고자 한다. 연속적인 시간을 월, 분기, 년 등과 같은 적절한 기간으로 나누어진 이산형 유한기간 문제를 다룬다. 이산형 유한기간에서 매 기간 대리점의 수요량은 동적으로 변한다. 대리점의 수요량이 동적으로 변할 경우 물류센터에서 대리점으로 제품을 공급하는 수송비용은 기간마다 변한다. 대리점 중에서 일부 대리점에 물류센터의 역할을 하도록 할 때 비용을 고려하여 경제적으로 물류센터의 위치를 선택한다. 시간에 대해 대리점의 수요가 동적으로 변하므로 비용을

고려하여 물류센터의 위치를 물류센터 후보위치인 대리점 중에서 적절한 시점에서 바꾸어 선택한다.

즉, 물류센터의 위치를 비용이 최소가 되도록 적절한 시점에서 변경한다.

물류센터의 위치가 변경되면 새로이 물류센터로 지정되는 물류센터에 고정비용이 발생한다. 물류센터로 사용되는 대리점에 대해 사용기간동안 운영비용이 발생한다. 그리고 물류센터에서 대리점으로 수송비용이 발생한다. 이산형 유한기간동안 매기간 대리점의 동적인 수요에 대해 제품을 공급하는 물류센터를 물류센터 후보위치인 대리점 중에서 선택하여 사용하는 문제를 고정비용, 운영비용과 수송비용을 합을 고려하여 정한다. 수리적 모형을 나타내기 위한 가정과 부호를 정의한다.

2.1 가정

- ① 대리점의 위치는 주어지고, 모든 대리점은 물류센터 후보위치가 된다. 대리점의 수와 물류센터 후보위치의 수는 동일하다.
- ② 이산형 유한기간으로 계획기간동안 대리점의 동적 수요량은 알려져 있다.
- ③ 매기간 각 대리점은 하나의 물류센터로부터 제품을 공급 받는다.
- ④ 대리점의 물류센터 지정은 매 기간 초에 이루어진다.
- ⑤ 물류센터의 공급능력에는 제한이 없다.

2.2 부호

- j = 대리점을 나타내는 첨자
 i = 물류센터 후보위치를 나타내는 첨자, 물류센터 후보 위치는 대리점의 위치이고, 대리점 번호와 동일하다.
 K = 대리점의 수 또는 물류센터 후보위치의 수
 t = 기간을 나타내는 첨자
 T = 계획 기간
 f_{ti} = 기간 t 에서 물류센터 i 의 운영비용
 c_1 = 물류센터에서 대리점으로 단위당 단위거리당 수송비용
 d_{ij} = 물류센터 i 에서 대리점 j 로 수송거리
 p_{ti} = 기간 t 에서 물류센터 후보위치 i 가 물류센터 위치로 지정되면 지정고정비용
 r_{tj} = 기간 t 에서 대리점 j 의 수요량
 $y_{ti} = \begin{cases} 1, & \text{기간 } t \text{에서 물류센터 후보위치 } i \text{에} \\ & \text{물류센터가 위치하면,} \\ 0, & \text{그렇지 않으면} \end{cases}$
 $x_{tj} = \begin{cases} 1, & \text{기간 } t \text{에서 대리점 } j \text{가 물류센터 } i \text{에서} \\ & \text{제품을 공급받으면,} \\ 0, & \text{그렇지 않으면} \end{cases}$

$$w_{ti} = \begin{cases} 1, & \text{물류센터 후보위치 } i \text{에 기간 } t-1 \text{에는} \\ & \text{물류센터가 없지만, 기간 } t \text{에는 물류} \\ & \text{센터가 위치하면,} \\ 0, & \text{그렇지 않으면} \end{cases}$$

수리적 모형은 목적식과 제약식으로 표현된다. 목적식은 비용함수로 물류센터 운영비용, 물류센터에서 대리점으로 수송비용, 물류센터 지정 고정비용의 합으로 다음 (1)과 같다.

$$\sum_t \sum_i f_{ti} y_{ti} + \sum_t \sum_i \sum_j c_1 d_{ij} r_{tj} x_{tj} + \sum_t \sum_i p_{ti} w_{ti} \quad (1)$$

식 (1)에서 첫 번째 항은 대리점인 물류센터 후보 위치에 물류센터가 설치될 경우 물류센터 운영비용의 합으로 이 비용은 물류센터로 운영되는 기간동안에 발생하는 것이다. 두 번째 항은 물류센터에서 대리점으로 수송비용의 합이고, 세 번째 항은 물류센터 후보 위치가 물류센터로 지정될 때 초기에 발생하는 고정비용의 합이다.

제약식은 문제의 가정과 관련된 내용을 반영한다.

매 기간 대리점은 하나의 물류센터로부터 제품을 공급 받는 것을 나타내는 제약식이 필요하고, 다음 식 (2)와 같다.

$$\sum_i x_{tj} = 1, \quad \forall j, \quad \forall t \quad (2)$$

매 기간 대리점이 어느 특정 물류센터에서 제품을 공급 받는다면, 이 위치에 물류센터가 설치되어야 하는 것을 나타내는 제약식이 필요하고, 식 (3)과 같다.

$$x_{tj} \leq y_{ti}, \quad \forall i, \quad \forall j, \quad \forall t \quad (3)$$

물류센터 후보위치가 기간 $t-1$ 에는 물류센터의 역할을 하지 않았지만, 기간 t 에는 물류센터의 역할을 하는 상태가 되면, 기간 t 에 이 후보위치에 물류센터 설치됨을 나타내는 제약식이 필요하고, 식 (4)와 같다.

$$w_{ti} = (1 - y_{t-1,i}) y_{ti}, \quad \forall i, \quad \forall t \quad (4)$$

의사결정 변수의 값이 0, 1의 값을 가져야 함을 나타내는 제약식이 필요하고, 식 (5), 식 (6), 식 (7)과 같다.

$$y_{ti} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, \quad \forall t \quad (5)$$

$$x_{tj} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, \quad \forall j, \quad \forall t \quad (6)$$

$$w_{ti} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, \quad \forall t \quad (7)$$

그리고 기간 0에서 모든 대리점은 물류센터가 아님을

나타내는 제약식이 필요하고, 식 (8)과 같다.

$$y_{0i} = 0, \quad \forall i \quad (8)$$

계획기간 동안 대리점의 수요를 충족시키기 위해 물류센터에서 대리점으로 제품을 공급할 때 물류센터 운영비용, 물류센터에서 대리점으로 수송비용, 물류센터 지정 고정비용을 합한 총비용을 최소화하도록 매 기간 물류센터의 위치, y_{ti} 와 대리점에 공급하는 물류센터의 위치, x_{tij} 을 구하는 수리적 모형은 다음 P1과 같다.

$$\begin{aligned} \text{P1 : Minimize } & \sum_t \sum_i f_{ti} y_{ti} \\ & + \sum_t \sum_i \sum_j c_1 d_{ij} r_{tj} x_{tij} + \sum_t \sum_i p_{ti} w_{ti} \\ \text{subject to } & (2) \sim (8) \end{aligned}$$

모형 P1의 제약식 (4)은 변수의 곱 $y_{t-1,i} y_{ti}$ 으로 표현되어 있어 비선형 모형이다. 변수의 값이 0, 1로만 된 경우에 변수의 곱은 선형변환을 통하여 선형정수계획으로 만들 수 있다. 변수의 곱을 식 (9)과 같이 정의한다. 그러면 정의된 $u_{t-1,ti} = 0$ or 1의 값을 갖도록 하기 위해 새로이 식 (10)과 식 (11)의 제약식이 필요하다.

$$u_{t-1,ti} = y_{t-1,i} y_{ti} \quad (9)$$

$$y_{t-1,i} + y_{ti} - u_{t-1,ti} \leq 1, \quad \forall i, \forall t \quad (10)$$

$$-y_{t-1,i} - y_{ti} + 2u_{t-1,ti} \leq 0, \quad \forall i, \forall t \quad (11)$$

제약식 (4)는 다음 식 (12)와 같이 새로이 정의되고, 수리적 모형에 추가로 제약식 (10)과 식 (11)이 첨가된다.

$$w_{ti} = y_{ti} - u_{t-1,ti}, \quad \forall i, \forall t \quad (12)$$

수리적 모형 P1은 새로이 수리적모형 P2와 같이 나타내진다.

$$\begin{aligned} \text{P2 : Minimize } & \sum_t \sum_i f_{ti} y_{ti} \\ & + \sum_t \sum_i \sum_j c_1 d_{ij} r_{tj} x_{tij} + \sum_t \sum_i p_{ti} w_{ti} \end{aligned}$$

subject to

$$\sum_i x_{tij} = 1, \quad \forall j, \forall t$$

$$x_{tij} \leq y_{ti}, \quad \forall i, \forall j, \forall t$$

$$w_{ti} = y_{ti} - u_{t-1,ti}, \quad \forall i, \forall t$$

$$y_{t-1,i} + y_{ti} - u_{t-1,ti} \leq 1$$

$$y_{t-1,i} + y_{ti} - u_{t-1,ti} \leq 1, \quad \forall i, \forall t$$

$$-y_{t-1,i} - y_{ti} + 2u_{t-1,ti} \leq 0, \quad \forall i, \forall t$$

$$y_{ti} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, \forall t$$

$$x_{tij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, \forall j, \forall t$$

$$w_{ti} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, \forall t$$

$$y_{0i} = 0, \quad \forall i$$

수리적 모형 P2는 모든 변수의 값이 0, 1을 갖는 선형정수계획 모형이다. 이는 기존의 정수계획 프로그램을 이용하여 해를 구할 수 있다.

수리적 모형 P2는 현실적으로 존재 가능한 문제에 대해 기존에 사용되고 있는 최적화 프로그램을 이용해 해를 구할 수 있도록 나타낸 것으로, 이는 문제를 분석하여 수리적 모형화로 표현한 것으로도 중요한 의미를 갖는다.

해를 구하는 방법으로 최적화 방법을 적용하는 외에 추가적으로 발견적 방법을 개발하여 프로그램 결과와 비교하고자 한다.

3. 알고리즘

기간 T 의 문제를 여러 작은 부분 문제로 분할하고, 각 분할된 문제에 대해 해를 구하여 동적계획 접근법을 사용하고자 한다. 임의의 부분문제에 대해 해를 구하기 위해 기간 u 초에서 기간 v 초까지 기간동안에 대리점의 수요를 충족시키기 위해 이 기간동안 어느 물류센터 후보위치에 물류센터를 둘 것인가를 생각한다. 기간 u 초에서 기간 v 초까지 기간동안 각 후보위치에 물류센터가 설치될 경우에 운영비용의 합, $cf_i(u, v)$ 과 수송비용의 합, $cc_{ij}(u, v)$ 을 구한다. 운영비용의 합, $cf_i(u, v)$ 은 식 (13)과 같고, 물류센터 i 에서 대리점 j 로 수송비용의 합, $cc_{ij}(u, v)$ 은 식 (14)와 같다.

$$cf_i(u, v) = \sum_{t=u}^{v-1} f_{ti} \quad (13)$$

$$cc_{ij}(u, v) = \sum_{t=u}^{v-1} c_1 d_{ij} r_{tj} \quad (14)$$

물류센터 운영비용과 물류센터 지정 고정비용을 반영하여 물류센터 고정비용을 구한다. 기간 u 초에서 기간 v 초까지 기간동안 대리점에 제품을 공급하는 물류센터를 어느 후보위치에 둘 것인가를 정하기 위해 고정비용을 새로이 정의하고 수리적 모형을 세운다. 기간 u 에서 물류센터 후보위치 i 에 물류센터를 둘 경우에 고정비용은 이전 기간 $u-1$ 에서 동일 후보위치가 물류센터로의 사용 여부에 따라 고정비용을 정의한다. 만일 물류센터 후보위

치가 이전 기간에 물류센터로 사용되었다면 누적 운영비용만이 고정비용으로 사용되지만, 후보위치가 이전 기간에 물류센터로 사용되지 않았다면, 물류센터 지정 고정비용이 운영비용에 더해져서 고정비용이 된다. 고정비용을 식 (15)과 같이 정의하고, 수송비용을 식 (14)과 같이 정의하여 수리적 모형을 정하고, 물류센터의 위치를 정한다.

$$F_i(u, v) = \sum_{t=u}^{v-1} f_{ti} \text{ 기간 } u-1 \text{에서 물류센터 후보위치 } i \text{가 물류센터로 사용되었으면,} \\ = p_{ui} + \sum_{t=u}^{v-1} f_{ti}, \text{ 그렇지 않았으면} \quad (15)$$

u 초에서 v 초까지 기간동안 계속하여 물류센터 후보위치 i 에 물류센터가 위치할 것인지를 나타내는 변수와 기간 u 초에서 v 초까지 기간동안 대리점 j 가 물류센터 i 로부터 제품을 공급 받을 것인지를 나타내는 변수를 다음과 같이 정의된다.

$$Y_i(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{기간 } u \text{초부터 } v \text{초까지 계속하여} \\ & \text{물류센터 후보위치 } i \text{에 물류센터} \\ & \text{가 위치하면,} \\ 0, & \text{그렇지 않으면} \end{cases} \\ X_{ij}(u, v) = \begin{cases} 1, & \text{기간 } u \text{초부터 } v \text{초까지 계속하여} \\ & \text{대리점 } j \text{가 물류센터 } i \text{에서} \\ & \text{제품을 공급 받으면,} \\ 0, & \text{그렇지 않으면} \end{cases}$$

기간 u 초에서 기간 v 초까지 대리점에 제품을 공급하는 물류센터의 위치를 정하는 것과 대리점이 공급 받은 물류센터를 정하는 것의 수리적모형은 다음 P3과 같다.

임의의 두 기간 u 와 $v(1 \leq u < v \leq T+1)$ 에 대하여 :

$$P3 : \text{Minimize } C_{uv} = \sum_i F_i(u, v) Y_i(u, v) \\ + \sum_i \sum_j cc_{ij}(u, v) X_{ij}(u, v) \quad (16)$$

subject to

$$\sum_i X_{ij}(u, v) = 1, \quad \forall j \quad (17)$$

$$X_{ij}(u, v) \leq Y_i(u, v), \quad \forall i, \quad \forall j \quad (18)$$

$$Y_i(u, v) \in \{0, 1\}, \quad \forall i \quad (19)$$

$$X_{ij}(u, v) \in \{0, 1\}, \quad \forall i, \quad \forall j \quad (20)$$

모형 P3은 단일기간 위치 정하는 문제가 된다. 모형 P3을 풀어 $Y_i(u, v)$ 와 $X_{ij}(u, v)$ 의 값을 구하면, 기간 $u, u+1, \dots, v$ 동안 물류센터 후보위치 중에서 물류센터로

사용할 대리점위치와 대리점에 제품을 공급하는 물류센터를 구할 수 있다. 기간 $u, u+1, \dots, v$ 동안 대리점의 제품 공급 물류센터의 위치는 식 (21)과 같고, 그리고 물류센터 i 가 제품을 공급하는 대리점의 집합을 $B_i(u, v)$ 라 하면 각 물류센터에서 공급량 S_i 는 다음 식 (22)과 같다.

$$y_{ti} = Y_i(u, v), \quad t = u, u+1, \dots, v-1 \quad (21)$$

$$S_{ti} = \sum_{j \in B_i(u, v)} r_{ij} X_{ij}(u, v), \quad t = u, u+1, \dots, v-1 \quad (22)$$

모형 P3를 구하는 방법은 프로그램을 사용하여 구할 수 있을 것이다. 여기서는 물류센터의 위치와 대리점의 공급 물류센터의 위치를 구하기 위한 location-allocation 문제로 해를 구한다[17]. 발견적 기법을 활용하여 해법을 개발한다.

계획기간 T 동안 기간 $t-1$ 가 마지막 물류센터 위치 결정시점이라면, 문제를 기간 1에서 기간 t 말까지 부분문제와 기간 $t-1$ 초 이후 부분문제로 나누어 해를 구한다. F_t 을 기간 1에서 기간 t 말까지 기간동안 최적 물류센터위치와 관련한 비용이라 하자. 최적해를 구하는 과정은 식 (23)의 순환관계식을 갖으며, 순환관계구조 문제의 최적해는 동적계획으로 구한다[16].

$$F_0 = 0 \\ F_t = \min_{1 \leq m \leq t} C_{m,t+1} + F_{m-1}, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (23)$$

여기서 $C_{m,t+1}$ 는 기간 $m, m+1, \dots, t$ 동안에 대한 최적계획과 관련하여 발생하는 비용이다.

동적계획을 적용함에 있어 순환식 (23)에서 기간 t 이전 기간 F_{m-1} 을 적용할 때 기간 1에서 기간 $m-1$ 까지 오는 경로가 다수 존재하고 경로에 따라 기간 $m-1$ 에서 물류센터의 위치가 다를 수 있다. 물류센터의 위치에 따라 다른 결과를 줄 수 있는 여러 개의 F_{m-1} 중에서 하나를 선택한 것이다. 본 논문에서는 이중에서 가장 좋은 결과를 갖는 것을 선택하여 적용한다. 그러나 가장 좋은 결과를 갖는 것이 이후 기간에도 가장 좋은 결과를 갖는다고 보장하지는 않는다. 이는 F_{m-1} 이 여러 개가 존재하고, 각각이 물류센터의 위치가 동일하지 않기 때문이다. 물류센터의 위치가 다른 것으로 인해 후의 기간의 고정비용에 영향을 미치기 때문에 가장 좋은 대안이 후의 기간에 다른 결과를 줄 수 있지만, 여기서는 가장 좋은 대안을 적용하는 것으로 하였다.

동적계획에 기반을 둔 해를 구하는 알고리즘의 단계는 다음과 같다.

1. $u=1, v=2, F_0=0$ 으로 놓는다.

2. $F_i(u, v)$, $cc_{ij}(u, v)$ 을 계산한다.
3. 가로를 물류센터 $i(i=1, \dots, K)$, 세로를 대리점 $j(j=1, \dots, K)$ 로 하는 행렬표 $T1(u, v)$, $T2(u, v)$, $T3(u, v)$, $TO(u, v)$ 을 정의한다.
- 4.(1) 대리점 $j(j=1, 2, \dots, K)$ 의 수요량을 물류센터 $i(i=1, 2, \dots, K)$ 에서 공급받을 경우에 수송비용 $cc_{ij}(u, v)$ 을 표 $T1(u, v)$ 의 (j, i) 란에 나타낸다.
- (2) 표 $T1(u, v)$ 에서 $j(j=1, 2, \dots, K)$ 행에서 가장 적은 수송비용과 두 번째로 적은 수송비용 차이의 절대치를 구하고, 이 절대치를 표 $T2(u, v)$ 에 대리점 j 와 가장 적은 수송비용을 나타내는 물류센터 i_j^a 가 만나는 (j, i_j^a) 란에 기록한다.
- (3) 표 $T2(u, v)$ 에 나타난 값에 대해 $i(i=1, \dots, K)$ 열의 합을 구하여 $V2_i(u, v)$ 로 정의하고, 표 $T2(u, v)$ 의 $K+1$ 행에 적는다. 물류센터 고정비용 $F_i(u, v)$ 을 표 $T2(u, v)$ 의 $K+2$ 행 i 열에 적는다.
- (4) 그리고 표 $T2(u, v)$ 의 $K+1$ 행에서 $K+2$ 행의 값을 열별로 빼고, i 열의 비용세이빙 $S2_i(u, v)$ 으로 정의하고, 표 $T2(u, v)$ 의 $K+3$ 행 i 열에 적는다. 즉, 비용세이빙, $S2_i(u, v) = V2_i(u, v) - F_i(u, v)$, ($i=1, \dots, K$)을 구한다.
- (5) 비용세이빙이 가장 크게 나타나는 물류센터 후보위치에 물류센터를 두는 것으로 하는 초기해를 구하고, 이 물류센터 위치번호를 집합 $A(u, v)$

에 넣는다.

- 5.(1) 표 $T1(u, v)$ 에서 대리점 $j(j=1, 2, \dots, K)$ 가 집합 $A(u, v)$ 에 있는 물류센터 위치 중에서 가장 적은 수송비용으로 공급 받는 물류센터 i_j^b 를 구하고, 표 $TO(u, v)$ 에 대리점 j 와 이 물류센터 i_j^b 가 만나는 (j, i_j^b) 란에 수요량을 기록한다. 이 결과가 집합 $A(u, v)$ 에 있는 물류센터 후보위치에 물류센터를 둘 때 대리점에 제품을 공급하는 물류센터의 위치가 된다.
- (2) 집합 $A(u, v)$ 에 있는 물류센터 i 에서 제품을 공급 받는 대리점들을 집합 $B_i(u, v)$ 로 한다.
- 6.(1) 표 $T1(u, v)$ 에서 대리점 $j(j=1, 2, \dots, K)$ 가 집합 $A(u, v)$ 에 있는 물류센터 중에서 가장 적은 수송비용으로 제품을 공급 받을 경우의 수송비용 α_1 에 비해 집합 $A(u, v)$ 에 없는 다른 물류센터로부터 제품을 공급 받을 경우의 수송비용 α_2 이 적게 드는 $\alpha_1 > \alpha_2$ 일 경우에 감소한 비용 $\theta(\theta = \alpha_1 - \alpha_2)$ 값을 표 $T3(u, v)$ 의 대리점 j 와 집합 $A(u, v)$ 에 없는 물류센터 중에서 비용감소가 나타난 물류센터 i_j^c 가 만나는 (j, i_j^c) 란에 기록한다. 표 $T3(u, v)$ 에서 나머지 란은 0으로 둔다.
- (2) 표 $T3(u, v)$ 에서 집합 $A(u, v)$ 에 없는 모든 물류센터 후보위치 $i(i=1, \dots, K, i \notin A(u, v))$ 에 대해 이 감소한 수송비용의 합을 $V3_i(u, v)$ 로 정의하여 구하고, 표 $T3(u, v)$ 의 $K+1$ 행 i 열에 적는

<표 1> 대리점의 위치, 수요량, 물류센터 운영비용과 지정고정비용

대리점 j	좌표 (X_j, Y_j)		수요량, r_{tj}						물류센터 일 때 비용요소	
			$t=1$	$t=2$	$t=3$	$t=4$	$t=5$	$t=6$	운영비용	지정 고정비용
1	100	75	140	140	220	100	210	110	23600	16600
2	4	135	240	190	290	160	220	140	18800	14200
3	136	123	200	120	160	260	240	180	16400	10800
4	76	97	290	270	280	300	240	160	19400	14700
5	166	123	240	210	120	100	280	250	18200	18600
6	101	99	150	160	110	260	100	160	25000	14900
7	142	51	190	170	150	220	160	230	19800	15300
8	86	43	130	270	290	210	260	300	21000	14200
9	61	51	290	170	110	150	160	200	22800	19600
10	38	80	170	110	150	260	290	290	17200	15700
11	39	109	110	140	300	150	240	270	16200	18700
12	136	46	250	110	140	250	110	280	21200	11900
13	61	126	280	210	200	230	110	120	18600	19300
14	108	85	160	120	160	140	100	260	21200	19000
15	30	56	150	200	230	220	150	280	19400	14400
16	140	105	290	120	290	220	200	130	17400	11400
17	76	82	130	250	250	230	190	120	23200	14000
18	172	67	290	180	230	140	240	250	18800	18700
19	171	104	240	260	130	230	220	240	18400	19800
20	119	93	270	110	120	130	200	230	18200	16800

다. 그리고 물류센터 고정비용 $F_i(u, v)$ 을 표 $T3(u, v)$ 의 $K+2$ 행 i 열에 적는다.

- (3) 표 $T3(u, v)$ 의 $K+1$ 행에서 $K+2$ 행의 값을 열 별로 빼고, i 열의 비용세이빙 $S3_i(u, v)$ 으로 정의하고, 이를 $K+3$ 행 i 열에 적는다.

비용세이빙, $S3_i(u, v) = V3_i(u, v) - F_i(u, v)$
 $(i=1, \dots, K, i \notin A(u, v))$ 을 구한다.

- (4) 비용세이빙이 가장 큰 양의 값을 갖는 물류센터 후보위치에 물류센터를 두는 것으로 하고, 이 물류센터를 집합 $A(u, v)$ 에 추가한다.

7. 집합 $A(u, v)$ 에 없는 물류센터 후보위치 $i(i=1, \dots, K, i \notin A(u, v))$ 에 대해 표 $T3(u, v)$ 의 $K+3$ 에서 비용세이빙, $S3_i(u, v)$ 이 양수의 값이 없을 때까지 단계 5와 6을 반복한다. 비용세이빙이 양수의 값이 없으면, 진행을 멈추고 다음 단계로 간다.

8. 집합 $A(u, v)$ 에 있는 물류센터 후보위치가 물류센터의 위치가 된다. 집합 $A(u, v)$ 에 있는 물류센터의 크기는 대리점들이 집합 $A(u, v)$ 에 있는 물류센터 중에서 가장 적은 비용으로 제품을 공급 받을 때 집합 $A(u, v)$ 에 있는 각 물류센터가 공급하는 대리점들의 수요량의 합이 된다. 비용은 다음 식 (24)과 같다.

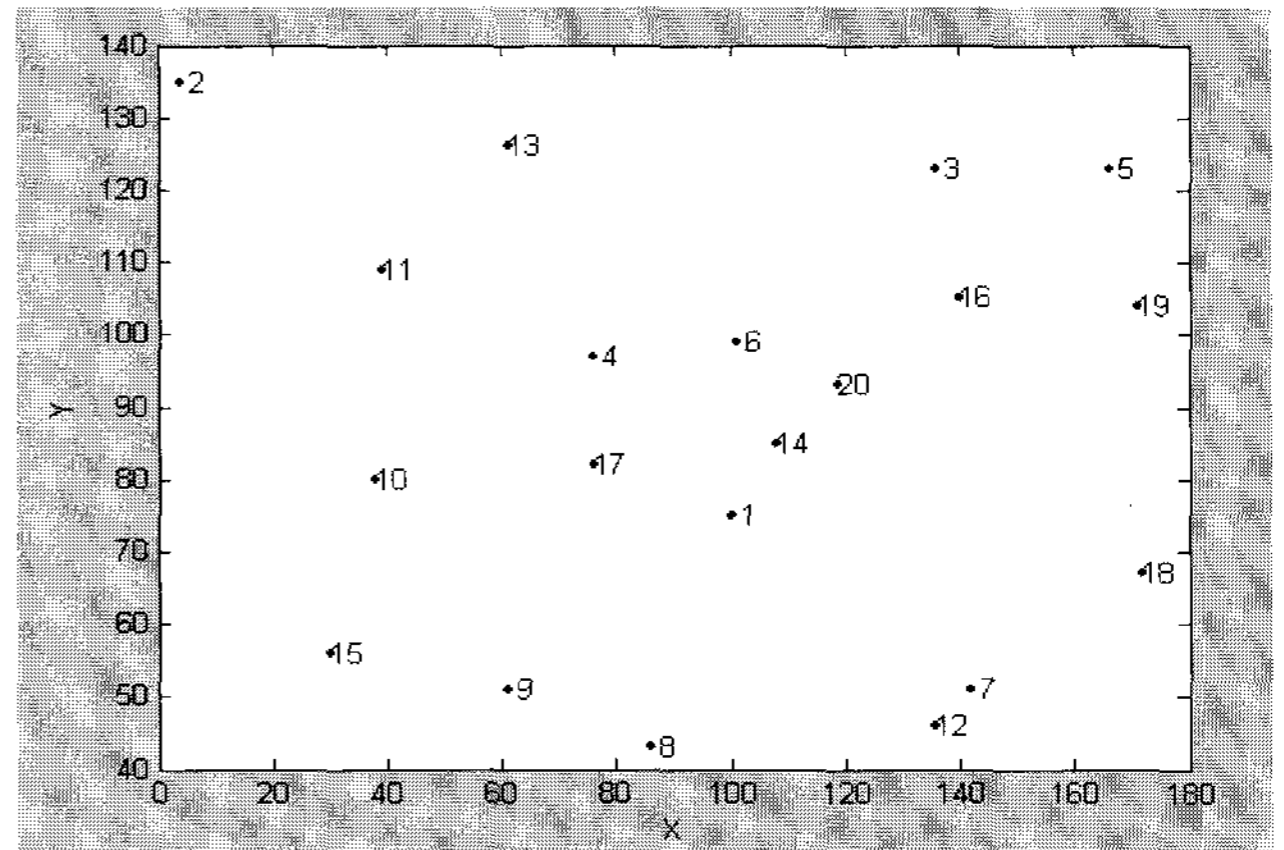
$$C_{uv} = \sum_{i \in A(u, v)} F_i(u, v) + \sum_{i \in A(u, v)} \sum_{j \in B_i(u, v)} cc_{ij}(u, v) \quad (24)$$

- 9. $u = u + 1$ 로 놓고, $u < v$ 이면 단계 2로 가고, 그렇지 않으면 다음 단계로 간다.
- 10. $F_{v-1} = \min_{1 \leq m < v-1} C_{mv} + F_{m-1}$ 를 계산하고, F_{v-1} 을 해당하는 물류센터의 위치를 기록한다.
- 11. $v \leq T$ 이면 $u = 1, v = v + 1$ 로 놓고 단계 2로 가고, 그렇지 않으면 다음 단계로 간다.
- 12. $v = T + 1$ 일 때 F_{v-1} 가 해가 되고, 이 해를 갖게 하는 기간별 의사결정변수의 값을 동적계획법의 backward 절차에 따라 찾는다.

4. 수치적 예제

6-기간, 20개의 대리점으로 이루어진 문제를 고려한다. 대리점의 배치는 <그림 1>과 같고, 대리점의 좌표와 기간별 수요량은 <표 1>과 같다. 좌표는 가로 200km, 세로 150km에서 무작위로 균등하게 생성한 자료이다. 그리고 6기간 동안 대리점의 수요량은 [100, 300] 사이에서 10단위로 무작위로 균등하게 생성한 값이다. 대리점이 물류

센터로 지정 사용될 경우에 물류센터 운영비용은 [16000, 26000]사이에서 200단위, 물류센터 지정고정비용은 [10000, 20000]사이에서 100단위로 균일하게 생성하였고 <표 1>와 같다. 운영비용과 지정 고정비용은 기간에 대해 동일한 것으로 한다. 물류센터에서 대리점으로 수송비용은 2/단위당/km이다.



<그림 1> 대리점의 배치

<표 2> C_{uv} 의 값

u	v	2	3	4	5	6	7
		($\times 10^6$)					
1		0.3464	0.6138	0.8849	1.1434	1.4022	1.6700
2			0.2478	0.5083	0.7649	1.0832	1.3502
3				0.2605	0.5171	0.7799	1.0320
4					0.2566	0.5220	0.7854
5						0.2682	0.5643
6							0.2880

<표 3> F_i 의 값

t	1	2	3	4	5	6
	($\times 10^6$)					
1	0.3464	0.6138	0.8849	1.1434	1.4022	1.6700
2		0.5943	0.8547	1.1113	1.4296	1.6966
3			0.8547	1.1113	1.3741	1.6262
4				1.1113	1.3767	1.6401
5					1.3796	1.6757
6						1.6621

Matlab으로 알고리즘을 반영한 프로그램을 개발하였다. 기간 u 초에서 기간 v 초까지 기간 동안 비용 C_{uv} 은 <표 2>와 같고, 동시에 동적계획 절차를 적용하여 구한 각 기간 말까지 최소비용 F_t 은 <표 3>과 같다. <표 3>에서 6기간동안 최소비용은 1,640,100이고, 기간별 물류

센터 위치는 <표 4>와 같다. Lingo8.0 프로그램을 사용하여 해를 구할 경우 최적해는 1,599,661이다. 알고리즘으로 구한 해는 최적해와 2.5%의 오차를 발생하고 있다.

<표 4> 물류센터의 위치

기간, t	알고리즘 해	최적해
1	2, 4, 7, 9, 16, 20	2, 4, 7, 10, 16
2	2, 4, 7, 9, 16, 20	2, 4, 7, 8, 10, 16
3	2, 4, 7, 9, 16, 20	2, 4, 7, 8, 10, 16
4	2, 4, 7, 8, 10, 16, 20	2, 4, 7, 8, 10, 16
5	2, 4, 7, 8, 10, 16, 20	2, 4, 7, 8, 10, 16
6	2, 4, 7, 8, 10, 16, 20	4, 7, 8, 10, 16

앞의 예제와 동일하게 가로 200km, 세로 150km에서 대리점의 수가 10, 15, 20일 때 대리점의 위치와 비용요소를 매번 무작위로 다르게 생성하여 알고리즘 해와 최적해를 구해 비교하였다. <표 5>에서와 같이 11개의 예제에 대해 알고리즘 해와 최적해를 구해 오차율을 구하였다. 11개에 대한 평균오차율은 2.0%를 보이고 있다.

제시된 문제에 대해 최적해와 발견적 방법을 적용하여 해를 구할 때, 해를 구하는데 걸리는 시간은 양 방법 수십 초 이내로 차이가 크지 않았기 때문에, 해를 구하는데 걸리는 시간 비교는 중요한 의미를 갖지 않았다. 알고리즘의 계산크기는 K^3T^2 에 비례한다.

<표 5> 알고리즘 해와 최적해 비교

대리점의 수	실험 번호	알고리즘 해 (x 10 ⁶)	최적해 (x 10 ⁶)	오차율
N = 10	1	0.8927	0.8927	0%
	2	0.9129	0.9022	1.2%
	3	0.9158	0.9158	0%
	4	1.0304	0.9703	6.2%
N = 15	1	1.3659	1.3418	1.8%
	2	1.2067	1.2044	0.2%
	3	1.3708	1.3061	5.0%
	4	1.2649	1.2334	2.6%
N = 20	1	1.8006	1.7470	3.0%
	2	1.6111	1.6111	0%
	3	1.6401	1.5997	2.5%

5. 결 론

본 논문은 이산형 유한기간에서 대리점의 수요가 동적

으로 변할 때 대리점에 제품을 공급하는 물류센터의 위치를 비용을 고려하여 동적으로 정하는 문제를 다루었다. 매기간 초에 물류센터 후보위치인 대리점들 중에서 물류센터 역할을 하는 위치를 유한기간동안 대리점의 수요 변화와 비용요소를 고려하여 정하는 문제에 대해 수리적 모형을 세우고, 동적계획에 기반을 둔 알고리즘을 개발하여 해를 구하였다. 개발된 알고리즘 해와 최적해를 다수의 문제에 대하여 결과를 비교하였다. 비용요소는 물류센터로 사용되는 대리점의 물류센터 운영비용과 물류센터로 지정될 때 초기에 발생하는 물류센터 지정 고정 비용, 물류센터에서 대리점으로 수송비용을 고려하였다. 여기서 제시한 알고리즘의 해와 최적해의 사이에 오차가 적은 범위에서 발생함을 다수의 문제에서 발견할 수 있었다.

기업은 물류시스템에서 유연성을 갖기 위해 물류센터의 위치를 고정시키기보다는 가변적으로 운영하는 것을 연구하여야 한다. 동적인 물류시스템의 상황을 반영하여 물류센터의 위치를 고정시키기 보다는 유연하게 탄력적으로 정하는 문제에 대해 처음으로 문제를 분석하여 모형화하고, 알고리즘을 개발한 본 연구결과가 효과적으로 중요하게 사용될 수 있을 것이다. 각 물류센터의 공급능력에 제약이 있는 문제와 물류센터 지정기간에 제약이 있는 문제 등이 연구과제가 될 것이다.

참고문헌

- [1] Akinc, U. and Khumawala, B.; "An efficient branch and bound algorithm for the capacitated warehouse location problem," *Management Science*, 23(6) : 585-594, 1997.
- [2] Balinski, M.; "Integer programming : methods, uses, computation," *Management Science*, 12 : 254-313, 1965.
- [3] Beasley, J. E.; "An algorithm for solving large capacitated warehouse location problems," *European J. of Operational Research*, 33(3) : 314-325, 1988.
- [4] Daskin, M.; *Network and Discrete Location : Models, Algorithms and Applications*, Wiley, New York, 1995.
- [5] Daskin, M. S. and Owen, S. H.; *Location Models in Transportation*. R. Hall, *Handbook of Transportation Science*, Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 311-390, 1999.
- [6] Drezner, Z.; *Facility Location: a Survey of Applications and Methods*, Springer, New York, 1995.
- [7] Effroymsen, M. A. and Ray, T. L.; "A branch and bound algorithm for plant location," *Operations Research*, 14 : 361-368, 1966.
- [8] Erlenkotter, D.; "A dual-based procedure for uncapacitat-

- ed facility location," *Operations Research*, 26 : 992, 1009, 1978.
- [9] Goldengorin, B. Ghosh, D. and Sierksma, G.; "Branch and peg algorithms for the simple plant location problem," *Computers & Operations Research*, 30 : 967-981, 2003.
- [10] Jacobsen, S. K.; "Heuristic for the capacitated plant location model," *European J. of Operational Research*, 12 : 253-261, 1983.
- [11] Khumawala, B. M.; "An efficient branch and bound algorithm for the capacitated warehouse location problem," *Management Science*, 18(12) : B718-731, 1972.
- [12] Klose, A. and Drexl, A.; "Facility location models for distribution system design", *European J. of Operational Research*, 162(4) : 29, 2005.
- [13] Korkel, M.; "On the exact solution of large scale simple plant location problem", *European J. of Operational Research*, 39 : 157-173, 1989.
- [14] Krarup, J. and Pruzen, P. M.; "The simple plant location problem: survey and synthesis," *European J. of Operational Research*, 12(1) : 36-81, 1983.
- [15] Mirchandani, P. B. and Francis, R. L.; *Discrete Location Theory*, Wiley, New York, 1990.
- [16] Nozick, L. K. and Turnquist, M. A.; "Inventory, transportation, service quality and the location of distribution centers", *European J. of Operational Research*, 129, 362, 2001.
- [17] Sule, D. R.; *Logistics of Facility Location and Allocation*,
- [18] Taha, H. A.; *Operations Research*, 6th Edition, Prentice Hall International, Inc, 1997.
- [19] Tomkins, J. A, White, J. A., Bozer, Y. A., Frazelle, E. H., Tanchoco, J. M. A. and Trevino, J.; 1996, *Facilities Planning*, Wiley, New York.
- [20] Wu, L. Y, Zhang, X. S, Zhang, J. U.; "Capacitated facility location problem with general setup cost," *Computers and Operations Research*, 33 : 1226-1241, 2006.