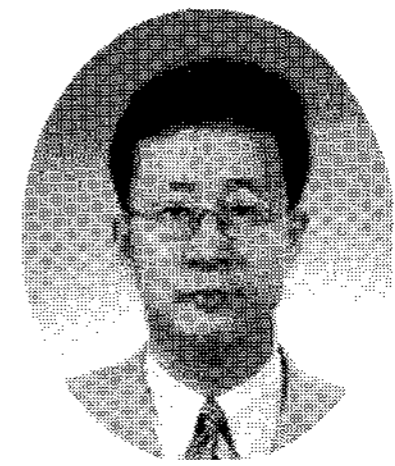


건축구조용 막재의 탄성계수 측정방법

Testing Method of Elastic Ratio of Architectural Fabric



서삼열*
Sur, Sam-Yeol

1. 서 언

막구조는 인류가 처음 사용한 구조 시스템이며, 현재는 국내외에서 대공간 구조를 형성하기 위해 많이 사용되고 있다.

1950년대부터 개발되기 시작한 막구조는 초기에는 옛날 유목민 텐트와 같은 가설 구조물의 개념을 벗어나지 못해 주로 서커스용 텐트나 만국 박람회 전시장 등에 적용되어 일정기간 사용 후 철거되는 형태로 사용되었다. 그러나 막재료의 개발 및 구조 시스템의 체계화로 가설 구조물에서 영구 구조물로 개념 전환이 이루어졌다.

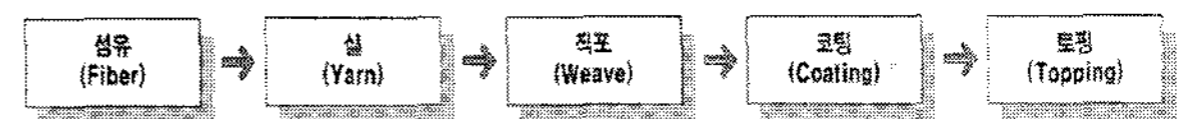
막구조물을 구성하는 주재료인 막재는 초창기의 직물이나 가죽에서 현재 사용되고 있는 건축구조용 막재(Architectural Fabric)로 변화, 발전해 왔다. 구조용 막재는 기술개발을 통하여 지난 많은 변화가 있었다. 대표적인 막재는 PVC 계열과 테프론 계열로 양분되며 최근에는 새로운 개념의 막재인 ETFE 계열도 사용되고 있다.

영구구조물에 사용되는 막재는 재료 자체의 내구성 및 기능성 뿐 만 아니라 구조설계 및 시공 단계에서도 재료적 특성에 대한 고려가 요구된다.

본 글에서는 막재료의 특성을 살펴보고 막재의 탄성계수의 측정 방법에 대하여 논하고자 한다.

2. 건축구조용 막재의 특성

건축구조용 막 재료는 합성 섬유 또는 유리 섬유 직포와 코팅재로 구성된다. 막재의 인장강도는 직포에 의해 거의 결정되며, 코팅재와 토폭재는 외부환경(자외선, 오염 등)으로부터 직포를 보호하는 역할을 수행한다. 토폭은 원사의 종류에 따라 사용된다. 일반적으로 PVC 계열 막재에서 필요하며 PTFE 계열의 막재에서는 거의 사용되지 않는다. 건축용 막재의 제작 과정은 <그림 1>과 같다.



<그림 1> 막재의 생산 과정

건축용 막재에 주로 사용되는 섬유는 폴리에스터(polyester)와 유리 섬유(glass fiber)이다. 직포 방식에는 평직, 수자직, 능직 등이 있으며, 구조용 막재는 양방향의 인장 강도가 비슷하게 결정되는 평직을 주로 사용한다.

* 정회원 · 대림대학 건축과 교수

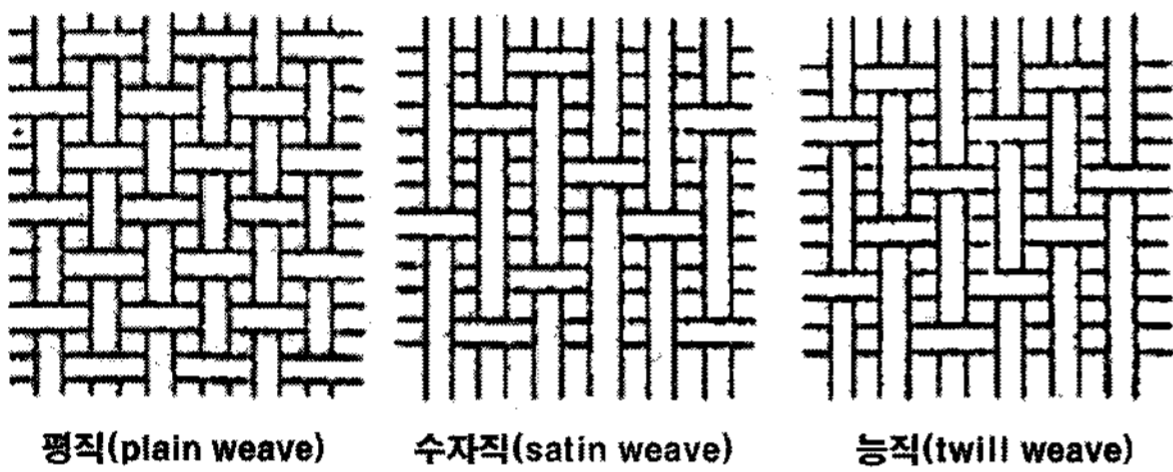
〈표 1〉 일본 막구조 기술 기준에 정의된 막재료

재료 Type	Fabric	Coating material	Thickness (mm)	Weight of coating material(gf/m ²)	Weight of fabric (gf/m ²)
Type A	Glass fiber fabric	PTFE ¹⁾	0.5 ≤	400~1100	150 ≤
Type B	Glass fiber fabric	PVC ²⁾	0.5 ≤	400~1100	150 ≤
Type C	Synthetic fiber fabric ³⁾	PVC	0.5 ≤	400~1100	150 ≤

*1) Ploytetrafluoroethylene resin

*2) Polyvinylchloride resin

*3) Polyester, Polyamide, Polyaramide, Polyvinylalchol fiber fabric



〈그림 2〉 직포의 구성 방식

건축구조용 막재료는 원사의 종류와 코팅재의 종류에 따라 구분된다. <표 1>은 일반적인 건축 구조용 막재료의 종류를 나타낸 것이다.

막 재료들은 코팅된 직물이다. 실과 코팅 재료는 일체화 되지 못한다. 또한 “weaving wave” 효과 때문에, 종사(횡사)가 뻗을 때 반대인 횡사(종사)가 줄어들는다. 이러한 효과는 탄성 변형이 아니고, 기하학적 변형을 갖는 주름작용(crimp interchange)이라고 부른다. 그러므로 실의 주름은 주로 막 재료의 역학적 특성들을 결정한다. 실이 주름이 줄어들 때 양방향으로 작용하는 하중과 이완이 서로 영향을 준다. 코팅된 합성수지는 재료의 응력/변형 관계에 영향을 주고, 점탄성 거동을 보인다.

직조 구조와 같은 종류들은 탄성 재료로 처리하기에는 어려운 많은 문제점을 가지고 있다. 그러나 실제로 막구조에 대한 응력/변형 해석을 수행하는 경우 일반적으로 탄성-재료 이론을 기초로 하여 계산을 수행한다. 막 재료를 이방성이고 선형 탄성 재료라 가정하기 때문에, 탄성계수 값들을 결정하는 측정에 대한 논의가 필요하다.

이론적으로, 등질 등방성 탄성 재료의 프와송 비는 0.5를 초과하지 못한다. 그러나 막재료와 같은 woven structure는 종종 1.0을 초과하기도 한다. 막 재료와

같은 경우에, 신장과 수축이 주름작용으로 얽혀 있으므로, 탄성 재료들에 대해 프와송 비를 잘 적용시키지 못한다. 단지 “apparent Poisson’s ratio”로 적용시키고 있다.

일반적으로 이방성을 갖는 탄성 재료에서 종·횡 방향의 인장 강성과 프와송 비 사이에는 상반관계(reciprocal relationship)가 성립한다. 그러나 실제 많은 막 재료들 경우에, 이방성 탄성 재료와 같은 가정이 성립하지 않기 때문에 실험을 통한 측정 결과를 보면 상반 작용과는 어느 정도 차이를 갖는다.

막 재료는 재료적 비선형성을 갖는다. 현재 막구조 해석시에, 비록 많은 문제를 갖고 있지만 막 재료가 선형이라고 가정하고, 또한 많은 경우 응력 범위내에서 재료-선형이라고 가정한다.

그러나, A type의 막재를 살펴보면, 재료 비선형을 갖는 재료에 대하여 재료선형이라는 가정하여 해석 수행시 커다란 오차가 예상된다. 이러한 경우 재료 비선형에 대한 해석이 필요하다. 그러나 일반적인 해석 방법은 재료 선형만을 기초로 하고, 재료 비선형을 기초로 한 해석 방법은 일반적으로 적용하지 않고 있다.

선형화할 수 있는 범위는 대략 초기 인장 응력 값의 1/4과 막 재료의 인장강도 사이이다. 이것은 인장 강도의 1/4에 동일한 하중, 즉 하중 값이 허용 인장 강도와 동일함을 뜻한다. 그리고 이러한 범위 내에서는 평균 인장 강성과 프와송 비를 구할 수 있다. 그러므로 응력변형 해석에서는 허용 응력을 사용 범위에서는 실제와 거의 같은 값들을 얻을 수 있다. 그러나 막 재료 중 type A 변형 과정은 선형 재료들과 상당한 차이를 보인다.

3. 막재의 이중-변형을 관계식

직교 이방성 판에서 평면 위 탄성 대칭축으로 X와 Y축을 사용하여, 막재를 탄성이론에서 이방성에 관한 응력 문제로 고려한다. 미소 변형 범위 내에서 응력과 변형을 관계는 다음 아래의 식을 사용한다. 여기에 N_X 와 N_Y 는 종사와 횡사 방향으로 작용하는 응력이다. ϵ_x 와 ϵ_y 는 종사와 횡사 방향의 변형율을 나타낸다. 그리고 E_{xt} , E_{yt} , ν_x , ν_y 는 각각 종사와 횡사 방향으로 인장 강성과 프와송 비를 나타낸다.

$$\epsilon_x = \frac{N_X}{E_{xt}} - \frac{N_Y}{E_{yt}} \nu_y \quad (1)$$

$$\epsilon_y = \frac{N_Y}{E_{yt}} - \frac{N_X}{E_{xt}} \nu_x \quad (2)$$

이 식은 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$N_X = \frac{E_{xt}}{1 - \nu_x \nu_y} (\epsilon_x + \nu_y \epsilon_y) \quad (3)$$

$$N_Y = \frac{E_{yt}}{1 - \nu_x \nu_y} (\epsilon_y + \nu_x \epsilon_x) \quad (4)$$

이축 인장 시험에서 종·횡사 방향에 대한 기본 하중 비는 1:1이다. 종사방향의 하중, 횡사방향의 하중, 종사방향의 변형율, 횡사방향의 변형율은 이축 인장 시험으로 측정할 수 있다.

4개의 미지 값들은 종사방향의 인장강성, 횡사방향의 인장강성, 종사방향의 프와송 비, 횡사방향의 프와송 비이다.

다음 방정식은 이방성 탄성 재료에 대한 식이다.

$$E_{xt} / E_{yt} = \nu_x / \nu_y \quad (5)$$

미지수는 3개가 된다. 식(3)과 식(4)는 N_X 와 N_Y 으로 구성되었기 때문에 모든 미지수는 하나의 이축 인장 시험에 의해 결정해서는 안 된다. 일축 인장 시험으로 종·횡사 방향의 인장 강성 값을 사용하여 미지의 프와송 비를 계산할 수 있는 두 가지 방법이 있다.

첫 번째 방법은, 일축 인장 시험에서 얻어진 종·

횡사 방향의 인장 강성비 E_{xt} , E_{yt} 값을 이용하므로, 프와송 비는 식(3), (4), (5)를 이용하여 계산할 수 있다.

다른 방법은, 종·횡사 방향으로 다양한 하중비를 가지고 2축 인장 시험을 통하여 얻어낼 수 있다. 2축 인장 시험에서, 다른 식(2)를 구할 수 있기 때문에, 미지수는 3개가 되고 방정식의 수는 4개가 된다. 근사값을 구하는 방법으로는 최소 자승법등이 있다.

일반적으로, 막재의 탄성 계수의 측정값들은 식(1), (2), (3), (4)를 만족하지 않는다. 각각의 방정식을 만족하는 탄성 계수들을 얻어내는 경우에는, 식(5)의 조건은 언제나 만족되어야 한다.

4. 막재의 탄성계수 측정 시험

4.1 실험 개요

지금까지는 일축 인장 시험기가 막재료에 대한 인장 강성과 프와송 비를 측정하는데 사용 되어졌다. 인장 강성은 인장 방향으로 하중과 변형율로부터 얻어진다. 그리고 프와송비는 하중방향에 대한 변형율과 하중방향에 수직으로 감소하는 변형율로부터 얻어진다.

울의 반대 방향으로 생기는 초기 이완을 제거하기 위해서 일축 인장 시험인 경우 재료의 탄성계수 측정은 하중 방향으로 세 번 작용시킨다. 이 과정은 주름 작용에 의해 늘어나는 울을 하중방향으로 곧게 편다. 또한 인장강성을 증가시키고, 주름 작용에 의해 영향을 받지 않는 프와송 비를 구할 수 있게 한다. 더욱이 막재는 압축 강성이 존재하지 않기 때문에 응력이 0일 때 변형율 조건은 불안정하다. 그래서 압축 방향에 대한 변형율은 신뢰하지 못한다.

대신에 주름작용으로 발생하는 시료의 weave의 이완을 줄이기 위해서, 이축 인장 시험기를 사용하여 초기 하중을 2방향(종사와 횡사)으로 연속적으로 시료에 작용시킨다. 다음 시료를 갖고 일축 인장 시험기를 이용하여 하중 방향에 수직에 나타나는 수축 변형율 값을 측정한다. 이 시험에서 1.0보다 큰 프와송 비를 갖는 주름작용을 관찰할 수 있다. 이런 방식으로 프와송 비의 제한 값을 찾아낼 수 있다. 그러나 이런 값들은 제한적인 값이기 때문에 일반적인 막 구조 해석에서 실제 값을 예측하는 데는

사용할 수 없다.

만약 일축 인장 시험기를 사용하여 수축(shrinkage) 방향의 변형을 값으로 측정된 프와송비 계산 값에는 문제가 발생한다면, 시료의 양방향 연속적으로 인장을 종사와 횡사 방향으로 주어 변형율을 측정한다.

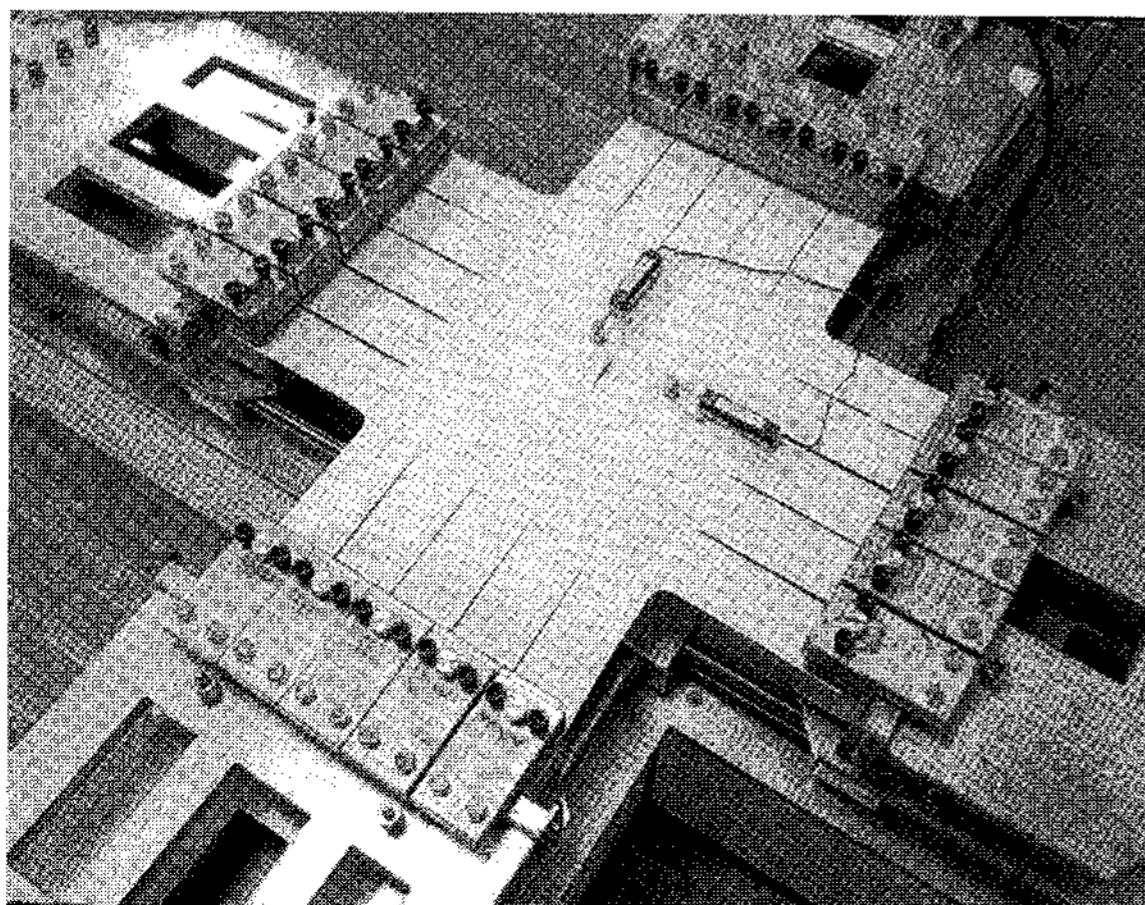
막재의 시료에 사용되는 몇 가지 시험방법들이 있다. 예를 들어, 원통형으로 만든 막재, 양단을 재봉한 다음에 시료에 내부 압력을 작용시킨다. 그리고, 주변 방향의 변형율과 축방향 변형율을 측정한다. drum-type 시험법은, 원형 시료를 드럼 끝단에 잡고, 내부 압력을 작용시켜 맨 상단의 변형율을 측정한다.

그러나 이러한 방법은 몇 가지 단점들을 가지고 있다. 예를 들어, 원형 시료에서 종사와 횡사 방향에 응력 비들을 다양화 시키는데 어려움이 발생한다. 막 시료를 원형으로 만들 때, 실린더 시험방법에서 forming-process에 의한 이음(seam)이 반드시 발생한다. 그리고 드럼-형태 시험 방법에서는 응력을 정밀하게 줄 수 없다. 그러므로 막재 시료를 두 방향으로 펼 수 있는 이축 시험 인장 시험법을 사용한다. 이러한 방법 오랜 기간동안 사용되었고 최근에는 대부분 막재의 인장 시험법으로 이 방법을 사용하고 있다.

4.2 2축 인장 시험

4.2.1 2축 인장 시험기

시험기는 연속적으로 종횡방향으로 일정한 하중비를 가지고 하중을 막 시료에 작용할 수 있어야 하고, 또한 측정지점에 하중과 변형율을 계측할 수 있



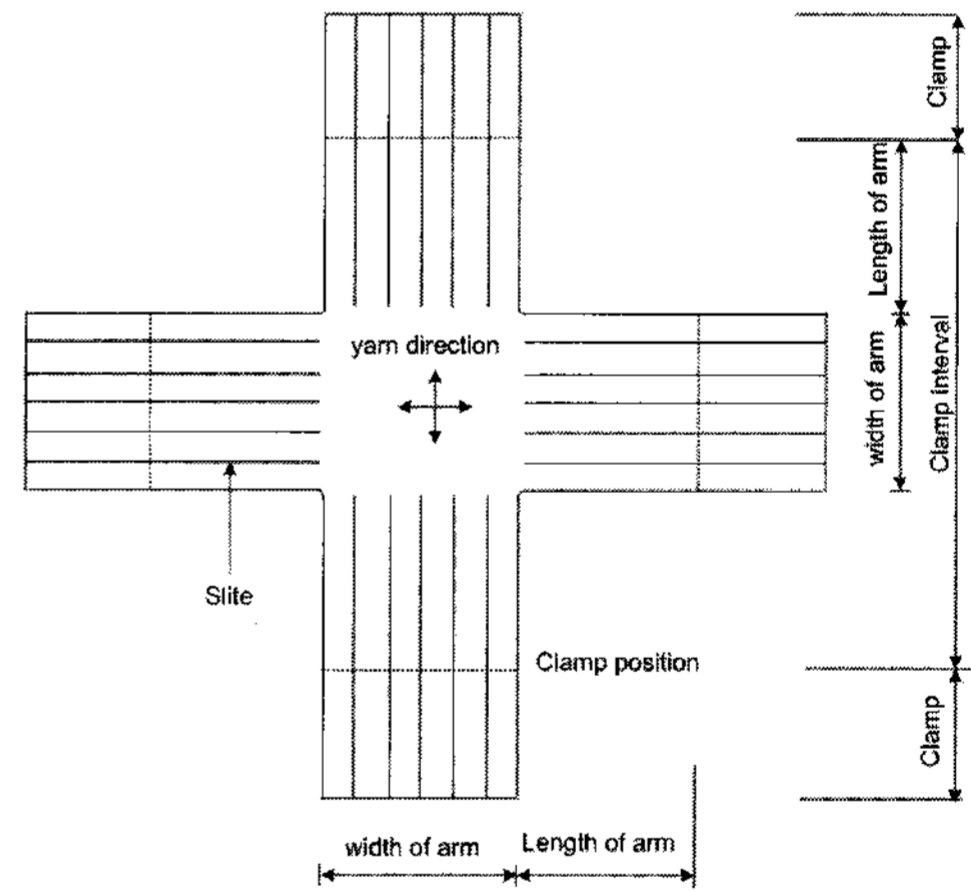
〈그림 3〉 2축 인장 시험기

어야 한다. 하중이 종사와 · 횡사 양방향으로 작용할 때 시료의 중앙점이 변하지 않도록 주의해야 한다. 이축 인장 시험기의 형상은 <그림 3>과 같다. 시험기를 설치하는 방법은 2가지가 있다. 하나는 수평 시료를 조사하기 위해 수평면위에 설치한다. 다음 수직 시료를 조사하기 위해서 기계를 수직으로 설치한다.

4.2.2 시료 형상

<그림 4>는 2축 인장 시험용 시료의 형상이다. 시료의 폭과 arm 길이는 16cm 이상이다. 그리고 시료는 종사 · 횡사방향에 대하여 대칭 형태를 취한다. arm을 따라서 사이 간격이 3~5cm로 Slit들을 잘라낸다. 시료의 모서리 부분은 반경이 5~15mm로 라운딩시킨다.

The clamp interval : 48 cm or more
The width of the arm : 16 cm or more
The length of the arm : 16 cm or more



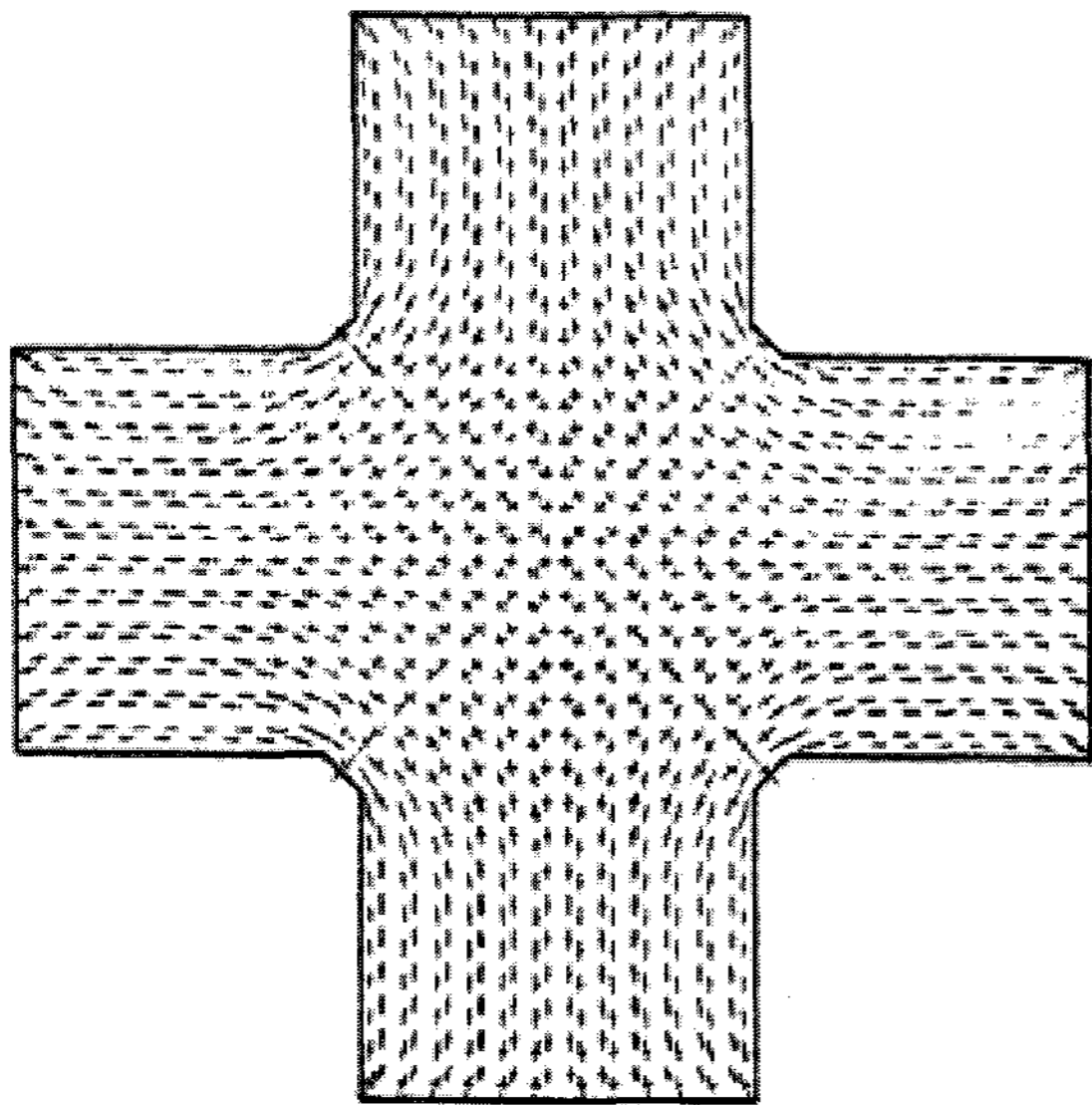
〈그림 4〉 2축 인장 시험용 시료의 형상

시료는 종 · 횡사 방향으로 나온 arm이 교차한 모양이다. 각 arm의 나비와 길이는 16cm 이상이고, 클램프 간격은 48cm 이상이다. 시료의 arm을 따라 자른 slit을 클램프할때 응력이 과도하게 작용하지 않게 한다.

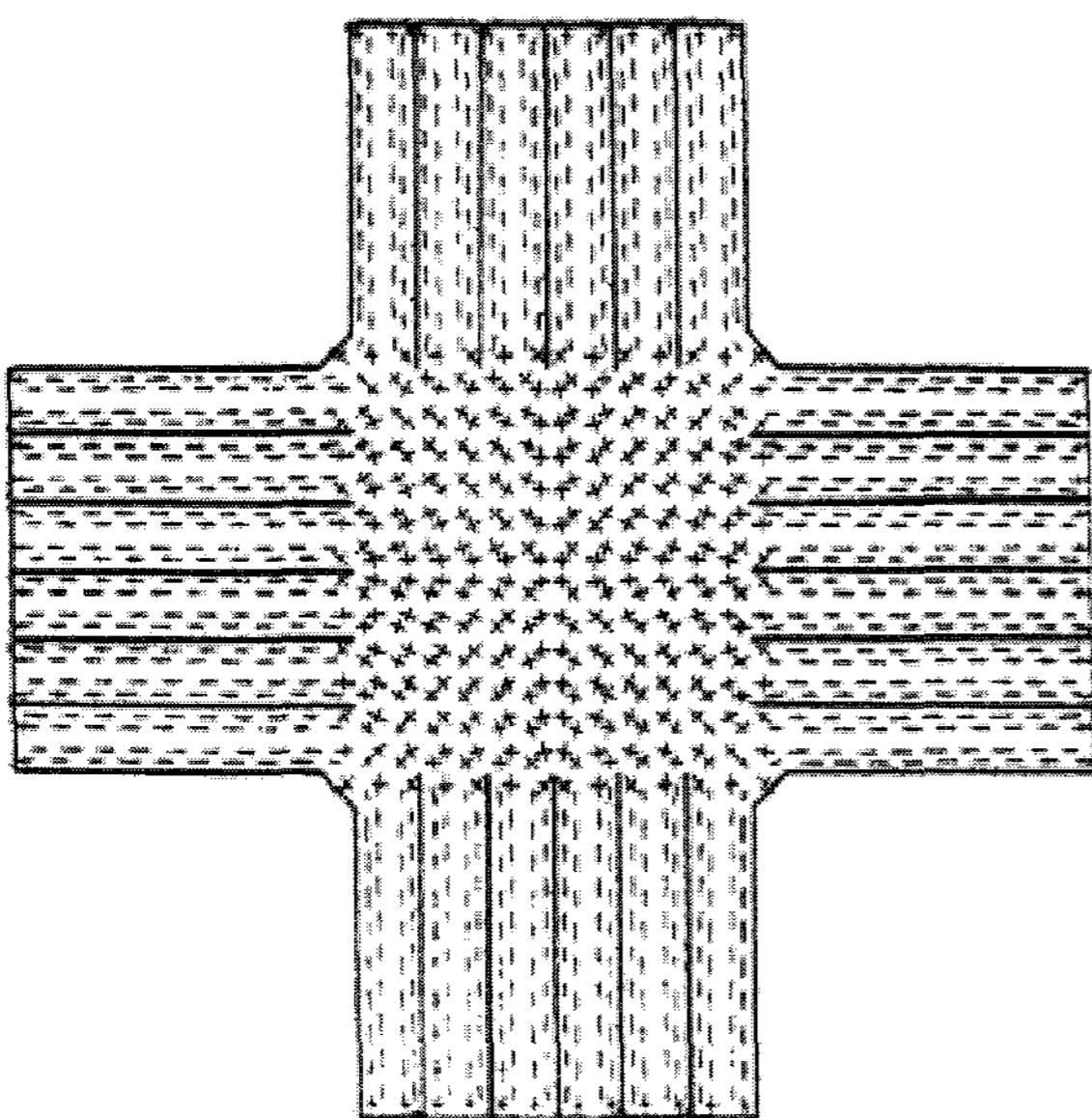
4.3 시료의 slits 효과

<그림 5>는 유한 요소법을 사용한 해석의 예를 보여주고 있다. arm이 하중을 받으면서 변형할 때, slit이 없는 등방성 시료의 응력 조건을 보여준다.

재료가 등방성 탄성재료라고 가정할 때, 시료 중앙의 응력은 작용하중의 72.1%이다. 그러므로 측정된 값에 의해 만들어진 하중-변형도 곡선과 시료의 중앙에 나타나는 응력-변형도 곡선과는 정확히 일치하지 않는다. 이러한 문제를 풀기위해서, slit이 필요하게 된다. <그림 6>은 slit을 갖는 등방 탄성 재료의 응력 상태를 보여준다. 그러나 단 slit이 있는 시료에서, 중앙 응력은 작용 하중의 92.1%이다.



<그림 5> slit이 없는 등방성 시료의 응력 조건



<그림 6> slit을 갖는 등방성 시료의 응력 상태

<표 2> Stress ratios generated at the center of the specimen(isotropic material)

	Applied load (kgf/cm)	Generated stress at the center(kgf/cm)	Stress/applied load ratio
Without slits	20.50	14.78	72.1%
With slits	17.89	16.48	92.1%

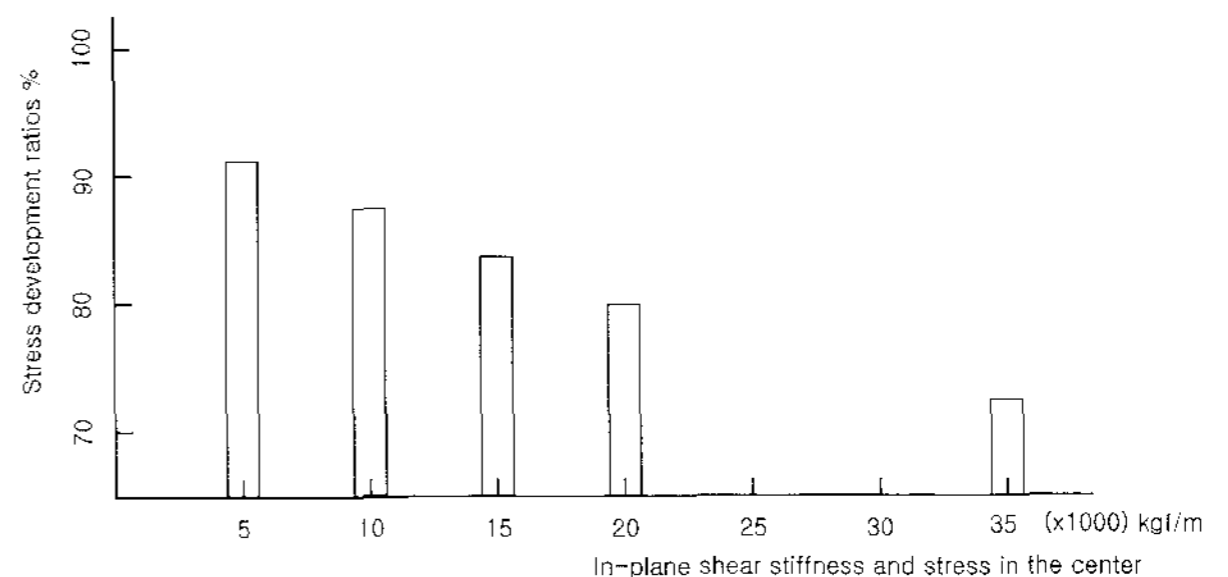
$E_t = 100,000 \text{ kgf/m}$
 $\nu = 0.5$
 $G_t = 33,000 \text{ kgf/m}$

4.4 면내 강성 효과

시료의 중앙에 응력 변화비(stress development ratio)는 재료의 전단강성에 영향을 받는다. 전단 강성이 감소함에 하중 변화비는 증가한다. 일반적인 막재료에서 면내 전단 강성은 대략 인장 강성의 1/20이다. 아래의 보충 표는 다양한 재료들의 수치 해석으로 유도되어진 면내 강성에 따라 시료의 중앙 점에 응력 변화비를 보여주고 있다.

<표 3> Stress development ratios

	Shear stiffness (kgf/m)	Applied load (kgf/cm)	Stress at the center (kgf/cm)	Stress/load ratio
Without slits	33,333	20.50	14.78	72.1%
	20,000	19.84	15.76	79.5
	15,000	19.51	16.23	83.2
	10,000	19.11	16.73	87.6
	5,000	18.56	17.24	92.8



<그림 7> 중앙의 면내 강성과 응력

<표 4> Stress development ratios at the center(등방 재료) (1:2)

	작용하중(kgf/cm)			중앙점에서 응력(kgf/cm)			응력/하중 비	
	X방향	Y방향	하중비	X방향	Y방향	하중비	X방향	Y방향
Without slits	17.71	35.20	1 : 1.99	10.35	28.26	1 : 2.73	58.5	80.3
With slit	15.83	31.90	1 : 2.02	14.01	30.32	1 : 2.61	88.5	95.1

($E_t = 100,000\text{kgf/m}$ $\nu = 0.5$)

<표 5> Stress generated at the center of the specimen(Material type A)

Load ratio	작용하중(kgf/cm)			중앙점에서 응력(kgf/cm)			응력/하중 비	
	X방향	Y방향	하중비	X방향	Y방향	하중비	X방향	Y방향
1 : 1	30.10	30.03	1 : 1	30.04	29.78	1.01 : 1	99.8	99.2
2 : 1	30.26	14.92	2.03 : 1	30.26	14.89	2.03 : 1	100.0	99.8
1 : 2	14.91	30.16	1 : 2.02	15.08	30.02	1 : 1.99	101.1	99.5
3 : 1	30.18	10.00	3.02 : 1	30.22	10.03	3.01 : 1	100.1	100.3
1 : 3	10.04	30.10	1 : 3.00	10.26	30.00	1 : 2.92	102.2	99.7
5 : 1	30.07	6.08	4.94 : 1	30.16	6.18	4.88 : 1	100.3	101.6
1 : 5	6.08	30.11	1 : 4.95	6.39	30.02	1 : 4.70	105.1	99.7

($E_{xt} = 138,100\text{kgf/m}$ $E_Y = 96,300\text{kgf/m}$ $\nu_X = 0.84$ $\nu_Y = 0.59$ $G_t = 5120\text{kgf/m}$)

<표 6> Stress generated at the center of the specimen(Material type C)

Load ratio	작용하중(kgf/cm)			중앙점에서 응력(kgf/cm)			응력/하중 비	
	X방향	Y방향	하중비	X방향	Y방향	하중비	X방향	Y방향
1 : 1	15.00	15.00	1 : 1	14.19	14.58	0.97 : 1	94.6	97.2
2 : 1	15.06	7.50	2.01 : 1	14.50	7.15	2.03 : 1	96.3	95.3
1 : 2	7.15	15.00	1 : 2.00	7.06	14.79	1 : 2.09	94.0	98.6
3 : 1	15.05	5.00	3.01 : 1	14.57	4.74	3.07 : 1	96.8	94.8
1 : 3	5.01	15.02	1 : 3.00	4.67	14.90	1 : 3.18	93.2	99.2
5 : 1	15.01	3.00	5.00 : 1	14.61	2.82	5.17 : 1	97.3	94.0
1 : 5	3.02	15.00	1 : 4.97	2.77	14.96	1 : 5.39	91.7	99.7

($E_{xt} = 60,000\text{kgf/m}$ $E_Y = 40,000\text{kgf/m}$ $\nu_X = 0.22$ $\nu_Y = 0.15$ $G_t = 1000\text{kgf/m}$)

4.5 하중 비에 따른 효과

종·횡사 방향으로 다른 하중 비를 갖는 시료에 대한 2축 인장 시험에서 시료의 중앙점의 응력은 하중과 비교하여 비교적 넓게 분포된다. 하중비가 1 : 2인 slit을 갖는 등방성 재료에 대하여, 시료의 응력 변화비의 형태가 양방향으로 각각 88.5%와 95.1%이다. 반면에 1 : 1인 하중비로 가력할 때는 둘 다 92.1%를 갖는다. 다음 <표 4>는 하중비가 1 : 2이고 slit을 갖고 또는 가지지 않는 등방성 시료의 응력 변화비를 보여주고 있다.

<표 5>는 slit을 갖는 type A의 막재를 해석한 결과를 보여주고 있다. 코너에 응력 값들은 하중비가 1 : 1 일 때의 하중 값들과 거의 같다. 그러나 하중비가 1 : 5이거나 5 : 1일 때 중앙 응력 비는 각각 4.70 : 1 이거

나 4.88 : 1이다. 이러한 경우에 최대응력은 하중에 105%를 갖는다. 그러므로 현재 시험법의 적용범위는 하중비가 1 : 3이고 3 : 1까지 이다. 그리고 하중 비가 이 범위를 넘어갈 때, 실질적인 오차가 발생한다.

다음은 slit을 갖는 C형태의 막 시료에 대한 결과이다. 하중비가 작고, 응력 비가 만족되어질 때, 중앙에 응력 값들은 하중 값들과 동일하다. 그러나 하중비가 1 : 5이거나 5 : 1 일 때, 중앙의 응력 비는 각각 5.39 : 1 또는 5.17 : 1이다. 최대 응력은 하중의 91.7%이다. 해석의 결과는 A종의 막재의 경우와 유사하다. C종 막재의 현 시험에서 적용범위는 하중비가 1 : 2 또는 2 : 1, 그리고 하중이 이 범위를 초과하면 많은 오차가 발생한다. 이러한 결과들은 A종과 C종 막재의 탄성 계수 값들에 대한 가정으로

부터 얻어진다. 그러므로 더 많은 오차들은 이방성 재료에서 발생할 것이다.

5. 인장 강성과 프인송 비의 계산

각 하중 비를 종·횡사 방향으로 작용시켜 찾아낸 하중-변형도 곡선을 이용하여 상반 작용을 만족하는 이방성 탄성 재료의 탄성 계수를 결정한다.

막 표면 형상은 초기 인장력 때문에 안정화된다. 이 시험 목적은 초기 인장력을 받은 후에 응력 변형 해석 시 사용되어진 탄성계수를 찾는 것이기 때문에, 초기 인장력과 상응하는 low-stress는 여기서 제외시킨다.

또한 하중 값이 거의 0에 가까울 때, 코팅 수지의 점탄성 효과들은 반복하중보다 크게 나타난다. 또한 반대 방향의 울들도 영향을 준다. 그러므로 탄성계수를 얻기 위한 정확한 측정이 어렵고, 얻어진 하중-변형도 곡선은 어느 정도의 수정 없이는 사용할 수 없다. 또한 측정 장치에서도 차이가 발생한다.

울이 주름 때문에 이완이 감소하기 때문에 종사, 횡사 방향으로 힘의 평형 상태에 도달하는 과정에서 합성수지가 점탄성 효과를 보인다. 그러므로 만약 low-load 범위내에서 탄성계수를 구하려면, 현재 실험 방법이 low-stress 범위내에서 얻어진 결과들을 알아야한다.

일반적으로 이축 인장 실험에서 얻어진 각 하중 비에 따른 하중-변형도 곡선들은 막재의 상반원리를 만족하지 않는다. 이러한 이유로, 실험에서 얻어진 곡선은 상반원리가 만족되는 곡선으로 대체해야 한다. 이러한 대체 방법은 최소 자승법이나 약산법에 의해 수행된다.

위에 언급된 계산 결과들이 결과를 평가하기 위해서, residual sum of squares 또는 standard deviation of the regression lines으로 표현된다. 다양한 방법들에 적용시, 대부분 만족할 만한 탄성 계수 값들로 결정해야 한다.

5.1 최소자승법

연속 함수 $f(x)$ 의 약산 방정식을 $y(x)$ 라 한다. 최소자승법은 구간 $[a, b]$ 에서 오차들을 제공하여 합한 값이 최소가 되게 하는 약산법이다. 식은 다음과

같이 표현된다.

$$\int_a^b \{f(x) - y(x)\}^2 dx \rightarrow \min.$$

각 방향의 응력과 변형율을 각각 N_X, N_Y 와 ϵ_X, ϵ_Y 로 표현한다. X축으로는 종사방향 그리고 Y축으로는 횡사방향으로 정하고, 응력과 변형율 관계식은 다음과 같다.

$$N_X = E_{11}\epsilon_X + E_{12}\epsilon_Y \tag{6-a}$$

$$N_Y = E_{21}\epsilon_X + E_{22}\epsilon_Y \tag{6-b}$$

여기서, $E_{11} = E_X t / \nu$

$$E_{22} = E_Y t / \nu$$

$$E_{12} = E_{21} = \nu_Y E_X t / \nu = \nu_X E_Y t / \nu$$

$$\nu = 1 - \nu_X \nu_Y$$

각 항을 제공하면,

$$S = \sum (E_{11}\epsilon_{Xi} + E_{12}\epsilon_{Yi} - N_{Xi})^2 + \sum (E_{12}\epsilon_{Xi} + E_{22}\epsilon_{Yi} - N_{Yi})^2$$

최소 자승법에 고려되는 $E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22}$ 는 서로 독립이다.

$$\frac{\partial S}{\partial E_{11}} = \frac{\partial S}{\partial E_{22}} = \frac{\partial S}{\partial E_{12}} = 0 \tag{7}$$

여기서 미지의 항들인 E_{11}, E_{22}, E_{12} , 즉 $E_X t, E_Y t, \nu_Y, \nu_X$ 을 계산할 수 있다.

변형도 항을 최소화시키는 방법, 변형율과 응력의 관계가 다음과 같이 표현된다.

$$\epsilon_X = \frac{N_X}{E_X t} - \frac{N_Y}{E_Y t} \nu_Y \tag{8-a}$$

$$\epsilon_Y = \frac{N_Y}{E_Y t} - \frac{N_X}{E_X t} \nu_X \tag{8-b}$$

여기서, $1/E_X t = E_{11}$

$$1/E_Y t = E_{22}$$

$$\nu/E_X t = E_{12}$$

위의 방정식을 이용하여, 최소 자승법을 사용하면

$$S = \sum \{ (E_{11}N_{\varepsilon} + E_{12}N_{Y_i}) - \epsilon_{\varepsilon} \}^2 + \sum \{ (E_{22}N_{Y_i} + E_{12}N_{\varepsilon}) - \epsilon_{Y_i} \}^2 \quad (9)$$

$E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22}$ 항들은 서로 독립이다.

$$\frac{\partial S}{\partial E_{11}} = \frac{\partial S}{\partial E_{22}} = \frac{\partial S}{\partial E_{12}} = 0 \quad (10)$$

일축 인장 시험 결과와 최소 자승법을 사용할 때, 시료의 축소 방향으로 측정된 값들은 불안정하다. 결국 이러한 값들은 신뢰하기가 어렵다. 그러므로 인장 방향으로 측정된 값들을 사용한다. 이러한 경우, 식(6)은 사용하지 않는다. 다음 방법을 이용하여 해를 구할 수 있다.

N_X 방향으로 인장을 받을 때, 일축 인장시험에서 $N_Y=0$ 이라고 가정한다. 식 (6-b)로 부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\epsilon_Y = -\frac{E_{21}}{E_{22}}\epsilon_X$$

식 (6-a)에 대입하면

$$N_X = E_{11}\epsilon_X - \frac{E_{21}^2 E_{22} \epsilon_Y}{E_{22}}$$

각 항들을 제공하면

$$S = \sum \{ (E_{11}\epsilon_{\varepsilon} + E_{12}\epsilon_{Y_i} - N_{\varepsilon})^2 \} + \sum \{ (E_{12}\epsilon_{\varepsilon} + E_{22}\epsilon_{Y_i} - N_{Y_i})^2 \} + \sum \{ (E_{11} - E_{12}^2/E_{22})\epsilon_X - N_X \}^2 + \sum \{ (E_{22} - E_{21}^2/E_{11})\epsilon_Y - N_Y \}^2 \quad (11)$$

최소 자승법을 이용하여, 미지의 항들인 E_{11}, E_{22}, E_{12} , 즉 $E_X t, E_Y t, \nu_Y, \nu_X$ 를 계산할 수 있다.

$$\frac{\partial S}{\partial E_{11}} = \frac{\partial S}{\partial E_{22}} = \frac{\partial S}{\partial E_{12}} = 0 \quad (12)$$

제공항들이 최소가 되기 위해서, 식 (8)에 $N_Y=0$ 을 대입한다. 그리고 식 (8-a)만을 이용한다.

5.2 Best approximation method

일반적으로, 연속함수 $f(x)$ 를 $y(x)$ 라 표현할 때, $[a, b]$ 사이에서 발생하는 오차의 최대 절대값들을 최소화하는 방법을 best approximation method라 한다. 식으로 표현하면,

$$\text{Max}_{a < x < b} |f(x) - y(x)| \rightarrow \text{min.}$$

응력비를 비교하면, 종사 방향과 횡사방향으로 측정된 값들의 오차들은 식(8)을 통해 표현되어진다.

$$d_1 = E_{11}N_X + E_{12}N_Y - \epsilon_1$$

$$d_2 = E_{21}N_X + E_{22}N_Y - \epsilon_2$$

측정된 값들의 응력비에 대한 방정식을 사용하여, 아래의 식을 갖고 best approximation method를 사용한다.

$$\text{Max.} (|d_{1i}|, |d_{2i}|) \rightarrow \text{min.}$$

그리고, 미지수 E_{11}, E_{22}, E_{12} 를 구하기 위해서는 direct search method에 적용한다.

최소 자승법은 일반적으로 해를 가장 쉽게 구할 수 있는 방법이다. 그러나 전체 오차의 제공의 합을 최소화하기 때문에 최소 자승법에 의해 구해낸 값들과 실험값들 사이에 많은 오차가 발생할 때는 오히려 best approximation method가 더 적절하다.

5.3 Multistep linear approximation of material constants on the nonlinear extension curves

일반적으로, 막재의 재료상수는 선형(linearity)이라는 가정 하에서 정의된다. 하지만 막재 A에 대한 load-extension 곡선은 실험으로부터 분명하게 비선형(obvious nonlinearity)을 나타낸다. 앞에서 말한

특성을 갖는 재료의 재료상수가 간단한 선형 근사법으로부터 결정되어진다는 점에서 그 해석의 적용은 보다 정확한 하중-변형도 관계는 재료의 정확한 거동을 설명하는 것이 요구된다거나 low-load 범위에서 pretension 도입에 대해 재료상수가 요구되는 경우에 대해서는 부적합하다.

따라서, 보다 정확한 해석은 2축 인장 시험으로부터 얻어진 하중-변형도를 적절하게 이용할 수 있는 재료상수를 이용하는 것이 요구될 것이다.

여기서, 재료 비선형은 응력-변형도 곡선의 다단계(multistep) 선형 근사법으로 고려할 수 있다.

하중-변형도 곡선에서, a secant line은 각 하중 level에서 가정된다. 하중-변형도 곡선은 reciprocal theorem에 근거한 n secant lines로 근사된다. 재료상수의 "n" 값들은 각 응력비의 m-step secant line($m \leq n$)으로부터 얻어진 응력-변형도 관계에 least-squares method를 적용함으로써 계산되어지고, 결국 얻어진 재료상수들은 막의 응력-변형(stress-deformation) 해석에 적용된다.

6. 결 언

대공간 구조물은 다양한 첨단 건축 자재가 사용되어 건설되지만 그중에서 백미(白眉)는 막재의 적용이다. 막재는 기존의 건축 재료로는 표현 할 수 없는 아름다움과 구조의 합리성을 구현할 수 있도록 도움을 준다.

본 원고에서는 막재의 탄성 계수를 측정하는 방법에 대하여 기본이 되는 이론을 중심으로 정리하였다. 건축구조용 막재의 재료적 특성을 바르게 이해하고 적용하는 것은 향후 막구조의 발전에 중요한 일이라 하겠다.

마지막으로 본 글을 마감하면서 내용 중에 저자의 무지로 인하여 다소 잘못된 부분이 있었다면 독자 여러분의 너그러운 양해를 바라면서 여기서 맺는다.

참고문헌

1. Bridgens, B., Gosling, P., Birchall, M.: "Tensile fabric structures: concepts, practice & developments", The Structural Engineer, Vol.

- 82, No. 14, 2004, pp.21-27.
2. Skelton, J.: "Mechanical properties of coated fabrics", Mechanics of flexible fibre assemblies, Hearle, J., Thwaites, J., Amirbayat, J., Rijn, A. (Editors), Sijthoff & Noordhoff, Netherlands, 1980, pp.461-469.
3. Tan, K. Y., Barnes, M. R.: "Numerical representation of stress-strain relations for coated fabrics", Institution of Structural Engineers symposium on the design of air supported structures, Bristol, 1980, pp. 162-174.
4. Day, A. S.: "Stress-strain equations for non-linear behaviour of coated woven fabrics", Proc. IASS symposium: shells, membranes and space frames, Osaka, Elsevier, Amsterdam, 2, 1986, pp.17-24.
5. Pargana, J. B., Lloyd Smith, D., Izzuddin, B. A.: "Advanced material model for the analysis of tensioned fabric structures", Computational methods for shell and spatial structures, IASS-IACM, Chania-Crete, Greece, 2000.
6. Reichardt, C. H., Woo, H. K., Montgomery, D. J.: "A two-dimensional load-extension tester for woven fabrics", Textile Res. J., 23, 1953, pp.424-428.
7. Blum, R., Bidmon, W.: "Spannungs-Dehnungs-Verhalten von Bautextilien", SFB 64, Mitteilung 74, 1987.
8. Blum, R., Bögner, H.: "Evaluation method for the elastic moduli", Tensinews Newsl., 3, Internet Publication 2002(www. tensinet.com), pp.3.
9. "Testing method for elastic constants of membrane materials", MSAJ/M-02-1995, Membrane Structures Association of Japan.
10. Bassett, R. J., Postle, R., Pan, N.: "Experimental methods for measuring fabric mechanical properties: a review and analysis", Textile Res. J., Vol. 69, No. 11, 1999, pp.866-875.

11. Reinhardt, H. W.: "On the biaxial testing and strength of coated fabrics", *Experimental Mechanics*, Vol. 16, No. 2, 1976, pp.71-74.
12. Mott, R., Huber, G., Leewood, A.: "Biaxial test method for characterization of fabric materials used in permanent fabric roof structures", *J. Testing and Evaluation*, Vol. 13, No. 1, 1985, pp.9-16.
13. Clulow, E. E., Taylor, H. M.: "An experimental and theoretical investigation of biaxial stress-strain relations in a plain-weave cloth", *J. Textile Inst.*, 54, 1963, pp.T323-T347.
14. MacRory, B. M., McNamara, A.B.: "Experimental Investigation of the biaxial load-extension properties of plain weft-knitted fabrics", *Textile Res. J.*, 47, 1977, pp.233-239.
15. Bassett, R. J., Postle, R., Pan, N.: "Grip point spacing along the edges of an isotropic fabric sheet in a biaxial tensile test", *Polymer Composites*, 20, 1999, pp.305-313.
16. Bridgens, B. N., Gosling, P. D.: "Biaxial fabric testing to determine in-situ material properties", in *Textile Composites and Inflatable Structures*, Barcelona, Ed. E.Oñate & B.Kröplin, 2003, pp.136-141.
17. Happold, E., Ealey, T. A., Liddell, W. I., Pugh, J. W. E., Webster, R. H.: "Discussion: The design and construction of the Diplomatic Club, Riyadh", *The Structural Engineer*, Vol. 65A, No. 1, 1987, pp.377-382.
18. Minami, H., Yamamoto, C., Segawa, S., Kono, Y.: "A method for membrane material nonlinear stress analysis using a multi-step linear approximation", in *IASS International Symposium on Shell and Spatial Structures*, Singapore, 1997, pp.595-602.
19. Day, A. S.: "Dilating clay equations", *Arup J.*, Vol. 7, No. 4, 1972, pp.20-23.