

Wavelet 변환과 경계선 검출 필터를 이용한 초음파 영상의 화질증대

한동균*, 임제동**, 이준행***

을지대학교 방사선학과*, 대원과학대학 방사선학과**, 남부대학교 방사선학과**

Improvement in the Quality of Ultrasonographic Images Using Wavelet Conversion and a Boundary Detection Filter

Dong Kyun Han*, Jae Dong Rhim**, Jun Haeng Lee***

Dept. of Radiologic Technology, Eulji University, Dept. of Radiologic science, Daewon science College**,
Dept. of Radiology, Nambu University****

Abstract

The present study proposed a method that dissolves ultrasonographic images into multiple resolutions using wavelet conversion and a boundary detection filter and improves the quality of ultrasonographic images through boundary detection filtering. In order to reduce noises and strengthen edges, the proposed method adjusted selectivity coefficient by area step by step from a low resolution image obtained from wavelet converted images to a high resolution image and performed edge filtering in consideration of direction. Through this method, we generated a selective low pass filtering effect in areas except edges by decreasing the wavelet coefficient for pixels in spot areas, improved continuity by smoothing edges in the tangential direction, and enhanced contrast by thinning in the normal direction. Through an experiment, we compared the filtering method using a non linear anisotropic expansion model and the filtering method using wavelet contraction structure in single resolution.

<요 약>

본 연구에서는 웨이블릿 변환과 경계선 검출 필터를 이용하여 초음파영상의 다해상도 분해를 한 후 경계선 검출 필터링을 통해 초음파 영상의 화질을 개선하는 방안을 제안하였다. 제안된 방법에서는 잡음을 줄이고 에지를 강화하기 위해 웨이블릿 변환된 영상으로부터 얻어진 저해상도 영상에서 고해상도 영상으로 단계적으로 영역별 선택계수 조정과 방향성을 고려한 에지 필터링을 수행하였다. 이를 통해 반점영역의 픽셀은 웨이블릿 계수를 줄여 에지를 제외한 영역에서 선택적 저역통과 필터링 효과를 만들고, 에지에서는 접선 방향으로 평활화를 하여 연속성을 향상시키고, 법선 방향으로는 세선화를 하여 contrast를 높였다. 실험을 통해 단일해상도에서 비선형적 이방성의 확산모델을 이용한 필터링 방법과 웨이블릿 수축구조를 이용한 필터링 방법에 대해 비교하였다.

Key word Wavelet Transform, Ultrasound Image, Image Enhancement, Filtering

I. 서 론

인체를 비침습적으로 검사할 수 있는 많은 장비들이 개발되어 사용되고 있다. 그 중에서 쉽게 접근할 수 있는 초음파검사는 장비의 휴대가 간편하고, 안전할 뿐만 아니라 실시간 영상을 얻을 수 있고, 값이 싸기 때문에 최근에 많이 쓰이는 의료영상 획득 방법이다. 하지만 초음파 영상의 가장 큰 단점은 영상의 질이 좋지 않다는 것이다. 초음파에서 영상의 질의 저하를 가져오는 요인으로 여러 가지 잡음이 존재하는데 그 중 가장 큰 영향을 미치는 것이 얼룩이다. 얼룩은 초음파의 간섭에 기인하여 발생하는데, coherent source와 noncoherent detector에서 얻어지는 신호에서 상대적인 위상의 중첩에 의한 얼룩무늬 패턴이다. 이런 얼룩은 근본적인 초음파 영상의 저하를 가져오고, 사람이 영상을 인지하고 진단하는데 영향을 미친다. 그러므로 초음파 영상에서 얼룩을 줄임으로써, 진단에 유용한 영상을 만드는 것은 필요하다. 이런 얼룩을 줄이려는 연구는 많이 수행되어 왔다[1~3]. Temporal averaging, median 필터링, homomorphic Wiener 필터링, 확산 모델을 이용한 Gaussian 평활화방법이 그것이다. 이런 방법에서 일반적으로 얼룩을 multiplicative 잡음으로 모델링 하고 로그화 과정을 거쳐 additive 화이트 잡음으로 간주한다. Temporal averaging의 경우 얼룩을 줄이는 데는 효과적이거나, 구조의 경계부분이나 상세부분에서 뭉개짐 현상이 보이게 된다. Wiener 필터링으로는 얼룩을 효과적으로 감소하지는 못한다. Adaptive weighted median 필터링[1] 과 확산 모델을 이용한 Gaussian 평활화 방법[2]은 얼룩을 매우 효과적으로 줄여주나, 영상의 유용한 상세정보를 잃어버리게 된다. 또 다른 방법으로 최근에 연구되고 있는 방법이 웨이블릿 도메인에서 soft/hard 임계영역[4~5], Bayesian 추정 [6]을 이용하여 웨이블릿 계수를 변형 시킨 후, 역 웨이블릿 변환을 통해 결과 영상을 얻는 방법이다. 웨이블릿 도메인에서 필터링의 장점은 신호의 통계적 특성이 단순하게 나타나 진다는 것이다. 다시 말해 주파수 밴드별로 특성을 파악하여 필터링 하기가 용이하다. 웨이블릿 shrinkage라고 하는 첫 번째 방법은 신호의 웨이블릿의 계수는 크고 상대적

으로 잡음의 웨이블릿 계수는 작다는 가정에서 시작한다. 이 방법에서는 신호와 잡음을 구분 짓는 웨이블릿 계수의 문턱값을 어떻게 정하느냐에 따라 결과가 많이 달라지므로, 문턱값을 정하는데 가장 큰 단점이 있다고 볼 수 있다. 신호의 통계적 분포를 통해, 웨이블릿 계수를 변형하는 함수를 추정하는 Bayesian 방법은 얼룩을 줄이고, 구조의 경계나 상세부분의 손실이 적다. 하지만이 방법은 계산량이 많다는 단점이 있다. 또한 초음파 영상에서 신호와 잡음은 주파수 밴드 영역에서 비슷한 에너지의 분포를 갖는 경우가 많고, 신호나 잡음의 통계적 특성이 정확하지 않은 경우 항상 좋은 결과를 보장하지 못한다. 반면 에지의 뭉개짐을 최소화할 뿐만 아니라 에지의 강화와 얼룩의 감소를 동시에 하려는 연구도 수행되어 왔다. 그 중, 다해상도 분해를 기반으로 하는 필터링이 다양한 크기의 에지를 모두 강화할 수 있다고 알려져 있다[7~9].

이 방법들은 다해상도 분해의 구조로서 웨이블릿 변환을 이용하고, 각 주파수 밴드의 웨이블릿 계수를 조절함으로써 잡음의 감소와 contrast의 강화를 수행한다. 그러나 이런 방법에서는 웨이블릿 계수에서 신호와 잡음을 구분하기 위하여 영역을 구분하는데, 초음파 영상의 경우SNR이 작아서 신호의 구분이 어렵기 때문에 잡음이 제대로 감소되지 않거나 신호가 손실이 된다.

위의 방법들은 얼룩이 효과적으로 줄었다고는 하나, 영상자체가 많이 뭉개져 인공적인 느낌이 나고 의사들에게는 익숙하지 않은 영상이므로 실제 진단에 유용한 방법이라고 보기는 어렵다고 할 수 있다.

이 논문에서는 주관적인 화질의 개선 관점에서 얼룩을 줄이고, 에지를 강화함으로써 임상적으로 진단에 유용한 영상을 얻고자 한다. 웨이블릿 변환을 통해 얻어진 저주파 대역의 영상이 잡음의 영향이 적고, 통과대역 주파수에 해당하는 영상에서는 신호와 얼룩의 구분이 어려우므로 저주파 대역의 영상에서 구조적인 특성을 이용한 에지 특성 추출법을 사용하여 에지와 얼룩에 선택적인 필터를 제안한다. 다양한 크기의 에지를 모두 강화하기 위하여 각 해상도 별로 필터링을 반복적으로 수행한다.

II. 화질개선 알고리즘

영상에서 다양한 크기의 에지를 추출하고 강화하기 위하여 다해상도 영상 분해 방법 중의 하나인 웨이블릿 변환을 이용한다. 에지정보의 추출을 위해 구조행렬로부터 고유 벡터를 추출하고 고유 벡터의 크기를 이용하여 고유벡터의 방향성을 고려한 평활화와 세선화로 에지의 방향성을 향상시킴과 동시에 경계를 뚜렷하게 한다. 얼룩의 감소는 에지정보를 기반으로 웨이블릿 계수를 줄여줌으로써 저주파대역 통과 필터의 효과를 통해 이루어진다. 알고리즘의 전체 구조는 그림 1과 같다.

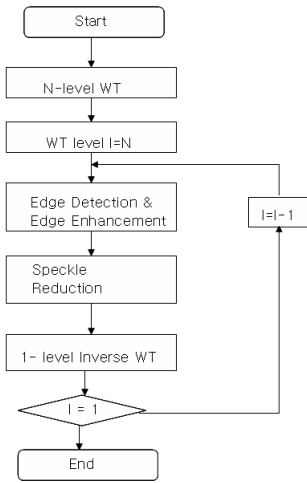


그림 1. 화질개선 알고리즘

N-레벨 웨이블릿 변환을 수행했을 때, 가장 저해상도 영상에서 에지 강화와 얼룩 감소를 수행한다. 필터링된 영상으로부터 그 다음 높은 해상도 영상을 복원하고, 이 해상도 영상에 대해서도 마찬가지로 에지 강화와 얼룩 감소를 수행한다. 이 과정을 원본 해상도의 영상이 얻어질 때까지 반복한다.

1. 웨이블릿 변환

푸리에 변환은 변환 구간이 $-\infty$ 에서 $+\infty$ 이기 때문에 넓은 영역에서 주파수 정보의 추출이 가능하지만 신호의 국부적인 주파수에 대한 특성을 추출하는 데는 효율적이지 못하다. 따라서 STFT가 필요하며 STFT는 식 (1)과 같이 정의된다.

$$Sf(\omega, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\omega(x-\tau)e^{-j\omega x} dx \quad (1)$$

$$= \int_{-x}^x f(x)\omega(x-\tau)e^{-j\omega x} dx$$

식 (1)에서 ω 는 가우시안 창 함수(Window function)이며, $\omega e^{-j\omega x}$ 는 대역 통과 특성을 갖는다. 따라서 STFT는 신호를 창 함수에 의해 일정 간격의 주파수 대역으로 분해하는 것으로 신호 특성에 관계없이 고정 크기의 창 함수를 사용하므로 시간 해상도 및 주파수 해상도가 일정하다. STFT에서 창 함수 ω 의 시간축 너비 Δx 와 주파수 대역폭 Δf 사이에는 다음 식 (2)와 같은 관계가 있다.

$$\Delta x \times \Delta f \geq \frac{1}{4\pi} \quad (2)$$

웨이블릿 변환은 이러한 STFT의 고정 해상도의 단점을 해결하기 위하여 시간-주파수 평면에서 고주파 대역은 짧은 윈도우(Short window)를 적용하여 시간 해상도를 높이고 저주파 대역에서는 긴 윈도우(Long window)를 적용하여 주파수 해상도를 높일 수 있다[10][11].

Ingrid Daubechies와 Stephane Mallat 등에 의해 발표된 웨이블릿 변환은 푸리에 변환과 같이 기저 함수들의 집합으로 신호를 분해하는 방법이다[12]. 그러나 푸리에 변환과 달리 국부적으로 에너지가 집중된 대역 통과 신호인 웨이블릿들을 기저 함수로 사용한다. 이러한 웨이블릿들은 모 웨이블릿(Mother wavelet)이라 불리는 하나의 원형 웨이블릿(Prototype wavelet)을 확장하고 이동시켜 얻을 수 있다. 웨이블릿 변환에서는 확장된 신호의 주파수를 언급하는 것보다 몇 배로 확장했는가 하는 확장인자를 언급하며 이 인자를 스케일(Scale)이라 부른다. 이때, 스케일의 값으로는 2^j 의 배수가 주로 사용된다[13]. 스케일이 증가할수록 주어진 스케일에서 웨이블릿 변환 신호의 공간 해상도는 떨어지고 낮은 주파수 대역 성분을 나타내게 된다[13]. 웨이블릿 변환은 원형 웨이블릿인 $\psi(x)$ 를 신축/병진(Dilation/Translation)하여 구하며 식 (3)과 같다[12].

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (3)$$

여기서, a 는 스케일링 계수이고, b 는 병진 계수이다. 그리고 $a^{1/2}$ 는 정규화 인자(Normalization factor)이며 $a < 1$ 이면 시간축의 폭이 작은 고주파 웨이브릿이고 $a > 1$ 이면 폭이 큰 저주파 웨이브릿이다. 웨이브릿의 형태는 제안한 사람에 따라 형태가 다양하며 각각의 웨이브릿의 특성과 장점에 따라서 응용 분야가 다르다[13]. 최근 여러 응용 분야에서 그 특성으로 인해 널리 이용되는 것으로 Daubechies 웨이브릿이 있다. 그림 2는 Daubechies 웨이브릿의 기본 원형을 나타낸다.

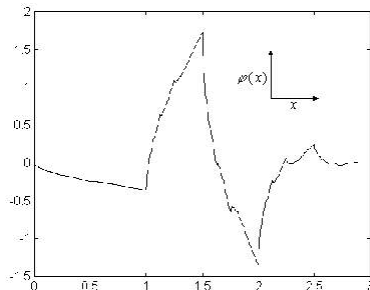


그림 2. Daubechies 웨이브릿의 기본 원형

정규 직교 기저(Orthonormal basis)로 분해된 2차원 신호는 식 (4)과 같이 공간적으로 방향성을 지닌 주파수 성분으로 분해된다[13].

$$\begin{aligned} A_{2^{j+1}}f &= \sum_k \sum_l h(2m-k) h(2n-l) A_{2^j}f \\ H_{2^{j+1}}f &= \sum_k \sum_l h(2m-k) g(2n-l) A_{2^j}f \\ V_{2^{j+1}}f &= \sum_k \sum_l g(2m-k) h(2n-l) A_{2^j}f \\ D_{2^{j+1}}f &= \sum_k \sum_l g(2m-k) g(2n-l) A_{2^j}f \end{aligned} \quad (4)$$

식 (4)에서 h 는 분해 저역 통과 필터의 전달 함수이고 g 는 분해 고역 통과 필터의 전달 함수이다. 그림 3은 DWT에 의한 2차원 신호의 분해 및 합성을 나타내었으며, 그림 3 (a)는 2차원 이산 근사화 신호의 분해 과정이며 그림 3 (b)는 합성 과정의 블록도이다.

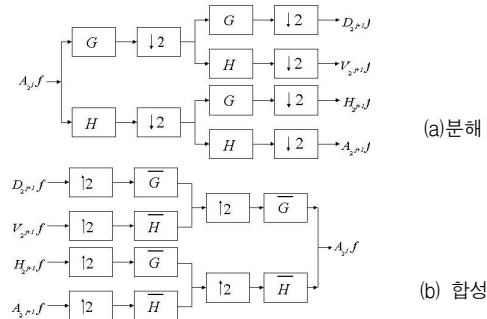
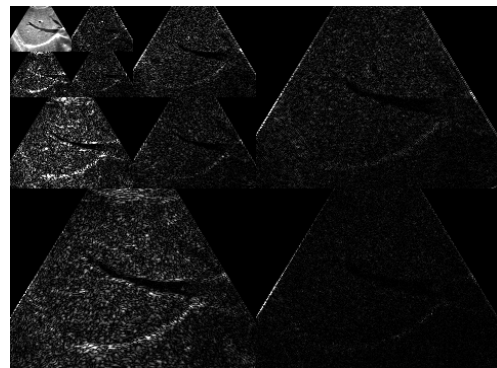
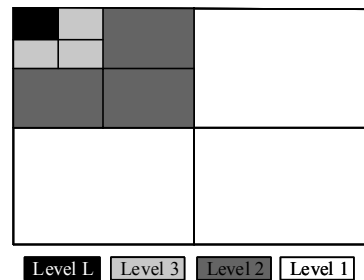


그림 3. DWT에 의한 2차원 신호의 분해 및 합성

그림 4 (a)는 3레벨 DWT한 초음파영상을 나타내고 그림 4 (b)는 3레벨 분해된 2차원 신호의 계수 행렬을 나타낸다. 즉, 공간적으로 방향성을 지닌 주파수 성분의 패킷(Packet)들로서 3레벨 분해된 계수 행렬이다.



(a) 웨이블릿 변환 영상



(b) 각 주파수 영역별 용어 정의

그림 4. 3-레벨 DWT의 예

2. 에지 정보 추출

에지 정보는 고주파 성분에 많이 나타난다는 것이 일반적이다. 하지만 초음파 영상에 대해서는 화이트 잡음인 얼룩이 존재하므로 고주파에서 에지 성분뿐만 아니라 잡음 성분도 에지 신호와 견줄만 할 정도로 크게 나타난다(그림 4(a) 참고). 그러므로 고주파 성분을 이용하여 에지 정보를 추출하는 일은 거의 불가능하다고 볼 수 있다. 반면 웨이블릿 변환을 거치면 저주파 영역의 저해상도 영상과 각각 주파수 밴드에 해당하는 영상이 얻어진다. 그러므로 저주파 영역(레벨 L)에서는 SNR이 크므로 얼룩의 영향이 적고 에지 정보를 추출하는데 적합하다고 볼 수 있다.

레벨 L 에서의 에지 정보의 추출방법으로 영상의 구조적 특성을 이용한다. 각각의 픽셀에 대해 gradient를 이용한 구조행렬로부터 고유값 분해를 하고[2] 이때 얻어진 두 고유값의 차이로 각 픽셀이 에지 영역에 속하는지, 아니면 얼룩영역에 속하는지를 판별한다. 구조행렬은 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} J_\rho(\nabla I) &= K_\rho * (\nabla I \otimes \nabla I) \\ &= K_\rho * (\nabla I \cdot \nabla I) \quad (\rho \geq 0) \end{aligned} \quad (5)$$

식(5)로부터 식(6)을 유도할 수 있다.

$$J_\rho(I) = K_\rho * \begin{pmatrix} I_x \\ I_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_x & I_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_\rho * I_x^2 & K_\rho * I_x I_y \\ K_\rho * I_x I_y & K_\rho * I_y^2 \end{pmatrix} \quad (6)$$

I_x 는 x 축 방향의 gradient, I_y 는 y 축 방향의 gradient, *는 convolution을 의미하고, convolution 커널 K_ρ 는 다음과 같은 Gaussian 함수이다.

$$K_\rho(x, y) = (2\pi\rho^2)^{-1} \cdot \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\rho^2}\right) \quad (7)$$

$J_\rho(I)$ 에 대해 고유값 분해를 하면 식(8)과 같이 표현된다.

$$J(I) = (\omega_1 \ \omega_2) \begin{pmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1^T \\ \omega_2^T \end{pmatrix} \quad (8)$$

고유벡터(ω_1, ω_2)와 고유값 (μ_1, μ_2)은 각각 최대 혹은 최소의 변화에 해당하는 방향이고 그 크기를 나타낸다. 즉, 고유벡터는 에지와 같은 방향, 에지에 수직인 방향 벡터이고, 고유값은 각 방향에 해당하는 벡터의 크기에 해당한다.

2.1 에지 영역

2차원 영상에서 에지는 한쪽 방향으로의 방향성만이 존재한다고 볼 수 있다. 어떤 픽셀이 에지위에 있다면 에지 방향으로의 고유벡터와 그에 수직 방향의 고유벡터에 대하여 그 크기가 서로 차이가 많이 난다는 것이다. 즉, 에지 방향으로의 고유값은 작은 값을 갖게 되고, 에지에 수직방향으로는 큰 값을 갖게 된다. 그러므로 에지에 해당하는 픽셀에 대해서는 두 고유값의 차이가 크게 되고 이 값이 어떤 문턱 치보다 크면 에지로 구분할 수 있다.

$$M_{Edge}(x, y) = \begin{cases} 1 & \|\mu_1 - \mu_2\| > Th \\ 0 & \text{elseshere} \end{cases} \quad (9)$$

$M_{Edge}(x, y)$ 는 x, y 위치에서 에지 map을 나타낸다. 이 값이 1이면 에지로 선택된 것이다.

2.2 얼룩 영역

얼룩영역에 있는 픽셀에 대해서는 방향성이 존재하지 않으므로 에지 영역과는 달리 한쪽 방향으로의 성분이 큰 것이 아니라 두 고유벡터의 방향 모두 크거나 작은 고유값을 갖게 될 것이다. 즉, 두 고유값의 차는 작게 된다. 그러므로 에지 영역과 반대로 생각할 수 있고, 식(9)에 의해 에지로 선택되지 않은 픽셀은 얼룩영역에 속한다고 볼 수 있다.

2.3 얼룩 감소

얼룩은 전 대역에 걸쳐 존재하지만 SNR이 작은 고주파 영역에서 많이 보이므로 얼룩에 해당하는 고주파 성분을 줄여 줌으로써 얼룩을 줄일 수 있다. 앞서 레벨 L 에서 에지 영역을 추출하였고, 이 정보를 레벨 3에 적용하여 에지에 해당하는 고주파 성분은 그대로 놔두고, 얼룩에 해당하는 고주파 성분에 대해서는 k_s 만큼 줄임으로써 잡음을 줄인다. 필터링된 레벨 L 과 레벨 3을 이용하여 웨이블릿 역변환을 거치면 두 배

크기의 영상인 레벨 L' 이 얻어진다. 레벨 L' 과 레벨 2를 이용하여 앞의 필터링 과정을 수행한다. 이 과정을 원본 크기의 영상이 얻어질 때까지 반복한다.

웨이블릿 변환을 하면 각 레벨 별로 얼룩 잡음의 성분의 특성은 다르게 나타난다는 것을 실험적으로 확인하였다. 레벨이 높은 영상일수록 거친(coarse) 패턴의 얼룩을 포함한다. 그러므로 얼룩에 해당하는 웨이블릿 계수에 대하여 레벨 별로 얼룩 감소 정도(k_s)를 달리함으로써 주관적인 화질 관점에서 눈에 거슬리는 패턴의 선택적 감소가 가능하며, 주파수와 공간영역을 효율적으로 사용한 저주파 대역 통과 필터를 만들 수 있다.

III. 실험 및 결과

실험에 사용한 초음파 영상은 GE Medical사의 초음파장비로 부터 얻었으며 scan conversion 이후의 영상이다. 제안된 알고리즘과 비교할 대상은 단일 해상도의 영상에 적용하는 방법으로 비선형 이방성 확산 모델을 이용하는 NCD [2] 방법이다. 그림 6은 복귀 초음파 영상에 대하여 NCD 방법과 제안된 알고리즘에 의한 실험 결과 영상이다. 그림 6(a)는 원본 영상, (b)는 NCD를 적용한 결과, (c)는 제안된 알고리즘을 적용한 결과 영상이다. NCD 방법의 경우 에지 영역의 선택 및 강화가 잘 되었고, 고주파 성분의 얼룩도 잘 감소되었다. 하지만 평탄한 영역의 얼룩이 얼룩덜룩해 보이며 인공적인 느낌이 난다. 제안된 알고리즘을 적용한 결과, 얼룩이 효과적으로 감소되었고, 에지의 강화도 잘 되었다.



(a) 원본 영상



(b) NCD 적용 결과



(c) 제안된 알고리즘 적용 결과

IV. 결론

초음파 영상의 주관적인 화질 개선의 관점에서 초음파 영상의 주된 화질저하 요인인 얼룩 잡음의 감소와 에지의 강화를 위한 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 주파수와 공간 정보를 모두 사용할 수 있는 웨이블릿 변환을 이용하여, 다양한 크기의 에지를 강화할 수 있다. 초음파 영상에서는 얼룩의 에너지가 넓은 주파수 영역에 걸쳐 신호의 에너지와 비슷하여 웨이블릿 계수 크기의 통계적인 특성을 이용한 임계영역 만으로는 둘 사이의 구분이 어렵다. 그러므로 제안된 알고리즘에서는 웨이블릿 변환된 영상에서 각 해상도 영상 별로 구조적인 특성을 이용한 구조행렬의 고유값 변환 방법을 통해 얼룩과 에지 영역을 구분하고, 이를 바탕으로 다해상도 영상에 대하여 에지의 방향에 선택적인 필터링과 얼룩감소 과정을 수행하여 영상을 개선하였다.

참고문헌

- [1] T. Loupas, W. N. Medick, and P. L. Allan, "An Adaptive Weighted Median Filter for Speckle Suppression in Medical Ultrasonic Images," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 36, pp. 129-135, Jan. 1989.
- [2] K. Z. Abd-Elmoniem, A. M. Youssef, and Y. M. Kadah, "Real-Time Speckle Reduction and Coherence Enhancement in Ultrasound Imaging via Nonlinear Anisotropic Diffusion," *IEEE Trans. Biomedical Engineering*, vol. 49, no. 9, pp. 997-1014, Sept. 2002.
- [3] J. C. Bamber and C. Daft, "Adaptive Filtering for Reduction of Speckle in Ultrasonic Pulse-Echo Images," *Ultrasonics*, pp. 41-44, Jan. 1986.
- [4] D. L. Donoho, "De-Noising by Soft-Thresholding," *IEEE trans. Information theory*, vol. 41, no. 3, pp. 613-627, May 1995.
- [5] Q. Zhou, L. Liu, D. Zhang, and Z. Bian, "Denoise and Contrast Enhancement of Ultrasound Speckle Image Based on Wavelet," in *Proc. ICSP*, 2002, pp. 1500-1503.
- [6] A. Achim, A. Bezerianos, and P. Tsakalides, "Novel Bayesian Multiscale Method for Speckle Removal in Medical Ultrasound Images," *IEEE Trans. Medical Imaging*, vol. 20, no. 8, pp. 772-783, Aug. 2001.
- [7] X. Zong, A. F. Laine, and E. A. Geiser, "Speckle Reduction and Contrast Enhancement of Echocardiogram via Multiscale Nonlinear Processing," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 17, Aug. 1998.
- [8] A. Laine, J. Fan, and W. Yang, "Wavelets for Contrast Enhancement of Digital Mammography," *IEEE Eng. Med. Biol.*, pp. 536-550, 1995.
- [9] P. Sakellariopoulos, L. Costaridou, and G. Panayiotakis, "A Wavelet-Based Spatially Adaptive Method for Mammographic Contrast Enhancement," *Phys. Med. Biol.*, 48 (2003), pp. 787-803.
- [10] I. Daubechies, "Orthonormal bases of compactly supported wavelets", *Commun. Pure Appl. Math.*, Vol. 41, No. 7, PP. 909-996, 1988.
- [11] Stephane G. Mallat, "A theory for multiresolutional signal decomposition ; the wavelet representation", *IEEE trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, Vol. 11, No. 7, PP. 674-693, July, 1989.
- [12] Ingrid Daubechies, "Ten Lectures on Wavelets", *SIAM*, 1994.
- [13] 이상복, "의료영상의 질환부위 인식과 차등압축에 관한 연구", *청주대학교 대학원 박사학위 논문*, 2000년 2월.