

## 파고와 파형경사의 상관성을 고려한 피복석의 신뢰성 해석 및 부분안전계수 산정

### Reliability Analysis and Evaluation of Partial Safety Factors of Breakwater Armor stones Considering Correlation between Wave Height and Wave Steepness

김승우\* · 서경덕\*

Seung-Woo Kim\* and Kyung-Duck Suh\*

**요 지 :** 지금까지 연구된 피복석의 부분안전계수는 각 확률변수가 독립이라고 가정하여 계산하였다. 하지만 피복석의 안정공식 중 van der Meer 공식에서 파형경사와 파고는 독립이 아니며 상관성을 가지고 있다. 본 연구에서는 이들의 상관성을 고려한 부분안전계수를 산정하였고 이를 상관성을 고려하지 않은 다른 연구자들의 결과와 비교하였다. 파고와 파형경사의 상관성은 주기의 변동성과 밀접한 관계가 있다. 주기의 변동성이 작아짐에 따라 파고와 파형경사의 상관성은 커지며, 상관성 고려 여부에 따른 계산 결과의 차이가 커진다. 따라서 주기의 변동성이 작은 지역에서는 상관성을 충분히 검토하여 부분안전계수를 산정해야 할 것이다.

**핵심용어 :** 부분안전계수, 상관성, 영향계수, 신뢰도지수

**Abstract :** The partial safety factors of armor stones have been calculated on the assumption that all random variables are independent one another. However, wave height and wave steepness are not independent in the van der Meer's formula of armor stones but they are correlated. In the present study, we calculated the partial safety factors considering the correlation and compared them with those of other researchers who did not consider the correlation. The correlation between wave height and steepness is closely related to the variability of wave period. As the variability of wave period decreases, the correlation between wave height and steepness becomes strong, and hence the calculation results with and without consideration of the correlation show more difference. Therefore, the correlation should be taken into account in the calculation of partial safety factors in the area where the variability of wave period is small.

**Keywords :** Partial safety factor, correlation, influence factor, reliability index

## 1. 서 론

부분안전계수법은 토목구조물 설계에서 사용되어지는 허용응력설계법, 강도설계법 등과 비슷한 형태를 가진다. 그러나 허용응력설계법이나 강도설계법에 사용되어지는 강도감소계수나 하중계수 등은 이론적이기보다는 경험적으로 그 중요성이나 하중의 종류에 따라 결정되어진다. 반면에 부분안전계수법은 이런 안전계수 값을 각각의 파괴 모드에 따라 FORM(First Order Reliability Method)과 같은 여러 방법을 이용하여 결정한다.

van der Meer(1988)는 경사제 설계법을 확률적인 접근 방법으로 제안하였고, Burcharth(1991)는 부분안전계수(partial safety factor)를 도입하였다. Burcharth and Sorensen(2000)은 PIANC working group의 결과를 요약하여 경사제에 대한 부분안전계수를 확립하였다. 한편, 일본에서는 Yoshioka and Nagao(2005)가 중력식 방파제에 대하여 부분안전계수법을 도입하였고 FORM의 결과로 얻어지는 영향계수(influence factor)를 통해 부분안전계수를 계산하였다. 위에서 언급한 유럽에서 제안한 방법과 일본에서 제안한 방법이 다소 상이한 것을 알 수 있다. 이에

\*서울대학교 건설환경공학부(Corresponding author: Seung-Woo Kim, School of Civil and Environmental Engineering, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea, esfkn7@snu.ac.kr)

이(2007)는 PIANC가 제안한 부분안전계수 방법에 대하여 문제점을 제기하였고 영향계수를 통해 부분안전계수를 구하여 비교한 바 있다. 하지만 이(2007)는 확률변수가 상호 독립이라는 가정을 하여 상관성을 고려하지 않고 부분안전계수를 계산하였다. 피복석 중량 산정식 중 van der Meer(1987) 공식의 파형경사와 사고는 서로 독립이 아니며 상관성을 가진다. 상관성의 고려 여부에 따라 영향계수와 부분안전계수 산정에 어떤 영향을 주는지 연구하고자 한다.

본 연구에서는 파형경사와 사고의 상관성을 고려하여 부분안전계수를 계산하였고 Burcharth(1992)와 이(2007)의 결과와 비교하였다. 계산에 사용한 방법은 김·서(2005)가 사용한 AFDA를 상관성을 고려할 수 있도록 개선한 Improved AFDA 방법과 Structural Safety의 International Joint Committee가 제안한 방법(이하 JC 방법이라 함)을 사용하였다.

## 2. 확률변수의 상관성

### 2.1 확률변수의 상관계수

상관성이 있는 확률변수를 사용하여 영향계수를 구하기 위해서는 상관계수를 계산해야 한다. 우선, 상관성이 있는 확률변수  $X_1, X_2, \dots, X_n$ 의 공분산 행렬은 다음과 같이 계산된다.

$$[C] = \begin{bmatrix} \text{Cov}(X_1, X_1) & \text{Cov}(X_1, X_2) & \dots & \text{Cov}(X_1, X_n) \\ \text{Cov}(X_2, X_1) & \text{Cov}(X_2, X_2) & \dots & \text{Cov}(X_2, X_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(X_n, X_1) & \text{Cov}(X_n, X_2) & \dots & \text{Cov}(X_n, X_n) \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서,  $\text{Cov}(X_i, X_j)$ 은 확률변수  $X_i$ 와  $X_j$  사이의 공분산이다. 정규화된 확률변수  $X'_i$ 과  $X'_j$  사이의 공분산은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X'_i, X'_j) &= E[(X'_i - \mu_{X'_i})(X'_j - \mu_{X'_j})] \\ &= \frac{E[(X_i - \mu_{X_i})(X_j - \mu_{X_j})]}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_j}} = \frac{\text{Cov}(X_i, X_j)}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_j}} = \rho_{X_i, X_j} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $E[\bullet]$ 는 기대값이고,  $\mu_{X_i}$  및  $\sigma_{X_i}$ 는 각각 변수  $X_i$ 의 평균과 표준편차이며,  $\rho_{X_i, X_j}$ 는  $X_i$ 와  $X_j$ 의 상관계수이다. 위 식에서 보듯이 정규화된 확률변수  $X'_i$ 과  $X'_j$ 의 공분산은 확률변수  $X_i$ 와  $X_j$ 의 상관계수와 일치함을 알 수 있다. 따라서 확률변수  $X'_i$ 과  $X'_j$  사이의 공분산 행렬은 다

음 식으로 표현될 수 있다.

$$[C'] = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} & \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \rho_{n3} & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

행렬  $[C']$ 의 고유벡터로 구성된 직교변환행렬  $T$ 를 이용하여 상관성을 가지는 확률변수들을 식 (4)와 같이 비상관성 확률변수로 변환할 수 있다.

$$Y = T^t X' \quad (4)$$

여기서,  $X' = (X'_1, X'_2, \dots, X'_n)$ 는 정규화된 상관성 확률변수,  $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ 은 변환된 비상관성 확률변수,  $T$ 는 직교변환행렬이며  $T$ 의 행렬이 전치된다는 의미이다.  $T$ 가 직교행렬이기 때문에  $T^{-1} = T^t$ 이며,  $X'$ ,  $X$  그리고  $Y$ 는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$X = [\sigma_X]X' + \mu_X = [\sigma_X]TY + \mu_X \quad (5)$$

여기서,  $X' = TY$ 이고  $[\sigma_X]$ 와  $\mu_X$ 는 다음과 같다.

$$[\sigma_X] = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{X_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{X_n} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\mu_X = (\mu_{X_1}, \mu_{X_2}, \dots, \mu_{X_n}) \quad (7)$$

한편, 확률변수  $Y$ 의 공분산은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [C_Y] &= E(YY^t) = E(T^t X' X'^t T) = T^t E(X' X'^t) T \\ &= T^t [C'] T = [\lambda] \end{aligned} \quad (8)$$

위 식을 통해 행렬  $[C']$ 의 고유값  $[\lambda]$ 는 확률변수  $Y$ 의 분산과도 같다는 것을 알 수 있다.

### 2.2 상관계수의 산정

피복석 안정식 중 부분안전계수를 포함하는 van der Meer(1987, plunging waves) 식은 다음과 같다.

$$D_n \geq \frac{\gamma_{H_s} \gamma_z H_s}{A_v S_d^{0.2} P^{0.18} \Delta \cot \alpha^{0.5} s_{om}^{0.25} N_w^{0.1}} \quad (9)$$

여기서,  $D_n$ 은 피복석을 정육면체로 가정했을 때 한 변의 길이,  $H_s$ 는 설계유의파고,  $A_v$ 는 경험식의 불확실성을 나

**Table 1.** Statistical characteristics of design variables of van der Meer(1987) formula

No.	$X_i$	$\mu_{X_i}$	$\sigma_{X_i}$	$COV_{X_i}$	Distribution
1	$A_v$	6.2	0.4	0.065	Normal
2	$D_n$	various	various	0.030	Normal
3	$\Delta$	1.72	0.054	0.031	Normal
4	$\cot \alpha$	1.50	0.075	0.050	Normal
5	$P$	0.40	0.040	0.100	Normal
6	$N_w$	2500	1250	0.500	Normal
7	$s_{om}$	0.04	0.010	0.250	Normal
8	$H_s$	$k=1.39, \lambda=4.17,$ $A=1.06, B=0.44$			Weibull

타내는 계수,  $S_d$ 는 피해도,  $P$ 는 피복층 아래 체체의 공극 계수,  $\Delta = S_r - 1$ ,  $S_r$ 은 블록의 비중,  $\alpha$ 는 방파제의 경사 각,  $s_{om}$ 은 파형경사,  $N_w$ 는 입사파의 개수,  $\gamma_{H_s}$ 와  $\gamma_Z$ 는 하중과 저항의 부분안전계수이다. 식 (9)에서 파고  $H_s$ 와 파형경사  $s_{om}$ 을 제외한 나머지는 상호 독립이라 가정하였다. 파고와 파형경사의 상관성을 파악하기 위해 파고가 증가할 때 파형경사의 증감을 계산한다. 파형경사는 주기와 파고의 함수로 표현되어 있어 상관계수를 구할 수 있다.

본 연구는 이(2007)와 Burcharth(1992)가 제안한 부분 안전계수와 비교하기 위해 이들과 동일한 확률변수들의 통계적 특성치를 사용하였다(Table 1). 여기서  $k$ 는 형상계수,  $A$ 는 척도계수,  $B$ 는 위치계수,  $\lambda$ 는 단위년 동안에 얻어진 유의파고의 개수이다. 상관성을 가지는 두 확률변수 간의 상관계수를 구하기 위해서 Table 1에 주어진 파고 분포에서 무작위로 유의파고를 추출하였다. 이 파고를 Goda(2003)가 제안한 식 (10)에 대입하여 유의파 주기를 계산하였다.

$$T_s \cong 3.3(H_s)^{0.63} \tag{10}$$

주기의 변동성을 고려하기 위하여, 위에서 계산한 주기를 평균으로 하고 변동계수가 0.1인 정규분포를 가정하여 주기를 다시 추출하였다. 이와 같이 추출된 유의파고와 주기를 이용하여 파형경사를 계산하였다. 총 10만개의 자료를 추출하여 계산한 파고와 파형경사 사이의 상관계수는  $\rho = -0.36$ 이다. 위에서 사용한 주기의 변동계수 0.1은 우리나라 해역의 대표값이다(서 등, 2008 참조).

확률변수 간의 상관계수가 결정되면 정규화된 확률변수들 ( $X' = (A'_v, D'_n, \dots, H'_s)$ )의 공분산행렬은 다음과 같다.

$$[C'] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -0.36 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -0.36 & 1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

행렬  $[C']$ 의 고유값으로 구성된 대각행렬  $[\lambda]$ 는 비상관성 확률변수  $Y$ 의 공분산이다.

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_8 \end{bmatrix} = [C_Y] = \begin{bmatrix} VarY_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & VarY_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & VarY_8 \end{bmatrix} \tag{12}$$

여기서,  $\lambda_i = 1.00 (i = 1 \sim 6)$ ,  $\lambda_7 = 1.36$ ,  $\lambda_8 = 0.64$ 이다. 각각의 고유값에 해당하는 고유벡터를 계산하여 구한 직교변환행렬은 다음과 같다.

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \tag{13}$$

### 3. 신뢰성 해석

#### 3.1 Improved AFDA 방법의 영향계수 선정

돌입파에 대한 van der Meer(1987) 안정식을 신뢰함수로 표현하면 다음과 같다.

$$g = A_v S_d^{0.2} D_n \Delta \sqrt{\cot \alpha} P^{0.18} N_w^{-0.1} s_{om}^{0.25} - H_s^T \tag{14}$$

여기서,  $H_s^T$ 는 사용년수  $T$ 년에 해당하는 설계유의파고이다. 파형경사  $s_{om}$ 과 파고  $H_s^T$ 가 상관성을 가지기 때문에 식 (14)와 같은 형태의 신뢰함수를 사용할 수 없다. 우선, 식 (5)를 이용하여 상관성을 가지는 확률변수  $X = (A_v, D_n, \dots, H_s^T)$ 를 비상관성 확률변수  $Y$ 로 변환하면 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned} A_v &= \sigma_{A_v}(Y_1) + \mu_{A_v} \\ D_n &= \sigma_{D_n}(Y_2) + \mu_{D_n} \\ \Delta &= \sigma_{\Delta}(Y_3) + \mu_{\Delta} \\ \cot \alpha &= \sigma_{\cot \alpha}(Y_4) + \mu_{\cot \alpha} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P &= \sigma_p(Y_5) + \mu_p \\
 N_w &= \sigma_{N_w}(Y_6) + \mu_{N_w} \\
 s_{om} &= \sigma_{s_{om}}(Y_7 + Y_8)/\sqrt{2} + \mu_{s_{om}} \\
 H_s^T &= \sigma_{H_s^T}(-Y_7 + Y_8)/\sqrt{2} + \mu_{H_s^T}
 \end{aligned} \tag{15}$$

식 (15)을 식 (14)에 대입하면 신뢰함수는 확률변수 Y로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 g &= (\sigma_{A_v}(Y_1) + \mu_{A_v})S_d^{0.2} \times (\sigma_{D_n}(Y_2) + \mu_{D_n}) \\
 &\times (\sigma_{\Delta}(Y_3) + \mu_{\Delta}) \times \sqrt{(\sigma_{\cot\alpha}(Y_4) + \mu_{\cot\alpha})} \\
 &\times (\sigma_p(Y_5) + \mu_p)^{0.18} \times (\sigma_{N_w}(Y_6) + \mu_{N_w})^{-0.1} \\
 &\times (\sigma_{s_{om}}(Y_7 + Y_8)/\sqrt{2} + \mu_{s_{om}})^{0.25} - (\sigma_{H_s^T}(-Y_7 + Y_8)/\sqrt{2} + \mu_{H_s^T})
 \end{aligned} \tag{16}$$

식 (16)의 신뢰함수에 Rackwitz(1976) 알고리즘을 적용하여 다음과 같은 영향계수를 구한다.

$$\alpha_{Y_i} = \frac{-\left(\frac{\partial g}{\partial Y_i}\right)_*}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial Y_i}\right)_*^2}} \tag{17}$$

여기서 아래 첨자 \*는 설계점(MPPF: Most Probable Failure Point)을 의미한다.

### 3.2 JC 방법의 영향계수 산정

Zhao et al.(2000)은 다음과 같이 상관계수를 확률변수의 좌표축 사이의 각도로 표시하였다.

$$\rho_{X_i X_j} = \cos(\theta_{X_i X_j}) \tag{18}$$

모든 확률변수의 상관계수  $\rho_{X_i X_j} = 0.0$  이라면 그 공간은 직교좌표 공간( $\theta_{X_i X_j} = 90^\circ$ )임을 알 수 있다. 직교좌표 공간에서 문제를 해석한다는 의미는 앞에서 다룬 Improved AFDA 방법을 사용한다는 의미이다. 하지만 JC방법은 직교좌표 공간으로 변환하지 않고 일반화된 공간에서 해석을 수행한다. 모든 벡터는 하나의 선형으로 표현할 수 있다. 파괴표면 상의 임의의 점 P를 가정하고 양의 축을 따르는 단위벡터를  $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n$  로 두면 원점 O에서 P까지의 벡터는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\vec{OP} = X_1 \vec{e}_1 + X_2 \vec{e}_2 + \dots + X_n \vec{e}_n \tag{19}$$

또한 단위벡터의 내적의 정의를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\vec{e}_i \bullet \vec{e}_j = \frac{|\vec{e}_i \bullet \vec{e}_j|}{|\vec{e}_i| |\vec{e}_j|} \cos(\theta_{e_i e_j}) = \cos(\theta_{e_i e_j}) = \rho_{X_i X_j} \tag{20}$$

그러므로 원점 O에서 P까지 거리는 다음 식으로 주어진다.

$$\begin{aligned}
 |\vec{OP}| &= \\
 &[(X_1 \vec{e}_1 + X_2 \vec{e}_2 + \dots + X_n \vec{e}_n) \bullet (X_1 \vec{e}_1 + X_2 \vec{e}_2 + \dots + X_n \vec{e}_n)]^{0.5} \\
 &= \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \vec{e}_i \bullet \vec{e}_j \right]^{0.5} = \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \rho_{X_i X_j} \right]
 \end{aligned} \tag{21}$$

신뢰함수가 연속이며 각각의 확률변수에 대한 신뢰함수의 편미분이 존재하면 파괴면의 접선에 직각인 단위벡터  $\vec{n}$ 은 다음과 같이 주어진다.

$$\vec{n} = \left( \frac{\partial g}{\partial X_1}, \frac{\partial g}{\partial X_2}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X_n} \right) \tag{22}$$

파괴점 P의 접선에 직각인 선이 원점 O를 통과할 때, 벡터  $\vec{OP}$ 의 크기는 최소가 될 것이다(Fig. 1). 이 최단거리는 신뢰도지수  $\beta$ 를 의미한다.

또한  $\vec{OP}$ 의 방향은 점 P의 접선에 직각인 단위벡터  $\vec{n}$ 과 반대 방향이다.

$$\frac{\vec{OP}}{|\vec{OP}|} = -\vec{n} = -\sum_i \left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \Big|_P \vec{e}_i \right) \tag{23}$$

$\vec{OP}$ 와 각각의 확률변수의 좌표축이 이루는 각도의 코사인 값은 다음과 같이 표현된다.

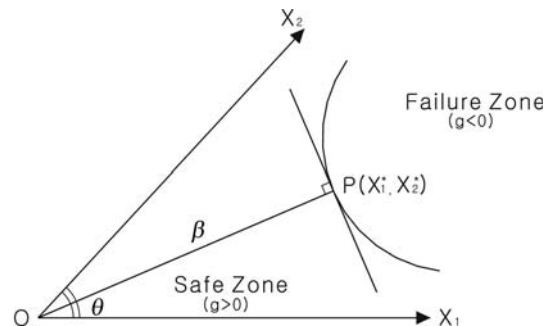


Fig. 1. Design point P and reliability index  $\beta$  in a general stochastic space.

$$\begin{aligned} \cos(\vec{OP}, \vec{X}_i) &= \frac{\vec{OP} \cdot \vec{X}_i}{|\vec{OP}| |\vec{X}_i|} = \frac{\sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial g}{\partial X_j} \right) e_{X_j} \cdot \vec{X}_i}{\left( \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \rho_{X_j X_k} \frac{\partial g}{\partial X_j} \frac{\partial g}{\partial X_k} \right)^{0.5} |\vec{X}_i|} \\ &= \frac{\sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial X_j} \rho_{X_j X_i}}{\left( \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \rho_{X_j X_k} \frac{\partial g}{\partial X_j} \frac{\partial g}{\partial X_k} \right)^{0.5}} \end{aligned} \quad (24)$$

여기서, 영향계수  $\alpha_{X_i} = \cos(\vec{OP}, \vec{X}_i)$ 이다. 이와 같은 방법으로 구한 영향계수 및 신뢰성 해석 결과는 상관성을 고려한 Improved AFDA 모델을 검증하는데 사용된다.

Table 2~4는 확률변수의 상관성 고려 여부에 따라 계산된 영향계수이다. 여기서, 음수 값과 양수 값은 각각 하중과 저항의 확률변수를 나타낸다. 우선 Table 2는 상관성을 고려하지 않았을 경우에 산정된 영향계수이다. 설계에 가장 많은 영향을 주는 설계변수는 파괴이며 그 다음은 경험공식이 가지는 불확실성 계수와 파형경사가 비슷한 중요도로 산정되었다. 한편, Table 3~4는 상관성을 고려한 경우에 산정된 영향계수이다. Table 2와 다르게 파형경사가 설계에 두 번째로 많은 영향을 주는 것으로 나타난다. 이같은 특징은 파괴와 파형경사의 상관성에 의한

영향으로 볼 수 있다.

Table 5는 재현주기와 내용년수의 변화에 따른 영향계수이다. 상관성을 고려하지 않을 경우에 영향계수는 재현주기와 내용년수 변화에 민감하지 않다. 상관성을 고려한 경우에도 비슷한 결과를 보인다. 따라서 재현주기와 내용년수의 변화는 영향계수에 큰 영향을 미치지 않는 것으로 판단된다.

### 3.3 신뢰도지수(파괴확률)의 산정

앞 절에서 구한 영향계수를 이용하여 정규화한 확률변수  $X'_i$ 은 다음과 같다.

$$X'_i = -\beta \alpha_i \quad (25)$$

설계점 P에서의 확률변수  $X_i$ 는 다음 식으로 표현된다.

$$X_i|_P = \sigma_{X_i} X'_i + \mu_{X_i} = \mu_{X_i} - \alpha_i \sigma_{X_i} \beta \quad (26)$$

위 식을 신뢰함수인 식 (14)에 대입하여 신뢰함수  $g = 0$ 이 될 때 신뢰도지수를 구한다. 반복계산을 통해  $n$ 번째와  $n-1$ 번째 신뢰도지수의 차이가 0.005 이하로 수렴될 때까지 계산하여 최종 신뢰도지수를 산정한다. 최종 신뢰도지수를 식 (27)에 대입하면 파괴확률을 계산할 수 있다.

$$P_f = 1 - \Phi(\beta) \quad (27)$$

**Table 2.** Iterative calculation of reliability index for van der Meer formula(1987) without considering correlation( $S_d = 2.0$ ,  $T_R = 50$  yrs,  $T = 50$  yrs)-AFDA method

Iteration No.	$X_i$	Assumed $X_i^*$	$\sigma_{X_i}$	$\mu_{X_i}$	$\left( \frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^*$	$\alpha_{X_i}$
1	$A_v$	6.200	0.403	6.200	0.259	0.39
	$D_n$	1.530	0.046	1.530	0.119	0.18
	$\Delta$	1.720	0.053	1.720	0.123	0.18
	$\cot \alpha$	1.500	0.075	1.500	0.099	0.15
	$P$	0.400	0.04	0.400	0.072	0.11
	$N_w$	2500	1250	2500	-0.199	-0.30
	$s_{om}$	0.040	0.010	0.040	0.249	0.37
	$H_s$	3.980	0.487	4.144	-0.487	-0.73
$\beta = -0.261$						
2	$A_v$	6.241	0.403	6.200	0.262	0.38
	$D_n$	1.531	0.046	1.530	0.122	0.18
	$\Delta$	1.723	0.053	1.720	0.126	0.18
	$\cot \alpha$	1.503	0.075	1.500	0.101	0.15
	$P$	0.401	0.04	0.400	0.073	0.11
	$N_w$	2403	1250	2500	-0.211	-0.31
	$s_{om}$	0.041	0.010	0.040	0.248	0.36
	$H_s$	4.051	0.508	4.149	-0.508	-0.73
$\beta = -0.263$						

**Table 3.** Iterative calculation of reliability index for van der Meer formula(1987) considering correlation( $S_d=2.0$ ,  $T_R=50$  yrs,  $T=50$  yrs)-JC method

Iteration No.	$X_i$	Assumed $X_i^*$	$\sigma_{X_i}$	$\mu_{X_i}$	$(\frac{\partial g}{\partial X_i})_*$	$\alpha_{X_i}$
1	$A_v$	6.200	0.403	6.200	0.259	0.35
	$D_n$	1.530	0.046	1.530	0.119	0.16
	$\Delta$	1.720	0.053	1.720	0.123	0.17
	$\cot \alpha$	1.500	0.075	1.500	0.099	0.14
	$P$	0.400	0.04	0.400	0.072	0.10
	$N_w$	2500	1250	2500	-0.199	-0.27
	$s_{om}$	0.040	0.010	0.040	0.249	0.58
	$H_s$	3.980	0.487	4.144	-0.487	-0.79
$\beta = -0.239$						
2	$A_v$	6.227	0.403	6.200	0.263	0.35
	$D_n$	1.530	0.046	1.530	0.122	0.16
	$\Delta$	1.722	0.053	1.720	0.126	0.17
	$\cot \alpha$	1.502	0.075	1.500	0.101	0.13
	$P$	0.401	0.04	0.400	0.073	0.10
	$N_w$	2436	1250	2500	-0.209	-0.28
	$s_{om}$	0.042	0.010	0.040	0.245	0.57
	$H_s$	4.053	0.508	4.150	-0.508	-0.79
$\beta = -0.241$						

**Table 4.** Iterative calculation of reliability index for van der Meer formula(1987) considering correlation( $S_d=2.0$ ,  $T_R=50$  yrs,  $T=50$  yrs)-Improved AFDA method

Iteration No.	$X_i$	Assumed $X_i^*$	$\sigma_{X_i}$	$\mu_{X_i}$	$Y_i$	$Y_i^*$	$(\frac{\partial g}{\partial Y_i})_*$	$\alpha_{Y_i}$
1	$A_v$	6.200	0.403	6.200	$Y_1$	0.000	0.259	0.35
	$D_n$	1.530	0.046	1.530	$Y_2$	0.000	0.119	0.16
	$\Delta$	1.720	0.053	1.720	$Y_3$	0.000	0.123	0.17
	$\cot \alpha$	1.500	0.075	1.500	$Y_4$	0.000	0.099	0.14
	$P$	0.400	0.04	0.400	$Y_5$	0.000	0.072	0.10
	$N_w$	2500	1250	2500	$Y_6$	0.000	-0.199	-0.27
	$s_{om}$	0.040	0.010	0.040	$Y_7$	0.241	0.232	0.32
	$H_s$	3.980	0.487	4.144	$Y_8$	-0.241	-0.576	-0.79
$\beta = -0.239$								
2	$A_v$	6.227	0.403	6.200	$Y_1$	0.067	0.263	0.35
	$D_n$	1.530	0.046	1.530	$Y_2$	0.031	0.122	0.16
	$\Delta$	1.722	0.053	1.720	$Y_3$	0.032	0.126	0.17
	$\cot \alpha$	1.502	0.075	1.500	$Y_4$	0.026	0.101	0.13
	$P$	0.400	0.040	0.400	$Y_5$	0.019	0.073	0.10
	$N_w$	2436	1250	2500	$Y_6$	-0.05	-0.209	-0.28
	$s_{om}$	0.042	0.010	0.040	$Y_7$	0.266	0.229	0.30
	$H_s$	4.053	0.508	4.150	$Y_8$	-0.005	-0.597	-0.79
$\beta = -0.241$								

여기서  $\phi$ 는 정규분포의 누적분포함수이다.

Fig. 2와 3은 상대피해  $S_d$ 가 2.0이며 사용년수  $T$ 가 50년일 때 피복석 중량을 10 ton에서 80 ton까지 증가시키면서 신뢰도지수와 파괴확률을 계산한 것이다. 설계의 주

요 관심 영역은 파괴확률 50% 이하(신뢰도지수가 0보다 큼)이다. 이 때 상관성을 고려할 경우의 신뢰도 지수가 그렇지 않은 경우보다 작게 산정되었지만 그 정도가 미미하여 사석의 설계 중량에는 크게 영향을 미치지 않는다. 따

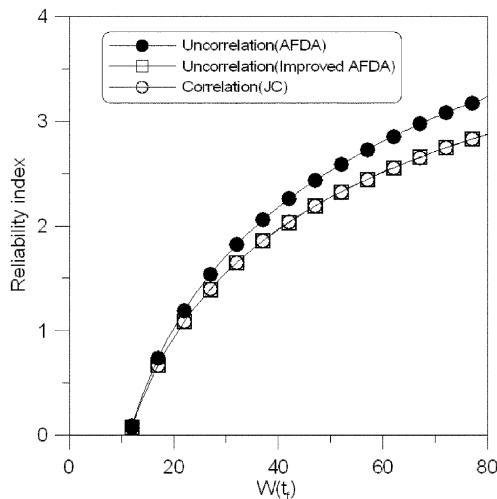
**Table 5.** Influence coefficients of random variables of van der Meer's formula for different return periods and service periods

(a)  $T_R = 50$  yrs,  $S_d = 2.0$

	$\alpha_{X_i}$					
	T = 50 yrs		T = 100 yrs		T = 150 yrs	
	$\rho = 0.0$	$\rho = -0.36$	$\rho = 0.0$	$\rho = -0.36$	$\rho = 0.0$	$\rho = -0.36$
$A_v$	0.39	0.35	0.40	0.38	0.41	0.39
$D_n$	0.18	0.16	0.19	0.17	0.20	0.18
$\Delta$	0.18	0.17	0.20	0.18	0.20	0.19
$\cot \alpha$	0.15	0.13	0.16	0.15	0.16	0.15
$P$	0.11	0.10	0.11	0.11	0.12	0.11
$N_w$	-0.31	-0.28	-0.37	-0.33	-0.41	-0.37
$s_{om}$	0.36	0.57	0.37	0.56	0.37	0.55
$H_s$	-0.73	-0.79	-0.67	-0.74	-0.63	-0.71

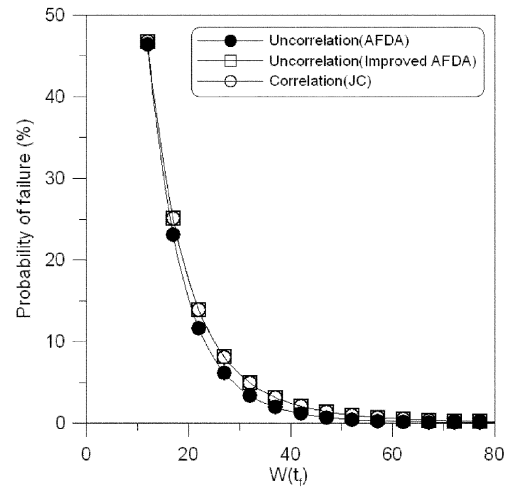
(b)  $T_R = 100$  yrs,  $S_d = 2.0$

	$\alpha_{X_i}$					
	T = 50 yrs		T = 100 yrs		T = 150 yrs	
	$\rho = 0.0$	$\rho = -0.36$	$\rho = 0.0$	$\rho = -0.36$	$\rho = 0.0$	$\rho = -0.36$
$A_v$	0.37	0.34	0.40	0.37	0.41	0.38
$D_n$	0.17	0.16	0.19	0.17	0.19	0.18
$\Delta$	0.18	0.16	0.19	0.18	0.20	0.18
$\cot \alpha$	0.14	0.13	0.15	0.14	0.16	0.15
$P$	0.10	0.09	0.11	0.10	0.12	0.11
$N_w$	-0.28	-0.25	-0.32	-0.29	-0.35	-0.32
$s_{om}$	0.36	0.58	0.38	0.57	0.38	0.57
$H_s$	-0.75	-0.81	-0.70	-0.76	-0.66	-0.74



**Fig. 2.** Reliability index versus weight of armor stone ( $S_d = 2.0$ ,  $T = 50$  yrs).

라서 본 연구에서와 같이 파고와 파형경사의 상관성이 그다지 크지 않을 경우( $\rho = -0.36$ )는 상관성을 고려하지 않



**Fig. 3.** Probability of failure versus weight of armor stone ( $S_d = 2.0$ ,  $T = 50$  yrs).

는 경우와 비슷한 설계 중량을 산정한다.

#### 4. 부분안전계수 선정

돌입파에 대한 van der Meer의 안정식인 식 (14)를 저항함수  $R(\vec{X})$  와 하중함수  $S(\vec{Y})$  로 간단하게 표현하면 다음과 같다.

$$g(\vec{X}, \vec{Y}) = R(\vec{X}) - S(\vec{Y}) \tag{28}$$

위 식에 대해 구조물이 안정할 수 있도록 저항과 하중의 부분안전계수가 고려된 설계방정식은 다음과 같다.

$$\frac{R_n(\vec{X}_n)}{\gamma_R} \geq \gamma_S S_n(\vec{Y}_n) \tag{29}$$

여기서,  $R_n(\vec{X}_n)$  과  $S_n(\vec{Y}_n)$  은 각각 저항함수와 하중함수를 구성하는 확률변수들의 대표적 값을 나타내는 특성값(characteristic value)이며  $\vec{X}_n$  및  $\vec{Y}_n$  에 의하여 선정된 저항과 하중의 특성값이다. 본 연구에서 각 확률변수의 특성값은 평균값을 사용하였다. 또한 허용신뢰도 지수  $\beta_T > 0$  일 때 각각 저항과 하중의 부분안전계수  $\gamma_R, \gamma_S > 1.0$  이다.

각각의 부분안전계수를 선정하기 위해 허용신뢰도지수  $\beta_T$  에 대하여 신뢰함수  $g(\vec{X}, \vec{Y}) = 0$  을 만족시키는 파괴점 (design point or most probable failure point) 을 선정해야 한다. 이때 파괴점은 특성값과 다음과 같은 관계를 가진다.

$$g(\vec{X}^*(\beta_T), \vec{Y}^*(\beta_T)) = g\left(\frac{\vec{X}_n}{\vec{X}_R}, \frac{\vec{Y}_n}{\vec{Y}_R}\right) \quad (30)$$

즉 파괴점  $\vec{X}^*, \vec{Y}^*$ 는 각 확률변수의 특성값과 부분안전계수의 곱으로 표현한 것과 같다. 따라서 저항과 하중의 부분안전계수는 다음 식으로 표시된다.

$$\gamma_R = \frac{\vec{X}_n}{\vec{X}^*(\beta_T)}, \gamma_S = \frac{\vec{Y}^*(\beta_T)}{\vec{Y}_n} \quad (31)$$

이와 같이 구한 각각의 부분안전계수는 피복석 안정식인 식 (9)에 대입되어 저항을 대표하는 하나의 부분안전계수는 식 (32)와 같이 표현된다.

$$\gamma_R = \gamma_{A_n} \gamma_{D_n} \gamma_{\Delta} \gamma_{\cot\alpha} \gamma_P^{0.5} \gamma_{s_{om}}^{0.18} \gamma_{N_w}^{0.25} / \gamma_{N_w}^{0.1} \quad (32)$$

Table 6~7은 Burcharth(1992)와 이(2007)가 모든 확률 변수들이 독립이라고 가정하고 계산한 부분안전계수이다. 이(2007)는 재현기간에 해당하는 피복석의 중량을 계산하고 그 중량의 영향계수와 목표신뢰도지수  $\beta_T$ 를 임의로 입력

**Table 6.** Partial safety factors calculated by Burcharth's method (1992)( $S_d=2.0$ )

$T(\text{year})$	$(P_f)_T$	$\gamma_R$	$\gamma_{H_s}$	
			$\sigma'_{F_{H_s}}=0.2$	$\sigma'_{F_{H_s}}=0.05$
50	0.2	1.04	1.23	1.19
	0.1	1.06	1.37	1.29
100	0.2	1.04	1.22	1.18
	0.1	1.06	1.35	1.27

**Table 7.** Partial safety factors calculated by Lee(2007)( $S_d=2.0$ )

$T_R=T(\text{year})$	$(P_f)_T$	$\gamma_R$		$\gamma_{H_s}$	
		$\rho=0.0$		$\rho=0.0$	
50	0.2	1.04		1.08	
	0.1	1.06		1.12	
100	0.2	1.04		1.07	
	0.1	1.07		1.10	

**Table 8.** Partial safety factors calculated by present method ( $S_d=2.0$ )

$T_R=T(\text{year})$	$(P_f)_T$	$\gamma_R$			$\gamma_{H_s}$		
		$\rho=0.0$	$\rho=-0.36$	$\rho=-0.70$	$\rho=0.0$	$\rho=-0.36$	$\rho=-0.70$
50	0.2	1.05	1.06	1.07	1.10	1.11	1.12
	0.1	1.07	1.09	1.12	1.18	1.19	1.22
100	0.2	1.05	1.06	1.07	1.09	1.09	1.11
	0.1	1.08	1.10	1.11	1.16	1.17	1.19

하여 부분안전계수를 산정하였다. 이(2007)의 결과와 비교하게 위해 파고와 파형경사의 상관계수  $\rho=0.0$ 일 때 부분안전계수를 계산하였다(Table 8). 본 연구에서 산정한 저항 부분안전계수와 하중 부분안전계수는 이(2007)의 결과보다 각각 약 1%, 약 2~5% 정도 크게 계산되었다. 본 연구에서는 임의의 목표파괴확률을 사용하지 않았다. 계산된 파괴확률을 목표파괴확률이라 두고 부분안전계수를 계산하였다. 이 방법은 직접식 방파제에 대하여 부분안전계수를 계산한 Qie and Cai(2007)의 방법과 동일하다.

또한 파고와 파형경사의 상관성을 고려하여 부분안전계수를 계산하여 상관성을 고려하지 않은 경우와 비교하였다. Table 8에서 파고와 파형경사의 상관계수  $\rho=-0.36$ 일 때 산정한 부분안전계수는 유의파 주기의 변동계수가 0.1인 우리나라 해역의 대표값을 사용한 경우이다. 사용년수가 50년이고 목표파괴확률이 20%일 때 상관성을 고려하지 않을 경우보다 약 2% 정도 큰 부분안전계수가 계산된다. 또한 목표파괴확률 10%에서는 약 3% 큰 부분안전계수를 요구한다. 이와 같이 상관성이 작을 경우는 상관성 고려여부에 따라 부분안전계수가 크게 변화지 않는 것을 알 수 있다.

한편 우리나라 남해안의 파고 11 m 이상인 해역에서 주기의 변동계수는 0.04이다(서 등, 2008). 이 때 2.2 절에 설명한 바와 같은 방법으로 10만개의 자료를 추출하여 계산한 파고와 파형경사의 상관계수는  $\rho=-0.70$ 이다. 이 때 두 확률변수의 상관성이 다소 큰 것을 알 수 있다. 유의파 주기의 변동성이 작아질 때 파고와 파형경사의 상관성이 증가하는 것을 볼 수 있다. 이같이 상관성이 큰 경우에 부분안전계수를 산정하였다. 사용년수 50년이고 목표파괴확률 20% 일 때 상관성을 고려한 부분안전계수가 약 4% 정도 크게 계산되었으며 목표파괴확률 10% 일 때 약 8% 정도 큰 부분안전계수가 산정되었다. 따라서 파고와 파형경사의 상관성이 큰 지역에서는 두 확률변수의 상관성을 부분안전계수에 반드시 반영해야 함을 알 수 있다.

Fig. 4~5는 파고와 파형경사의 상관계수  $\rho=-0.36$ 일 때 목표파괴확률에 따라 하중과 저항의 부분안전계수를 산정



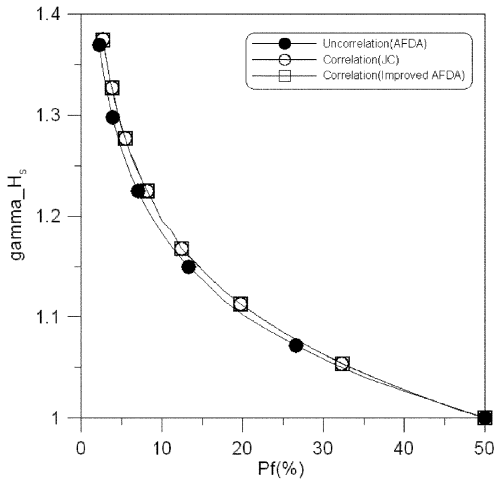


Fig. 4. Partial safety factor of load calculated by present method with  $\rho = -0.36$  ( $T = 50$  years).

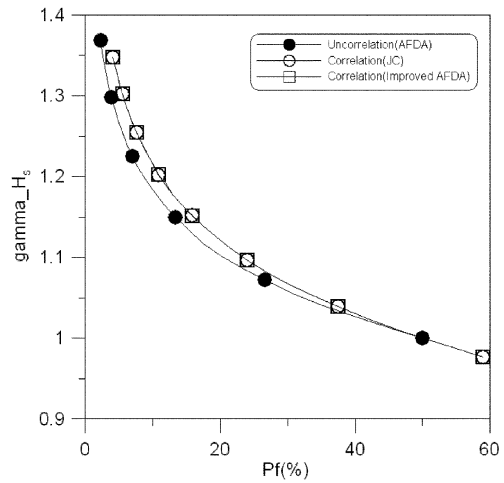


Fig. 6. Partial safety factor of load calculated by present method with  $\rho = -0.70$  ( $T = 50$  years).

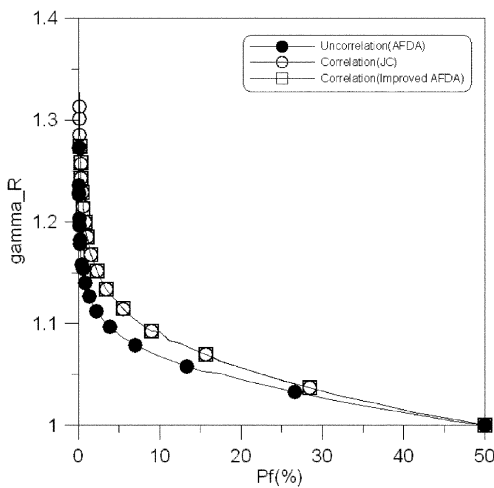


Fig. 5. Partial safety factor of resistance calculated by present method with  $\rho = -0.36$  ( $T = 50$  years).

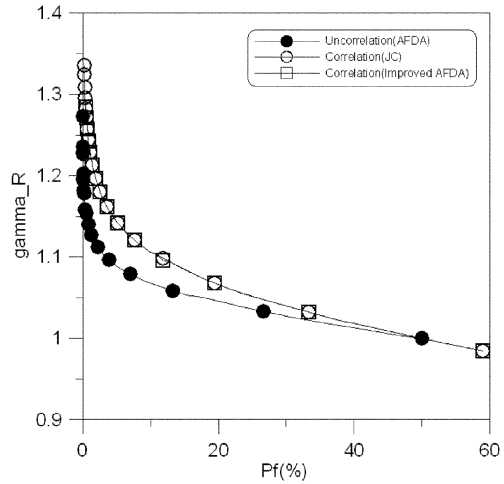


Fig. 7. Partial safety factor of resistance calculated by present method with  $\rho = -0.70$  ( $T = 50$  years).

한 것이다. 이 때 상관성을 고려한 부분안전계수와 상관성을 고려하지 않은 부분안전계수를 비교하였다. Fig. 4에서 하중 부분안전계수는 상관성 고려 여부에 따라 큰 차이를 보이지 않고 있다. 하지만 저항 부분안전계수는 상관성을 고려할 때 3~4% 정도 커지며 목표파괴확률이 작아질수록 더 큰 차이를 보이고 있다. 저항 부분안전계수는 상관성의 변화에 민감하게 반응함을 볼 수 있다. 또한 목표파괴확률 50%(신뢰도지수  $\beta_T = 0$ )일 때 각 확률변수의 부분안전계수는 1.0이다. 이는 특성값과 파괴점이 같다는 의미로서 기존 설계법과 동일하며 각 확률변수의 평균을 설계에 사용한다는 것이다. 목표파괴확률이 점점 작

아질수록 상관성 고려 여부에 따라 부분안전계수 값의 차이를 볼 수 있다.

반면 Fig. 6~7은 파괴와 파형경사의 상관성이 큰 경우에 계산한 하중 및 저항 부분안전계수이다. 상관성이 커짐에 따라 하중 및 저항 부분안전계수가 전체적으로 증가함을 확인할 수 있다. 특히 저항 부분안전계수의 증가가 뚜렷하게 관찰된다. Fig. 4~5의 경우와 마찬가지로 목표파괴확률이 작아질수록 상관성 고려 여부에 따라 부분안전계수의 차이가 커진다. 파괴와 파형경사의 상관성이 큰 특정지역에서는 두 변수의 상관성을 충분히 고려하여 부분안전계수를 산정해야 할 것이다.

### 5. 결 론

기존의 연구에서는 각 확률변수가 독립이라고 가정하여 부분안전계수를 계산하였다. 본 연구는 이런 확률변수 상호간에 독립이라고 가정하는 것이 합리적인 방법인지를 검토하였다. van der Meer가 제안한 피복석의 안정공식 중 파형경사와 파고는 상관성을 가진다. 파고와 파형경사의 상관성 고려여부에 따라 부분안전계수가 어떻게 변화하는지 확인하였다. 우리나라 주변 해역의 유의파 주기의 변동계수 대표값은 0.1이며 파고와 파형경사의 상관계수는 -0.36이다. 두 확률변수의 상관성이 그다지 크지 않은 경우 부분안전계수는 크게 변화하지 않았다. 사용년수가 50년이고 목표파괴확률이 10%라면 상관성을 고려한 부분안전계수는 상관성을 고려하지 않을 때보다 약 2% 정도 크게 계산되었고 목표파괴확률이 20%일 때는 약 3% 정도 크게 산정되었다.

반면 남해안의 파고 11 m 이상인 경우에는 유의파 주기의 변동계수는 0.04이며 파고와 파형경사의 상관계수는 -0.70이다. 유의파 주기의 변동계수가 작아지면 파고와 파형경사의 상관성이 커진다. 이와 같이 두 확률변수의 상관성이 큰 경우는 부분안전계수가 다소 크게 변화하는 것을 확인했다. 사용년수가 50년이고 목표파괴확률 20%일 때 약 4% 정도 크게 계산되고 목표파괴확률 10%일 때는 약 8% 정도 크게 산정된다. 따라서 상관성을 고려하여 부분안전계수를 산정해야 한다.

본 연구를 통해 유의파 주기의 변동성이 큰 해역에서는 파고와 파형경사의 상관성이 적어 상관성 고려 여부에 따라 부분안전계수의 차이가 그다지 크지 않다는 것을 확인할 수 있었다. 이때는 확률변수들의 독립 가정이 합리적 방법이라 판단된다. 하지만 유의파 주기의 변동성이 작은 지역에서는 두 확률변수의 상관성이 크기 때문에 독립 가정을 하여 부분안전계수를 산정하는 것은 다소 무리가 있다고 생각된다. 따라서 유의파 주기의 변동성 및 파고와 파형경사의 상관성을 충분히 검토하여 부분안전계수를 산정해야 한다.

### 감사의 글

본 논문은 국토해양부 및 한국해양수산진흥원 지원과 제인 '항만구조물 신뢰성 설계법 개발' 연구과제(PM48400)와 서울대학교 SIR BK21(안전하고 지속가능한 사회기반

건설)사업단의 지원 하에 연구가 수행되었습니다.

### 참고문헌

김승우, 서경덕 (2005). 동해항 방파제를 대상으로 한 신뢰성 설계법의 비교 연구. 1. 피복 블록의 안정성, 한국해양공학회지, 17(3), 188-201.

서경덕, 권혁동, 이동영(2008). 한반도 주변 심해파의 통계적 특성, 제2회 항만구조물 신뢰성 설계법 기술교육 워크샵, 항만구조물 신뢰성 설계 연구단, 도서출판 씨아이알, 107-124.

이철웅 (2007). 피복재의 부분안전계수 산정, 한국해양해양공학회지, 19(4), 336-344.

Burcharth, H.F. (1991). Introduction of partial coefficient in the design of rubble mound breakwaters, Proc. Coastal Structures Breakwaters, Institution of Civil Engineers, London, 543-565.

Burcharth, H.F. (1992). Reliability evaluation of a structure at sea, Proc. 23rd. Int. Conf. on Coastal Engineering, ASCE, New York, 511-545.

Burcharth, H.F. and Sorenson, J.D. (2000). The PIANC safety factor system for breakwaters, Proc. Coastal Structures '99, Spain, 1125-1144.

Goda, Y. (2003), Revisiting Wilson's formulas for simplified wind-wave prediction, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg., ASCE, 129(2).

Qie, L. and Cai, S. (2007). Determination of partial coefficients for reliability of semi-circular breakwaters, Proc. of Asian and Pacific Coasts 2007, Nanjing, 1736-1747.

Rackwitz, R. (1976). Practical probabilistic approach to design, Bulletin 112, Comite European du Beton, Paris, France.

van der Meer, J.W. (1987). Stability of breakwater armor layers design formulae, Coastal Engrg., 11, 219-239.

van der Meer, J.W. (1988). Deterministic and probabilistic design of breakwater armor layers, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg., ASCE, 114(1), 66-80.

Yoshioka, T. and Nagao, T. (2005). Level-1 reliability-based design method for gravity-type special breakwaters, Research report of NILIM.

Zhao, G., Jin, W. and Gong, J. (2000). Theory of structural reliability, China Construction Press, Beijing (in Chinese).

Received May 19, 2008

Accepted June 16, 2008