한국초등수학교육학회지 12(1) 1-25. Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 12(1) 1-25.

소수연산에 관한 예비초등교사의 교수내용지식 분석

송 근 영[1] · 방 정 숙[2]

최근 더욱 강조되는 교사의 교수 내용 지식과 관련하여 분수에 관한 연구는 상대적으로 많으나 소수와 관련된 연구는 매우 드물다. 초등수학교육에서 소수가 차지하는 양과 개념적 중요성을 생각해볼 때, 이에 대한 연구가 시급하다. 이에 본 연구는 예비초등교사의 소수연산에 관한 수학 내용 지식, 학생 이해 지식, 교수 방법 지식을 살펴보았다. 분석 결과, 예비교사들은 교과서에 제시된 연산 방법에 관해서는 잘 이해하고 있었으나 승수나 제수가 소수인 경우 연산의 의미는 잘 이해하지 못했다. 학생들의 오류에 대해서는 자연수 관련 오류에 비해 소수점 관련 오류, 분수 관련 오류를 잘 이해하지 못하였다. 교수 방법에 대해서는 알고리즘에 관한 설명이 가장 많았으며, 응답 중 '자연수 연산과 비슷하게 계산하되 소수점에 유의한다.'와 같은 반응이 많아 학생들의 자연수 관련 오류의 원인이 될 가능성을 보였다. 이런 측면에서 본 연구는 예비초등교사교육에서 초등학생들의 오류 유형 및 원인에 대해 더 민감하게 배우고 단순한 알고리즘 이외의 다양한 교수법에 대해서 학습할 기회가 필요하다는 점을 강조한다.

[주제어] 교수 내용 지식, 예비초등교사교육, 소수 연산

Ⅰ. 서 론

교사는 교육 내용을 기계적으로 전달하는 것이 아니라 자신의 지식이나 신념을 토대로 가르치기 마련이어서, 교실에서 실행되는 구체적인 교수 방법이나 교육과정의 정도는 교사에 따라 달라진다. 특히 교사의 지식은 교실 수업과 학생의 학업성취에 직접적으로 영향을 미치며, 교사가 많이 알아야 학생을 제대로 가르칠 수 있다는 주장과 더불어 많은 연구자들의 관심 대상이 되어 왔다(Ma, 1999).

최근 미국수학교사협의회(National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000)에서는 수학을 효과적으로 가르치기 위해 교사들은 수학 내용, 교육과정 목표, 학생들이 학습하는데 있어서 부딪히는 어려움, 평가, 효과적인 교수 방법에 대한 지식이 필요하다고 하여 교사의 교수 내용 지식(Pedagogical Content Knowledge [PCK])을 강조하고 있다. 또한 우리나라 제7차 교육과정에서도 수준별 교육과정의 도입과 더불어 다양한 교수·학습 방법을 활용할 것을 강조하고 있는데 이는 교사의 풍부한 PCK가 전제되어야 가능하다.

교사의 PCK는 예비교사 때부터 잘 형성되어야 한다. 그렇지 않으면 교사가 되어 시행

---

1) [제1저자] 대구 동성초등학교
2) [교신저자] 한국교원대 초등교육과

착오를 많이 거치게 되고 학생의 학습을 제대로 도울 수 없게 되어 수학 내용에 대한 오개념까지 만들 수 있다. 실제 초임교사의 PCK를 대상으로 한 연구에서 교사가 PCK를 교수 실제에 적용하기 어려운 원인 중 하나로 예비교사 교육이나 교생 실습교육이 제대로 이루어지지 않은 것을 지적하고 있다(한운성, 2004; Passe, 1995). 또한 예비교사를 대상으로 한 연구에서도 예비교사들의 PCK가 매우 부족한 것으로 나타났다(김상룡, 2004; 박수정, 2001; Ball, 1990; Stacey, Helme, Steinle, Baturo, Irwin, & Bana, 2001; Tirosh, 2000). 이에 예비교사 때부터 PCK를 신장하는 것이 매우 중요하며 이에 대한 적극적인 연구가 이루어져야한다.

한편, 소수는 실수 개념 이해에 핵심적인 역할을 하는 중요한 개념이다. 따라서 소수 학습의 시작이자 기초 과정인 초등학교에서 소수에 대한 이해를 바르게 하는 것은 중요한 일이다. 이에 현행 초등 수학 교과서에서는 소수를 3-나, 4-나, 5-나, 6-가, 6-나 단계를 거쳐 7개의 단원에 제시하고 있어 실제 교수과정에서도 다른 주제에 비하여 많은 시간과 노력을 할애하고 있다. 그러나 소수는 그 개념이 여러 가지로 해석될 수 있고, 자연수에 비해 실생활에서 많이 접할 수 있는 개념이 아니며, 자연수와 분수를 다룬 다음 학습하여 선행 학습과 관련하여 여러 가지 장애가 발생하기 쉽기 때문에 분수와 더불어 학생들이 이해하기에 어려운 영역 중 하나다(김용태, 2000; 방정숙, 김재화, 2006; Resnick, Nesher, Leonard, Magone, Omanson, Peled, 1989).

이처럼 소수가 중요한 개념인 동시에 학생들은 이해하기 힘든 영역인데도 교사들은 교실 현장에서 소수의 개념적 이해를 바탕으로 하지 않은 채 알고리즘만 강조하여 '소수점을 가진 자연수' 정도로만 취급하는 경향이 있다(박정래, 2003; 이경아, 1996). 이에 대한 원인은 다양하겠으나 그 중 하나로 소수에 대한 예비교사 교육을 들 수 있겠다. 예를 들어 전국 교대 공통 프로그램의 일환으로 개발된 '초등교사 교육을 위한 수학 프로그램 적용 및 확산 연구' 를 살펴보면(남승인, 신준식, 류성림, 권성룡, 김남균, 2004), 내용 영역(431면) 중에서 소수(9면)가 차지하는 비율이 비슷한 개념인 분수(24면)에 비해 매우 적다. 또한 그 내용을 살펴보면, 분수 개념에 대해서는 전체-부분, 측도, 몫, 비, 연산자의 의미를 다루고 있으나 소수는 분수(유리수)를 십진법으로 표현한 것 정도로만 다루고 있다. 또한 소수 연산의 알고리즘은 비교적 자세히 제시되어 있으나 연산의 의미나 다양한 모델에 대해 거의 제시되어 있지 않다.

한편 많은 수학교육관련 연구자들도 소수를 자연수와 분수의 확장된 개념 정도로 다루고 있어서 유사한 개념인 분수에 비해 소수를 대상으로 한 연구는 적다. 더욱이 소수와 관련 된 교사의 지식에 대한 연구는 거의 찾아볼 수 없다. 따라서 소수의 다양한 개념을 조사하고 관련된 예비교사의 PCK를 분석하여 예비교사의 교육과정에 반영할 수 있는 기반을 마련하는 것은 매우 의미 있는 일이 될 것이다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 소수 연산에 관한 교수 내용 지식

가. 소수 연산에 관한 수학 내용 지식

소수 연산의 의미는 기본적으로 자연수의 연산을 바탕으로 한다. 소수의 덧셈의 상황은

자연수의 덧셈처럼 첨가와 합병의 두 경우로 생각할 수 있고, 소수의 뺄셈은 제거와 비교의 두 경우로 생각할 수 있다. 소수의 곱셈에 대한 정의는 자연수와 마찬가지로 동수누가, 직사각형 넓이라는 측면으로 접근 가능하다. 이 중 동수누가는 동일한 수를 반복적으로 더한다는 의미로 곱셈의 가장 일반적인 정의이다. 그러나 (소수)×(소수), 예를 들어 0.4×0.3은 동수누가의 의미로 생각하기가 쉽지 않으며, 직사각형 넓이의 의미가 더 적합하다. 또한 작용소 또는 연산자로서 소수의 의미로 접근하여 어떤 대상의 '배'라는 연산자가 작용함으로써 새로운 대상을 만들어 내는 것으로 도형의 확대와 축소와 연결하여 지도할 수도 있다(김용태, 2000).

자연수 나눗셈은 곱셈의 역연산으로서의 정의와 나눗셈 알고리즘을 고려할 수 있으나 초등학교 수준에서 수학적으로 정의하기 힘들기 때문에 등분제와 포함제를 사용한다(배종수, 2005). 따라서 등분제와 포함제의 의미에서 소수의 나눗셈을 생각해 보면, 등분제는 동등하게 나눈다는 의미로서, 예를 들어 1.2 ÷ 3은 1.2를 3개로 동등하게 나누어 0.4씩 돌아간다고 생각할 수 있다. 그러나 1.2 ÷ 0.4를 등분의 의미로 생각하기는 쉽지 않으며, 이는 0.4가 1.2 안에 3번 포함되었다는 포함의 의미가 더 적합하다. 한편 소수의 나눗셈은 직사각형 넓이의 의미로 생각할 수 있다. 즉 1.2 ÷ 0.4의 몫은 직사각형의 넓이를 1.2로, 한 변을 0.4로 두었을 때 나머지 한 변의 길이로 생각할 수 있다.

소수 연산 방법을 살펴보면, 소수의 합과 차를 구하는 방법은 크게 두 가지 방법이 있는데 하나는 소수를 분수의 형태로 바꾸어 분수의 덧셈(뺄셈)을 하고 그 결과를 다시 소수로 고치는 것이고, 다른 하나는 소수 자리수에 맞추어 나타낸 다음 자연수와 마찬가지로 계산하는 것이다(Billstein, Libeskind, & Lott, 1990). 소수의 곱셈과 나눗셈을 계산하는 방법도 마찬가지로 두 가지 경우가 있다. 소수를 분수의 형태로 바꾸어 곱셈과 나눗셈을 하는 경우와 소수를 자연수와 마찬가지로 곱하거나 나눈 뒤 소수점을 생각하는 경우다.

나. 소수 연산에 관한 학습자 이해 지식

소수 연산 오류에 관한 선행 연구를 살펴보면, 오류 유형이 주로 학생들의 선행 지식(분수, 자연수)과 잘못된 연결로 인한 오류와 소수점과 관련된 오류로 나타난다(윤희태, 2002; 이경아, 1996; Resnick et al., 1989). 이에 방정숙과 김재화(2006)는 소수 오류 유형을 소수점 관련 오류, 분수 관련 오류, 자연수 연산 관련 오류로 나누어 그 원인을 선행지식과 연결성 관점에서 분석하였는데 유형별로 살펴보면 다음과 같다.

소수점 관련 오류는 학생들이 소수 연산을 할 때 소수점을 잘 처리하지 못하여 범하는 오류유형으로서, 소수와 자연수의 자리 체계 간 혼동을 하거나, 소수 연산 알고리즘 간 혼동을 일으키거나, 소수 개념에 대한 이해부족에 원인이 있다. 분수 관련 오류는 소수를 십진 분수로 고쳐서 계산하고 그 결과를 다시 소수로 바꾸는 방법으로 연산을 할 때 분수와 관련하여 범하는 오류 유형으로서, 그 원인은 소수와 십진 분수 간 연결이 잘 안되거나, 소수를 분수로 고친 것에 대해 의미를 생각하지 못하고 계산하거나, 분수의 역수에 대한 오류가 소수 연산에 그대로 연결되기 때문이다. 마지막으로 자연수 연산 관련 오류는 자연수의 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 알고리즘을 제대로 이해하지 못하여 범하는 오류 유형으로서, 받아올림이나 받아내림의 이해 부족, 자연수 곱셈과 나눗셈 오류의 연결, 자연수 혼합산에서 잘못된 계산 순서의 연결이 원인이 된다.

다. 소수 연산에 관한 교수 방법 지식

알고리즘에 기초하여 소수 연산 문제를 잘 해결하면서도 정작 개념적 이해를 동반하는 문제를 어려워하는 학생이 많다. 이유는 개념적 이해가 바탕이 되지 않은 상태에서 알고리즘만 반복하여 학습함으로써 의미 있는 연산 지도가 되지 않기 때문이다. 따라서 분수와 자연수 연산에 대한 선행지식을 바탕으로 적절한 비유와 추론을 통해 개념에 충실한 지도를 해야 한다.

Baroody와 Coslick(1998)은 소수 연산에 관한 지도를 다음과 같이 개념단계, 연결단계, 기호화단계로 나누어 설명한다. 우선 개념단계에서는 질적 추론과 어림이 포함된 문제를 가지고 시작하고, 그 다음 조작물을 이용하여 정확한 답이 요구되는 문제를 해결하도록 한다. 또한 의미 있는 비유가 포함된 문제 상황을 제시하여 각 연산에 적합한 모델로 개념화 하도록 하며, 학생들에게 친숙한 주위 상황에서 문제를 도입하고, 구체물과 비형식적인 전략을 이용하여 알고리즘을 재발견하도록 격려한다. 연결단계에서는 기존의 알고 있던 것을 떠올려 소수 연산 알고리즘을 재발견하도록 하고, 알고리즘 각 단계별로 구체물을 대응시켜 보게 한다. 마지막으로, 기호화 단계에서는 활동한 내용을 바탕으로, 소수점 자리를 찾는 규칙을 귀납적으로 발견하도록 하며, 형식적 알고리즘을 정확하게 이해하도록 한다.

2. 예비교사의 교수 내용 지식에 관한 선행연구 고찰

김상룡(2004)의 연구에 따르면, 예비초등교사를 대상으로 기본적인 수학 개념 및 정의와 관련한 문제와 단순 계산을 포함하는 문장제로 검사한 결과. 평균 65.26으로 대체로 낮은 점수를 나타냈다. 특히 오류를 보인 예비교사들은 암기된 공식을 그대로 사용하려는 경향, 성급하게 답부터 구하려는 경향, 문제를 정확히 읽지 않는 경향이 복합적으로 나타났으며, 어림, 반성적인 사고, 특정 지식('0' 과 관련된 지식, 분수와 관련된 지식)이 결핍되어 있었다.

한편, Ball(1988)의 연구에서 예비교사들에게 분수의 나눗셈 식을 문장제나 모델로 나타내도록 한 경우, 대부분이 계산은 정확하게 하였지만 문제에 대한 적절한 표현을 하지 못했다. 또한 서관석과 전경순(2000)의 연구에서도 예비 초등 교사들은 3÷1/2를 계산할 수 있었으나 설명할 수 있는 수학적 상황을 제대로 서술하지 못했다. 그리고 3÷2/7을 학생들에게 가르치는 것에 관해 44%의 예비교사가 제수의 역수를 취해서 곱하는 방법으로 가르치겠다고 답하였으며, 공통적으로 표준 알고리즘이 최선의 교수법이라고 생각하였다.

예비교사들은 분수에 대해 오개념을 가진 학생들에게 개념적 이해를 돕는 표현보다는 절차나 기호적 표현을 많이 사용했다(Orton, 1988). 그리고 교수나 학생에 대한 경험의 부족으로 학습자의 어려움을 예상하는 것을 매우 어려워했다(Graeber, 1999). 분수의 나눗셈에 관한 예비교사의 PCK 연구에서 예비교사들은 분수의 나눗셈은 할 수 있었으나 학생들이 범할 오류와 원인에 대해서는 잘 이해하지 못했다. 예비교사들은 오류가 생기는 것은 학생들이 알고리즘을 기억하지 못하기 때문이라고 했다. 즉 오류의 원인을 학생들의 부주의나 능력의 탓으로 돌렸다(Tirosh, 2000).

이와 같은 선행 연구를 통해 첫째, 예비교사들은 주어진 문제에 대해서 계산은 할 수 있지만 개념적인 이해가 부족하며, 특히 학생에 대한 이해가 부족하여 오류를 학생의 탓으로 돌리려는 경향이 있다는 것을 알 수 있다. 따라서 예비교사의 PCK에 대해 이해할 수 있는 연구를 통해, 예비교사의 PCK를 신장시킬 수 있는 방안의 토대를 마련하는 것이 중요하다. 하지만 우리나라에서는 아직 연구된 것이 많지 않으며 교사의 PCK가 최근 관

심 영역이어서 이에 관한 연구가 필요하다고 본다. 둘째, 선행 연구의 주제가 예비교사 PCK의 일반적인 특성을 조사한 것이 있었으나, 분수의 나눗셈에 관한 것이 많고, 최근 소수의 크기 비교에 대한 연구가 있었다. 따라서 분수와 비슷한 영역인 소수라는 주제에 관하여 예비교사의 PCK를 조사하는 것이 필요하며 특히 수학 내용 지식, 학습자 이해 지식, 교수 방법 지식으로 나누어 실태를 조사하는 것은 소수연산에 관한 예비교사 PCK를 전반적으로 살펴보는데 도움이 되리라고 본다.

Ⅲ. 연구 방법 및 절차

1. 연구 대상

본 연구에서는 대도시에 소재한 교육 대학교 학생 중 수학 교육 방법론을 수강했고 동시에 소수에 대한 실습 경험이 없는 예비교사 152명을 표집 대상으로 하였다. 특히 수학 교육 방법론을 수강한 학생들을 대상으로 하는 이유는 소수에 관한 예비교사 교육이 예비교사 PCK에 영향을 미치는 정도를 고려한 까닭이다. 그리고 소수에 대한 실습 경험이 영향을 줄 수 있다고 판단되어, 이는 제한하여 조건을 동일하게 했다. 연구 대상의 선정은 3개 대도시에 소재하고 있는 각 교육 대학교 교수의 추천을 받았는데, 학년은 모두 3학년으로 수학 심화 과정 4개 반과 국어 심화 1개 반 총 5개 반이었다. 한편 예비검사를 분석한 결과 심화과정은 예비교사의 답변에 크게 영향을 미치지 않은 것으로 나타났으며, 대학에 따라 분류하여 분석할 것이 아니므로 대학과 심화과정은 구분하지 않고 전체를 대상으로 분석하였다.

2. 연구 방법 및 검사도구

본 연구에서는 예비교사의 PCK를 알아보기 위해 소수 연산에 관한 지필 문항을 개발하였으며, 이를 가지고 조사 연구를 실시하였다. 연구의 절차는 우선, 소수 연산에 대한 예비교사들의 PCK를 분석하기 위해 소수에 관한 문헌을 검토하고 PCK 구성 요소 별로 문항을 개발하였는데, 구체적 문항은 [부록] 에 제시하였다. 다음으로 소수에 관한 PCK를 분석하기 위한 틀을 마련하기 위해 본 연구 대상과 비슷한 수준의 대상을 골라 예비 검사를 실시하였다. 또한 예비 검사 실시 후 나타난 문제점들은 수정·보완하여 본 검사에 반영하여, 예비초등교사들을 대상으로 소수에 대한 PCK 검사를 실시한 후 PCK 구성 요소 별로 어떻게 이해하고 있는지 분석하였다.

본 검사는 소수연산에 대한 예비교사의 PCK를 알아보기 위해 연구자가 지필 검사 문항을 작성했다. 소수에 대한 수학 내용 지식, 학생들의 오류와 오류에 따른 원인, 소수 학습에 대한 다양한 교수법과 관련하여 문헌을 조사 하였으며, 이를 참고하여 소수에 관한 PCK의 구성 요소 별로 문항을 개발하였다(김용태, 2000; 방정숙, 김재화, 2006; 배종수, 2005; 변희현 2005; Baroody & Coslick, 1998; Bassarear, 2001; Hiebert, 1987; Resnick et al., 1989). 검사 문항의 평가 범주와 평가 내용을 나타내면 [표 1]과 같다. 검사 도구의 타당도를 높이기 위해서 검사지와 분석틀에 대해 전문가 2명과 교사 10인의 검토를 받았으며, 용어 선정을 위해 예비검사를 실시하였다.

[표 1] 소수 연산에 관한 예비교사의 PCK 검사 문항 구성

평가 범주	평가 내용
소수 연산에 관한 수학 내용 지식	소수 덧셈 및 뺄셈의 의미, 모델, 계산 방법
	소수 곱셈의 의미, 모델, 계산 방법
	소수 나눗셈의 의미, 모델, 계산 방법
소수 연산에 관한 학생 이해 지식	소수점과 관련된 오류의 유형과 원인
	자연수와 관련된 오류의 유형과 원인
	분수와 관련된 오류의 유형과 원인
소수 연산에 관한 교수 방법 지식	소수 덧셈 및 뺄셈에 관한 일반적인 교수방법
	소수 곱셈에 관한 일반적인 교수방법
	소수 나눗셈에 관한 일반적인 교수방법

3. 자료 수집 및 분석

충북에 소재한 대학의 예비초등교사 중 수학심화과정 3학년 1개 반을 대상으로 예비검사를 실시하여 검사 시 유의점, 검사하는데 걸리는 시간, 문항의 난의도와 문항의 오류를 알아보았다. 또한 예비검사의 결과를 분석함으로써 개략적인 평가 틀을 마련하였다.

본 검사는 대도시 3곳에 위치한 교육 대학교 5개 반을 대상으로 하였으며, 2006년 6월~7월에 걸쳐 실시하였다. 검사 실시 전 연구의 목적을 간단하게 설명하였고 예비교사들이 자신의 생각을 자연스럽게 쓸 수 있도록 분위기를 조성하였다. 단 예비교사 간 서로 이야기 하는 것은 자제하도록 하였으며, 질문이 있으면 연구자에게 묻도록 하였다. 검사는 40분~50분 동안 실시하였다.

자료 분석은 본 연구를 위해 개발된 지필 평가 문항에 대한 예비교사의 반응을 분석함으로써 이루어졌다. 본 연구는 대부분의 예비교사들이 가지고 있는 PCK를 알아보기 위한 것이다. 따라서 정답이 있는 문항의 경우, 그 문항의 정답률과 오답률을 제시했을 뿐 아니라 정답 및 오답의 유형을 나누어 가장 주된 유형을 알아보았다. 한편 정답이 정해져 있지 않은 문항의 경우, 예비 실험을 참고하여 평가 요소를 정하고 예비교사의 반응을 평가 요소에 따라 분류하였다. 평가 요소 외에 매우 드문 반응들은 ‘기타’로 분류하였다. 또한 각 평가 요소 별로 응답률을 제시하였다. 이를 바탕으로 소수 연산에 관한 예비교사의 PCK가 어떠한지 알아보았다.

Ⅳ. 연구 결과

1. 소수 연산에 관한 수학 내용 지식

소수 연산에 관한 예비교사의 수학 내용 지식을 알아보기 위해서 ‘연산 방법’과 ‘연산 의미’로 나누어 분석하였다. 단, 연산 의미 중 덧셈 연산에 대해서는 거의 모든 예비교사들이 첨가와 합병의 의미로 잘 나타내어 본 논문에서는 곱셈과 나눗셈 연산의 의미만 제시한다. 우선 연산 방법에 대해서는 세로셈 알고리즘과 분수로 바꾸어 연산하는 방법 두 가지 모두 응답한 경우가 가장 많았으며, 대부분 적어도 한 가지 방법을 제시하였다. 한편 연산의 의미에 대해서는 ‘동수 누가’의 의미로 소수 곱셈을 해석한 경우와

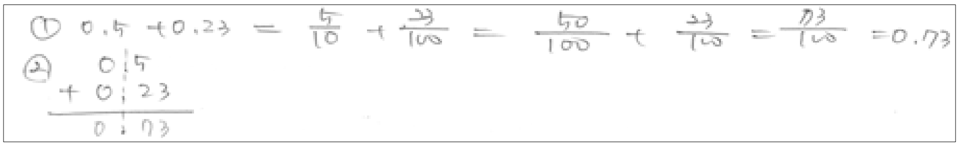
'등분' 의 의미로 소수 나눗셈을 해석한 경우가 많았다. 연산 방법 및 연산의 의미 각각에 대한 구체적인 분석 결과는 다음과 같다.

가. 소수 연산 방법(알고리즘)

현행 수학 교과서에서는 소수 세로셈을 하는 알고리즘과 분수로 고쳐서 계산하는 알고리즘 두 가지를 제시하고 있으며 본 연구에서는 이에 대한 예비교사들의 이해도를 알아보고자 하였으므로, 이 외의 소수 연산 알고리즘에 대해서는 '기타' 처리 하였다. 소수 덧셈 알고리즘에 관한 응답을 분석한 결과는 [표 2]에 제시하였다. 분석 결과 두 가지 방법 모두를 제시한 예비교사가 가장 많았으며, 그 다음으로 세로셈 알고리즘만 제시한 경우가 많았다. 그러나 분수로 바꾸어 더하는 방법만 제시한 경우는 매우 낮게 나타났다. <그림 1>은 예비교사들이 가장 많이 제시한 경우의 응답 형태이다.

[표 2] 소수 덧셈 알고리즘에 관한 응답

소수 덧셈 알고리즘	응답자 수(%)
세로셈 알고리즘과 분수로 바꾸어 더하는 방법을 모두 제시	78(51.3)
세로셈 알고리즘만 제시	60(39.5)
분수로 바꾸어 더하는 방법만 제시	5(3.3)
기타	7(4.6)
응답 없음	2(1.3)

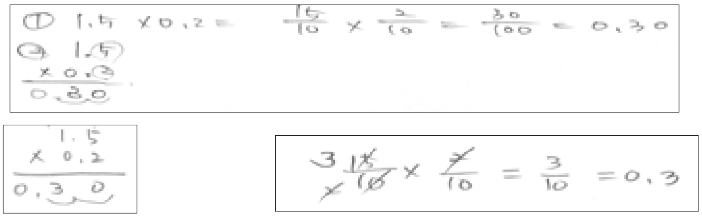


<그림 1> 0.5+0.23에 대한 응답 형태

소수 곱셈 알고리즘에 관한 응답을 분석한 결과는 [표 3]에 제시하였다. 분석 결과두 가지 방법을 모두 제시한 예비교사들이 가장 많았다. 그런데 한 가지 주목할 점은 <그림 2>의 세 번째 경우와 같이 분수를 다시 약분을 하여 곱하는 형태의 응답이었다. 비율은 낮았지만, 그대로 곱하여 소수로 바꾸는 쉬운 방법이 있음에도 불구하고 두 번이나 약분을 하는 것은 일부 예비교사들이 분수의 곱셈에 대해 일단 무조건 약분을 하려는 경향이 있는 것으로 생각되며, 학생들의 분수관련 연산 오류의 원인과도 연결된다고 판단된다. <그림 2>는 응답 유형별로 전형적인 응답 형태이다.

[표 3] 소수 곱셈 알고리즘에 관한 응답

소수 곱셈 알고리즘	응답자 수(%)
세로셈 알고리즘과 분수로 바꾸어 곱하는 방법을 모두 제시	80(52.6)
세로셈 알고리즘만 제시	33(21.7)
분수로 바꾸어 곱하는 방법을 제시	19(12.5)
세로셈 알고리즘과 분수로 바꾼 후 약분하여 계산하는 방법을 제시	6(4.0)
분수로 바꾼 후 약분하여 계산하는 방법을 제시	4(2.6)
응답 없음	5(3.3)
기타	5(3.3)

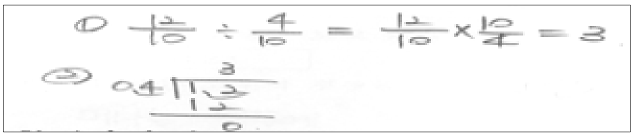


< 그림 2 > 1.5x0.2에 관한 응답 형태

소수 나눗셈 알고리즘에 관한 응답을 분석한 결과는 [표 4]와 같다. 분석 결과 '피제수와 제수의 소수를 같이 옮긴 후 자연수의 나눗셈처럼 계산한다.' 라는 반응이 많았다. 그런데 이는 1.2 ÷ 0.4를 예로 제시하여 나온 반응이라 생각되어 이와 같은 답은 모두 세로셈 알고리즘으로 분류하였다. 소수 나눗셈 알고리즘에 관해서도 두 가지 방법을 모두 제시한 예비교사가 가장 많았다. <그림 3>은 예비교사들이 가장 많이 제시한 경우의 응답 형태다.

[표 4] 소수 나눗셈 알고리즘에 관한 응답

소수 나눗셈 알고리즘	응답자 수(%)
세로셈 알고리즘과 분수로 바꾸어 나누는 방법을 모두 제시	88(57.9)
세로셈 알고리즘만 제시	27(17.8)
분수로 바꾸어 나누는 방법만 제시	20(13.2)
응답 없음	11(7.2)
기타	6(3.9)



< 그림 3 > 1.2÷0.4에 관한 응답 형태

나. 소수 곱셈의 의미

소수 곱셈에 관한 지식을 알아보기 위해 0.4×3, 0.4×0.3을 제시하고, 문장제와 그림 모델로 나타내도록 하였다. 분석 결과는 [표 5]와 같다. 동수 누가의 의미로 나타내기 쉬운 0.4×3은 문장제와 그림 모델로 잘 나타내었으나 0.4×0.3에 대해서는 정답률이 상대적으로 낮았다. 이는 소수 곱셈에 대하여 동수 누가의 의미는 잘 이해하고 있으나, 연산자 모델이나 넓이 모델에 관해서는 비교적 어려움을 느끼는 것으로 생각된다.

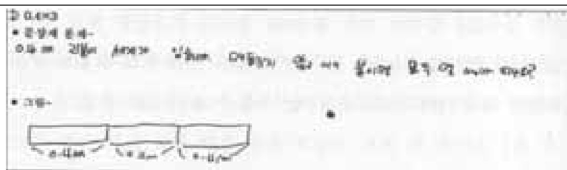
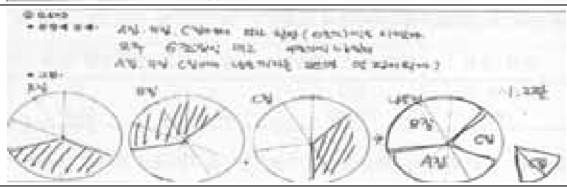
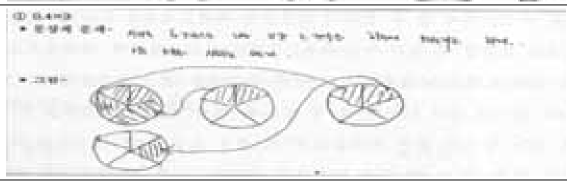
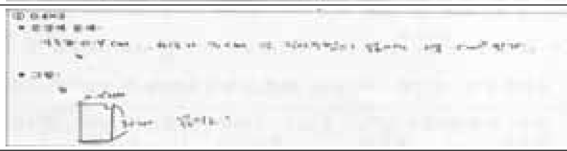
[표 5] 소수 곱셈 문장제 및 그림 모델

소수의 곱셈	0.4×3		0.4×0.3	
	문장제	그림모델	문장제	그림모델
정답자 수(%)	142(93.4)	146(96.1)	102(67.1)	102(67.1)

구체적으로, 0.4x3에 대한 예비교사들의 반응을 분석한 결과는 [표 6]과 같다. 대부분의 예비교사들은 <그림 4>와 같이 0.4×3을 문장제와 그림 모델로 표현할 때 동수 누가로 나타냈다. 그런데 동수 누가 중에서도 ‘0.4L의 물 3통을 한 곳에 부었다. 모두 몇 L의 물이 되었습니까?’ 와 같이 소수 그대로 나타낼 수도 있는데(60.5%) ‘피자 한 판을 10조각씩 나누어 그 중 4조각씩 3일 동안 먹었다. 모두 몇 판을 먹었는지 소수로 나타내시오.’ 와 같이 소수를 분수로 고쳐서 문장제를 나타낸 경우(27%)가 있었다. 이는 예비교사들이 소수보다 분수의 문장제에 익숙하기 때문에 이같이 표현했다고 생각된다.

[표 6] 0.4×3에 대한 문제 상황 표현

<table>
<tr><th rowspan="2">문제 상황</th><th colspan="3">동수 누가(묶음)</th><th>넓 이</th><th rowspan="2">응답 없음</th></tr>
<tr><th>0.4×3 표현</th><th>$\frac{4}{10}\times3$ 표현</th><th>$\frac{2}{5}\times3$ 표현</th><th>0.4×3 표현</th></tr>
<tr><td>응답자 수(%)</td><td>92(60.5)</td><td>41(27.0)</td><td>5(3.3)</td><td>4(2.6)</td><td>10(6.6)</td></tr>
</table>

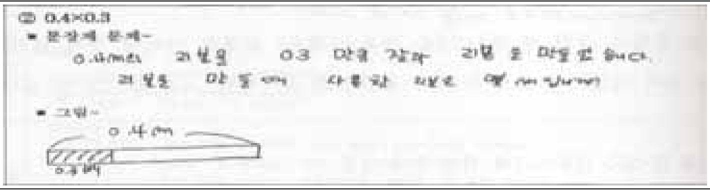
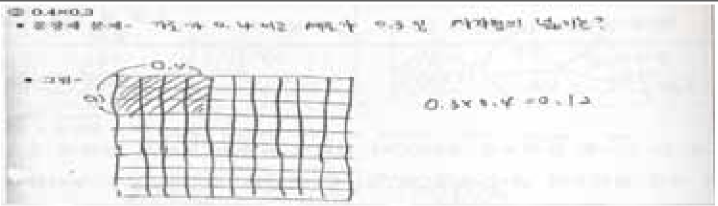
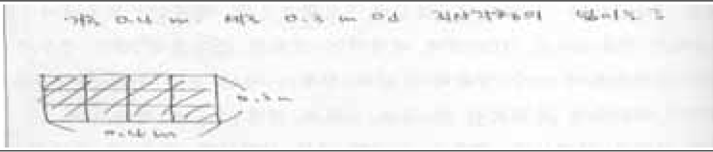
<table>
<tr><td rowspan="3">동수
누가
(묶음)
모델</td><td>0.4×3 표현</td><td></td></tr>
<tr><td>$\frac{4}{10}\times3$ 표현</td><td></td></tr>
<tr><td>$\frac{2}{5}\times3$ 표현</td><td></td></tr>
<tr><td>넓이
모델</td><td>0.4×3 표현</td><td></td></tr>
</table>

< 그림 4 > 0.4×3에 관한 동수 누가 및 넓이 모델

한편, 0.4x0.3에 대한 예비교사들의 반응을 분석한 결과는 [표 7]과 같다. 대부분의 예비교사들은 0.4×0.3에 관해서 작용소(연산자) 모델로 나타낸 경우(41.4%)가 가장 많았으며 넓이 모델(25.7%)이 비교적 적었다. 또한 0.4×3의 경우보다 오답 및 무응답률이 높았다. 오답을 한 경우는 ‘0.4+0.3’, ‘0.4÷10÷3’, ‘0.04×3’ 에 해당하는 상황의 문장제를 만든 경우가 있었다. 이는 동수 누가의 의미로 주어진 문제를 나타내려다가 어려움에 부딪히자 오류를 범한 것으로 판단된다.

[표 7] 0.4×0.3에 대한 문제 상황 표현

문제 상황	작용소 (연산자)	넓 이	오답 및 응답 없음
응답자 수(%)	63(41.4)	39(25.7)	50(32.9)

<table>
<tr><td>작용소
모델</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">넓이
모델</td><td></td></tr>
<tr><td></td></tr>
</table>

<그림 5> 0.4×0.3에 대한 작용소(연산자) 및 넓이 모델

한편, 예비교사들이 제시한 작용소 및 넓이 모델의 예를 살펴보면, <그림 5>와 같이 ‘0.4m의 리본이 있다. 이 중에 0.3배만 쓰려고 한다. 몇 m인가?’ 의 문장제를 제시하고, 0.4의 띠 모델을 제시하여 이 중 0.3에 해당하는 부분만 색칠하여 나타낸 경우가 많았다. 넓이 모델도 마찬가지로 ‘가로 0.4m, 세로0.3m의 꽃밭이 있다. 이 꽃밭의 넓이는 몇 m^2인가?’ 라는 식의 상황을 제시하였는데, 이에 대한 그림 모델을 살펴보면 사각형을 100등분 눈금으로 나타낸 것이 아니라 단순히 직사각형을 그리고 가로, 세로에 0.4, 0.3만을 표시한 경우가 많았다. 이 경우 엄격한 의미에서 넓이 모델이라 말하기 어려우며, 넓이 단위인 모눈 한 칸이 0.01인 것을 이해하고 있는지 명확하지 않다.

다. 소수 나눗셈의 의미

소수 나눗셈에 관하여 알아보기 위해 1.2÷3, 1.2÷0.4를 제시하고, 문장제와 그림 모델로 나타내도록 하였다. 분석 결과는 [표 8]과 같다. 소수의 나눗셈의 경우 곱셈과 유사한 형태로 그림 모델이 제시되어 여기서는 그림의 예는 들지 않고 응답률만 표로 나타내었다.

[표 8] 소수 나눗셈 문장제 및 그림 모델

소수의 나눗셈	1.2÷3		1.2÷0.4	
	문장제	그림모델	문장제	그림모델
정답자 수(%)	144(94.7)	145(95.4)	95(62.5)	96(63.2)

[표 8]에 나타난 것과 같이 등분 상황으로 나타내기 쉬운 1.2÷3은 정답률이 높았으나

등분 상황으로 나타내기 어려운 1.2÷0.4에 대해서는 비교적 정답률이 낮았다. 이는 소수 나눗셈을 등분 상황으로는 매우 잘 이해하고 있으나 그에 비해 포함이나 넓이 상황에 대해서는 이해도가 낮은 것으로 생각된다.

구체적으로, 1.2÷3과 1.2÷0.4에 대한 예비교사들의 반응을 분석한 결과는 [표 9]와 [표 10]과 같다. [표 9]를 살펴보면 대부분의 예비교사들이 1.2÷3을 등분 상황으로 표현할 수 있었다. 그런데 소수 곱셈에서와 마찬가지로 문장제를 나타낼 때 1.2를 '피자 한 판을 10등분 한 것 중 12 조각' 또는 '피자 한 판과, 한 판을 5등분 한 것 중 1 조각' 과 같이 소수를 분수로 고쳐서 나타낸 경우가 있었으며, 그림 모델로 나타낼 때도 이와 같은 형태로 분수 의미의 소수로 나타낸 경우가 많았다.

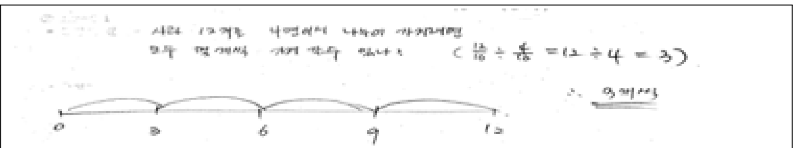
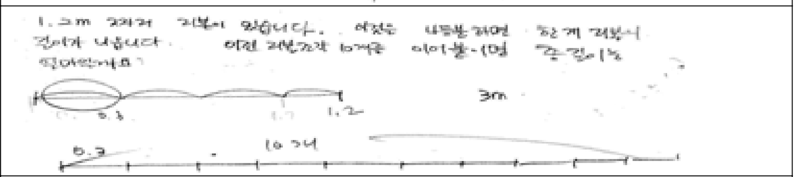
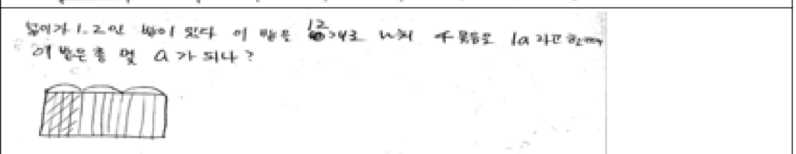
[표 9] 1.2÷3에 대한 문제 상황 표현

문제 상황	등 분(묶음)			넓 이	오답 및 응답 없음
	1.2÷3표현	$\frac{12}{10}\div 3$표현	$\frac{6}{5}(1\frac{1}{5})\div 3$표현	1.2÷3표현	
응답자 수(%)	107(70.4)	24(15.8)	9(5.9)	4(2.6)	8(5.3)

한편 [표 10]에 제시된 바와 같이 1.2÷0.4의 경우는 포함 상황으로 나타낸 예비교사의 비율이 높았고 넓이 상황으로 나타낸 경우는 상대적으로 적었다. 그런데, 포함 상황에 대한 표현에서 1.2÷0.4를 직접 표현하는 대신에 '$\frac{12}{10}$와 $\frac{4}{10}$' 로 바꾸어 나타내는 경우도 소수 있었다. 또한 오답 및 무응답율은 1.2÷3의 경우에 비해 상대적으로 매우 높았다. 오답의 예는 <그림 6>과 같다.

[표 10] 1.2÷3에 대한 문제 상황 표현 1.2÷0.4에 대한 문제 상황 표현

문제 상황	포 함			넓 이	오답 및 응답 없음
	1.2÷0.4표현	$\frac{12}{10}\div\frac{4}{10}$ 표현	$1\frac{1}{5}\div 0.4$표현	1.2÷0.4표현	
응답자 수(%	66(43.4)	7(4.6)	6(3.9)	16(10.5)	57(37.1)

1.2÷4	
1.2÷4×10	
(1.2÷12)×4 : 1 = 1.2 : x	

<그림 6> 분수 나눗셈의 의미에서 나타나는 오답 형태

1.2÷0.4에 대해서 첫 번째 경우는 ‘사과 12개를 4명이서 나누어 가지려면 모두 몇 개씩 가져갈 수 있나?’ 라고 문장제를 제시하여 1.2÷0.4를 문장제로 나타내는데 어려움을 느끼자 12÷4로 바꾼 뒤 문장제를 제시한 것으로 판단된다. 수직선도 12÷4로 나타내어 주어진 문제를 표현하는 데는 적합하지 않은 것으로 보인다. 두 번째는 1.2m를 4로 나누어 0.3m를 구한 뒤 이것을 다시 10배하여 3m를 얻은 경우로서 1.2÷0.4를 $1.2\times\frac{10}{4}$로 바꾼 뒤 $1.2\times\frac{1}{4}\times10$으로 풀이한 것으로 판단된다. 이러한 표현은 (소수)×(소수)를 처음 배우는 학생들에게는 적합하지 않다고 생각된다. 세 번째는 ‘넓이가 1.2인 밭이 있다. 이 밭을 12개로 나눠 4묶음을 1a라고 할 때 이 밭은 총 몇 a 가 되나?’ 라고 제시하여 1.2÷0.4와 전혀 맞지 않은 문장제를 제시하였다.

2. 소수 연산에 관한 학생 이해 지식

‘소수점 관련 오류’ 와 ‘분수 관련 오류’ , ‘자연수 연산 관련 오류’ 에 대해 예비교사들이 어떻게 이해하고 있는지 알아보았다. 분석 결과, 전체적으로 무응답의 비율이 높게 나타났다. 제시된 예비교사의 반응을 분석한 결과, 오류의 원인에 대해 비교적 이해도가 낮은 것으로 나타났다. 한편 세 가지 오류 유형 중 ‘자연수 연산 관련 오류’ 가 나머지 두 오류 유형 보다 오류 원인에 대한 이해도가 높게 나타났다. 각 오류 유형 및 원인에 대한 분석 결과는 다음과 같다. 한 명의 예비교사가 오류 유형 및 원인을 한 가지 이상 기술한 경우는 각각 세어 분석하였다.

가. 소수점 관련 오류의 유형과 원인

소수점과 관련된 오류를 제시하고, 각 학생들은 무엇을 잘못 생각하여 오류를 보였는지 또 그렇게 생각하게 된 원인은 무엇인지에 대해서 설명하도록 하였다. 문헌 검토를 바탕으로 소수의 덧셈과 뺄셈에서는 ‘소수점을 맞추지 않고 더하거나 뺀 예’ . 소수의 곱셈에서는 ‘소수의 덧셈 알고리즘처럼 소수점을 찍은 예’ , 소수의 나눗셈에서는 ‘제수의 소수점을 옮기지 않고 그대로 나누어 소수점에 혼돈을 일으킨 예’ 를 제시하였다. 소수점 관련 오류에 관한 예비교사의 응답을 분석한 결과는 [표 11]과 같다.

[표 11] 소수점 관련 오류 유형 및 원인에 대한 반응

소수점 오류의 예	오류 유형 및 오류 원인		응답자 수(%)
$\begin{array}{r}1.23\\+\,0.14\\\hline 1.37\end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r}1.373\\-\ \ 0.4\\\hline 1.33\end{array}$	유형	소수점을 못 맞춤	102(67.1)
	원인	자리값 개념이 없기 때문에	59(38.8)
		자연수처럼 생각하여 자리수를 맞추기 때문에	36(23.7)
	응답 없음		7(4.6)
$\begin{array}{r}0.6\\\times0.4\\\hline 2.4\end{array}$	유형	소수점 찍는 위치가 잘못됨	103(67.8)
	원인	소수 덧셈 알고리즘과 혼동했기 때문에	32(21.1)
		자리값 개념이 없기 때문에	11(7.2)
		소수 곱셈 알고리즘을 잘못 알고 있기 때문에	4(2.6)
	응답 없음		42(27.6)

3.16 0.4) 12.64 12 6 4 24 24 0	유형	피제수와 제수의 소수점을 옮기지 않고 나눔	71(46.7)
		소수점을 생각하지 않고 나눔	52(34.2)
	원인	자리값 개념이 없기 때문에	37(24.3)
		기타	2(1.3)
	응답 없음		57(37.5)

[표 11]을 살펴보면, 소수의 덧셈과 뺄셈, 곱셈, 나눗셈으로 갈수록 무응답이 많았는데 이는 문항에 대한 이해도가 낮아서일 수도 있지만 그 보다는 예비교사들이 뒤로 갈수록 응답을 성실하게 하지 않은 원인이 큰 것으로 생각된다. 한편 예비교사들은 소수점 오류의 유형에 대한 응답이 많았으나 원인에 대해서는 비교적 응답률이 낮았다. 오류 원인에 대해서 더 자세하게 살펴보면, '소수 자리 체계를 잘 이해하지 못했다' 보다 '이로 인해 자연수 체계 혹은 다른 소수 연산 알고리즘과 혼동을 일으켰다' 라는 원인의 응답률이 낮았다. <그림 7>은 예비교사들의 응답 중 가장 일반적인 형태이다.

오류 유형만 제시한 경우	123 + 0.14 = 1.37 1.37 - 0.4 = 1.33 소수점의 자리를 기준으로 맞추지 않음.
비교적 간단한 원인을 제시한 경우	123 + 0.14 = 1.37 1.37 - 0.4 = 1.33 ★ 각자리의 크기를 모른다.
구체적인 원인을 제시한 경우	123 + 0.14 = 1.37 1.37 - 0.4 = 1.33 - [illegible]

< 그림 7 > 소수점 관련 오류에 관한 응답형태

나. 분수 관련 오류의 유형과 원인

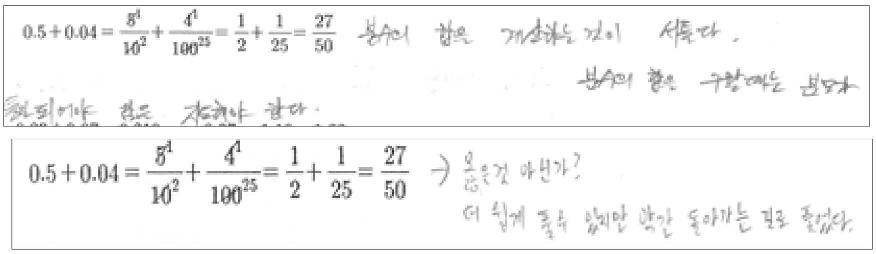
소수 덧셈과 뺄셈에서는 '분수의 덧셈 과정에서 무조건 기약 분수로 나타냄으로써 문제가 어렵게 되어 포기한 예' , 소수 곱셈에서는 '소수를 분수로 잘못 나타낸 예' , 소수 나눗셈에서는 '분수의 역수를 잘못 구한 예' 를 각각 제시하였다.

[표 12] 분수 관련 오류 유형 및 원인에 대한 반응

오류의 예	오류 유형 및 오류 원인		응답자 수(%)
$0.5+0.04=\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{10}^{2}}+\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{100}^{25}}=\frac{27}{50}$	유형	통분을 하지 못함(분수의 합을 잘 못함)	86(56.6)
		분수를 무조건 기약 분수로 변환함	34(22.4)
		계산이 바르며 마지막 부분만 고치면 됨	26(17.1)
	원인	분수를 무조건 기약 분수로 변환하려했기때문	26(17.1)
		분수의 곱셈과 혼동을 일으켰기 때문에	4(2.6)
	응답 없음		7(4.6)

$0.2\times2.14=\frac{2}{10}\times\frac{214}{1000}$ $=\frac{428}{1000}=0.0428$	유형	소수를 분수로 잘못 나타냄	118(77.6)
	원인	소수를 분수로 나타내는 방법을 확실히 모름	48(31.6)
		소수에서 자리 수 만큼 분모에 0을 넣음	18(11.8)
		자리값 개념이 없기 때문에	7(4.6)
		기타	3(1.9)
	응답 없음		42(27.6)
$0.12\div3=\frac{12}{100}\times\frac{3}{1}=\frac{36}{100}=0.36$	유형	역수를 제대로 구하지 못함	94(61.8)
		나눗셈을 곱셈으로 나타낼 때 알고리즘을 모름	23(15.1)
	원인	분모가 생략되어 있어 역수를 잘못 구했기 때문	31(20.4)
		계산 실수	4(2.6)
		기타	10(6.6)
	응답 없음		57(37.5)

[표 12]에 정리된 바와 같이, ‘통분을 하지 않고 무조건 기약 분수로 나타내었다.’, ‘소수를 분수로 잘못 나타냈다.’, ‘역수를 제대로 구하지 못했다.’라는 반응이 가장 많았는데, 이를 통해 예비교사들이 제시된 오류의 유형은 잘 이해한다는 것을 알 수 있다. 그러나 ‘소수와 십진 분수의 연결 관계에 대한 이해가 부족하다.’, ‘소수를 분수로 바꾼 의미에 대해 생각하지 않고 또 다른 분수 문제로 이해했다.’, ‘분수의 오류가 연결되었다.’와 같은 오류 원인에 대해서는 거의 언급하지 않았다. 한편 소수 덧셈 문제 $0.5+0.04=\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{10}_{2}}+\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{100}_{25}}=\frac{27}{50}$에 대해서는 26명의 예비교사들이 ‘문제 될게 없다.’, ‘마지막 부분만 고치면 된다.’라고 하여 오류로 생각하지 않는 반응도 있었다. <그림 8>은 예비교사들의 응답 중 가장 일반적인 형태이다.



[그림 8] 분수 관련 오류에 관한 응답들

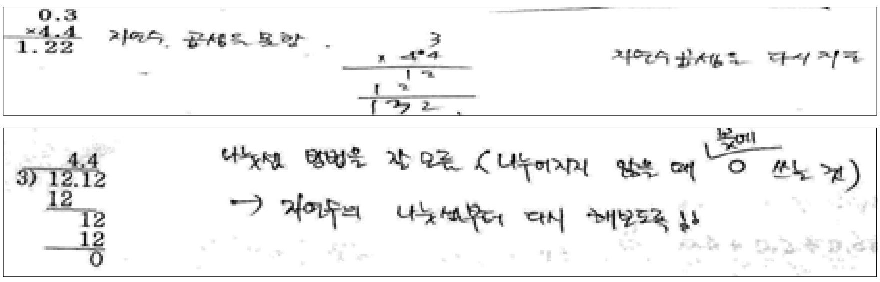
다. 자연수 연산 관련 오류의 유형과 원인

소수 덧셈 뺄셈에서는 받아올림이나 받아내림이 잘못된 예, 소수 곱셈에서는 받아올림을 하지 않은 예, 소수 나눗셈에서는 몫에 0을 빠뜨린 예를 제시하였다. 예비교사의 응답은 [표 13]과 같이 나타났다.

[표 13] 자연수 연산 관련 오류 유형 및 원인에 대한 반응

오류의 예	오류 유형 및 오류 원인		응답 수(%)
0.23+0.07=0.210 2.37 − 1.19=1.22	유형	받아올림, 받아내림이 잘못됨	96(63.2)
	원인	자연수에서 받아올림, 받아내림을 잘못했기 때문에	40(26.3)
		자리값 개념을 모르기 때문에	34(22.4)
		계산 실수	18(11.8)
	응답 없음		46(30.3)
$\begin{array}{r} 0.3 \\ \underline{\times 4.4} \\ 1.22 \end{array}$	유형	올림을 하지 않음	102(67.1)
	원인	자연수 곱셈에서 올림을 잘못했기 때문에	74(48.7)
		소수 곱셈 알고리즘을 잘 모르기 때문에	16(10.5)
		계산 실수	10(6.6)
	응답 없음		48(31.6)
$\begin{array}{r} 4.4 \\ 3\overline{)\,12.12} \\ \underline{12} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$	유형	몫에 0을 빠뜨림, 숫자를 하나씩 내리지 않음	90(59.2)
	원인	자연수 나눗셈에서 몫에 0을 쓰는 것을 잘못했기 때문에	46(30.3)
		자리값을 이해하지 못했기 때문에	32(21.1)
	응답 없음		56(36.8)

[표 13]을 살펴보면, 소수점 관련 오류나 분수 관련 오류에 비해서 자연수 관련 오류에 대해서는 예비교사들이 오류 유형에 대한 오류 원인의 응답 비율이 높았다. 즉, '자연수 연산의 받아올림, 받아내림이 잘못되었다.', '자연수 연산의 문제이다.' 라는 반응이 많았다. 한편, 소수점 관련 유류나 분수 관련 오류와는 달리 '계산 실수다.' 라는 반응이 많았는데 이는 오류 원인에 대해서 깊이 생각하지 않고, 학생들이 자연수 연산 과정에서 계산 실수를 자주 범하므로 이를 관련 시켜 응답한 것으로 생각된다. <그림 9>는 예비교사들의 응답 중 가장 일반적인 형태이다.



<그림 9> 자연수 연산 관련 오류에 관한 응답들

3. 소수 연산에 관한 교수 방법 지식

소수 연산에 관한 예비교사들의 교수 방법 지식을 조사한 결과, 예비교사들은 개념 단계, 연결 단계, 기호화 단계에 따라 학생들의 연산 과정을 탐구하고 이해하도록 돕기보다는 교과서의 전형적인 모델을 제시하여 알고리즘이나 규칙을 간단히 설명하고 이를 기호화하는 형태의 응답이 많았다. 이런 측면에서 예비교사들의 반응 중 비율이 높은 유형별

로 평가 요소를 정하여 교수 방법 지식을 분석하였다. 전반적으로, 세로셈 알고리즘과 십진 분수로 고쳐서 계산하는 알고리즘에 관한 응답률이 가장 높았으며, 그 다음으로 그림 모델이나 구체적 조작물을 통하여 연산의 의미를 시각적으로 나타낸 경우가 많았다. 그리고 자연수 연산과의 연관성 측면에서 설명한 경우도 있었고 소수의 예비교사들은 학생 스스로 발견하도록 유도한다고 설명한 경우도 있었다. 이와 같은 예비교사들의 반응을 토대로 평가 요소는 소수 알고리즘, 모델 및 구체물, 연산의 의미, 자연수 연관성, 학습 방법, 기타로 분류하여 분석하였다. 한편, 한 문항에 대해 다양한 평가 요소를 제시한 예비교사들도 있었으나 대부분 '그림을 통해 지도한다.' 또는 '세로셈 알고리즘과 분수 알고리즘을 설명한다.' 등과 같이 한 가지 또는 두 가지 정도로 간단하게 제시하였다. 다만 각각의 평가 요소에 대한 응답율을 알아보기 위해 한 명의 예비교사가 한 가지 이상 교수 방법을 제시한 경우 각각 세어 분석하였다. 연산별로 보다 자세히 살펴보면 다음과 같다.

가. 소수 덧셈에 관한 교수 방법

0.5+0.3과 같은 소수의 덧셈을 4-나 단계의 학생들에게 어떻게 지도할 것인지에 대해 설명하도록 하여, 예비교사들의 소수 덧셈에 관한 교수 방법 지식을 알아보고자 하였다. 분석 결과는 [표 14]와 같다.

[표 14] 소수 덧셈에 관한 교수법의 평가 요소 별 응답자 수

평가 요소		응답 수(%)
소수 덧셈 알고리즘	소수점을 맞추어 계산하도록 지도-세로셈	88(57.9)
	십진 분수로 바꾸어 더하도록 지도	52(34.2))
모델 및 구체물	그림 모델 또는 구체물 사용	92(60.5)
자연수 연관성	자연수 덧셈과 연관하여 지도(0.1짜리 5개 0.1자리 3개=0.1짜리 8개=0.8)	56(36.8)
학습 방법	학생 스스로 발견할 수 있도록 유도	2(1.3)
기타		8(5.3)
응답 없음		14(9.2)

[표 14]를 살펴보면, 소수 덧셈 알고리즘에 관한 응답률이 가장 높았고, 다음으로는 그림 모델 또는 구체물 사용에 관한 것이 많았는데, 대개 교과서에 제시된 형태의 전형적인 모델을 사용하였다. 하지만, 개념 단계의 질적 추론과 어림이 포함된 설명, 학생들에게 친숙한 상황의 문제로 시작하거나, 학생 스스로 알고리즘을 재발견하도록 한다는 이해 중심의 설명은 별로 없었다. 한편 '자연수의 덧셈과 연관하여 지도한다.', '자연수 덧셈과 같은 방식으로 계산하되 소수점을 유의한다.' '5+3과 0.5+0.3은 크기만 다르지 비슷한 성질임을 그림으로 확인하게 한다.' 라고 응답하여 기존의 자연수 알고리즘과 연결하여 설명하기도 하였는데 이는 자칫 학생들에게 소수를 소수점을 가진 자연수 정도로 간주하도록 하여 소수 연산의 오류 원인과 연결될 수도 있는 소지를 가지고 있다.

나. 소수 곱셈에 관한 교수 방법

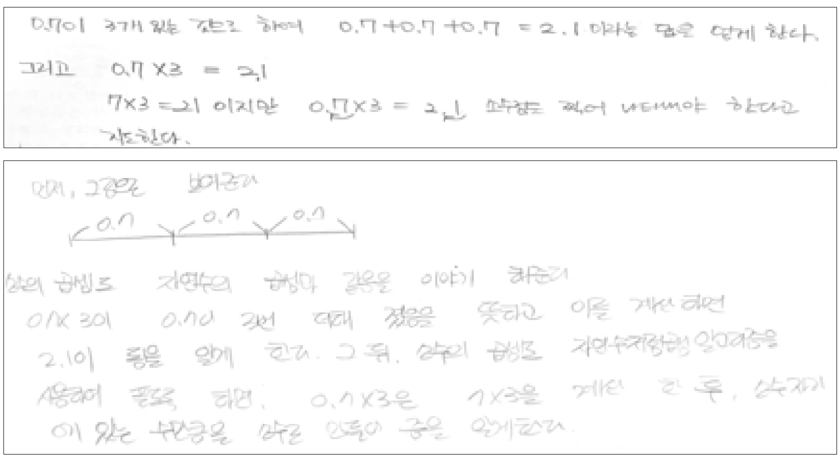
0.7×3과 같은 소수의 곱셈을 5-나 단계의 학생들에게 어떻게 지도할 것인지에 대해

설명하도록 하여, 예비교사들의 소수 곱셈에 관한 교수 방법 지식을 알아보고자 하였다. 분석 결과는 [표 15]와 같다.

[표 15] 소수 곱셈에 관한 교수법의 평가 요소 별 응답자 수

평가 요소		응답 수(%)
소수 곱셈 알고리즘	자연수처럼 곱한 후 소수점을 찍도록 지도-세로셈	68(44.7)
	십진 분수로 바꾸어 곱하도록 지도	52(34.2)
모델 및 구체물	그림 모델 또는 구체물 사용	80(52.6)
소수 곱셈의 의미	동수 누가로 설명함	78(51.3)
자연수 연관성	자연수 곱셈과 연관하여 지도	21(13.8)
학습 방법	학생 스스로 발견할 수 있도록 유도	6(3.9)
기타		12(7.9)
응답 없음		14(9.2)

소수 곱셈에 관한 교수법에서 소수 덧셈과 마찬가지로 소수 알고리즘에 관한 응답이 가장 많았으며, 다음으로 그림 모델 및 구체물 사용에 관한 것이었다. 그런데 소수 덧셈과 달리 소수 곱셈의 의미에 관한 반응이 상대적으로 많았는데 예를 들면 '0.7이 3번 있는 것이므로 2.1과 같음을 그림으로 보여준다.' 또는 '동수 누가의 방법으로 지도한다.' 등이 있었다. 또한 자연수 연관성은 '소수의 곱셈도 자연수의 곱셈과 같음을 이야기 해준다.', '자연수 곱셈처럼 계산한 후 소수 아래 자리만큼 소수점을 찍는다.' 와 같이 설명하였다(<그림 10> 참조). 이와 같이 예비교사들은 소수 연산의 의미, 자연수 연산과의 관련성, 모델 활용, 알고리즘 지도 등에 기초하여 설명할 수는 있었으나, 개념 단계에서의 질적 추론이나 어림, 의미 있는 문제 상황에 기초한 연산 도입, 연결 단계에서의 알고리즘과 구체물 간의 연결, 기호와 단계에서의 원리의 귀납적 발견, 또는 학생 이해에 기초한 알고리즘 설명 등의 내용은 거의 제시되지 않거나 명확하게 설명되지 않았다.



< 그림 10 > 0.7x3에 대한 교수 방법의 예

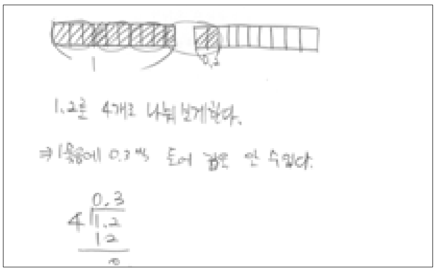
다. 소수 나눗셈에 관한 교수 방법

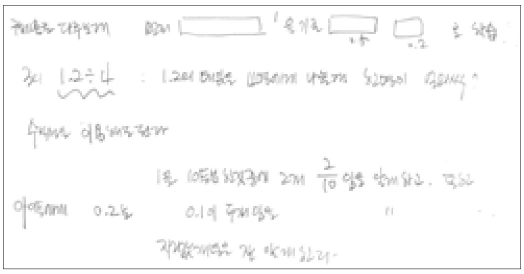
1.2÷4와 같은 소수의 나눗셈을 5-나 단계의 학생들에게 어떻게 지도할 것인지에 대해 설명하도록 하여, 예비교사들의 소수 나눗셈에 관한 교수 방법 지식을 알아보고자 하였다. 분석 결과는 [표 16]과 같다. 전반적으로, 소수 덧셈이나 곱셈과 비슷한 형태로 평가 요소를 분석할 수 있었으나 다른 연산에 비하여 전체적인 응답률이 낮았다.

[표 16] 소수 나눗셈에 관한 교수법의 평가 요소 별 응답자 수

평가 요소		응답 수(%)
소수 나눗셈 알고리즘	소수점에 유의하여 자연수처럼 나누도록 지도-세로셈	46(30.3)
	십진 분수로 바꾸어 나누도록 지도	42(27.6)
	$1.2 \div 4 = 1.2 \times \frac{1}{4}$을 설명	28(18.4)
모델 및 구체물	그림 모델 또는 구체물 사용	84(55.3)
소수 나눗셈의 의미	등분의 의미로 지도	28(18.4)
	동수 누감의 의미로 지도	8(5.3)
학습 방법	학생 스스로 발견할 수 있도록 유도	10(6.6)
자연수 연관성	자연수 나눗셈과 연관하여 지도	7(4.6)
기타		4(2.6)
응답 없음		26(17.1)

소수 나눗셈에 관한 교수법도 소수 덧셈, 곱셈과 마찬가지로 알고리즘에 관한 응답이 가장 많았다. 그런데 그 중에서는 '직접 나누어 보거나 분수로 바꾸어 계산하도록 한다'와 같이 알고리즘만 제시한 경우도 있었다. 그 다음으로는 그림 모델 및 구체물 사용에 관한 것이었으며, 소수 나눗셈의 의미에 대해서는 '등분제의 개념으로 가르친다 즉, 1.2m의 테이프를 4개로 똑같이 나누어 본다.'라는 식으로 등분의 개념을 그림 모델을 통해 제시하였다. 한편 자연수 연산과의 연관성에 대해서는 '소수인 나눗셈도 일반적인 나눗셈과 별 차이가 없음을 알게끔 한다.', '소수점 찍기가 중요하고 나머지는 자연수 나눗셈과 동일하다.' 라고 하여 소수에 대해서 소수점을 가진 자연수로 간주하게 하였는데 이는 학생들로 하여금 오류를 일으키는 원인이 될 수도 있다. 기타로는 '12와 1.2의 차이를 알게 한다.', '용돈이 20% 증가 하였다. 이를 4회 분기로 나누어 받으려고 한다. 각각의 회에 얼마씩 받게 되는가?' 등과 같은 반응이 있었다.





< 그림 11 > 1.2÷4에 관한 교수 방법의 예

예비교사들의 전형적인 응답의 예는 <그림 11>에 제시되어 있는데, 첫 번째 응답의 경우, 현행 수학교과서에 제시된 등분제 모델과 세로셈 알고리즘이 잘 제시되어 있고, 두 번째 응답의 경우 의미 있는 상황 제시, 구체물과 모델의 활용 등이 언급되었다. 하지만, 소수 나눗셈의 교수 방법 지식에서 강조되는 질적 추론과 어림, 구체물과 알고리즘과의 긴밀한 연계성, 학생 스스로의 원리 탐구 및 알고리즘 재발명 등에 관한 설명은 거의 찾아볼 수 없었다.

Ⅴ. 결론 및 제언

본 연구의 결과로부터 얻은 결론과 이에 따른 시사점을 논의하면 다음과 같다. 첫째, 예비교사들은 소수 연산에 관한 알고리즘에 대해서는 매우 잘 이해할 뿐 아니라 알고리즘을 매우 중요하게 생각하고 있었다. 구체적으로 수학 내용 지식에서도 알고리즘에 관해서는 응답률이 높았으며 교수 방법 지식에서도 알고리즘에 관한 설명이 가장 많이 나타났다. 또한 학생들의 오류 원인을 묻는 질문에서도 비율은 높지 않지만 '학생들이 알고리즘을 제대로 기억하지 못해서'라고 답하여 알고리즘을 제대로 기억하는 것이 소수 연산에서 매우 중요하다고 생각했다. 하지만 개념적인 부분에서는 한계를 드러냈는데 예를 들어 소수 곱셈과 나눗셈에서 승수나 제수가 소수인 경우, 문장제 및 그림 모델로 표현하는데 어려움을 겪었으며, 넓이 모델을 표현할 때 단순히 가로, 세로의 수치만 나타내는 오류를 범하였다. 이와 같은 결과는 Ball(1988)의 연구에서 예비교사들이 분수의 나눗셈식의 계산은 정확하게 하지만 관련된 문장제나 모델에 관해서는 적절한 표현을 하지 못한다는 연구 결과와 비슷하다. 따라서 예비교사 교육에서 소수 연산 알고리즘에 관한 개념적 이해를 충분히 할 수 있는 기회가 제공되어야 하겠다.

둘째, 학생들을 잘 가르치기 위해서는 학생들의 사고 과정과 학생들이 범할 수 있는 오류에 관해 이해하는 것이 매우 중요함에도 불구하고(방정숙, 2007; NCTM, 2007), 예비교사들은 초등학생들이 소수 연산과 관련하여 흔히 범할 수 있는 오류나 어려움에 대해서 예측하고 적절한 원인을 유추하는 것을 어려워하였다. 따라서 예비교사교육에서 간접적으로나마 초등학생들이 범하는 오류 유형에 대해서 배우고 그러한 오류의 저변에 깔려 있는 원인에 대해 깊이 분석해 보는 과정이 필요하다고 생각된다.

셋째, 소수 연산 지도 방법에 관한 예비교사들의 설명은 알고리즘이 가장 많았고, 그림 모델 및 구체물 사용도 비교적 많았다. 하지만 '구체물을 사용한다' 정도로만 제시하여 구체적으로 어떤 구체물을 어떤 목적을 가지고 사용하는지에 대한 이해는 부족하였다. 또한 소수연산은 '자연수처럼 계산하되 소수점만 유의하면 된다.' 라고 설명하고 있었는데, 이는 학생들의 소수점 관련 오류의 원인과 연결될 수 있다고 생각된다. 따라서 정확한 알고리즘을 전달하여 계산하도록 하기에 앞서, 학생들의 어림 활동이나 질적 추론, 학생들에게 친숙한 문제 상황의 제시, 학생들로 하여금 스스로 발견하도록 하는 활동, 구체물의 조작에 관해 구체적으로 이해하는 과정을 통해 보다 학생 중심적인 교수법으로의 접근이 필요하다고 생각된다(김수정, 방정숙, 2007).

본 연구 결과로부터 몇 가지 제언을 하고자 한다. 첫째, 소수는 역사적으로 수학적으로 매우 중요한 개념인데도 불구하고, 비슷한 개념의 분수에 비하여 연구된 것이 많지 않다. 마찬가지로 예비교사교육에서도 소수는 분수에 비해 약하게 다루어져 왔다. 본 논문은 소

수 연산에 관하여 가르치기 위해 필요한 지식을 조사하여 정리하였고, 예비초등교사들의 지식 상태가 어떠한지 분석하였다. 이에 본 연구 결과를 바탕으로 현행 소수에 관한 예비초등교사교육에 필요한 내용이 무엇인지 보다 심도 있는 논의가 이루어져야 할 것으로 본다.

둘째, 본 논문은 소수 연산에 관하여 수학 내용 지식, 학습자 이해 지식, 교수 방법 지식을 알아보았다. 이와 같은 소수에 관한 전반적인 실태 조사를 바탕으로 예비초등교사들이 특히 어려움을 가진 부분에 대하여, 그 원인을 밝히고 해결 방안을 찾는 보다 깊이 있는 연구가 이루어져야겠다.

마지막으로, 소수에 관한 예비교사 PCK의 연구와 더불어 소수에 관한 경력교사의 PCK가 어떠한지 조사하고, 부족한 점이 무엇인지 파악하여, 소수에 관한 현직 교사의 지식을 신장시킨 수 있는 방안에 대한 연구가 필요하리라고 본다.

참 고 문 헌

김상룡 (2004). 예비교사의 초등수학 내용지식에 관한 연구. **대구교육대학교 논문집, 39,** 169-186.

김수정, 방정숙 (2007). 십진블록을 활용한 소수의 곱셈 지도에서 초등학교 5학년 학생들의 개념적 이해 과정 분석. **한국초등수학교육학회지, 11**(1), 1-21.

김용태 (2000). **소수 개념의 분석 및 그 지도에 관한 연구.** 서울대학교 석사학위논문.

방정숙, 김재화 (2006). 초등학교 6학년 학생들의 소수 계산 오류와 선행지식간의 연결관계 분석 및 지도방안탐색. **수학교육, 45**(3), 275-293.

남승인, 신준식, 류성림, 권성룡, 김남균 (2004). **초등교사 교육을 위한 수학 프로그램 적용 및 확산 연구.** 교육인적자원부.

박수정 (2001). **예비교사와 현직교사의 극한개념에 관한 교과 내용적 지식과 교수학적 지식.** 이화여자대학교 대학원 석사학위논문.

박정래 (2003). **분수와 소수에 대한 수 감각 계발 지도를 위한 연구.** 한국교원대학교 교육대학원 석사학위논문.

방정숙 (2007). **초등 교사를 위한 수학 교수 내용 지식.** 교과교육공동연구 학술세미나: 우리나라 교과교육 연구의 나아갈 길(pp. 203-220). 한국교원대학교부설 교과교육공동연구소.

배종수 (2005). **초등 수학교육 내용 지도법: 제7차 교육과정을 중심으로.** 서울: 경문사.

변희현 (2005). **소수 개념의 교수학적 분석.** 서울대학교 박사학위논문.

서관석, 전경순 (2000). 예비 초등 교사들의 분수 연산에 관한 내용적 지식과 교수학적 지식 수준에 대한 연구: 교사 교육적 관점. **수학교육학연구, 10(**1), 103-113.

윤희태 (2002). **초등학생들의 기초 계산 오류에 대한 분석적 연구.** 인천교육대학교 대학원 석사학위 논문.

이경아 (1996). **유리수 계산에서 나타나는 오류의 현상학적 분석.** 이화여자대학교 석사학위논문.

한운성 (2004). **초등학교 초임교사의 전문성 신장을 위한 수학 교수학적 내용 지식에 대한 사례연구.** 한국교원대학교 석사학위논문.

Ball, D. L. (1988). *The subject matter preparation of prospective mathematics teachers: Challenging the myths.* East Lansing, MI: National Center for Research on Teacher Learning. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 301468).

Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal, 90,* 449-467.

Billstein, R., Libeskind, S., & Lott, J. W. (1990). *A problem solving approach to mathematics for elementary school teachers* (4th ed.). Redwood Ciry, CA: The Benjamin/Cummings.

Baroody, A. J., & Coslick, R. T. (1998). *Fostering children's mathematical power: An investigative approach to k-8 mathematics instruction.* Mahwah, NJ: Lawrence

Erlbaum Associates. 권성룡 외 11인 공역 (2005). 수학의 힘을 길러주자. 왜? 어떻게? 서울: 경문사.

Bassarear, T. (2001). *Mathematics for elementary school teachers.* Boston, NY: Houghton Mifflin Company.

Greaber, A. O. (1999). Forms of knowing mathematics: What preservice teachers should learn. *Educational Studies in Mathematics, 38,* 189-208.

Hiebert, J. (1987). Research report: Decimal fractions. *Arithmetic Teacher, 34*(7), 22-23.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States.* Mahwah, NJ: Lawerence Erlbaum Associate. 신현용, 승영조 역 (2002). 초등학교 수학 이렇게 가르쳐라. 서울: 승산.

National Council of Teachers Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: The Author.

National Council of Teachers Mathematics. (2007). *Mathematics teaching today.* Reston, VA: The Author.

Orton, R. E. (1988, April). *Using representation to conceptualize teachers' knowledge.* Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco.

Passe, J. (1995). *Elementary school curriculum.* Medison, WI: Brown & Benchmark.

Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The cases of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(1), 8-27.

Stacey, K., Helme, S., Steinle, V., Baturo, A., Irwin, K., & Bana, J. (2001). Preservice teachers' knowledge of difficulties in decimal numeration. *Journal of Mathematics Teacher Education, 4*(3), 205-225.

Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conception: The case of division of fraction. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(1), 5-25.

<Abstract>

An Analysis of Pre-service Teachers' Pedagogical Content Knowledge about Decimal Calculation

Song, KeunYoung[3]; & Pang, JeongSuk[4]

The purpose of this study was to identify pre-service teachers' Pedagogical Content Knowledge (PCK) about decimal calculation. A written questionnaire was developed dealing with decimal calculation. A total of 152 pre-service teachers from 3 universities were selected for this study; they had taken an elementary mathematics teaching method course and had no teaching experience.

The results were as follows:

First, with regard to the method of decimal calculation, most pre-service teachers were familiar with algorithms introduced in the textbook. But with regard to the meaning of decimal calculations, they had difficulties in understanding decimal multiplication or decimal division with decimal number.

Second, pre-service teachers recognized reasons of errors as well as errors patterns that student might make. But this recognition was limited mainly to errors related to natural number calculation.

Third, pre-service teachers frequently commented about decimals algorithms, picture models, the meanings of decimal calculations, and connections to natural number calculations. Many of them represented the meanings of decimal calculations through picture models as to help students' understanding, while they just mentioned algorithms or treated decimal calculation as natural number calculations with decimal point.

Keywords : Pedagogical Content Knowledge, Pre-service Elementary Teacher Education, Decimal Calculation

논문접수: 2008. 3. 12
논문심사: 2008. 3. 28
게재확정: 2008. 4. 25

3) gy9331@hanmail.net
4) jeongsuk@knue.ac.kr

<부록> 소수 연산에 관한 예비교사의 PCK 검사지

소수 연산에 관한 문항지

대학교 학년 심화과정

1. 두 소수의 덧셈을 보고 다음 문항에 답해 주세요.

0.5 + 0.23

1) 위와 같은 소수의 덧셈을 나타내는 상황을 문장제로 나타내 보세요.

2) 위와 같은 소수의 덧셈을 학생들이 이해하기 쉽도록 모델(그림)로 나타내 보세요.

3) 위 두 소수의 합을 구하는 방법(알고리즘)에는 어떤 것들이 있을까요?
아는 대로 모두 적어주세요.

4) 소수의 덧셈과 뺄셈에서 학생들은 다음과 같은 유형의 오류를 보였습니다. 다음과 같은 오류의 유형을 쓰고, 이러한 오류를 범하게 된 원인을 적어 주세요.

① 재민: $\begin{array}{r} 123 \\ +\ 0.14 \\ \hline 1.37 \end{array}$ $\qquad \begin{array}{r} 1.373 \\ -\quad 0.4 \\ \hline 1.33 \end{array}$

② 선미: $0.5+0.04=\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{10}^{2}}+\frac{\cancel{4}^{1}}{\cancel{100}^{25}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{25}=\frac{27}{50}$

③ 석준: $0.23+0.07=0.210 \qquad 2.37-1.19=1.22$

5) 4-나 단계에서 학생들은 소수 한 자리 덧셈을 배우게 됩니다. 만약 교사가 된다면 이 단계의 학생들에게0.5+0.3을 어떻게 지도하시겠습니까?

2. 소수의 곱셈에 관하여 아래 질문에 답하여 주세요.

1) 다음에 제시한 소수의 곱셈을 각각 문장제로 나타내 보세요. 그리고 모델(그림)로 나타내 보세요.

① 0.4×3
- 문장제-
- 그림-

② 0.4×0.3
- 문장제-
- 그림-

2) 다음 소수의 곱을 구하는 방법(알고리즘)에는 어떤 것들이 있을까요? 아는 대로 다 적어주세요.

1.5 × 0.2

3) 소수의 곱셈에서 학생들은 다음과 같은 유형의 오류를 보였습니다. 다음과 같은 오류의 유형을 쓰고, 이러한 오류를 범하게 된 원인을 적어 주세요.

① 재민: $\begin{array}{r} 0.6 \\ \times 0.4 \\ \hline 2.4 \end{array}$

② 선미: $0.2 \times 2.14 = \frac{2}{10} \times \frac{214}{1000} = \frac{428}{1000} = 0.0428$

③ 석준: $\begin{array}{r} 0.3 \\ \times 4.4 \\ \hline 1.22 \end{array}$

4) 5-나 단계에서 학생들은 소수의 곱셈을 처음으로 배우게 됩니다. 만약 교사가 된다면 이 단계의 학생들에게 0.7×3을 어떻게 지도하시겠습니까?

3. 소수의 나눗셈에 관하여 아래 질문에 답하여 주세요.

1) 다음에 제시한 소수의 나눗셈을 각각 문장제로 나타내 보세요. 그리고 모델(그림)로 나타내 보세요.

① 1.2÷3
- 문장제-
- 그림-

② 1.2÷0.4
- 문장제-
- 그림-

2) 다음 소수 나눗셈의 몫을 구하는 방법(알고리즘)에는 어떤 것들이 있을까요? 아는 대로 다 적어주세요.

1.2 ÷ 0.4

3) 소수의 나눗셈에서 학생들은 다음과 같은 유형의 오류를 보였습니다. 다음과 같은 오류의 유형을 쓰고, 이러한 오류를 범하게 된 원인을 적어 주세요.

① 재민: $\begin{array}{r} 3.16 \\ 0.4\overline{)\,12.64} \\ \underline{12} \\ 6 \\ \underline{4} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$

② 선미: $0.12 \div 3 = \frac{12}{100} \times \frac{3}{1} = \frac{36}{100} = 0.36$

③ 석준: $\begin{array}{r} 4.4 \\ 3\overline{)\,12.12} \\ \underline{12} \\ 12 \\ \underline{12} \\ 0 \end{array}$

4) 5-나 단계에서 학생들은 소수의 나눗셈을 처음으로 배우게 됩니다. 만약 교사가 된다면 이 단계의 학생들에게 1.2 ÷ 4를 어떻게 지도하시겠습니까?