

파손역학이 조합된 이중 후방응력 이동경화 구성방정식 모델

윤수진#

Combined Two-Back Stress Models with Damage Mechanics Incorporated

Su-Jin Yun

(Received October 30, 2007)

Abstract

In the present work, the two-back stress model is proposed and continuum damage mechanics (CDM) is incorporated into the plastic constitutive relation in order to describe the plastic deformation localization and the damage evolution in a deforming continuum body. Coupling between damage mechanics and isothermal rate independent plasticity is performed using the kinematic hardening rule, which in turn is formulated by combining the nonlinear Armstrong-Frederick rule and the Phillips rule. The numerical analyses are carried out within J_2 deformation theory. It is noted that the damage evolution within a work piece accelerates the plastic deformation localization such that the material with lower hardening exponent results in a rapid shear band formation. Moreover, the results from the numerical analysis reflected closely with the microstructures around the fractured regime. The effects of the various hardening parameters on deformation localization are also investigated. As the nonlinear strain rate description in the back stress evolution becomes dominant, the strain localization becomes intensified as well as the damage evolution.

Key Words : Back Stress, Constitutive Equations, Damage, Kinematic Hardening, Shear Band

1. 서 론

일반적으로 대변형에 따른 국부적 소성변형 현상을 이해하고 예측을 위해 보다 정확한 구성방정식이 요구된다. 또한 소성변형은 불연속성 결함을 동반할 수 있으며 결함의 누적은 또한 국부적 소성변형 집중과 깊은 관련이 있다. 따라서 파손역학이 구성방정식과 함께 고려되어야 한다.

더욱이 파손역학은 결함의 발생, 성장과 결함에 따른 소재의 기계적 물성의 저하에 대한 설명을 제공한다[3~5]. 한편 이동경화는 등방경화에 비해서 변형 집중 현상을 보다 잘 예측하는 것으로

알려져 있다[6]. 항복 곡면의 찌그러짐은 이동경화 법칙을 이용, 근사화할 수 있다[1~2].

한편 통상적인 선형 이동경화법칙 대신에 Ning과 Aifantis[7]는 비선형 Armstrong-Frederick와 Phillips 형태의 후방응력 전개의 조합에 의한 이중 이동경화 구성방정식을 제안하였으며 후방응력, 소성변형률 및 응력 변수들에 대해 혼합법칙이 각각 적용되었다. J_2 흐름 이론과 달리 J_2 변형이론은 항복곡면 상에서의 꼭지점의 형성을 근사적으로 묘사할 수 있으며 따라서 보다 근접한 소성변형 집중 현상이 예측될 수 있다[8~9]. 하지만 대변형 조건에서 비등방 경화식이 적용될 때 기존의 Jaumann

교신저자: 국방과학연구소 1기-5부,
E-mail: sjy1521@hanmail.net

응력률은 결과 응력에 진동 현상을 발생 시키므로 적합하지 않은 것으로 알려졌다[10]. 이를 극복하기 위해 소성 스핀 (plastic spin)에 기초한 객관적 응력률이 제안되었다[11~15].

연속체 결함 모델(CDM)은 유효 응력개념에 기초한다[16]. 본 연구에서는 Bonora[17]가 제안한 연속체 결함 모델을 이용, 소성변형과 파손역학과의 조합이 시도되었다. 따라서 모든 상태변수들은 결함의 함수로 표현된다. 또한 두 개의 이동경화 모델에 대한 조합이 이루어졌으므로 이중 후방응력에 기초한 객관적 응력률이 적용되었다. 본 구성방정식은 기존과 달리 응력과 변형률에 대해서 각각 하나의 장으로 나타난다. 결과적으로 본 구성방정식은 간단한 경화 인자의 제어로 폭넓은 소성변형 거동의 예측이 가능하다.

2. 구성방정식

모든 변수들은 무차원화 되었으며 상첨자 (-)는 가상의 무결함 상태의 연속체의 유효 변수들을 의미한다. 결함에 의한 물리적 변화는 결함 변수 (ϕ)의 함수로 표현된다[18]. 표면적과 무결함 상태의 유효 표면적은 각각 A 와 \bar{A} 로 표현되며 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\phi = \frac{A - \bar{A}}{A} \quad (1)$$

따라서 유효 응력과 명목 응력과의 관계는[16]

$$\sigma_{ij} = (1 - \phi)\bar{\sigma}_{ij}, \quad \sigma_e = (1 - \phi)\bar{\sigma}_e \text{이다.} \quad (2)$$

여기서 $\bar{\sigma}_{ij}$ 와 $\bar{\sigma}_{ij}$ 는 명목 및 유효응력을 나타내며 $\bar{\sigma}_e$ 는 등가유효응력이다. 에너지의 등가원리를 이용하면 유효, 명목 탄성계수(E, \bar{E})와[3] 유효 및 명목 탄성 변형 (ε_{ij}^e)과의 관계는[16]

$$E = \bar{E}(1 - \phi)^2, \quad \varepsilon_{ij}^e = \frac{1}{1 - \phi}\bar{\varepsilon}_{ij}^e \text{이다.} \quad (3)$$

한편 소성변형 에너지 등가원리를 적용하면 유효 및 명목 소성변형 (ε_{ij}^p)에서의 관계[18] 및 누적 등가 소성변형은 아래에서 보는 바와 같다.

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{1 - \phi}d\bar{\varepsilon}_{ij}^p, \quad d\varepsilon_e^p = \frac{1}{1 - \phi}d\bar{\varepsilon}_e^p, \quad \varepsilon_e^p = \int_0^{\varepsilon_e^p} \frac{1}{(1 - \phi)}d\varepsilon_e^p \quad (4)$$

항복 함수는 유효항들로 표현되면 다음과 같다.

$$F = \frac{1}{2}(\bar{s}_{ij} - \bar{\alpha}_{ij})(\bar{s}_{ij} - \bar{\alpha}_{ij}) - \frac{1}{3}\bar{\sigma}_y^2 \quad (5)$$

여기서 $s_{ij} = \sigma_{ij} - 1/3\sigma_{kk}\delta_{ij}$ 를 α_{ij} 는 후방응력을 각각 나타낸다. 그럼 소성변형 증분은

$$d\bar{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{3}{2} \frac{1}{\bar{K}} \frac{\bar{s}'_{ij}\bar{s}'_{kl}}{\bar{\sigma}_y^2} d\bar{\sigma}_{kl}, \quad d\bar{\varepsilon}_e^p = \frac{1}{\bar{K}} \frac{\bar{s}'_{kl}}{\bar{\sigma}_y} d\bar{\sigma}_{kl}, \quad \bar{K} = \frac{2}{3}\bar{E}_t \quad (6)$$

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{1 - \phi} \frac{3}{2} \frac{1}{\bar{K}} \frac{\bar{s}'_{ij}\bar{s}'_{kl}}{\bar{\sigma}_y^2} d\bar{\sigma}_{kl}, \quad d\varepsilon_e^p = \frac{1}{1 - \phi} \frac{1}{\bar{K}} \frac{\bar{s}'_{kl}}{\bar{\sigma}_y} d\bar{\sigma}_{kl} \text{이다.} \quad (7)$$

여기서 K 는 소성 계수, E 는 탄젠셜 모듈러스를 나타낸다. 증분 간의 결함 인자가 변화 없이 일정하다면 응력의 관계는 다음과 같이 표현된다.

$$s'_{ij} = (1 - \phi)\bar{s}'_{ij}, \quad k = (1 - \phi)\bar{k} \quad (8)$$

그럼 명목과 유효 소성변형 증분과의 관계는

$$d\varepsilon_{ij}^p = C_{ijkl}d\sigma_{kl} = \frac{3}{2} \frac{1}{K} \frac{s'_{ij}s'_{kl}}{\sigma_y^2} d\sigma_{kl} \\ = \frac{1}{1 - \phi} \bar{C}_{ijkl}d\bar{\sigma}_{kl} = \frac{1}{1 - \phi} d\bar{\varepsilon}_{ij}^p \text{이다.} \quad (9)$$

후방응력 증분은 Armstrong-Frederick[19~20]과 Phillips 경화식[21~22]들의 조합으로 구해진다.

$$d\bar{\alpha}_{ij}|_1 = \beta d\bar{\varepsilon}_{ij}^p - \gamma \bar{\alpha}_{ij} d\bar{\varepsilon}_e^p, \quad (10)$$

$$d\bar{\alpha}_{ij}|_2 = \zeta d\bar{s}_{ij} \quad (11)$$

한편 Ziegler 경화식도 비교를 위해 고려되었다.

$$d\bar{\alpha}_{ij}|_2 = \bar{\mu}(\bar{\sigma}_{ij} - \bar{\alpha}_{ij}) \quad (12)$$

위의 $\beta, \gamma, \zeta, \mu$ 은 각 경화식에서의 계수들이다. Shi et. al.[23]는 두 개의 성분에 대한 조합을 아래와 같이 가정하였다.

$$d\varepsilon^p = fd\varepsilon_1^p + (1 - f)d\varepsilon_2^p \quad (13)$$

$$\sigma = \eta\sigma_1 + (1 - \eta)\sigma_2 \quad (14)$$

위의 ε_i^p 와 σ_i 는 각각의 경화식을 통해 얻어진 소성변형과 응력을 나타내며 벡터를 의미하지 않

는다. 한편 Ning과 Aifantis[24]는 소성변형 증분을 포함하여 다음의 조합을 이용하였다.

$$\sigma = f\sigma_1 + (1-f)\sigma_2 \quad (15)$$

$$\alpha = f\alpha_1 + (1-f)\alpha_2, \quad (16)$$

여기서 f, η 는 혼합분률을 나타낸다. 서로 다른 후방 응력의 전개는 소성변형에 따른 상이한 미세 조직의 전개에 기인한다[23]. 이와 같은 변수들의 조합은 이상적인 변형 거동을 얻기 위해 다수의 인자들이 요구되는 어려움이 따른다. 대변형 조건에서 소성변형은 근사적으로 전체 변형을 대신할 수 있으므로 응력과 변형은 단일 장으로 간주되는 것이 마땅하다. 본 연구에서도 각각의 후방응력은 Armstrong-Frederick과 Phillips방식 혹은 Ziegler의 후방응력의 조합이 이용 되었으나 두 성분들에 대한 조합은 후방응력 증분에 대해서만 적용되었다. 또한 경화 인자들은 다음의 일치 조건을 통해 구해진다[30].

$$\begin{aligned} d\bar{\alpha}_{ij}|_m &= fd\bar{\alpha}_{ij}|_1 + (1-f)d\bar{\alpha}_{ij}|_2 \\ &= f(\bar{\beta}d\bar{\epsilon}_{ij}^p - \bar{\gamma}\bar{\alpha}_{ij}d\bar{\epsilon}_{ij}^p) + (1-f)\bar{\zeta}d\bar{s}_{ij}, \end{aligned} \quad (17)$$

Phillip 경화인자는 주어지는 것으로 가정되며 Armstrong-Frederick에서의 인자들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} dF &= \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} d\bar{\sigma} + \frac{\partial F}{\partial \bar{\alpha}} d\bar{\alpha} = \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} d\bar{\sigma} - \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}} d\bar{\alpha} \\ &= \bar{s}' d\bar{\sigma} - \bar{s}' d\bar{\alpha} = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\bar{s}'_{ij} d\bar{\sigma}_{ij} - \bar{s}'_{ij} (f\bar{\beta}d\bar{\epsilon}_{ij}^p - f\bar{\gamma}\bar{\alpha}_{ij}d\bar{\epsilon}_{ij}^p) - \bar{s}'_{ij} (1-f)\bar{\zeta}d\bar{s}_{ij} = 0 \quad (19)$$

인장과 압축에서의 각각의 모듈러스는

$$\bar{K}_t = \frac{f}{1-(1-f)\bar{\zeta}} (\bar{\beta} - \bar{\gamma}\bar{\alpha}_{ij}), \quad \bar{K}_c = \frac{f}{1-(1-f)\bar{\zeta}} (\bar{\beta} + \bar{\gamma}\bar{\alpha}_{ij}) \text{이다.} \quad (20)$$

여기서 하첨자 t와 c는 인장과 압축을 각각 의미하며 경화 인자는 아래와 같다.

$$\bar{\beta} = \frac{1-(1-f)\bar{\zeta}}{f} \frac{\bar{K}_c + \bar{K}_t}{2}, \quad \bar{\gamma} = \frac{1-(1-f)\bar{\zeta}}{f} \frac{\bar{K}_c - \bar{K}_t}{2\bar{\alpha}_s}, \quad (21)$$

여기서 $\bar{\alpha}_s$ 역방향 하중에 대한 이동경화 변수이다. 따라서 최종 (ultimate) 후방응력($\bar{\alpha}_{ij}^u$)은

$$0 < f \leq 1$$

$$\begin{aligned} (\bar{\alpha}_{ij}^u \bar{\alpha}_{ij}^u)^{1/2} &= \left[\frac{9\bar{\beta}^2}{4\bar{\gamma}^2} + \frac{2}{3} \left(\frac{1-f}{f} \right)^2 \frac{\bar{\zeta}^2}{\bar{\gamma}^2} \bar{E}_t^2 + 2 \frac{1-f}{f} \frac{\bar{\beta}\bar{\zeta}}{\bar{\gamma}} \frac{d\bar{E}^p}{d\bar{\epsilon}_e^p} \right]^{1/2}, \\ d\bar{E}^p &\equiv d\bar{\epsilon}_{ij}^p d\bar{s}_{ij} \text{이다.} \end{aligned} \quad (22)$$

따라서 최종 후방응력은 혼합 분률이 '1' 일 때 순수 Armstrong-Frederick식의 것과 동일하다[25]. 반면 후방응력의 조합이 Armstrong-Frederick식과 Ziegler 식으로 구성될 때

$$d\bar{\alpha}_{ij}|_2 = \bar{\mu}(\bar{\sigma}_{ij} - \bar{\alpha}_{ij}), \quad (23)$$

$$\begin{aligned} d\bar{\alpha}_{ij}|_m &= f(\bar{\beta}d\bar{\epsilon}_{ij}^p - \bar{\gamma}\bar{\alpha}_{ij}d\bar{\epsilon}_{ij}^p) + (1-f)\bar{\mu}(\bar{\sigma}_{ij} - \bar{\alpha}_{ij}), \\ \bar{\mu} &= \frac{\bar{s}'_{pq} d\bar{\sigma}_{pq}}{\bar{s}'_{kl} (\bar{\sigma}_{kl} - \bar{\alpha}_{kl})} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \left[1 - \frac{2}{3}(1-f) \frac{\bar{\sigma}_y^2}{\bar{s}'_{kl} (\bar{\sigma}_{kl} - \bar{\alpha}_{kl})} \right] \bar{K} &= f\bar{\beta}\bar{s}'_{ij} - f\bar{\gamma}\bar{\alpha}_{ij} \frac{\bar{s}'_{ij}}{\bar{\sigma}_y}, \\ \bar{K} &= \bar{\beta} - \bar{\gamma}\bar{\alpha}_{ij} \frac{\bar{s}'_{ij}}{\bar{\sigma}_y} \text{ 같다.} \end{aligned} \quad (25)$$

하지만 앞의 경우와 달리 위의 조합의 결과는 순수한 Armstrong-Frederick식과 동일하다.

$$\bar{\beta} = \frac{\bar{K}_c + \bar{K}_t}{2}, \quad \bar{\gamma} = \frac{\bar{K}_c - \bar{K}_t}{2\bar{\alpha}_s}, \quad (26)$$

$\bar{K}_t = \bar{\beta} - \bar{\gamma}\bar{\alpha}$, $\bar{K}_c = \bar{\beta} + \bar{\gamma}\bar{\alpha}$ 이다. 따라서 두 개의 후방응력의 조합에도 불구하고 각 성분은 상호 독립적이다. 최종 후방응력은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3} \bar{\alpha}_s^2 \right)^{1/2} &= \\ \left[\frac{3}{2} f^2 \bar{\beta}^2 d\bar{\epsilon}_e^{p2} + \frac{2}{3} (1-f)^2 \bar{\mu}^2 \bar{\sigma}_e^2 + f(1-f) \bar{\beta} \bar{\mu} d\bar{\epsilon}_{ij}^p \bar{\sigma}_{ij} \right]^{1/2} & \\ \frac{\quad}{f\bar{\gamma}d\bar{\epsilon}_e^p + (1-f)\bar{\mu}} & \end{aligned} \quad (27)$$

본 연구에서는 J_2 변형이론이 사용되며 명목상 secant 모듈러스 (E_s)는 근사적으로 다음과 같다.

$$E_s = \frac{\sigma_e}{\epsilon_e^p} = \frac{(1-\phi)\bar{\sigma}_e}{\int \frac{1}{1-\phi} d\bar{\epsilon}_e^p} \cong (1-\phi)^2 \bar{E}_s, \quad (28)$$

증분 내에서의 결함 인자에 대한 적분 대신 동일

한 증분 동안 결합 인자가 일정하다는 가정되었다. 마찬가지로 유효응력과 명목응력과의 관계를 통해 모듈러스 (E_t)는

$$E_t = \frac{d\sigma_e}{d\varepsilon_e^p} = \frac{d\sigma_e}{d\bar{\sigma}_e} \frac{d\bar{\sigma}_e}{d\bar{\varepsilon}_e^p} \frac{d\bar{\varepsilon}_e^p}{d\varepsilon_e^p} \cong (1-\phi)^2 \bar{E}_t \text{ 이다.} \quad (29)$$

결합 인자의 전개는 등가 소성변형에 대해서 다음과 같다[26~27].

$$d\phi = \alpha \frac{(\phi_{cr} - \phi)^{1/\alpha}}{\ln(\varepsilon_{cr}^p) - \ln(\varepsilon_{th}^p)} h\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_e}\right) \frac{d\varepsilon^p}{\varepsilon^p}, \quad (30)$$

$$h\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_e}\right) = \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu)\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_e}\right)^2, \quad \sigma_H = \frac{\sigma_{kk}}{3}$$

$$\phi = \phi_0 + (\phi_{cr} - \phi_0) \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\ln(\varepsilon^p/\varepsilon_{th}^p)}{\ln(\varepsilon_{cr}^p/\varepsilon_{th}^p)} h\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_e}\right) \right]^\alpha \right\} \quad (31)$$

여기서 ν , ϕ_0 , ϕ_{cr} , ε_{cr}^p 와 ε_{th}^p 는 각각 포아손비, 초기 결합인자, 한계 결합인자, 한계 등가변형 및 결합 발생 개시 (threshold)의 소성변형을 나타낸다.

등온 조건 하에서 전체 변형률(D)은 탄성과 소성 변형으로 나뉜다[10].

$$\bar{D}_{ij} = \bar{D}_{ij}^e + \bar{D}_{ij}^p, \quad D_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}) \quad (32)$$

$v_{i,j}$ 는 속도 기울기 장이다. 유효항로 표현된 탄성 변형의 증분은[3]:

$$d\varepsilon_{ij}^e = \frac{1}{(1-\phi)^2} \left(\frac{1+\bar{\nu}}{\bar{E}} d\sigma_{ij} - \frac{\bar{\nu}}{\bar{E}} d\sigma_{kk} \delta_{ij} \right) \text{ 이다.} \quad (33)$$

그럼 응력증분과 변형증분과의 구성방정식은[28]:

$$d\varepsilon_{ij} = (L_{ijkl} + C_{ijkl}) d\sigma_{kl} \text{ 과 같으며,} \quad (34)$$

여기서 L_{ijkl} 와 C_{ijkl} 은 탄성 및 소성계수를 각각 나타낸다. 유효 및 명목탄성계수의 관계는:

$$L_{ijkl} = \frac{1}{(1-\phi)^2} \bar{L}_{ijkl} \text{ 이다.} \quad (35)$$

J2변형이론에 기초한 구성방정식 계수는 명목 변 수들과 유효항들로 표현되면[29]:

$$C_{ijkl} = \frac{3}{2} \left[\left(\frac{1}{E_s} - \frac{1}{E} \right) \left(\frac{1}{2} \delta_{ik} \delta_{jl} + \frac{1}{2} \delta_{il} \delta_{jk} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \right) \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{E_t} - \frac{1}{E_s} \right) \frac{s'_{ij} s'_{ikl}}{\sigma_y^2} \right] \quad (36)$$

$$C_{ijkl} = \frac{1}{(1-\phi)^2} \frac{3}{2} \left[\left(\frac{1}{\bar{E}_s} - \frac{1}{\bar{E}} \right) \left(\frac{1}{2} \delta_{ik} \delta_{jl} + \frac{1}{2} \delta_{il} \delta_{jk} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \right) \right]$$

$$\left[+ \frac{3}{2} \left(\frac{1}{\bar{E}_t} - \frac{1}{\bar{E}_s} \right) \frac{s'_{ij} s'_{ikl}}{\sigma_y^2} \right] = \frac{1}{(1-\phi)^2} \bar{C}_{ijkl} \text{ 과 같다.} \quad (37)$$

일반적으로 객관적 응력률은 연속체 스핀 대신 소성 스핀에 기초한 하부구조 스핀에 따른 강체 회전을 하는 것으로 간주된다[9]. 소성 스핀은 다음의 식으로 표현된다[11, 12, 14, 15].

$$W_{ij}^p |_{1} = \eta (\alpha_{ik} D_{kj}^p - D_{ik}^p \alpha_{kj}) \quad (38)$$

더욱이 소성 스핀은 후방응력과 객관적 응력률의 관계로 흡사한 형태로 구할 수 있다[8].

$$W_{ij}^p |_{2} = \xi (\alpha_{ik} \dot{\sigma}_{kj} - \dot{\sigma}_{ik} \alpha_{kj}) \quad (39)$$

위의 소성스핀은 lattice에 대한 상대적 회전을 의미한다. 두 가지의 소성 스핀에 대한 조합은 여러 형태로 가능하나 아래와 같은 두 개의 소성 스핀의 조합이 적용되었다.

$$W_{ij}^p |_{m} = [W_{im}^p |_{1} \alpha_{mk} |_{1} + W_{im}^p |_{2} \alpha_{mk} |_{2}] \alpha_{kj}^{-1} |_{m} \quad (40)$$

따라서 하부구조 스핀에 기초한 객관적 응력률과 후방응력률은 다음과 같다.

$$\dot{\sigma}_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} - \Omega_{ik} \sigma_{kj} + \sigma_{ik} \Omega_{kj}, \\ \dot{\alpha}_{ij} = \dot{\alpha}_{ij} - \Omega_{ik} \alpha_{kj} + \alpha_{ik} \Omega_{kj}, \quad (41)$$

여기서 $\Omega_{ij} = W_{ij} - W_{ij}^p |_{m}$, $W_{ij} = 1/2(v_{i,j} - v_{j,i})$ 이다.

3. 수치해석 결과

1080강 및 Maraging 300 고강도 합금강에 대한 응력식은 Johnson-Cook모델로 표현되었다.

$$\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_0} = 1 + \frac{B}{\sigma_0} \left(\frac{\bar{\varepsilon}_e^p}{\varepsilon_0} \right)^n, \quad \frac{1}{\sigma_0} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\varepsilon}_e^p} = n \frac{B}{\sigma_0} \frac{1}{\varepsilon_0} \left(\frac{\bar{\varepsilon}_e^p}{\varepsilon_0} \right)^{n-1}. \quad (42)$$

여기서 하첨자 “0”는 기본값을 나타낸다. 수치 해석은 대칭성을 고려, 1/4의 시편에 대해서 7×14 요소가 설정되었다. 후방응력 전개는 혼합 분률과 Phillips 계수에 의해 결정된다. 혼합분률은 지배적인 후방응력을 결정하며, 클수록 Armstrong-Frederick 법칙의 영향이 증가한다.

1080강과 Maraging 300강과의 소성변형이 비교를

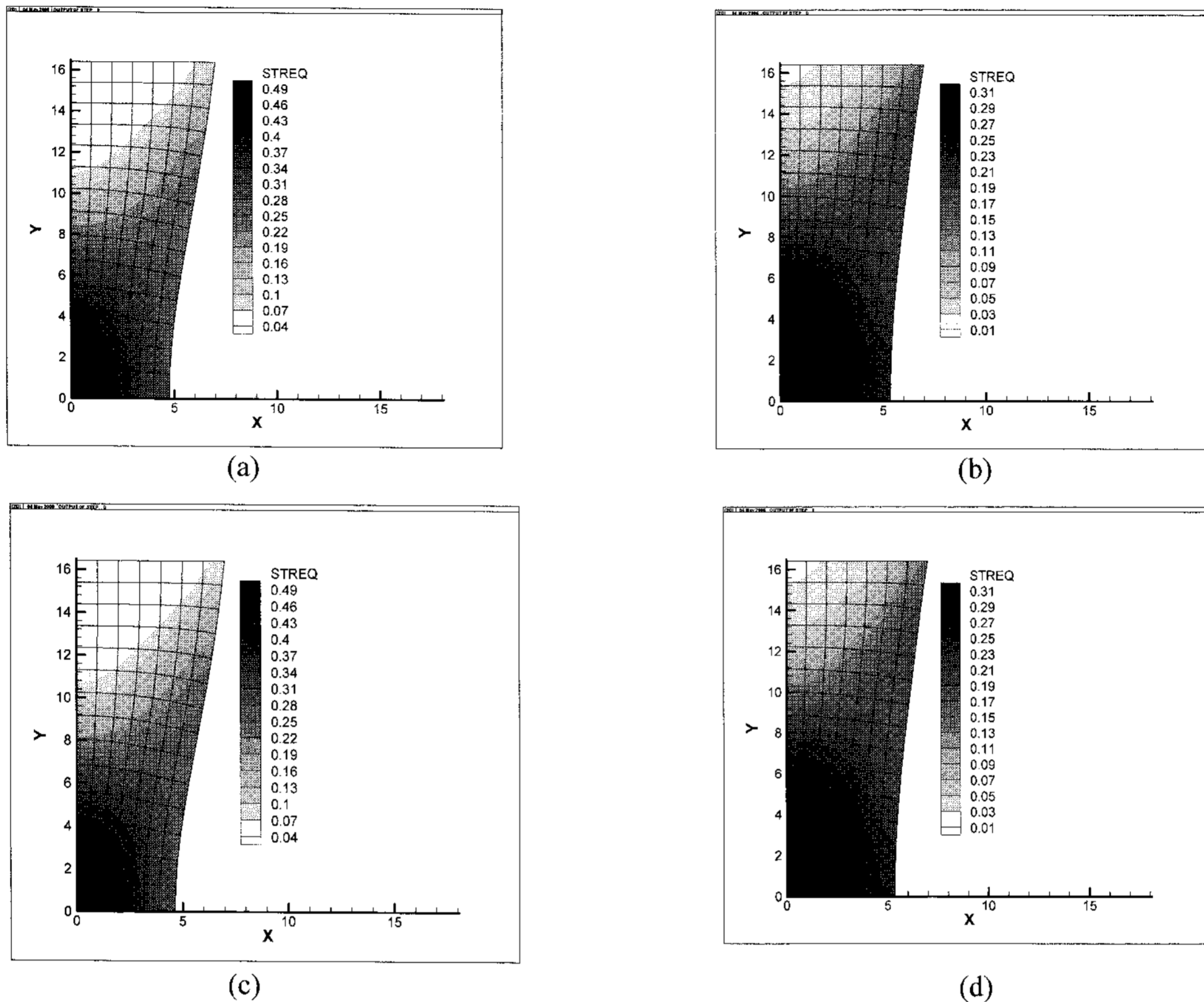


Fig. 1 Equivalent strain (STREQ) from finite element analysis of tensile specimen: a) Maraging 300 ($\phi=0$), b) 1080 ($\phi=0$), c) Maraging 300 ($\phi \neq 0$), and d) 1080 ($\phi \neq 0$) for $f=0.5$ and $\phi=0.4$

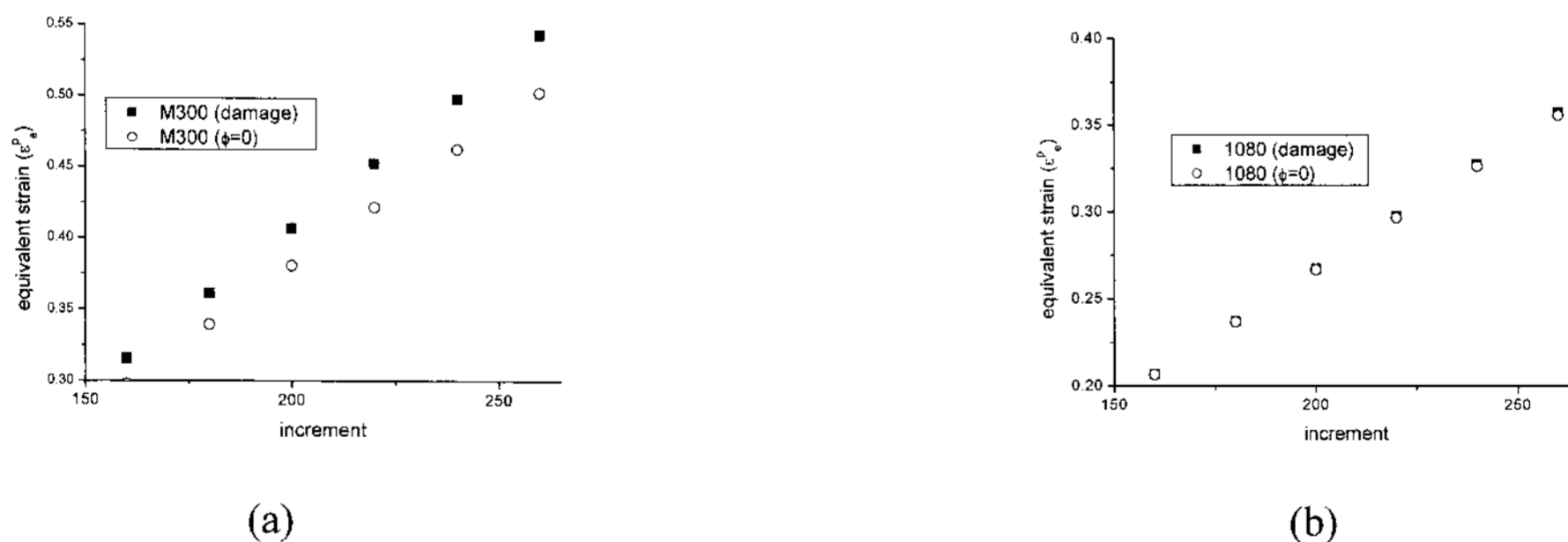


Fig. 2 The effect of damage factor on the evolution of equivalent strain near center: a) Maraging 300 steel (M300) and b) 1080 steel (1080)

위해 혼합분율은 0.5, Phillips 계수는 0.4가 적용되었다. Fig. 1 a)와 b)는 등가변형 (STREQ)의 분포를 보여주며 국부적 소성변형이 Maraging 300강에서 심한 반면 1080강은 비교적 균일한 변형을 보여준다. 이를 통해 고강도 낮은 경화도의 소재에서 전단밴드 형성이 용이하며, 아울러 necking을 동반하는 것을 알 수 있다. 결함의 영향은 Fig. 1 c)와 d)에서 보는 바와 같으며 Maraging 300강의 결함인자가 증가에

따른 국부적 변형 집중이 관찰되나 1080강에서의 그 영향은 미미하다. 시편 중앙 부에서의 시간에 따른 소성변형의 변화는 Fig. 2와 같으며 그림의 near center라는 지점은 시편의 중앙 (0, 0)으로부터 1/7 (X 축) 2/14 (Y 축)에 위치한 지점이다. 결함 인자의 영향을 고려할 때 Maraging 300강의 국부적 소성변형 집중 현상이 심하게 발생하지만 1080강에 대한 영향은 크지 않다.

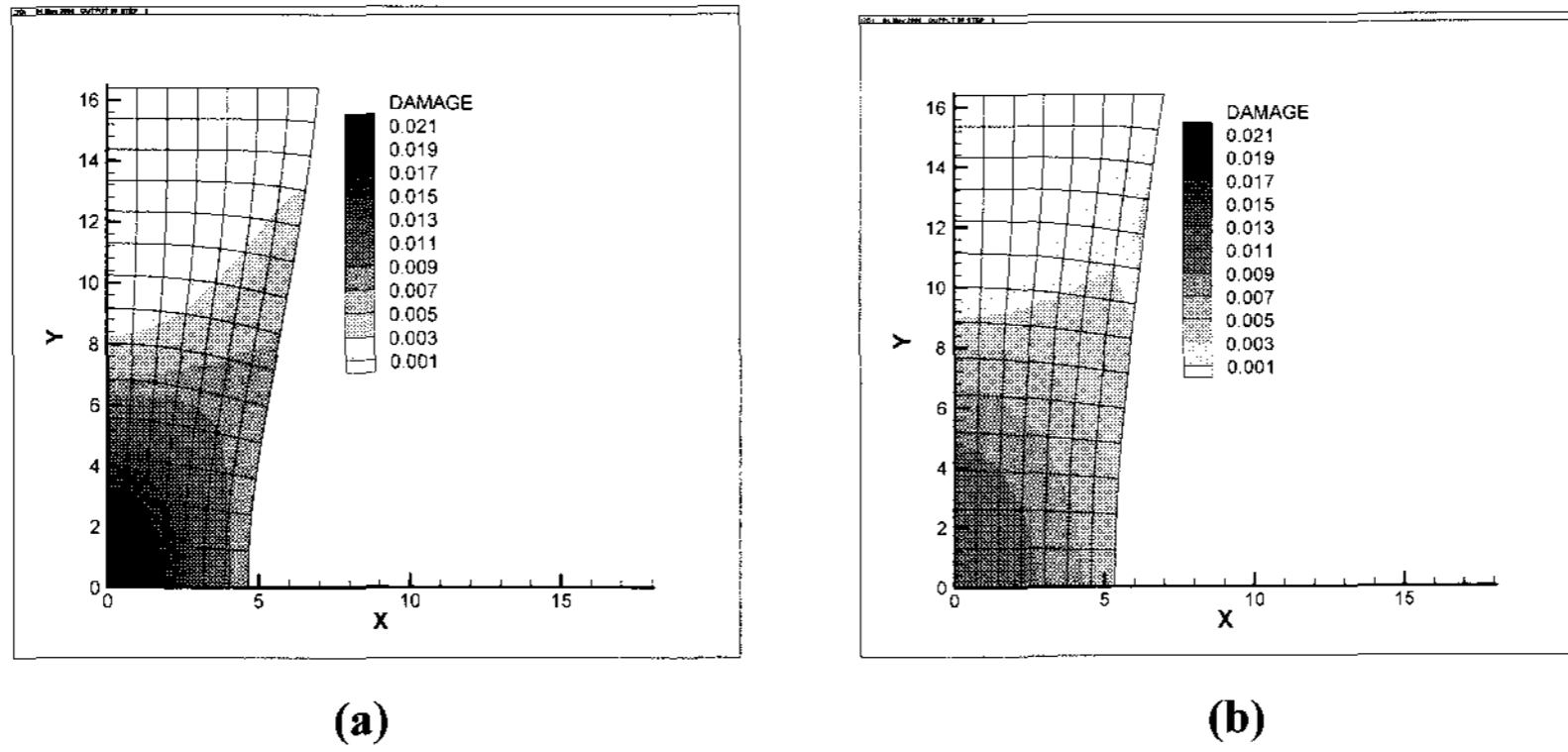
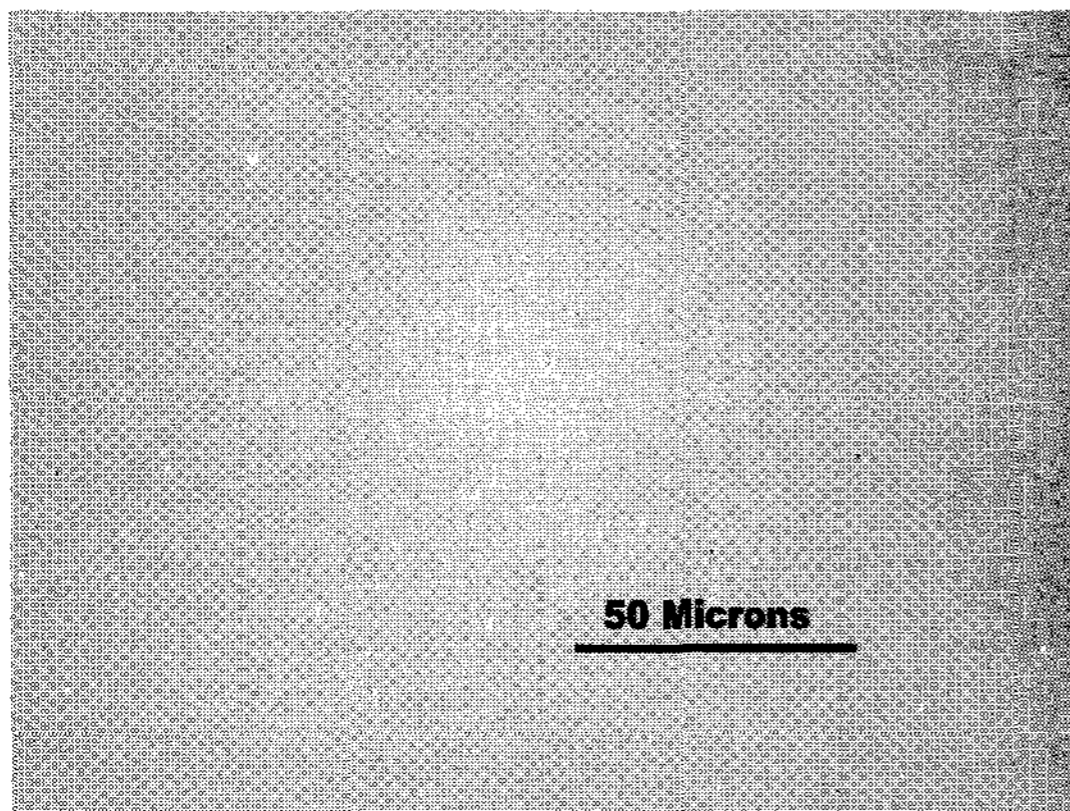
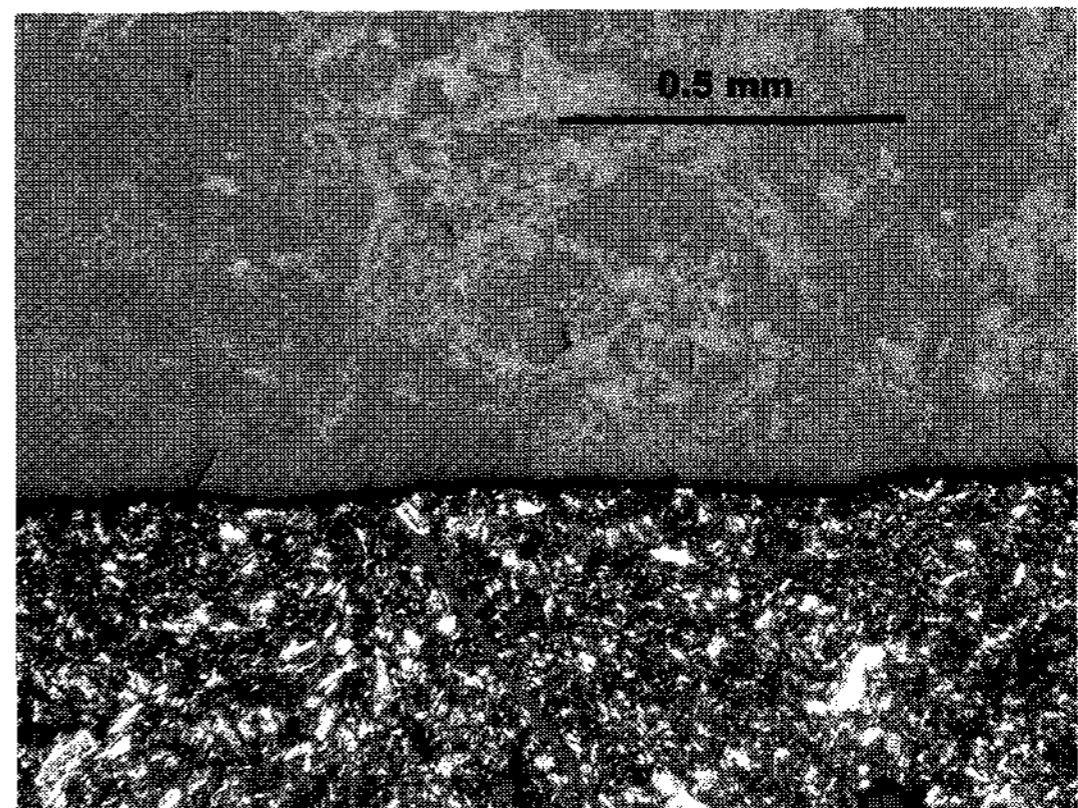


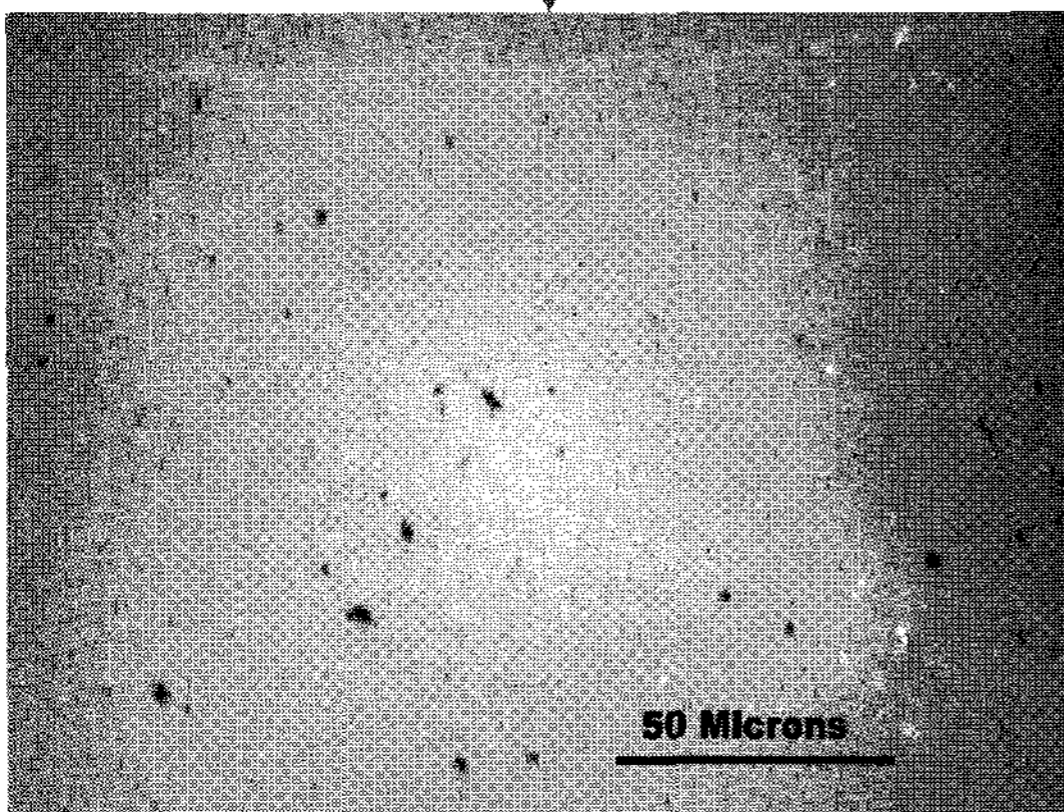
Fig. 3 Distribution of damage factor for tensile specimen of a) Maraging 300 steel and b) 1080 steel



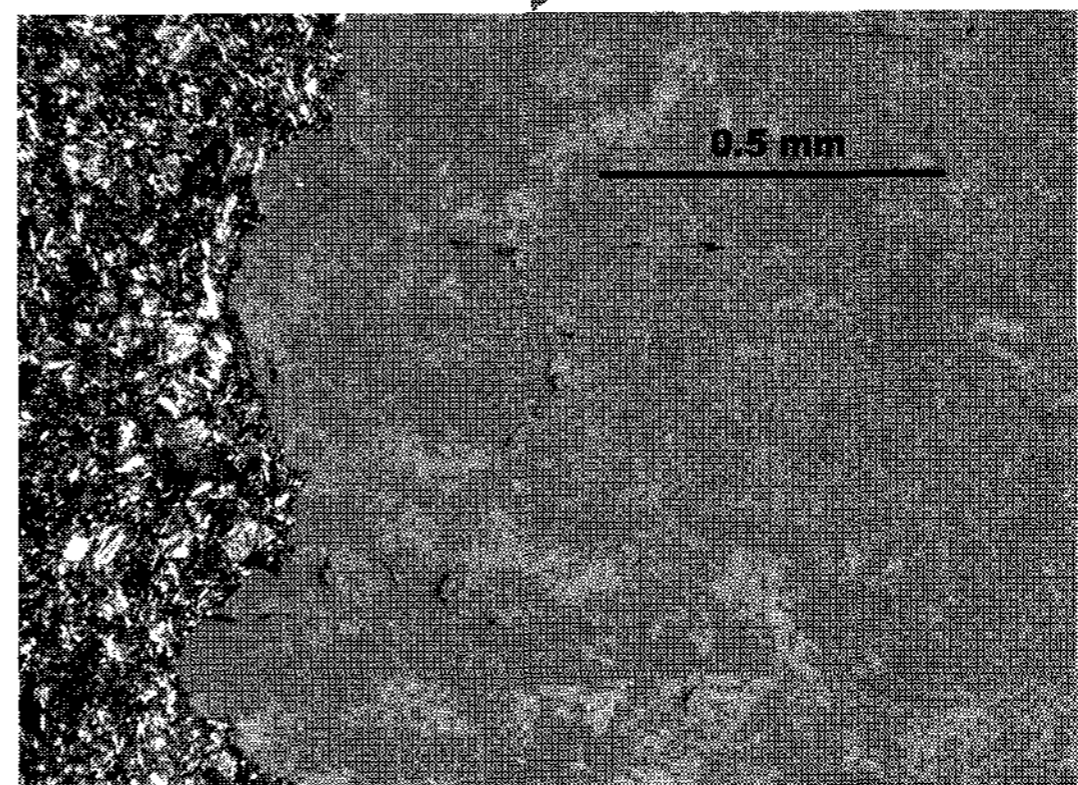
a)



c)

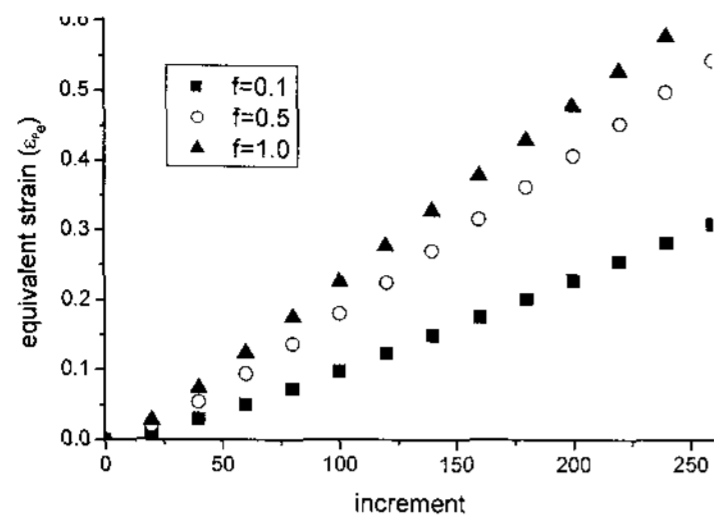


b)

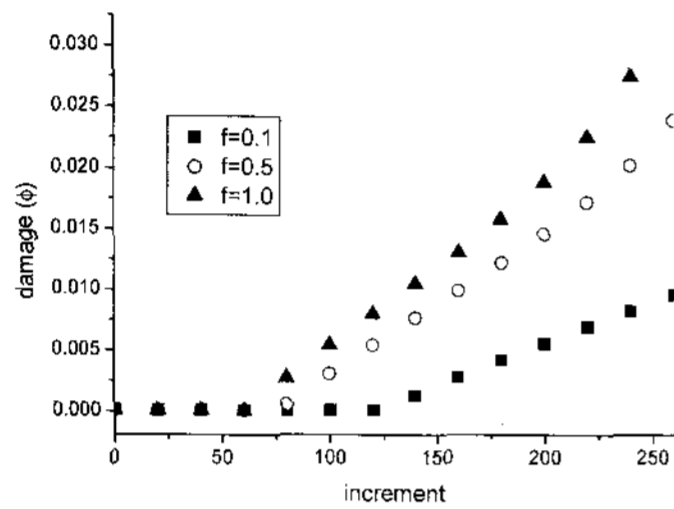


d)

Fig. 4 Micro-structure of tensile specimen: a) Maraging 300 away from crack tip, b) Maraging 300 near necking, c) 1080 steel away from crack tip, and d) 1080 steel 300 near necking

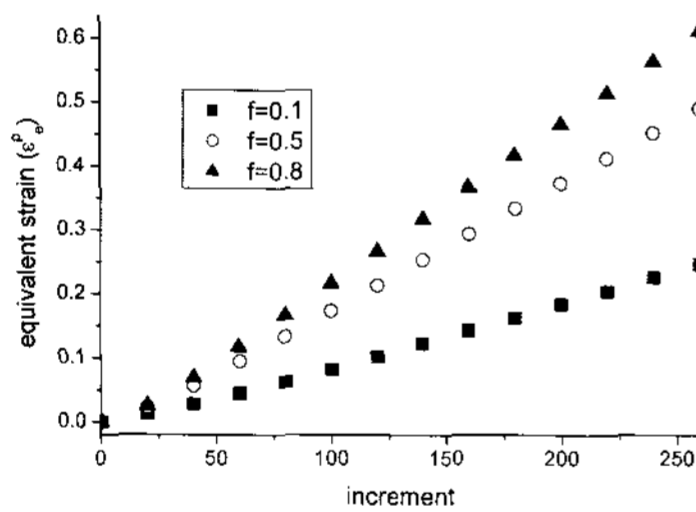


a)

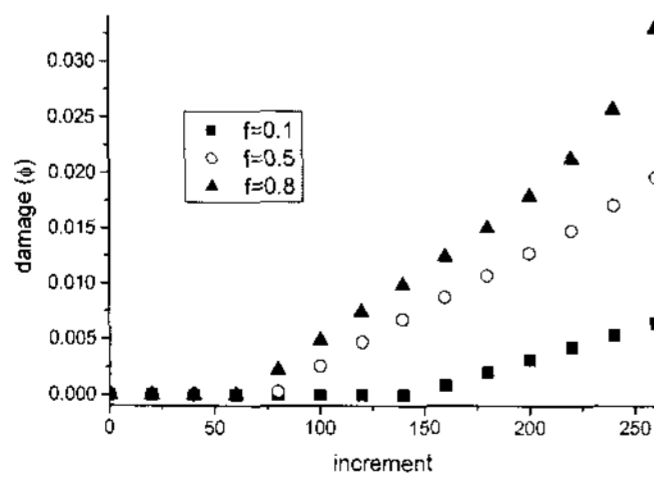


b)

Fig. 5 Evolution of a) equivalent strain and b) damage factor: effect of fractional factor, AP model



a)



b)

Fig. 6 Evolution of a) equivalent strain and b) damage factor: effect of fractional factor AZ model

결합 인자의 분포는 Fig. 3에서 보는 바와 같으며 고강도 Maraging 300합금강은 국부적 변형집중 구간에서의 결합 생성과 이에 따른 파단이 발생할 가능성이 높다. 따라서 소성변형은 응력 곡선의 기울기가 작을수록 결합의 형성과 아울러 국부적 변형 집중 현상이 용이하게 발생한다. 금속 미세조직도 Fig. 4에서와 같이 관찰되었다. 1080강의 경우 결합 집중이 나타나지 않으며 대신 널리 분포하고 있는 것이 관찰된다. 한편 Maraging 300강의 경우 결합들이 necking 부위에서 집중적으로 발생하고 있다. 따라서 미세조직 결과는 수치해석 결과와 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

다음으로는 이중 후방응력 조합 구성 방정식에서의 각 제어 인자들에 의한 소성변형 거동에 대한 영향이 관찰되었다. AP 모델은 Armstrong-Frederick과 Phillips 조합을, Armstrong-Frederick과 Ziegler경화법칙의 조합 구성방정식은 AZ 모델로 각기 명명되었다. AP 모델의 경우 상태변수의 전개는 혼합분률과 Phillips 계수에 의해 결정되는 반면 AZ 모델에서는 혼합분률만이 제어된다. 혼합분률은 '0'에서 '1' 사이에서 선택되며 Phillips 경화계수는 '0.2'와 '0.8' 사이에서 결정되었다. 한편 혼합분률이 '0'이거나 '1'일 경우에는 구성방정식 모델에 상관없이 순수한 Armstrong-Frederick 혹은 Phillips 경화 법칙을 나타낸다.

Fig. 5는 시편의 중앙 부위(시편의 중앙으로부터 X 축 1/7 및 Y 축 2/14)에서의 등가 변형과 결합 인자들의 변화를 AP 모델을 이용하여 얻어진 것으로 이 때 Phillip 계수는 0.4이다. 여기서 Armstrong-Frederick 법칙의 영향이 증가함에 따라 국부적 변형집중이 증가하는 것으로 나타나며 AZ 모델도 이와 흡사한 변형거동이 관찰된다(Fig. 6).

Fig. 7은 AP모델을 이용, 혼합분률에 따른 시편 중앙부위에서의 등가변형과 결합인자의 변화를 보여준다. 마찬가지로 혼합분률이 증가함에 따라 변형 집중과 결합이 증가하는 것으로 밝혀졌다. 따라서 Armstrong-Frederick 경화법칙의 영향이 지배적으로 작용할수록 국부적 소성변형과 결합이 동시에 국부적으로 증가하는 것을 알 수 있다.

Fig. 8은 Phillips 계수의 영향을 보여주며 이 때의 혼합분률은 '0.5'이다. Phillips계수가 증가함에 따라 국부적 소성변형과 결합인자는 감소하는 것으로 나타나나 그 영향은 넓은 폭의 계수의 변화에도 불구하고 크지 않은 것으로 관찰된다.

4. 결론

본 연구에서는 파손역학이 조합된 이중 후방응력 구성방정식이 제안되었으며 후방응력 전개식으로는 Armstrong-Frederick과 Phillips 경화 법칙이 이용되었다. 등은 변형률 독립 J2 변형 이론에 기초한 유한요소 수치해석이 실시되었다. 낮은 경화 지수를 갖는 소재가 전단밴드 형성에 취약함이 밝혀졌으며 이는 미세조직 관찰 결과와 잘 일치하고 있다. 한편 본 Armstrong-Frederick, Phillips 및 Ziegler 경화법칙을 이용한 이중 후방응력 이동경화 구성방정식은 경화 인자들의 혼합법칙에 의한 간단한 조합으로 광범위한 소성변형 거동을 나타낼 수 있다. 여기서 Armstrong-Frederick 경화법칙이 지배적인 영향을 미칠수록 국부적 소성변형 집중 현상 및 결함 발생이 증가하는 것이 관찰되었다. 하지만 넓은 범위의 Phillips 경화 계수의 조정에도 불구하고 그 영향은 그리 크지 않은 것으로 밝혀졌다. 또한 결함 인자도 경화 지수가 낮은 소재에 대해서 국부적 소성변형 거동 예측에 큰 영향을 미치는 것이 밝혀졌다.

참고 문헌

- [1] E. C. Aifantis, 1987, The Physics of Plastic Deformation, Int. J. Plasticity, Vol. 3 (3), pp. 211~247.
- [2] H. M. Zbib, E. C. Aifantis, 1988, On the Localization and Post-localization Behavior of Plastic Deformation I On the Initiation of Shear Bands, Research Mechanics, Vol. 23, pp. 261~277.
- [3] R. K. Abu Al-Rub, G. Z. Voyiadjis, 2003, On the coupling of anisotropic damage and plasticity models for ductile materials, Int. J. Solids and Structures, Vol. 40 (11), pp. 2611~2643.
- [4] J. Lemaitre, 1986, Local Approach of Fracture, Engng. Fracture Mech., Vol. 25, pp. 523~537.
- [5] P. I. Kattan, G. Z. Voyiadjis, 1992, A Plasticity-Damage Theory for Large Deformation of Solids-I Theoretical Formulation, Int. J. Engng. Sci., Vol. 30 (9), pp. 1089~1108.
- [6] J. E. Paulun, R. B. Pecherski, 1992, On the relation for plastic spin, Archive Applied Mechanics, Vol. 62, pp. 376~385.
- [7] J. Ning and E. C. Aifantis, 1994, On anisotropic finite deformation plasticity Part II. A two-

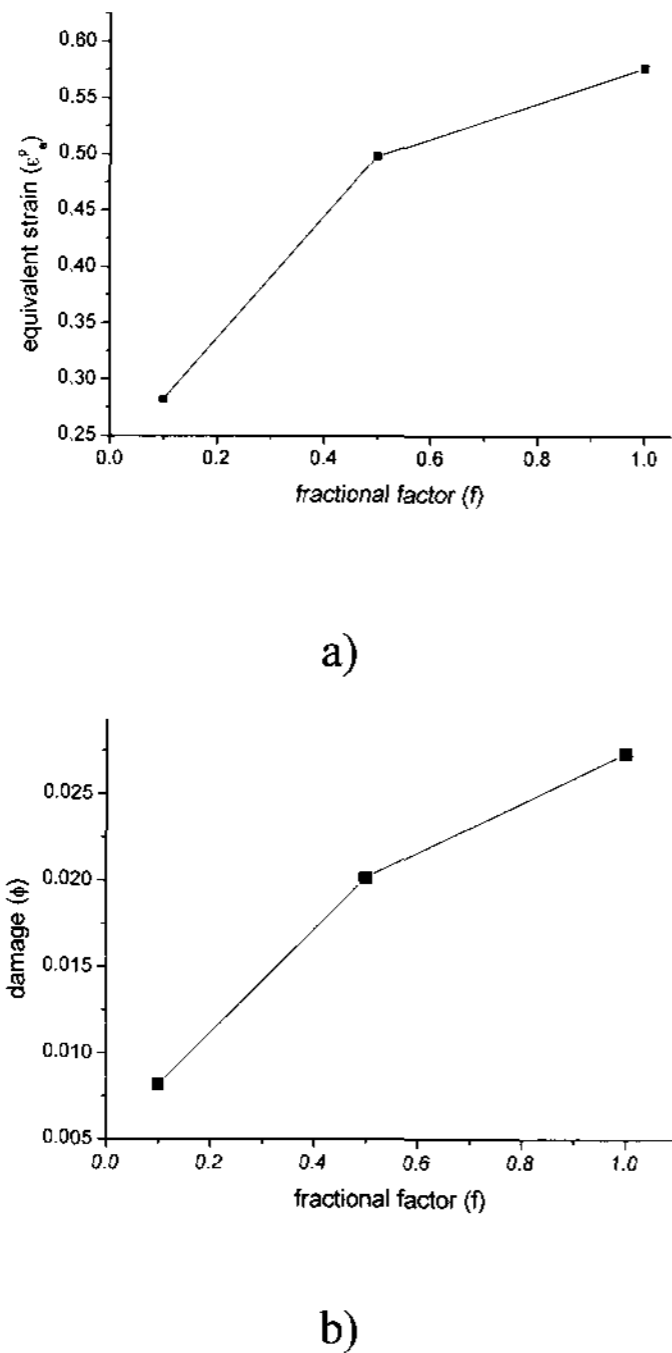


Fig. 7 The effect of fractional factor; variation of a) equivalent strain and b) damage factor, AP model

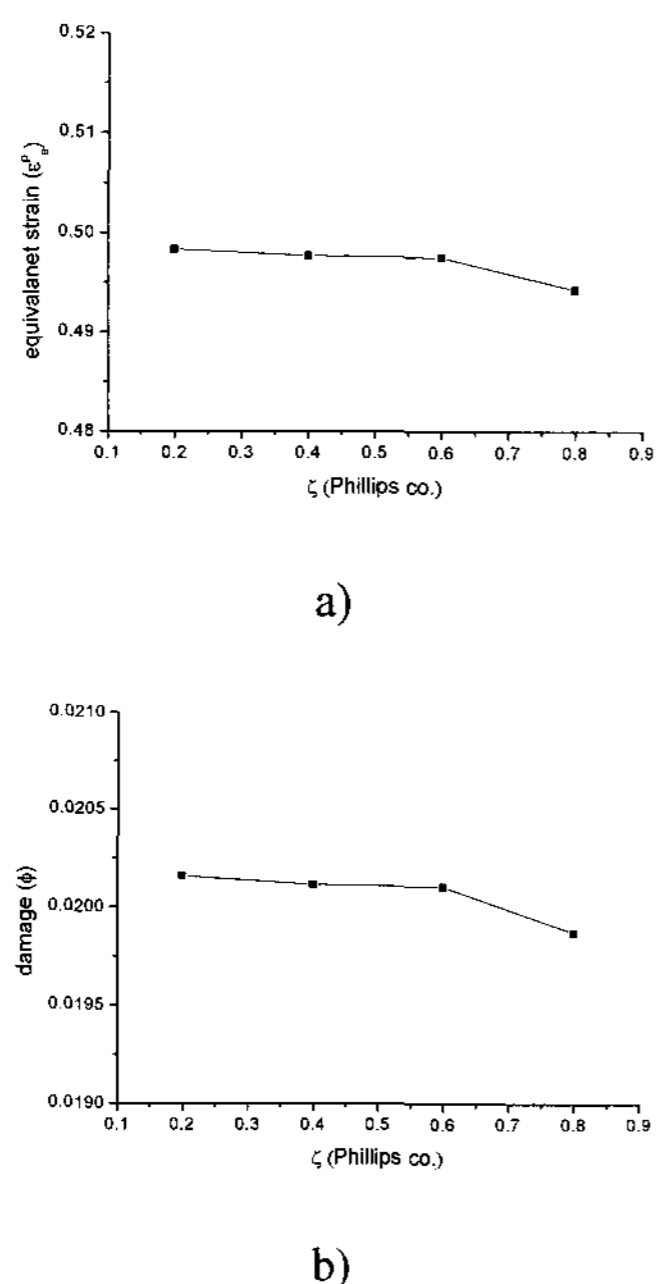


Fig. 8 Effect of Phillips hardening coefficient: a) equivalent strain and b) damage factor

- component model, *Acta Mechanica*, Vol. 106, pp. 73~85.
- [8] M. Kuroda, 1995, Plastic spin associated with a corner theory of plasticity, *Int. J. Plasticity*, Vol. 11 (5), pp. 547~570.
- [9] M. Kuroda, 1996, Roles of Plastic Spin in Shear banding, *Int. J. Plasticity*, Vol. 12 (5), pp. 671~693.
- [10] E. H. Lee., 1984, Finite Deformation Effects in Plasticity Analysis, Numerical Analysis of forming Processes, Ed. J. F. Pittman, O. C. Zienkiewicz, R. D. Wood and J. M. Alexander, John Wiley & Sons Ltd., pp. 373~391.
- [11] Y. F. Dafalias, 1982, A Missing Link in the Macroscopic Constitutive formulation of Large Plastic Deformation, *Plasticity today, Modeling, Methods and Application*, Proc. Int. Symp. On Current Trends and Results in Plasticity, CISM, Udine Italy, pp. 135~151.
- [12] Y. F. Dafalias, 1983, Corotational Rates for Kinematic hardening at Large Plastic Deformation, *J. App. Mech.*, Vol. 50, pp. 561~565.
- [13] Y. F. Dafalias, 1985, The Plastic Spin, *J. App. Mech.*, Vol. 52, pp. 865~871.
- [14] J. K. Dienes, 1979, On the Analysis of Rotation and Stress Rate in Deforming Bodies, *Acta Mechanica*, Vol. 32, pp. 217~232.
- [15] J. E. Paulun and R. B. Pecherski, 1987, On the application of the plastic spin concept for the description of anisotropic hardening in finite deformation plasticity, *Int. J. Plasticity*, Vol. 3 (4), pp. 303~314.
- [16] G. Z. Voyiadjis, R. K. Abu Al-Rub, and A. Palazotto, 2004, Thermodynamic framework for coupling of non-local viscoplasticity and non-local anisotropic viscodamage for dynamic localization problems using gradient theory, *Int. J. Plasticity*, Vol. 20 (6), pp. 981~1038.
- [17] N. Bonora, 1997, A Nonlinear CDM Model for Ductile Failure, *Engng. Fracture Mech.*, Vol. 58 (1/2), pp. 11~28
- [18] G. Z. Voyiadjis G.Z. and T. Park, 1999, Kinematics description of damage for finite strain plasticity, *International J. Engng Sci.*, Vol. 56 (4), pp. 483~511.
- [19] Z. Mroz, H. P. Shrivastava, R. N. Dubey, 1976, A Non-Linear Hardening Model and Its Application to Cyclic loading, *Acta Mechanica*, Vol. 25, pp. 51~61.
- [20] J. L. Chaboche, 1986, Time-Independent Constitutive Theories for Cyclic Plasticity, *Int. J. Plasticity*, Vol. 2 (2), pp. 149~188.
- [21] A. Phillips, J. L. Tang, M. Ricciuti, 1974, Some New Observation on Yield Surfaces, *Acta Mechanica*, Vol. 20, pp. 23~39.
- [22] A. Phillips, C. W. Lee, 1979, Yield Surfaces and Loading Surfaces Experiments and Recommendations, *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 15 (9), pp. 715~729.
- [23] M. F. Shi, J. C. Gerdeen, E. C. Aifantis, 1993, On finite deformation plasticity with directional softening Part II. Two-component model, *Acta Mechanica*, Vol. 101, pp. 69~80.
- [24] J. Ning, E. C. Aifantis, 1994, On anisotropic finite deformation plasticity Part I. A two-back stress model, Vol. 106, pp. 55~72.
- [25] A. Khan, S. Huang, 1995, *Continuum Theory of Plasticity*, John Wiley & Sons. Inc., New York, pp. 215~229.
- [26] N. Bonora, P. P. Milella P.P., 2001, Constitutive Modeling for Ductile Metals Behavior Incorporating Strain Rate, Temperature and Damage Mechanics, *Int. J. Impact Engng.*, Vol. 26, pp. 53~64.
- [27] N. Bonora, G. M. Newaz, 1998, Low Cycle Fatigue Life Estimation for Ductile Metals using a Nonlinear Continuum Dmage Mechanics Model, *Int. J. Solids and Structures*, Vol. 35 (16), pp. 1881~1894.
- [28] M. A. Crisfield, 1997, *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structure*, John Wiley & Sons Ltd., West Sussex, England, Vol. 2, pp. 46~55.
- [29] J. C. Christoffersen, J. W. Hutchinson, 1979, A Class of Phenomenological Corner Theories of Plasticity, *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 27(5, 6), pp. 465~487.
- [30] S. J. Yun, 2005, Two Back Stress Hardening Models in Rate Independent Rigid Plasticity, *Transactions of Materials Processing*, Vol. 14, No. 4, pp. 327~336.