

다단 H-브릿지 인버터의 입력전류특성 (II) — 다중 변압기 결선에 의한 고조파 저감

鄭勝基[†]

Line Current Characteristics of Multilevel H-Bridge Inverters:
Part II — Harmonic Reduction with Multiple Transformer Windings

Seung-Gi Jeong

요 약

최근 중대용량의 교류전동기 구동에 다단 H-브릿지 인버터의 적용이 늘어나고 있다. 이 인버터의 주된 장점 중의 하나는 입력전류에 고조파성분이 적다는 것으로 이는 2차측이 다중의 위상이동 권선으로 이루어진 변압기를 사용함으로써 이루어진다. 본 논문은 다단 H-브릿지 인버터에 적용되는 위상이동 변압기의 권선 설계의 기본 방안과 입력전류 고조파의 이론적인 해석을 제시하고 있다. 위상이동 변압기를 다룬 I부에 이어 II부에서는 입력 선전류의 고조파 특성을 해석함으로써 고조파 제거를 위한 등간격 위상차 설정방식의 이론적 근거를 규명하였다.

ABSTRACT

Recently, multilevel H-bridge inverters have become popular in medium to high power ac drive applications. One of significant advantages of them is low harmonic contents in their input line currents thanks to the transformer with multiple phase-shifted secondary windings. This paper attempts to provide basic guidelines for the design of the phase shifting transformer windings and theoretical analysis of input line current harmonics of H-bridge inverters. The part II is devoted to the analysis of the harmonic characteristics of the input line current, providing mathematical background for the equidistant phase-shifting angle distribution policy for harmonic elimination.

Key Words : Multilevel inverter, H-bridge inverter, Extended-delta winding, Harmonics

1. 서 론

여러 개의 단상 인버터 모듈들을 조합하여 만들어지는 다단 H-브릿지 인버터는 입력단 변압기에 모듈과 같은 수의 2차권선을 지니고 있다. 각각의 2차권선은 단상 인버터 모듈에 전기적으로 분리된 3상 전원을 공급한다. 이때 변압기의 2차측 출력전압들끼리 서로 다

른 위상을 갖도록 하고 이들을 적절히 조합하면 1차측 입력전류의 고조파를 대폭 저감시킬 수 있다. 이를 통해 급전선의 고조파 부담을 덜어줄 수 있으며 이것이 다단 H-브릿지 인버터의 큰 장점 중의 하나라 할 수 있다.^[1]

변압기에서 1-2차간 위상차를 갖도록 하기 위해 일반적으로 연장델타결선이나 지그재그 결선이 사용되는데 본 논문의 I부에서는 연장델타결선의 경우에 대하여 상차각 특성과 변압기 권선정격 설계와의 관련성을 다루었다. II부에서는 이러한 연장델타결선에서 대칭적 위상이동 권선의 결합을 통하여 입력단 전류의 고조파

[†]교신저자 : 정회원, 광운대 전기공학과 교수

E-mail : sgjeong@daisy.kw.ac.kr

접수일자 : 2008. 3. 14 1차 심사 : 2008. 3. 25

심사완료 : 2008. 4. 28

특성이 어떻게 되는지를 보이도록 한다.

2. 다중 2차결선에 의한 입력전류 파형

그림 1은 입력단 변압기 2차측 권선의 구성 형태를 보여주고 있다. 모듈에 전력을 공급하는 변압기의 2차 권선은 1차측 전압에 대해 위상차를 갖도록 만들어지고 양의 위상각과 음의 위상각이 대칭성을 갖도록 배치된다. 그림의 왼편은 모듈이 홀수개일 경우로 위상차가 없는 권선이 중앙에 추가된다.

이하에서는 전체 2차권선의 개수를 S 라 하고 서로 대응하는 위상각을 갖는 쌍의 수를 K 로 나타낸다. 따라서 모듈이 짝수개일 때는 $S = 2K$ 이고 홀수개일 때는 $S = 2K + 1$ 이 된다.

표 1은 본 논문의 I부에서 유도한 양의 위상각과 음의 위상각을 갖는 권선에서 전압과 전류의 입출력 관계식을 요약하고 있다. 각 결선 방식에서 전압관계식과 전류관계식 사이에 쌍대성이 있음을 볼 수 있다. 예를 들어 양의 위상각에서 전류관계식은 음의 위상각에서 전압관계식과 유사하다.

같은 크기의 위상각을 갖는 2차권선쌍에 의해 만들어지는 1차전류의 파형의 예를 보기 위해 2차측에 상당 3개씩의 권선을 갖는 경우를 가정하도록 한다. 세 권선의 위상각은 각각 +20도, 0도, -20도로 하고 단순

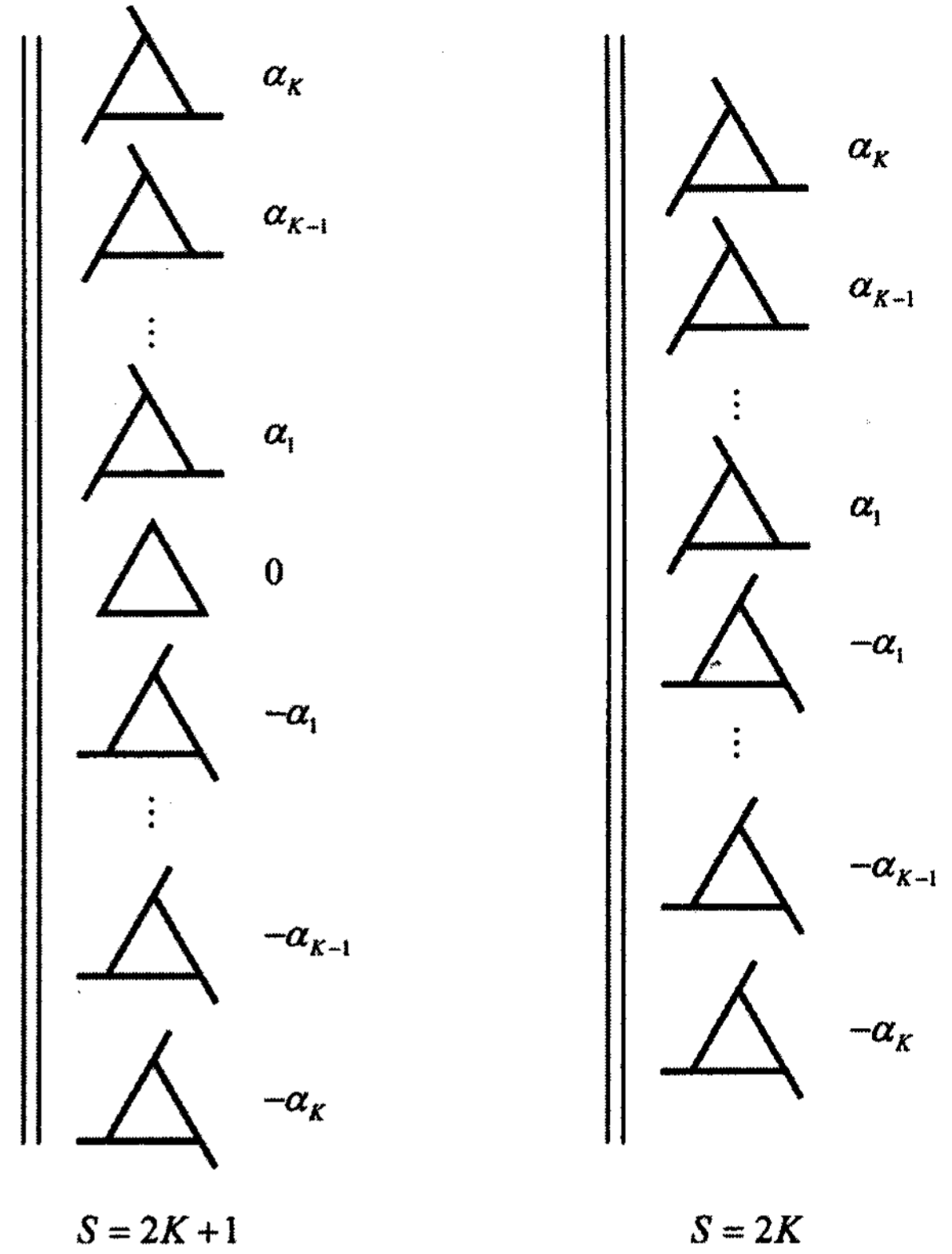


그림 1 입력단 변압기 2차측의 상당 구성
Fig. 1 Per-phase configuration of the secondary of input transformer

표 1 이상적인 연장델타 변압기 결선에서 전압 및 전류의 입출력 관계식
Table 1 Input-output voltage and current relationship of an ideal extended-delta transformer connection

	Positive phase shift	Negative phase shift
Delta primary $a_x = \frac{a}{2\sin(\pi/6 - \alpha)}$ $a_y = \frac{\sqrt{3}a}{2\sin\alpha}$	$v_{AB} = \left(\frac{1}{a_x} + \frac{1}{a_y}\right)v_{ab} - \frac{1}{a_y}v_{bc} = \frac{2}{\sqrt{3}a} \left[\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)v_{ab} - \sin\alpha v_{bc} \right]$ $i_a = \left(\frac{1}{a_x} + \frac{1}{a_y}\right)i_A - \frac{1}{a_y}i_C = \frac{2}{\sqrt{3}a} \left[\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)i_A - \sin\alpha i_C \right]$ $= \left(\frac{1}{a_x} + \frac{2}{a_y}\right)i_A + \frac{1}{a_y}i_B = \frac{2}{\sqrt{3}a} \left[\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)i_A + \sin\alpha i_B \right]$	$v_{AB} = \left(\frac{1}{a_x} + \frac{1}{a_y}\right)v_{ab} - \frac{1}{a_y}v_{ca} = \frac{2}{\sqrt{3}a} \left[\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)v_{ab} - \sin\alpha v_{ca} \right]$ $= \left(\frac{1}{a_x} + \frac{2}{a_y}\right)v_{ab} + \frac{1}{a_y}v_{bc} = \frac{2}{\sqrt{3}a} \left[\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)v_{ab} + \sin\alpha v_{bc} \right]$ $i_a = \left(\frac{1}{a_x} + \frac{1}{a_y}\right)i_A - \frac{1}{a_y}i_B = \frac{2}{\sqrt{3}a} \left[\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)i_A - \sin\alpha i_B \right]$
Wye primary $a_x = \frac{a}{2\sqrt{3}\sin(\pi/6 - \alpha)}$ $a_y = \frac{a}{2\sin\alpha}$	$v_{AB} = \left(\frac{1}{3a_x} + \frac{1}{a_y}\right)v_{ab} - \frac{1}{3a_x}v_{ca} = \frac{2}{\sqrt{3}a} \left[\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)v_{ab} + \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)v_{ca} \right]$ $= \left(\frac{2}{3a_x} + \frac{1}{a_y}\right)v_{ab} + \frac{1}{3a_x}v_{bc} = \frac{2}{\sqrt{3}a} \left[\cos\alpha v_{ab} - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)v_{bc} \right]$ $i_a = \left(\frac{1}{3a_x} + \frac{1}{a_y}\right)i_A - \frac{1}{3a_x}i_B = \frac{2}{\sqrt{3}a} \left[\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)i_A + \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)i_B \right]$	$v_{AB} = \frac{1}{3a_x}v_{ab} - \left(\frac{1}{3a_x} + \frac{1}{a_y}\right)v_{ca} = \frac{2}{\sqrt{3}a} \left[\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)v_{ab} - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)v_{ca} \right]$ $= \left(\frac{2}{3a_x} + \frac{1}{a_y}\right)v_{ab} + \left(\frac{1}{3a_x} + \frac{1}{a_y}\right)v_{bc} = \frac{2}{\sqrt{3}a} \left[\cos\alpha v_{ab} + \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)v_{bc} \right]$ $i_a = \frac{1}{3a_x}i_A - \left(\frac{1}{3a_x} + \frac{1}{a_y}\right)i_B = \frac{2}{\sqrt{3}a} \left[\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)i_A - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)i_B \right]$

화를 위해 1, 2차간 전압비를 1로 가정한다($a=1$). 표 1에 의해 계산된 전류는 다음과 같다.

1차측이 델타결선일 때:

$$\begin{aligned} i_a &= 1.137i_A + 0.395i_B && \text{for } +20^\circ \text{ shift} \\ &= i_A && \text{for } 0^\circ \text{ shift} \\ &= 0.742i_A - 0.395i_B && \text{for } -20^\circ \text{ shift} \end{aligned} \quad (1)$$

1차측이 와이결선일 때

$$\begin{aligned} i_a &= 0.885i_A - 0.201i_B && \text{for } +20^\circ \text{ shift} \\ &= (i_A - i_B)/\sqrt{3} && \text{for } 0^\circ \text{ shift} \\ &= 0.201i_A - 0.885i_B && \text{for } -20^\circ \text{ shift} \end{aligned} \quad (2)$$

그림 2와 그림 3에 그 결과로 나타나는 전류파형을

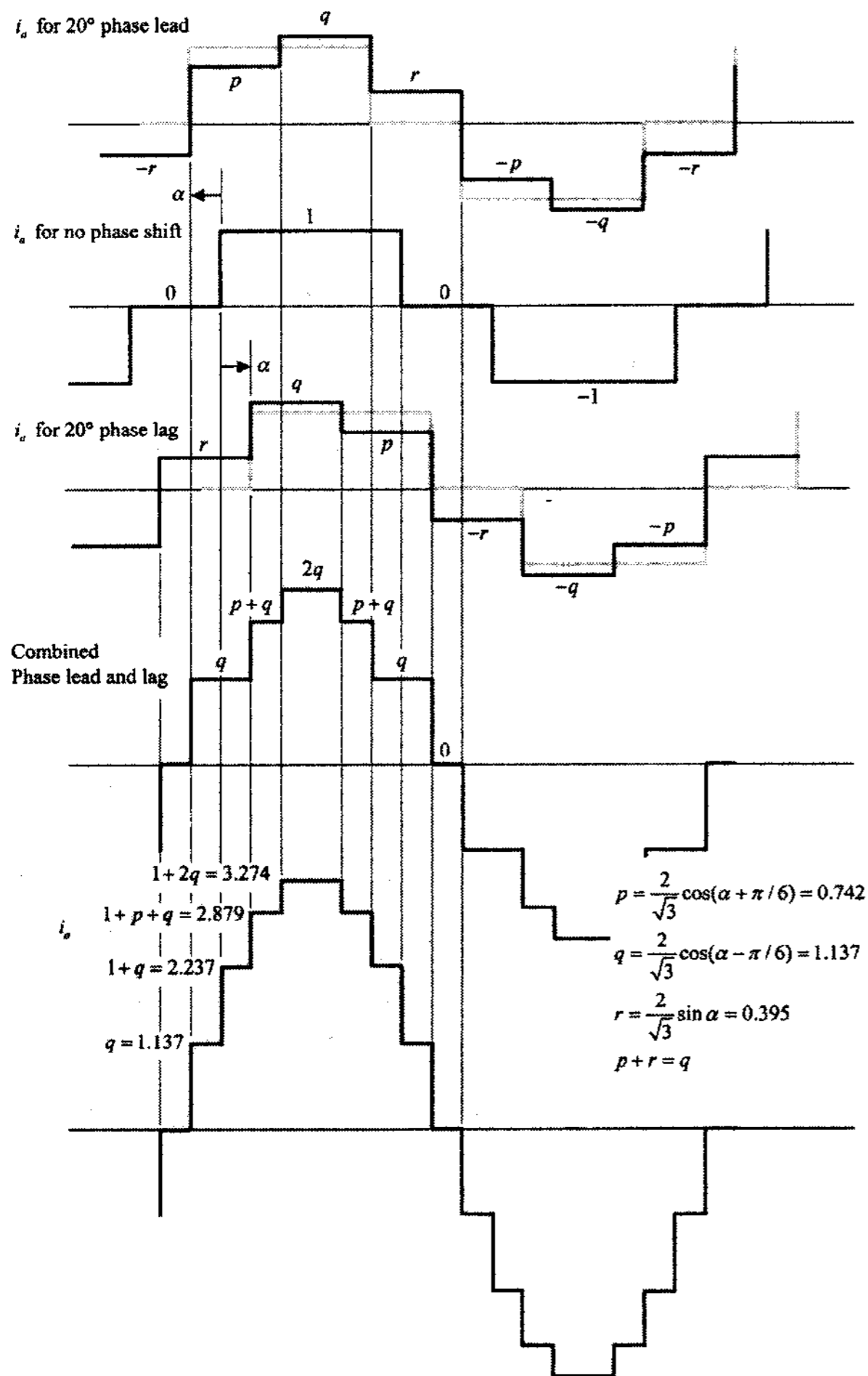


그림 2 1차측이 델타결선일 때 3개의 2차권선에 의해 나타나는 입력전류 파형

Fig. 2 Input line current waveform with three secondary windings for delta primary

보였다. 위의 세 파형에 흐린 선으로 6계단형 구형파를 가정한 2차측 부하전류(A상)를 나타내었고 이에 대응하는 1차측 선전류(본 논문의 I부에서 기술한)를 진한 선으로 표시하였다. 네 번째 파형은 양과 음의 위상각을 갖는 변압기쌍에 의한 전류를 합한 것이고 위상이동이 없는 두 번째 파형을 더하면 맨 아래의 전체 합성전류파형이 된다.

각각의 변압기에 의해 만들어지는 1차 선전류는 4분파대칭이 아니지만 양의 위상각에 대한 전류와 음의 위상각에 대한 전류는 좌우대칭 형태이므로 이들을 더한 파형은 4분파 대칭의 모양이 되어 위상이동이 없는 파형과 동상이 된다. 여기에 중앙의 선전류파형이 더해진 3개 2차권선에 의한 합성파형은 6계단형 부하전류에 대해 18계단 형태가 되는 것을 알 수 있다.

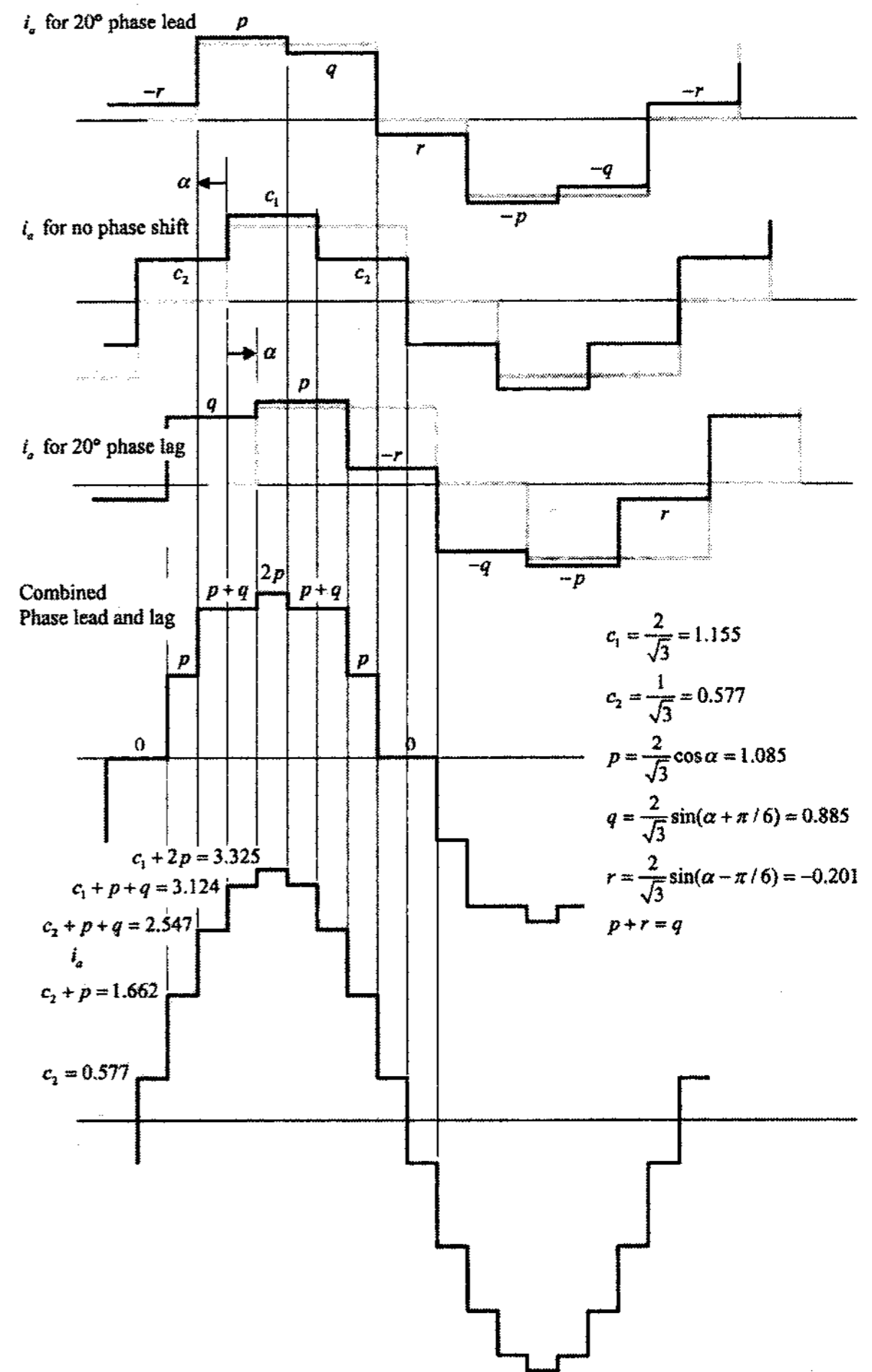


그림 3 1차측이 와이결선일 때 3개의 2차권선에 의해 나타나는 입력전류 파형

Fig. 3 Input line current waveform with three secondary windings for wye primary

3. 선전류의 고조파

대칭위상이동 전류쌍에 의한 1차권선 고조파전류의 표현식

표 1의 전류 관계식으로부터 1차권선의 상전류는 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$i_r = k_1 i_A - k_2 i_B \quad (3)$$

$$i_r = k_2 i_A - k_1 i_B \quad (4)$$

여기서

$$k_1 = \left(\frac{1}{3a_x} + \frac{1}{a_y} \right), \quad k_2 = \frac{1}{3a_x} \quad (5)$$

1차측이 와이결선이라고 하면 위의 계수는 아래와 같이 됨을 보일 수 있다.

$$k_1 = \frac{2}{\sqrt{3}a} \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = -\frac{2}{\sqrt{3}a} \cos(\alpha + \gamma) \quad (6)$$

$$k_2 = \frac{2}{\sqrt{3}a} \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) = -\frac{2}{\sqrt{3}a} \cos(\alpha - \gamma) \quad (7)$$

($\gamma = 2\pi/3$)

위상차가 없는($\alpha = 0$) 2차측 변압기 부하의 A상 전류를 아래와 같이 쓰도록 하자.

$$\begin{aligned} i_A(\omega t) &= i_0(\omega t) \\ &= I_1 \cos(\omega t + \phi_1) + I_5 \cos(5\omega t + \phi_5) \\ &\quad + I_7 \cos(7\omega t + \phi_7) + \dots \end{aligned} \quad (8)$$

이를 이하에서 기준 전류로 삼도록 한다. 평형부하를 가정하였을 때 B상전류는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} i_B(\omega t) &= i_0(\omega t - \gamma) \\ &= I_1 \cos(\omega t - \gamma + \phi_1) + I_5 \cos(5\omega t + \gamma + \phi_5) \\ &\quad + I_7 \cos(7\omega t - \gamma + \phi_7) + \dots \end{aligned} \quad (9)$$

이 경우에 식 (6)과 (7)의 계수는 다음과 같다.

$$k_1 = k_2 = \frac{1}{\sqrt{3}a} \quad (10)$$

따라서 이때의 1차권선 상전류(r 상)는

$$\begin{aligned} i_r(\omega t) &= \frac{1}{\sqrt{3}a} [i_A(\omega t) - i_B(\omega t)] \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}a} [i_0(\omega t) - i_0(\omega t - \gamma)] \end{aligned} \quad (11)$$

로 되고 n 차 고조파성분은 다음과 같이 주어진다.

$n = 6m + 1$ 일 때:

$$\begin{aligned} i_{rn}(\omega t) &= \frac{I_n}{\sqrt{3}a} [\cos(n\omega t + \phi_n) - \cos(n\omega t + \phi_n - \gamma)] \\ &= \frac{I_n}{a} \sin(n\omega t + \phi_n + \gamma) \end{aligned} \quad (12)$$

$n = 6m - 1$ 일 때:

$$\begin{aligned} i_{rn}(\omega t) &= \frac{I_n}{\sqrt{3}a} [\cos(n\omega t + \phi_n) - \cos(n\omega t + \phi_n + \gamma)] \\ &= -\frac{I_n}{a} \sin(n\omega t + \phi_n - \gamma) \end{aligned} \quad (13)$$

양과 음으로 같은 크기의 위상각을 갖는 변압기의 전류가 1차권선에서 합성되면

$$\begin{aligned} i_r(\omega t) &= k_1 i_0(\omega t + \alpha) - k_2 i_0(\omega t - \gamma + \alpha) \\ &\quad + k_2 i_0(\omega t - \alpha) - k_1 i_0(\omega t - \gamma - \alpha) \end{aligned} \quad (14)$$

가 되므로 n 차 고조파성분은 다음과 같이 표현되는 것을 보일 수 있다.

$n = 6m + 1$ 일 때:

$$\begin{aligned} i_{rn}(\omega t) &= I_n [(k_1 - k_2 \cos \gamma) \cos(n\omega t + \phi_n + n\alpha) \\ &\quad - k_2 \sin \gamma \sin(n\omega t + \phi_n + n\alpha)] \\ &\quad + I_n [(-k_1 \cos \gamma + k_2) \cos(n\omega t + \phi_n - n\alpha) \\ &\quad - k_1 \sin \gamma \sin(n\omega t + \phi_n - n\alpha)] \end{aligned} \quad (15)$$

$n = 6m - 1$ 일 때:

$$\begin{aligned} i_{rn}(\omega t) &= I_n [(k_1 - k_2 \cos \gamma) \cos(n\omega t + \phi_n + n\alpha) \\ &\quad + k_2 \sin \gamma \sin(n\omega t + \phi_n + n\alpha)] \\ &\quad + I_n [(-k_1 \cos \gamma + k_2) \cos(n\omega t + \phi_n - n\alpha) \\ &\quad + k_1 \sin \gamma \sin(n\omega t + \phi_n - n\alpha)] \end{aligned} \quad (16)$$

식 (6)과 (7)로부터 위의 두 식에 나타나는 합성 계수를 구하면

$$k_1 - k_2 \cos \gamma = -\sin(\alpha - \gamma) / a \quad (17)$$

$$k_2 \sin \gamma = -\cos(\alpha - \gamma) / a \quad (18)$$

$$-k_1 \cos \gamma + k_2 = \sin(\alpha + \gamma) / a \quad (19)$$

$$k_1 \sin \gamma = -\cos(\alpha + \gamma) / a \quad (20)$$

이들을 식 (15)와 (16)에 대입하면 각각 아래의 식으로 귀착된다.

$n = 6m + 1$ 일 때:

$$i_m(\omega t) = (I_n/a)[\sin(n\omega t + \phi_n + n\alpha - \alpha - \gamma) + \sin(n\omega t + \phi_n - n\alpha + \alpha + \gamma)] = 2(I_n/a)\cos(n-1)\alpha \sin(n\omega t + \phi_n - \gamma) \quad (21)$$

$n = 6m - 1$ 일 때:

$$i_m(\omega t) = (I_n/a)[- \sin(n\omega t + \phi_n + n\alpha + \alpha - \gamma) - \sin(n\omega t + \phi_n - n\alpha - \alpha - \gamma)] = -2(I_n/a)\cos(n+1)\alpha \sin(n\omega t + \phi_n - \gamma) \quad (22)$$

이로부터 2차측 전류쌍에 의해 흐르는 1차측 상전류에 포함되는 고조파전류는 다음과 같이 표현됨을 알 수 있다.

$$I_m = \begin{cases} \frac{2I_n}{a}\cos(n-1)\alpha & (n = 6m + 1) \\ -\frac{2I_n}{a}\cos(n+1)\alpha & (n = 6m - 1) \end{cases} \quad (23)$$

즉

$$I_{r(6m\pm 1)} = \pm \frac{2I_n}{a}\cos(n\mp 1)\alpha = \pm \frac{2I_n}{a}\cos 6m\alpha \quad (24)$$

여러 개의 전류쌍에 의한 1차권선 고조파전류

그림 1에서와 같이 2차측에 양의 위상이동과 음의 위상이동 권선 쌍이 여러 쌍 같은 철심을 공유하고 있을 경우 식 (24)로부터 1차권선 고조파전류는 다음과 같이 된다.

2차권선이 홀수개일 때:

$$I_{r(6m\pm 1)} = \frac{2I_{(6m\pm 1)}}{a} \left[\frac{1}{2} + \cos 6m\alpha_1 + \cos 6m\alpha_2 + \dots + \cos 6m\alpha_k \right] \quad (25)$$

2차권선이 짝수개일 때

$$I_{r(6m\pm 1)} = \frac{2I_{(6m\pm 1)}}{a} \left[\cos 6m\alpha_1 + \cos 6m\alpha_2 + \dots + \cos 6m\alpha_k \right] \quad (26)$$

4. 특정고조파 제거를 위한 위상이동각의 결정

위에서 유도한 고조파 표현식을 적용하면 다중 2차 권선에서 특정 고조파를 제거하기 위한 위상각을 결정할 수 있다. 결정하여야 할 위상각은 권선쌍의 수와 같은 K 개이다. 일반적으로 저차수 고조파를 제거하게 되므로 식 (25)를 $m = 1 \sim K$ 에 대해 0으로 놓으면 아래와 같이 K 개의 비선형 연립방정식이 얻어지고 이로부터 위상각을 결정한다. 편의상 $\beta_k = 6\alpha_k$ 로 놓으면

2차권선이 홀수개일 때 ($S = 2K + 1$):

$$\begin{aligned} 1/2 + \cos \beta_1 + \cos \beta_2 + \dots + \cos \beta_k &= 0 \\ 1/2 + \cos 2\beta_1 + \cos 2\beta_2 + \dots + \cos 2\beta_k &= 0 \\ \dots & \\ 1/2 + \cos K\beta_1 + \cos K\beta_2 + \dots + \cos K\beta_k &= 0 \end{aligned} \quad (27)$$

2차권선이 짝수개일 때 ($S = 2K$):

$$\begin{aligned} \cos \beta_1 + \cos \beta_2 + \dots + \cos \beta_k &= 0 \\ \cos 2\beta_1 + \cos 2\beta_2 + \dots + \cos 2\beta_k &= 0 \\ \dots & \\ \cos K\beta_1 + \cos K\beta_2 + \dots + \cos K\beta_k &= 0 \end{aligned} \quad (28)$$

여기서 위상각의 한계치는 30도이므로 위 연립방정식의 해는 $0 < \beta_k < \pi$ 범위에서 결정된다.

위의 관계를 이용한 위상각 결정의 한 예로 $S = 6$ 인 경우를 보도록 한다. 편의상

$$x_k = \cos \beta_k \quad (29)$$

로 쓰기로 하면 삼각함수 관계식으로부터

$$\begin{aligned} \cos \beta_k &= x_k \\ \cos 2\beta_k &= 2x_k^2 - 1 \\ \cos 3\beta_k &= 4x_k^3 - 3x_k \\ \dots & \end{aligned} \quad (30)$$

의 관계가 성립한다. 이를 식 (27)에 적용하면 아래의 연립방정식으로 귀착된다.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \quad (31)$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 3/2 \quad (32)$$

$$x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 0 \quad (33)$$

이 연립방정식의 해는

$$x_1 = \sqrt{3}/2, x_2 = -\sqrt{3}/2, x_3 = 0 \quad (34)$$

따라서

$$\beta_1 = \frac{\pi}{6}, \beta_2 = \frac{\pi}{2}, \beta_3 = \frac{5\pi}{6} \quad (35)$$

즉

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{36}, \alpha_2 = \frac{\pi}{12}, \alpha_3 = \frac{5\pi}{36} \quad (36)$$

이러한 위상각을 갖는 세 권선쌍이 있을 때 1차측 전류의 고조파는 식 (26)으로부터

$$I_{r(6m\pm 1)} = \frac{2I_{(6m\pm 1)}}{a} [\cos 6m\alpha_1 + \cos 6m\alpha_2 + \cos 6m\alpha_3]$$

$$= \frac{2I_{(6m\pm 1)}}{a} \left[\cos m\frac{\pi}{6} + \cos m\frac{\pi}{2} + \cos m\frac{5\pi}{6} \right]$$

(37)

가 된다. 위의 식은 m 이 6의 배수가 될 때를 제외하고 항상 0이 됨을 보일 수 있다. 즉 전원측에는 $36\pm 1, 72\pm 1, \dots$ 차를 제외한 여타 고조파 성분이 존재하지 않는다.

표 2는 $S=2$ 부터 $S=7$ 까지에 대한 위상각의 해와 그때 나타나는 잔류고조파 차수에 대한 결과를 보여주고 있다. 이 표를 살펴보면 총 S 개의 2차권선으로 이루어진 다권선 변압기에서 고조파전류를 제거하기 위한 조건과 그때의 잔류고조파 특성이 아래와 같음을 알 수 있다.

1. 2차권선의 위상각을 $-\pi/6 < \alpha < +\pi/6$ 범위 안에서 전 범위의 각도 $\pi/3$ 를 권선 수로 나눈

$$\Delta\alpha = \frac{\pi/3}{S} = \frac{\pi}{3S}$$

(38)

의 등간격으로 양-음이 대칭이 되도록 배치한다.

2. 위의 1항과 같이 하였을 때 1차측 잔류고조파의 차수는 다음과 같이 주어진다.

$$n = 6Sl \pm 1 \quad (l = 1, 2, \dots)$$

(39)

현실적으로 H-브릿지 다단 인버터가 상당 7단 이상으로 만들어지는 경우는 거의 없다고 보아도 무방하다. 그러나 이론적으로는 훨씬 많은 수의 다단 인버터가 사용될 수도 있다. 표 2의 결과로 미루어 7단 이상에서도 위의 식 (38)로 표현된 조건이 성립할 것으로 충분히 유추되지만 엄밀하게는 그에 대한 일반적인 해가 주어진 것은 아니다. 일반적으로 2차권선이 많아지면 위상이동각을 계산하기 위한 방정식의 개수가 늘어난다. 예를 들어 앞서 보았던 $S=6$ 의 경우에는 3차 방정식이 된다. 일반적으로 5차방정식 이상에서는 해석적인 해를 구할 수 없다. 그러나 그 방정식의 형태가 식 (31)-(33)과 같은 대칭 연립방정식(symmetric equations)의 형태를 띠고 있기 때문에 이러한 특수조건 하에서 일반적인 해의 형태를 구할 수 있을 가능성을 유추해볼 수 있으며 이는 식 (30)에서 보는 체비셰프 다항식(Chebyshev polynomial)^[2]의 해와 연관되어 있을 것으로 추정된다.

아래의 5절에서는 식 (27) 또는 (28)로 주어지는 연립방정식의 일반해를 구하는 대신 역으로 위상각의 등간격 양-음 대칭배치가 식 (27)과 (28)을 만족하는 것을 보임으로써 위의 추정이 일반적으로 성립함을 보이도록 한다.

표 2 저차고조파 제거를 위한 2차권선의 위상이동각과 잔류고조파 차수
Table 2 Phase shift angles for lowest harmonic elimination and residual harmonic orders

2차 권선수	β	2차권선의 위상이동각 (α)	잔류고조파 차수 ($l=1, 2, \dots$)
$S=2$	$\beta_1 = \frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{12}, +\frac{\pi}{12}$	$12l \pm 1$
$S=3$	$\beta_1 = \frac{2\pi}{3}$	$-\frac{2\pi}{18}, 0, +\frac{2\pi}{18}$	$18l \pm 1$
$S=4$	$\beta_1 = \frac{\pi}{4}, \beta_2 = \frac{3\pi}{4}$	$-\frac{3\pi}{24}, -\frac{\pi}{24}, +\frac{\pi}{24}, +\frac{3\pi}{24}$	$24l \pm 1$
$S=5$	$\beta_1 = \frac{2\pi}{5}, \beta_2 = \frac{4\pi}{5}$	$-\frac{4\pi}{30}, -\frac{2\pi}{30}, 0, +\frac{2\pi}{30}, +\frac{4\pi}{30}$	$30l \pm 1$
$S=6$	$\beta_1 = \frac{\pi}{6}, \beta_2 = \frac{\pi}{2}, \beta_3 = \frac{5\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{36}, -\frac{3\pi}{36}, -\frac{\pi}{36}, +\frac{\pi}{36}, +\frac{3\pi}{36}, +\frac{5\pi}{36}$	$36l \pm 1$
$S=7$	$\beta_1 = \frac{2\pi}{7}, \beta_2 = \frac{4\pi}{7}, \beta_3 = \frac{6\pi}{7}$	$-\frac{6\pi}{42}, -\frac{4\pi}{42}, -\frac{2\pi}{42}, 0, +\frac{2\pi}{42}, +\frac{4\pi}{42}, +\frac{6\pi}{42}$	$42l \pm 1$

5. 등간격 위상이동 변압기의 입력전류 고조파

2차권선의 위상각이 아래와 같이 등간격이 되도록 설정되었다고 가정하자.

$$\alpha_k = k \frac{\pi}{3S} \quad \text{for } S = 2K + 1 \quad (40)$$

$$\alpha_k = k \frac{\pi}{3S} - \frac{\pi}{6S} \quad \text{for } S = 2K \quad (41)$$

이를 식 (25)와 (26)에 대입하면

$$I_{r(6m\pm 1)} = \frac{2I_{(6m\pm 1)}}{a} \left[\begin{array}{l} \frac{1}{2} + \cos\left(m \frac{2\pi}{S}\right) + \dots \\ + \cos\left(mK \frac{2\pi}{S}\right) \end{array} \right] \quad (S = 2K + 1) \quad (42)$$

$$I_{r(6m\pm 1)} = \frac{2I_{(6m\pm 1)}}{a} \left[\begin{array}{l} \cos\left(m \frac{2\pi}{S} - m \frac{\pi}{S}\right) + \dots \\ + \cos\left(mK \frac{2\pi}{S} - m \frac{\pi}{S}\right) \end{array} \right] \quad (S = 2K) \quad (43)$$

위의 식에서 대괄호 안의 합을 구하기 위해 먼저 아래와 같은 방정식을 생각해보도록 한다.

$$z^S = 1 \quad (44)$$

위 방정식의 해는 다음과 같이 주어진다.

$$z_k = e^{jk(2\pi/S)} = \cos\left(k \frac{2\pi}{S}\right) + j \sin\left(k \frac{2\pi}{S}\right) \quad (k = 1, 2, \dots, S-1, S) \quad (45)$$

그림 4는 그 해를 복소평면상에서 보여주고 있다. 식 (44)에서 1을 제외한 나머지 근들은 아래의 관계식을 만족하여야 한다.

$$z_{S-1} + z_{S-2} + \dots + z_1 + 1 = 0 \quad (46)$$

$S = 2K + 1$ 일 때:

그림 4에서 보듯이 $z_{S-1} = z_1^*, \dots$ 의 관계를 이용하면 위의 식 (46)을 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} 0 &= z_{S-1} + z_{S-2} + \dots + z_{K+1} + z_K + \dots + z_1 + 1 \\ &= z_1^* + z_2^* + \dots + z_K^* + z_K + \dots + z_1 + 1 \\ &= 2\text{Re}[z_K + \dots + z_1] + 1 \end{aligned} \quad (47)$$

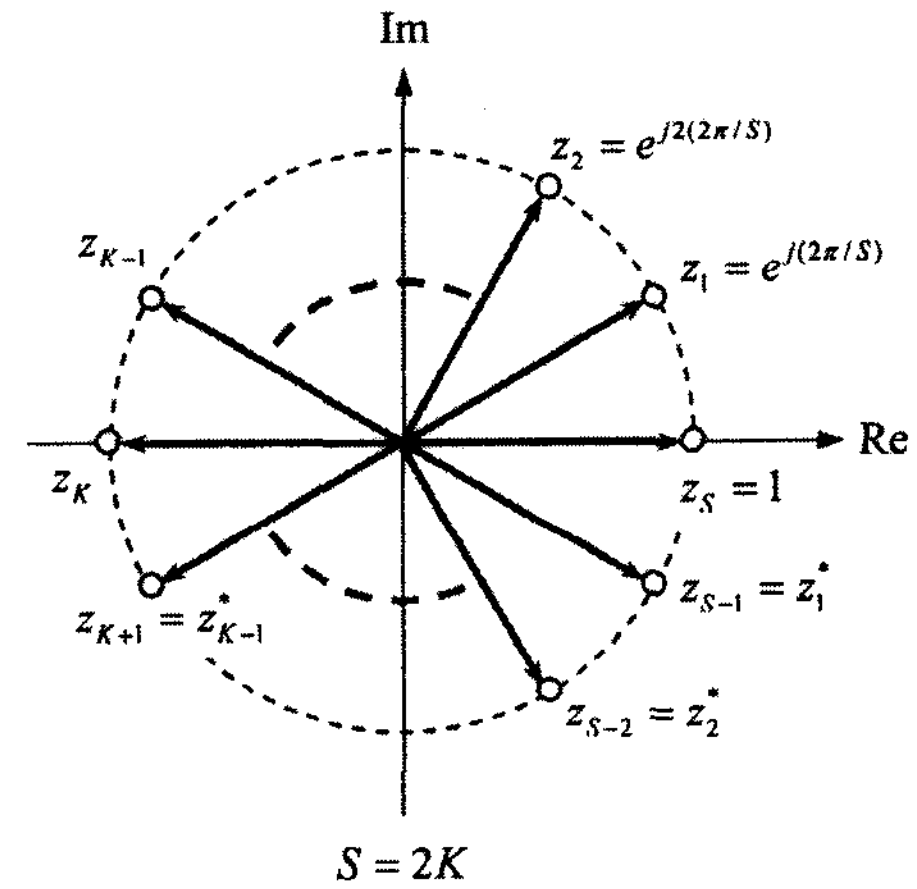
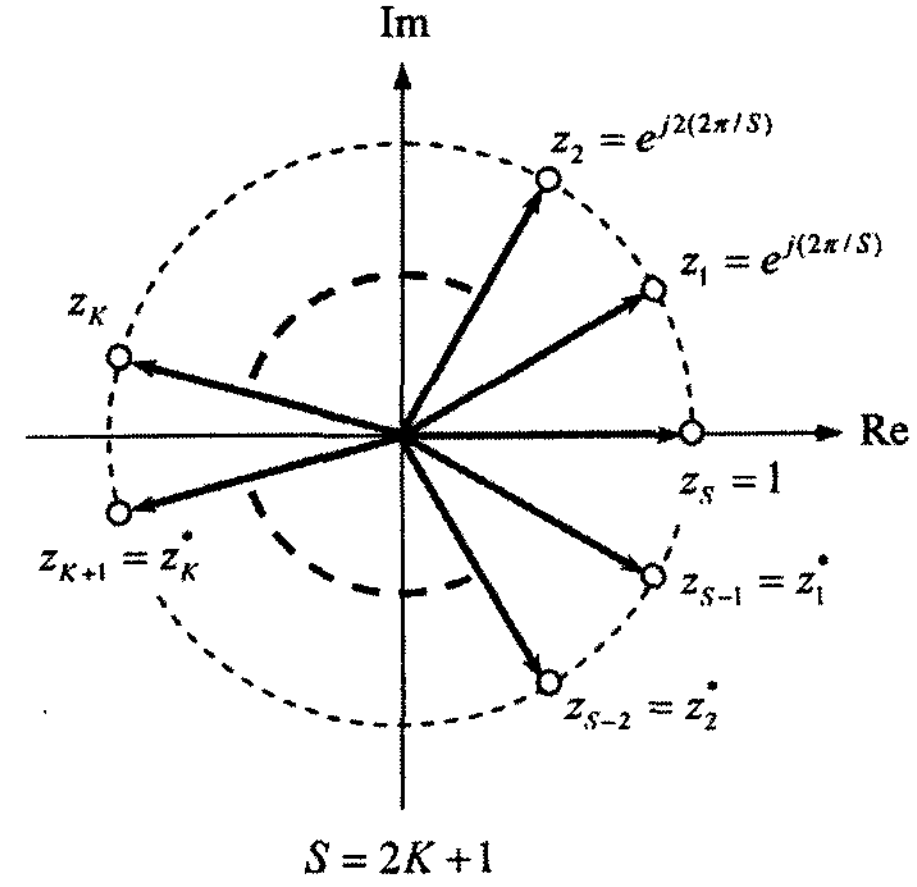


그림 4 $z^S = 1$ 의 복소평면상에서의 해
Fig. 4 Roots of $z^S = 1$ in the complex plane

따라서

$$\begin{aligned} &\text{Re}[z_K + z_{K-1} + \dots + z_2 + z_1] \\ &= \cos K \frac{2\pi}{S} + \cos(K-1) \frac{2\pi}{S} + \dots + \cos \frac{2\pi}{S} = -\frac{1}{2} \end{aligned} \quad (48)$$

이는 식 (42)가 $m = 1$ 인 때에 0이 됨을 뜻한다.

위의 조건을 만족하는 식 (44)의 근들은 아래의 관계식도 만족한다.

$$z^{mS} = 1 \quad (49)$$

즉

$$(z^m - 1)(z^{m(S-1)} + z^{m(S-2)} + \dots + z^m + 1) = 0 \quad (51)$$

m 이 S 또는 그 정수배가 아니라면(즉 $z^m - 1 = 0$ 가 아니라면),

$$z_{S-1}^m + z_{S-2}^m + \dots + z_1^m + 1 = 0 \quad (51)$$

이고 $(z_k^*)^m = (z_k^m)^*$ 의 관계를 적용하면

$$\begin{aligned} 0 &= z_{S-1}^m + z_{S-2}^m + \dots + z_{K+1}^m + z_K^m + \dots + z_1^m + 1 \\ &= [z_1^m + z_2^m + \dots + z_K^m]^* + z_K^m + \dots + z_1^m + 1 \\ &= 2 \operatorname{Re}[z_K^m + \dots + z_1^m] + 1 \end{aligned} \quad (52)$$

이므로 식 (42)는

$$\begin{aligned} I_{r(6m\pm 1)} &= \frac{2I_{(6m\pm 1)}}{a} \left[\frac{1}{2} + \operatorname{Re}[z_1^m + \dots + z_K^m] \right] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (53)$$

한편 m 이 S 또는 그 정수배라면 식 (41)은

$$\begin{aligned} I_{r(6m\pm 1)} &= \frac{2I_{(6m\pm 1)}}{a} \left(\frac{1}{2} + K \right) \\ &= S \frac{I_{(6m\pm 1)}}{a} \end{aligned} \quad (54)$$

$S = 2K$ 일 때:

식 (43)의 대괄호 안은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} &\cos\left(m \frac{2\pi}{S} - m \frac{\pi}{S}\right) + \dots + \cos\left(mK \frac{2\pi}{S} - m \frac{\pi}{S}\right) \\ &= \operatorname{Re}[z_1^m e^{-j(m\pi/S)} + \dots + z_K^m e^{-j(m\pi/S)}] \end{aligned} \quad (55)$$

여기서

$$\begin{aligned} z_{S-k+1} e^{-j(\pi/S)} &= e^{j(2\pi/S)(S-k+1)} e^{-j(\pi/S)} = e^{-j(2\pi/S)k} e^{j(\pi/S)} \\ &= [z_k e^{-j(\pi/S)}]^* \end{aligned} \quad (56)$$

이므로 다음의 관계식이 성립한다.

$$z_{S-k+1}^m e^{-j(m\pi/S)} = [z_k^m e^{-j(m\pi/S)}]^* \quad (57)$$

따라서 식 (55)는

$$\begin{aligned} &\operatorname{Re}[z_1^m e^{-jm(\pi/S)} + \dots + z_K^m e^{-jm(\pi/S)}] \\ &= \frac{1}{2} [z_1^m e^{-jm(\pi/S)} + \dots + z_K^m e^{-jm(\pi/S)}] \\ &\quad + \frac{1}{2} [z_1^m e^{-jm(\pi/S)} + \dots + z_K^m e^{-jm(\pi/S)}]^* \\ &= \frac{1}{2} [z_1^m e^{-jm(\pi/S)} + \dots + z_K^m e^{-jm(\pi/S)}] \\ &\quad + \frac{1}{2} [z_S^m e^{-jm(\pi/S)} + \dots + z_{K+1}^m e^{-jm(\pi/S)}] \\ &= \frac{1}{2} [z_1^m + z_2^m \dots + z_{S-1}^m + 1] e^{-jm(\pi/S)} \end{aligned} \quad (58)$$

m 이 S 또는 그 정수배가 아니라면(즉 $z^m - 1 = 0$ 가 아니라면), 앞서와 같이 위의 식은 0이 된다. 따라서 식 (43)은

$$\begin{aligned} I_{r(6m\pm 1)} &= \frac{2I_{(6m\pm 1)}}{a} \operatorname{Re}[z_1^m e^{-jm(\pi/S)} + \dots + z_K^m e^{-jm(\pi/S)}] \\ &= 0 \end{aligned} \quad (59)$$

한편 m 이 S 또는 그 정수배라면 식 (43)은

$$\begin{aligned} I_{r(6m\pm 1)} &= \frac{2I_{(6m\pm 1)}}{a} K \\ &= S \frac{I_{(6m\pm 1)}}{a} \end{aligned} \quad (60)$$

요약하면, 식 (53), (54) 그리고 식 (59), (60)으로부터 m 이 S 의 정수배일 때를 제외한 모든 차수의 고조파가 0이 된다. 그리고 m 이 S 의 정수배일 때의 차수에 해당하는 1차측 전류에 잔류하는 고조파는 각 모듈의 해당차수 고조파를 1, 2차 전압비를 나눈 것에 전체 인버터 모듈의 개수를 곱한 것에 해당한다. 즉

$$I_m = S \frac{I_n}{a} \quad (n = 6S \pm 1, 12S \pm 1, \dots) \quad (61)$$

이 잔류고조파 차수는 표 2에 나타낸 것과 같음을 확인할 수 있다.

6. 시뮬레이션 결과의 예

본 논문의 I부에서 기술하였던 위상이동특성을 갖는 다중 2차권선 변압기의 입출력 관계를 적용하여 다단 H-브릿지 인버터의 동작을 시뮬레이션하기 위한 모델을 MATLAB/Simulink로 작성하였다. 그림 5는 시뮬레이션 결과의 한 예이다.

그림에서 보인 것은 변압기 2차측의 상당 모듈 개수를 3으로 하고($S=3$) 변압기가 5%의 내부 임피던스를 지닌 것으로 가정하였을 때로서 변압기의 2차측에서 출력되어 어느 한 모듈로 입력되는 3상 전류 파형과 세 개의 모듈 전류가 반영된 전원측 선전류 파형을 보여주고 있다. 이로부터 출력전류에 포함된 고조파성분이 입력전류에는 거의 나타나지 않고 있음을 확인할 수 있다. 그림 6은 그 FFT 해석 결과로서 변압기 2차측 전류에는 5, 7, 11, 13차 등의 고조파가 존재하는 반면 입력단 전류에 잔류하는 고조파는 17, 19차 및 35, 37차 등으로 위의 설명과 일치하는 결과를 보여주고 있다.

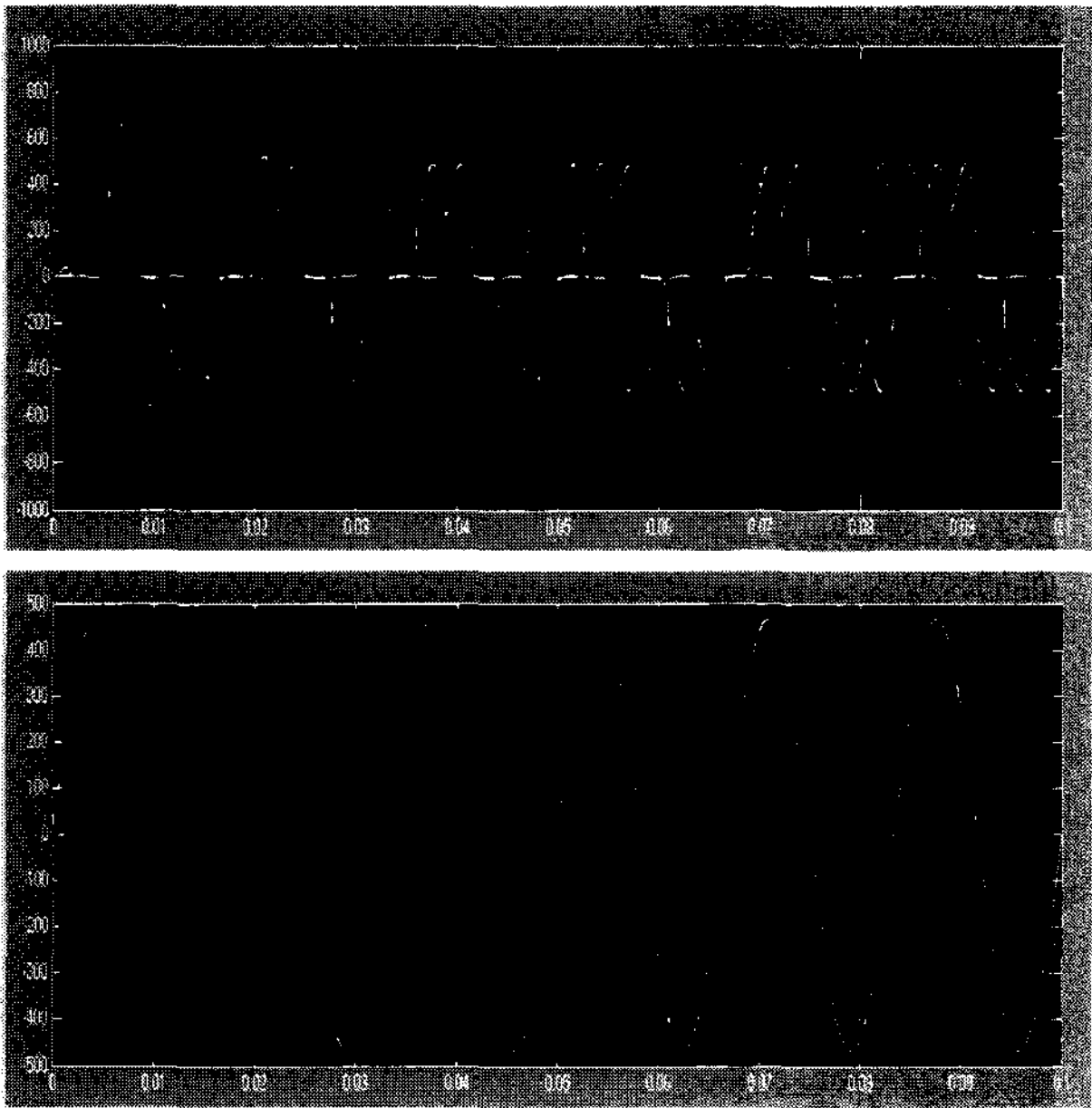


그림 5 변압기 2차측 출력전류(위)와 1차측 입력전류 및 전압(아래)의 시뮬레이션 파형
 Fig. 5 Simulated waveforms of secondary output current (above) and primary voltage/ current (below)

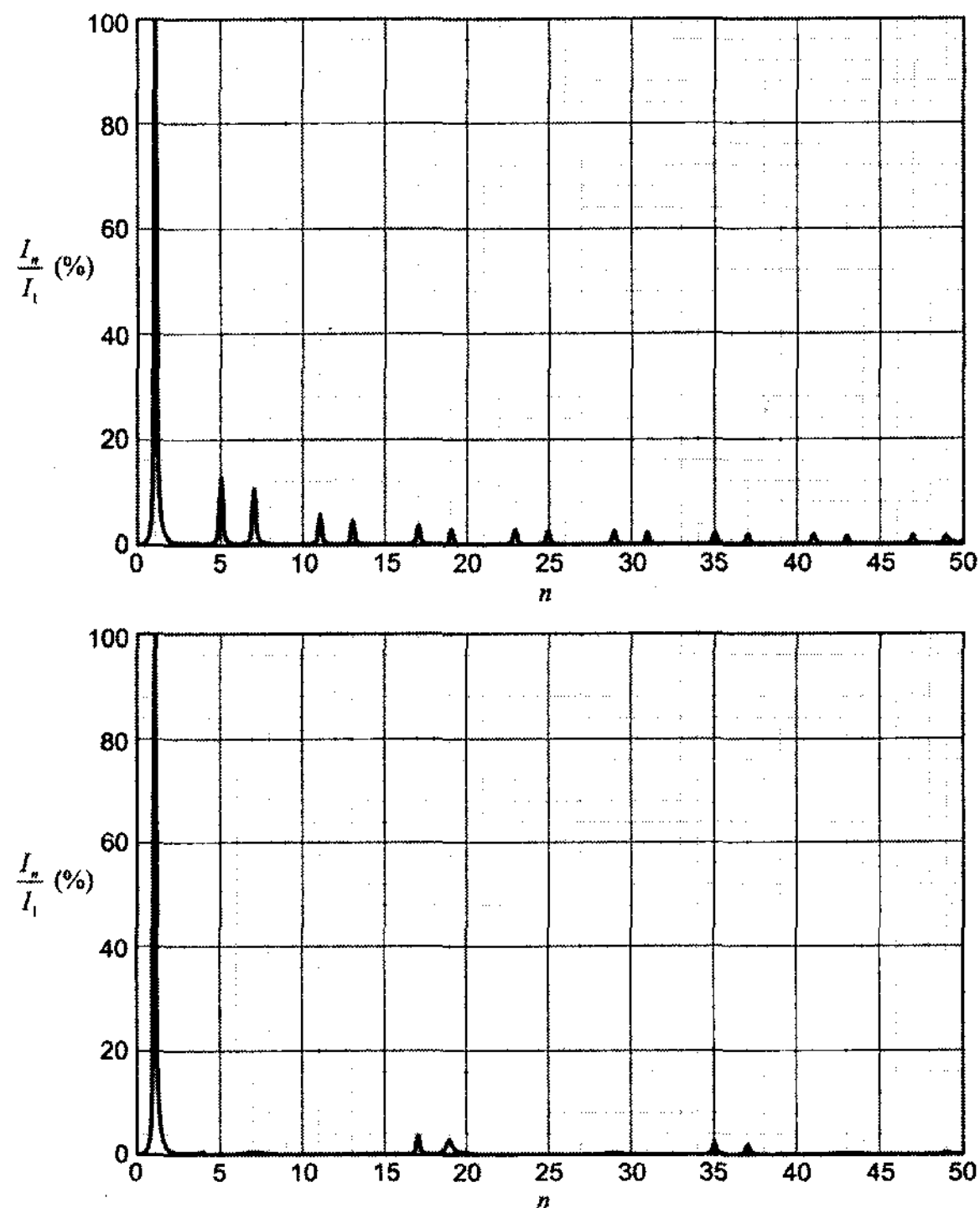


그림 6 그림 5의 FFT 해석결과: 모듈당 입력 선전류(위)와 입력단 변압기의 1차측 선전류(아래)
 Fig. 6 FFT results of Fig. 5: Input line current (above) and primary line current (below)

7. 결 론

다단 H-브릿지 인버터에 사용되는 다중 연장델타결선 변압기의 고조파 저감특성을 살펴보았다. 먼저 양과 음의 대칭적 위상이동에 의해 만들어지는 전류쌍의 고조파성분이 입력단 전류에 반영되는 관계식을 유도하고 이들을 결합하여 전체 입력단 선전류 파형의 고조파성분을 나타내는 표현식을 도출하였다. 도출된 표현식을 입력에서 저차수 고조파를 억제하기 위한 위상각을 결정하는 데에 적용, 2차측 권선이 2개에서 7개까지 각각의 경우에 대한 위상각을 계산하였다. 계산 결과 위상각을 양과 음 대칭적이면서 등간격이 되도록 설정하여야 함을 확인할 수 있었다. 역으로 등간격 위상이동의 조건을 가정하고 이때의 고조파 해석을 통해 고조파 제거가 이루어짐을 수학적으로 입증하였고 잔류고조파의 크기를 해석적인 표현식으로 나타내었다.

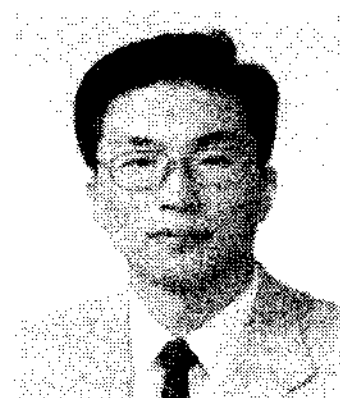
등간격 위상이동은 기존의 다단 H-브릿지 인버터 시스템에서 이미 사용되고 있는 방법으로서 본 논문의 의의는 그 이론적 근거를 제시하였다는 데에 있다. 나아가 본 논문에서 기술한 변압기 입출력 관계식을 시스템의 시뮬레이션 및 해석을 위한 수학적 모델에 적용할 수 있음을 시뮬레이션의 예를 통해 보였다.

본 연구는 광운대학교의 학술연구비 지원에 의해 이루어졌음.

참 고 문 헌

- [1] Peter W. Hammond, US Patent 5,625,545, 1997.
- [2] Murray R. Spiegel, Mathematical Handbook of Formulas and Tables, Schaum's Outline Series.

저 자 소 개



정승기(鄭勝基)

1982년 서울대 공대 전기공학과 졸업.
 1984년 동 대학원 졸업(석사). 1988년 동 대학원 졸업(공학). 1987년~현재 광운대 전기공학과 교수.