

GSP를 활용한 한국 전통문양의 테셀레이션 작도*

고신대학교 유아교육과 계영희
yhkye@kosin.ac.kr
고신대학교 인터넷비즈니스학과 김종민
mkim@kosin.ac.kr

본 논문은 기하 프로그램 GSP(Geometer's SketchPad)를 응용하여, 수학이 흥미롭고 재미있는 교과목이며, 또 다양한 영역 속에서 아름답게 활용될 수 있는 것을 보이게 하, 테셀레이션의 도형을 평면기하에서 평행이동, 미끄럼반사 등으로 우리 고유의 독특한 태극무늬와 단청문양, 홍배에 사용하였던 구름무늬 등을 현대적인 감각으로 디자인 한 것을 GSP(Geometer's SketchPad) 4.0 으로 작도하였다.

주제어 : 테셀레이션, 태극무늬, 단청문양, GSP, 평면기하, 평행이동, 미끄럼반사

1. 서론

테셀레이션(tessellations)은 우리 생활의 주변에서 흔히 볼 수 있는 문양으로, 도로의 보도블럭, 욕실의 타일을 비롯하여 아메리카 인디언들의 생활용품, 우리나라 전통 가옥과 사찰, 생활용품, 유명한 네덜란드 판화가 에셔(M. C. Escher)의 작품 등에서 볼 수 있다. 에셔는 규칙성과 주기적 반복과 재생이라는 카테고리 안에서 질서와 아름다움과 평안함을 느꼈다고 술회하고 있다. 그는 “어떤 이미지나 형태도 심지어 명암이나 색채도 그 스스로는 존재할 수 없다”는 철학적 바탕위에서 테셀레이션 작업을 일평생 해온 천재미술가였다([9]). 한편 인디언들은 식량과 안전을 위해 늘 이동을 하면서 살아야했던 역사 속에서 자기 부족들의 정체성을 표시하기 위한 수단으로 기하학적 문양으로 생활용품을 만들고 독특한 테셀레이션적인 도안을 했다([14]).

우리나라는 역사적으로 중국의 영향을 많이 받았음에도 불구하고 늘 독창적인 고유의 문화를 창조해 온 우수한 민족이다. 한글창제가 그러하고 한복이나 단청 등의 문

* 본 논문은 2007년 고신대학교 교내연구비 지원에 의하여 연구되었음. 2007년 7월, 서울대학교에서 열렸던 PME 31(Psychological Mathematics Education) 에서 간략하게 발표한 바가 있으며, 전통문양은 고신대학교 디자인학부 배은미 교수가 디자인한 것임.

양과 색상 또한 매우 독특하다. 우리조상들은 자손의 번영과 부귀, 장수를 기원하고자 하는 염원을 가지고 동양의 음양오행사상과 종교와 융합하면서 우리 민족의 독특한 조형을 구축하여 불교 사찰의 건축물에 단청문양으로 채색하기 시작한 것이다([3],[4])

테셀레이션은 기하학적 대칭과 회전의 반복적인 도형으로, 겹침이나 빈 공간이 없이 평면을 완전히 메꾸는 것으로 일명 타일붙이기(tiling)이라고도 하는데 이에 대한 연구는 회로의 설계 등 수학에서 그 중요성이 이미 잘 알려진 바이다. 2차원 평면인 경우, 정3각형, 정4각형, 정6각형으로는 각 평면을 완전히 덮도록 배열을 할 수가 있으나, 정5각형을 사용하면 덮을 수가 없다. 한 쌍의 평행한 모서리를 가진 임의의 5각형으로만 덮을 수가 있게 된다. 6각형인 경우는 평면을 덮을 수 있는 블록 6각형은 정확하게 세 종류가 존재한다는 사실이 1918년에 증명이 되었다.

본 연구에서는 테셀레이션의 도형을 평면기하에서 평행이동, 미끄럼반사 등을 응용하여 우리 고유의 독특한 문양인 태극무늬를 비롯하여 다양한 단청문양과 구름을 테셀레이션으로 작도하였다. 이 연구는 2005년 8월, 중국 상하이에서 열린 ICMI-EARCOME 3(제 3차 동아시아 수학교육학회)에서 발표하였던 연구물의 후속연구로서, 본 연구자의 교육대학원 컴퓨터기하학 강좌에서 GSP(Geometer's SketchPad) 4.0으로 학생들과 함께 작도한 것이다.

OECD 회원국들의 만15세 학생들을 대상으로 실시했던 PISA2003 보고서에 의하면 우리나라 학생들의 문제해결력은 세계 1위, 수학적 소양은 3위의 높은 성적을 나타내었다. 그러나 수학 관련 흥미나 동기에 있어서는 각각 31위와 38위를 기록하여 학습 흥미와 동기가 낮고 수학에 대한 불안감이 높은 것으로 드러난 바가 있다. 수학에 대한 흥미가 낮고, 불안감이 높은 우리의 청소년들에게 기하 도형의 작도가 디자인의 영역에서 함께 즐길 수 있는 흥미롭고 재미있는 것이며, 생활 속에서 다양하고 아름답게 활용될 수 있음을 보이도록 함이 본 연구의 목적이다. 따라서 이와 같은 기하 프로그램의 예시는 고등학교 학생들의 특별활동인 수학 반에서, 또 중학교 학생들의 수학캠프 등에서 활용하면 학생들의 지적 호기심을 불러일으키면서 수학에서의 아름다움을 보일 수가 있다.

2. 우리 고유의 문양: 단청

단청(丹青)은 빨간색을 내는 단사(丹砂)와 파란빛을 내는 청(靑)획을 합한 말로 이 두 가지 색을 주된 색으로 그린 채색화를 의미한다. 우리나라 불교사찰이나 왕궁 등의 건축물을 채색하는데 사용되었던 단청문양은 고대로부터 전해지는 주술적, 종교적, 토속적인 것들이 융합된 것으로 우리민족 고유의 독특한 문양이다. 문양이란 문자나 언어로써 표현할 수 없는 것을 그림으로 표현한 것으로, 고구려의 고분벽화가 단청문양의 기원으로 인정을 받고 있다. 이 단청문양은 계속 발전하여 통일신라 때는 귀족

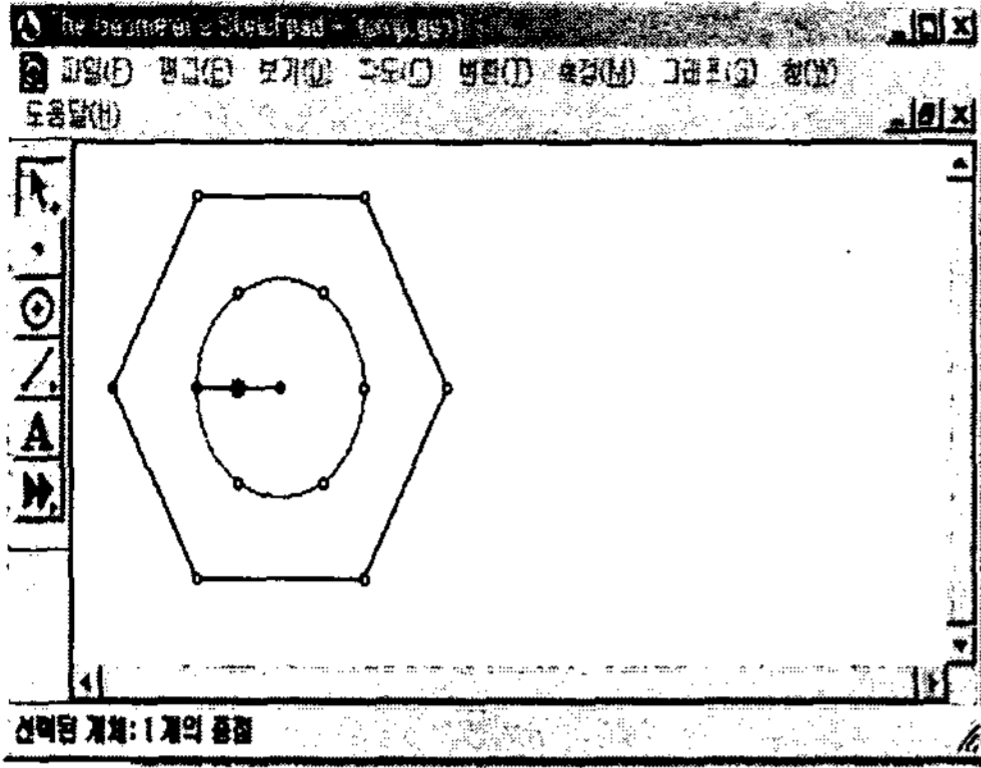
들의 가옥에도 채색할 정도로 일반화되었으므로, 왕궁과 사찰의 권위와 위엄을 나타내기 위하여 정부에서는 귀족들의 가옥에 사용을 금하였다. 단청문양에는 다양한 당초와 식물과 동물 들을 표현하였는데, 당초에는 초엽당초, 인동당초, 싸리당초, 보상화(만다라화)당초, 국화당초, 포도당초 등이 있다. 또한 의복, 도자기, 수공예품, 장신구 등 생활용품에 사용된 생활당초도 있다. 그 후 단청문양은 녹색과 청색을 주로 사용하면서 고려시대에는 화려함과 우아함을, 조선시대에는 단아함의 멋을 표현하면서 발전하였는데 주로 목조건물에 많이 사용되었다([4],[5]).

3. 태극무늬 작도법

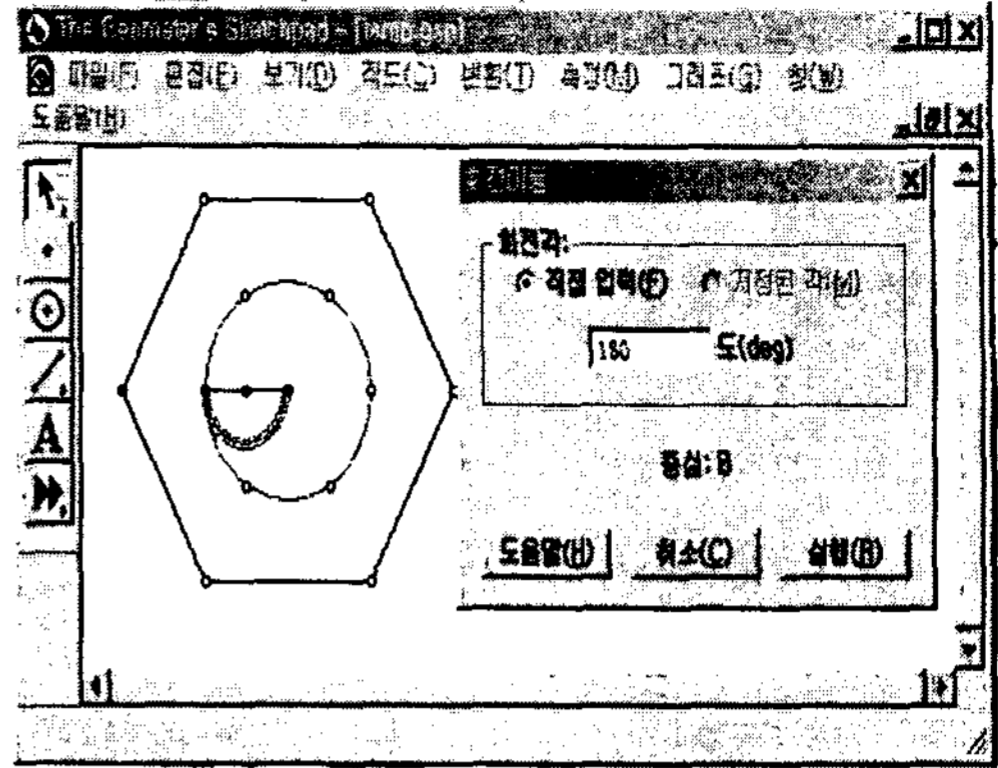
우리나라 국기인 태극기에서 태극의 문양을 이용하여 테셀레이션을 구현하여 보았다. 그 과정은 다음과 같다.

- (1) 사용자 도구메뉴의 정다각형에서 '정육각형(무게중심)'을 선택한다.
- (2) 정육각형의 각 꼭지점을 선택한 후, 변환메뉴에서 '뒀음변환'을 선택하여 1:2의 비율을 입력한다.
- (3) 선택한 두 점을 원으로 만들고 작도메뉴에서 '중심과 원주 위의 점이 주어진 원'을 클릭한다.
- (4) 원둘레 상의 한 점과 중심으로 선분을 만든 후에 이것을 지름으로 반원을 만들고
- (5) 반원을 변환메뉴에서 '회전이동'을 선택하여 180° 회전하여 태극무늬를 만든다.
- (6) 태극의 아랫부분의 원둘레 위에 촘촘하게 점을 찍어 마우스로 선택하여 작도메뉴에서 다각형 내부를 클릭하여 내부를 색칠한 후에, 보기메뉴에서 색을 선택하여 파란색을 입힌다.
- (7) 점 B를 중심으로 지정하고 선택한 도형을 180° 회전이동한 후 빨간색을 입힌다.
- (8) 태극 아랫부분을 이동하기 위해 '벡터지정'을 한 후에 평행이동을 시킨다.
- (9) 평행 이동한 도형을 $\frac{1}{2}$ 로 축소한 후에 60°씩 두 번 회전 이동하였고,
- (10) 반쪽의 작은 태극무늬 세 개를 180° 회전이동하면 6개가 만들어진다.
- (11) \overline{DE} 를 한 변으로 하는 정삼각형을 만들고, 점 L을 중심으로 태극을 $\frac{6}{7}$ 으로 축소하여 평행이동을 한다.
- (12) 작도된 도형을 수평으로 평행이동하고 반복하여 수직으로 평행이동을 하여 아름다운 태극무늬의 테셀레이션을 완성한다.

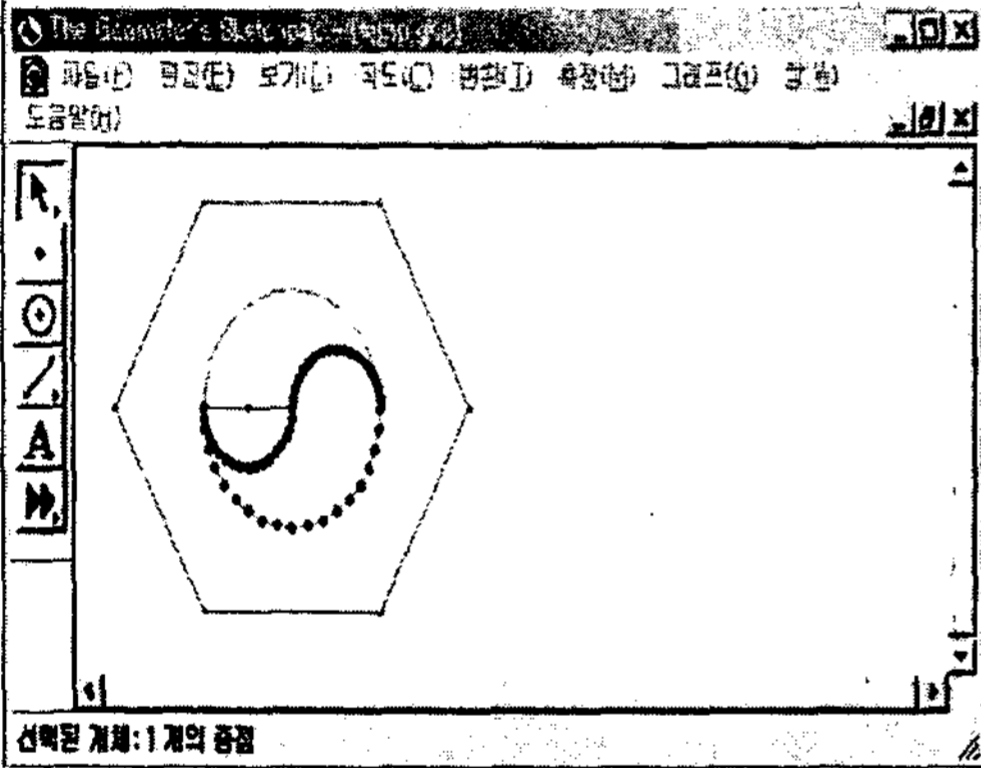
GSP를 활용한 한국 전통문양의 테셀레이션 작도



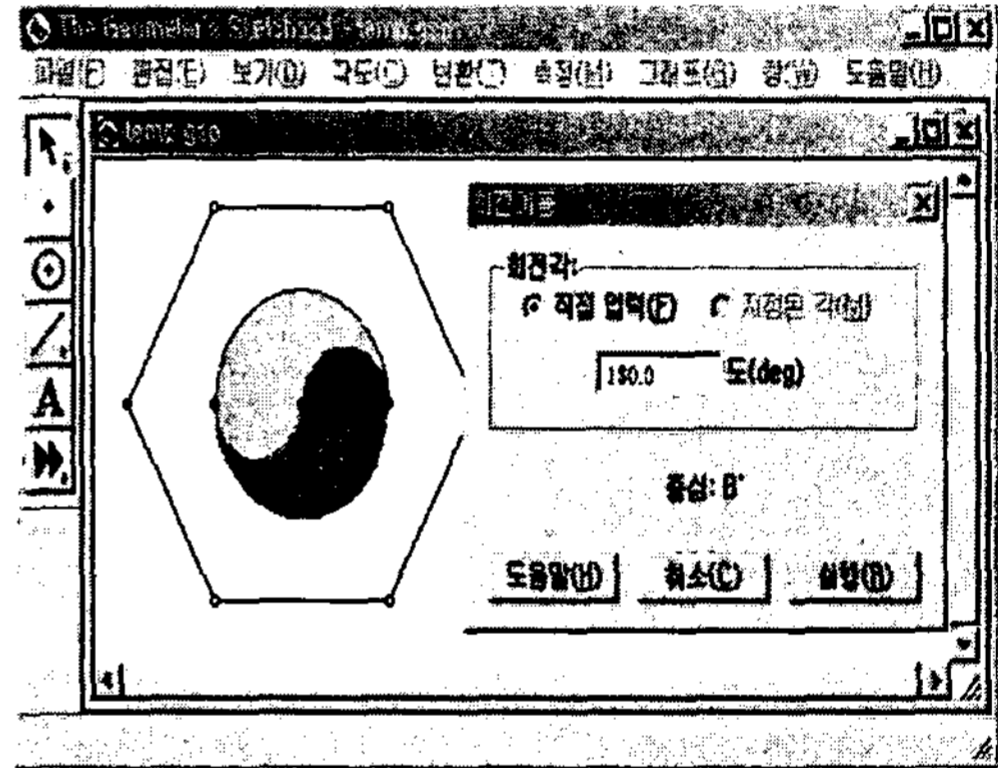
<그림 4>



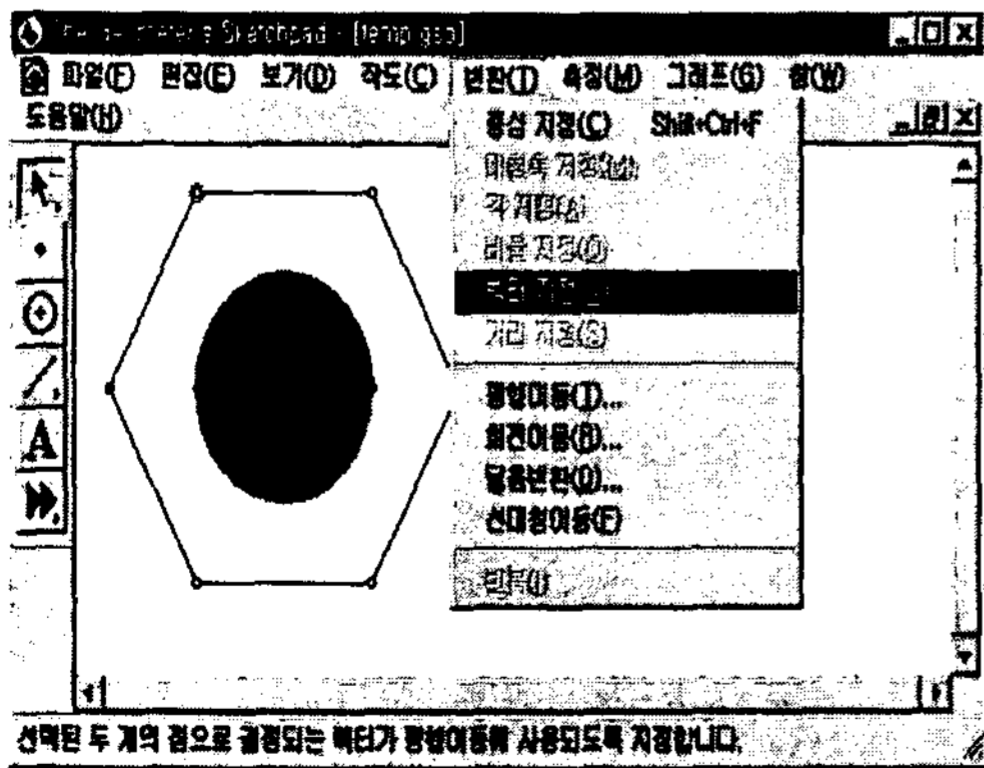
<그림 5>



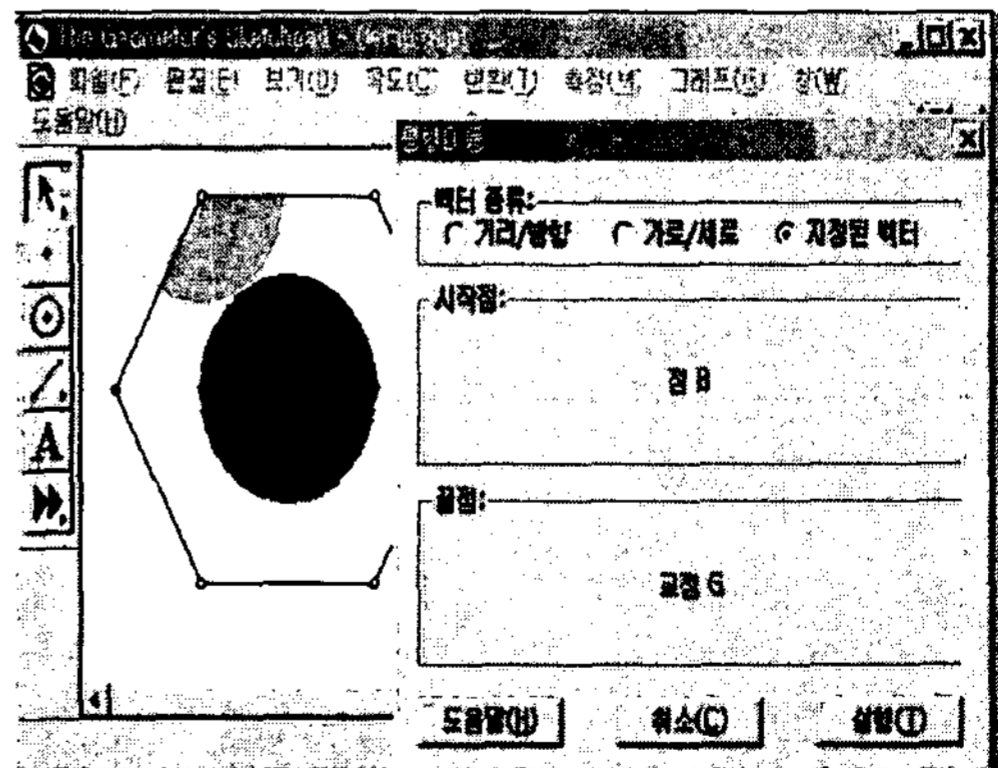
<그림 6>



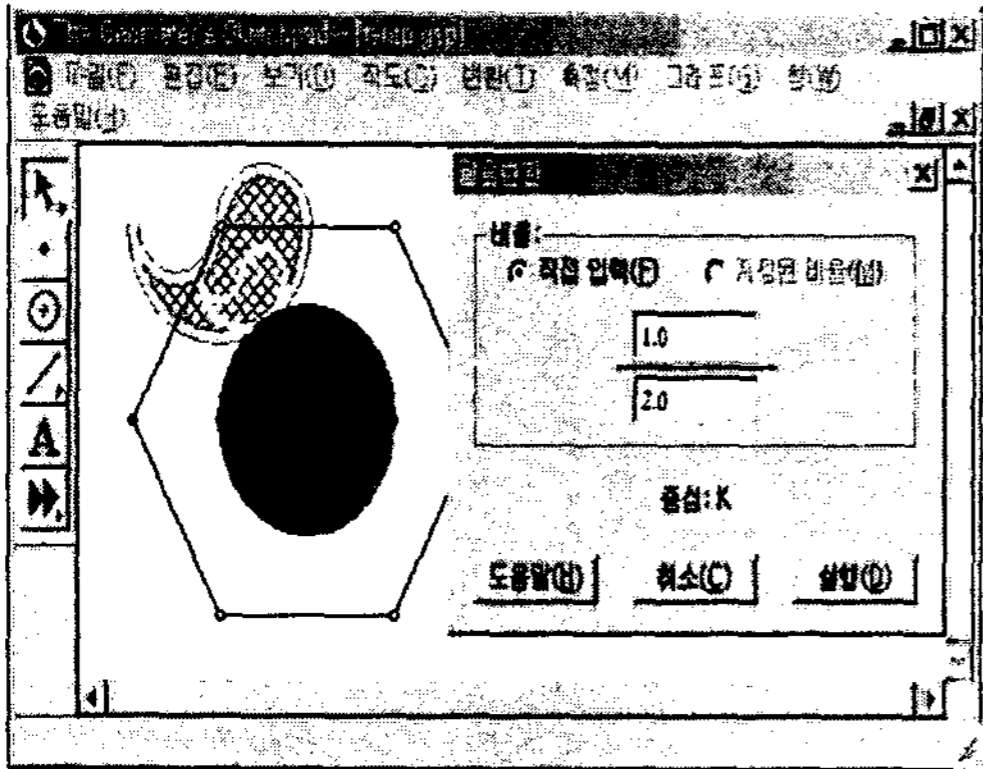
<그림 7>



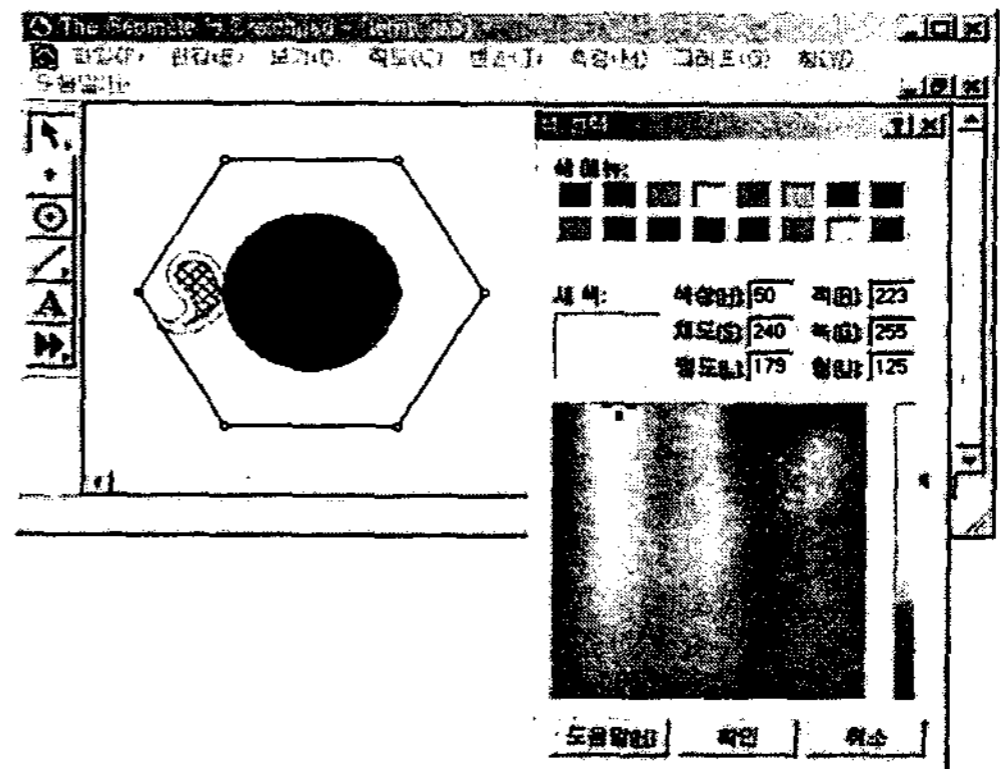
<그림 8>



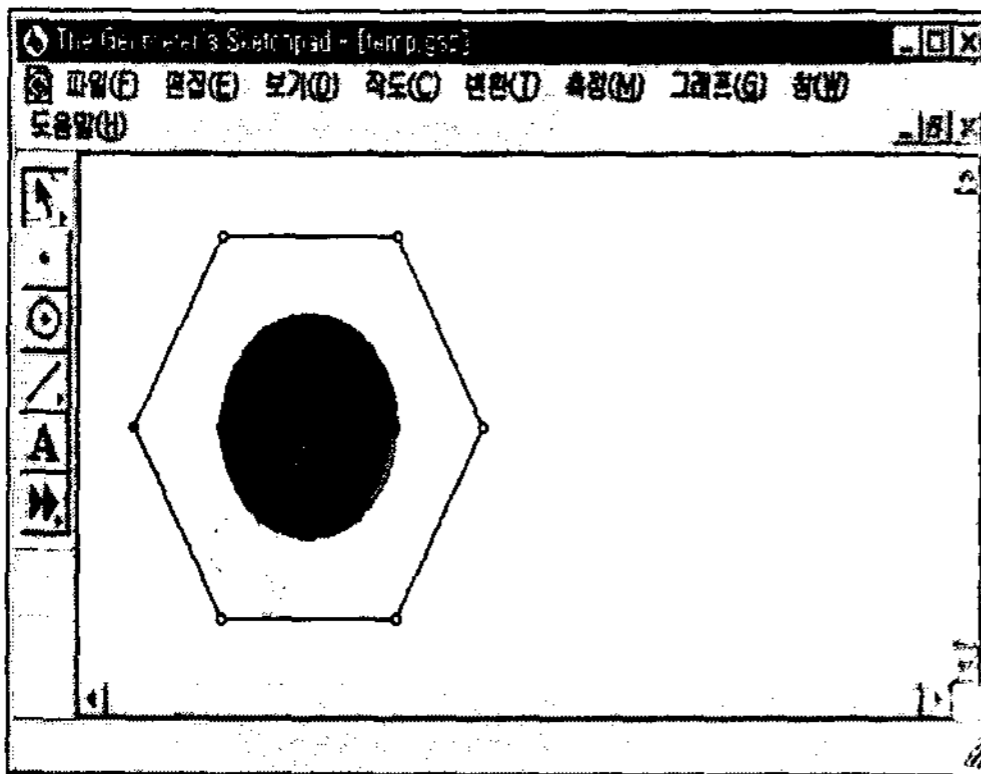
<그림 9>



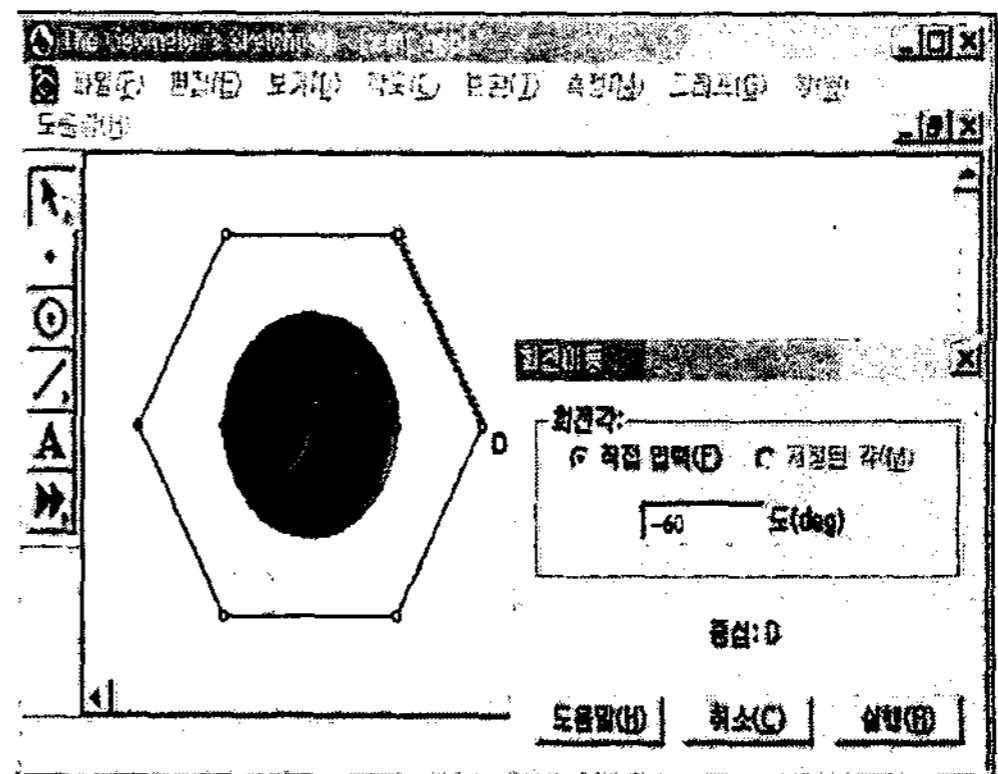
<그림 10>



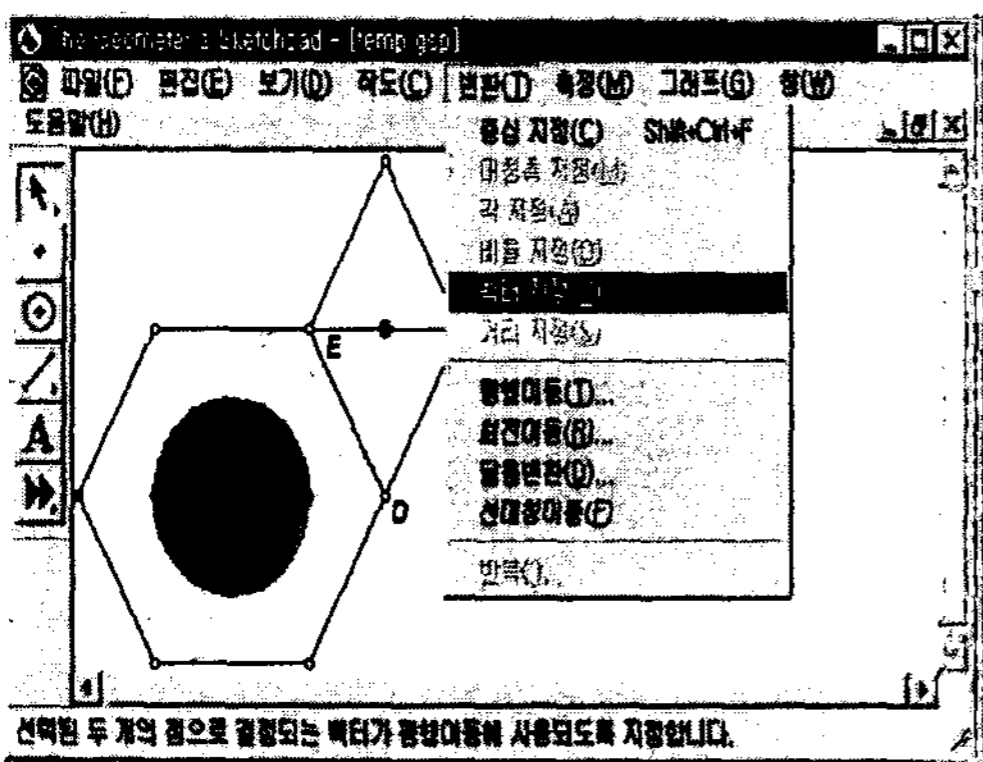
<그림 11>



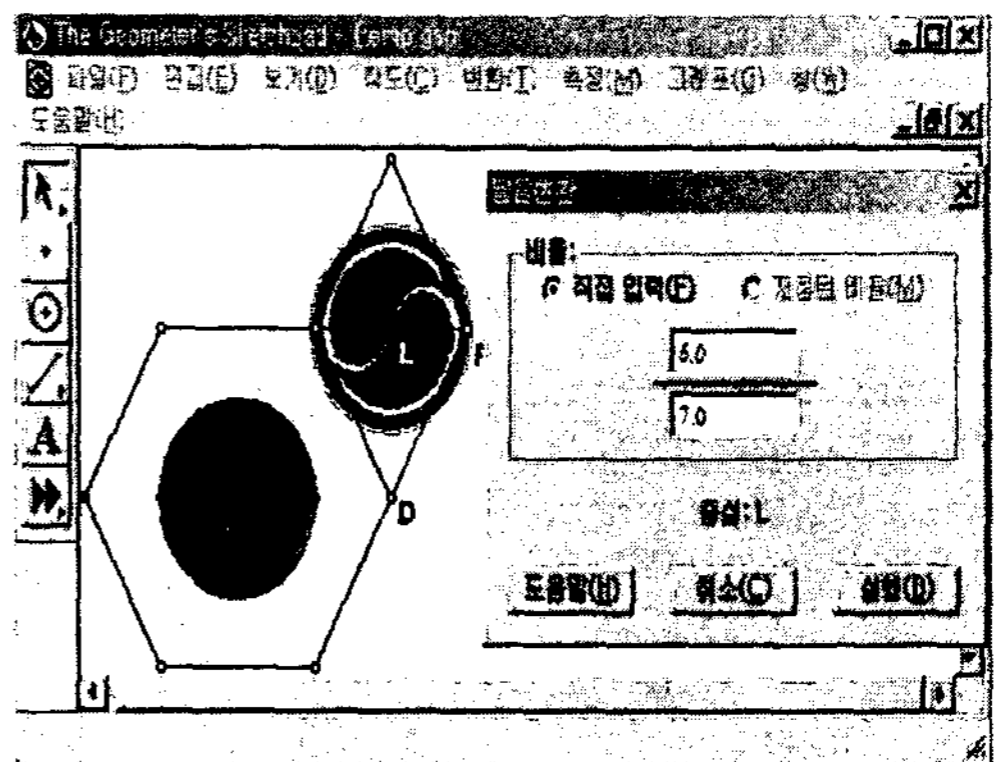
<그림 12>



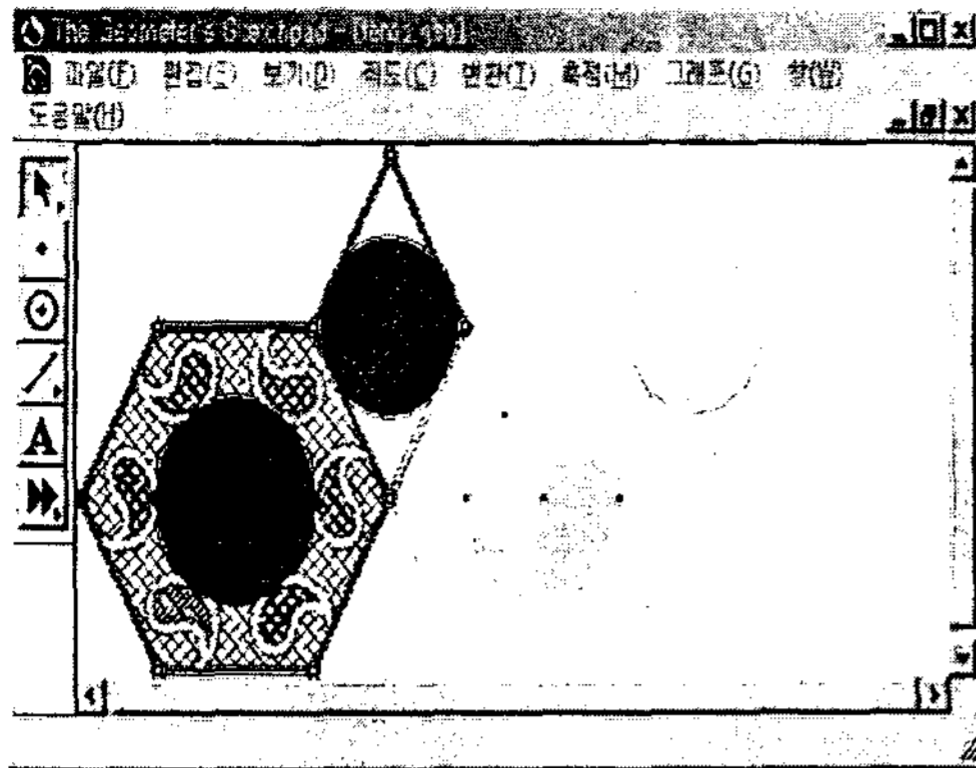
<그림 13>



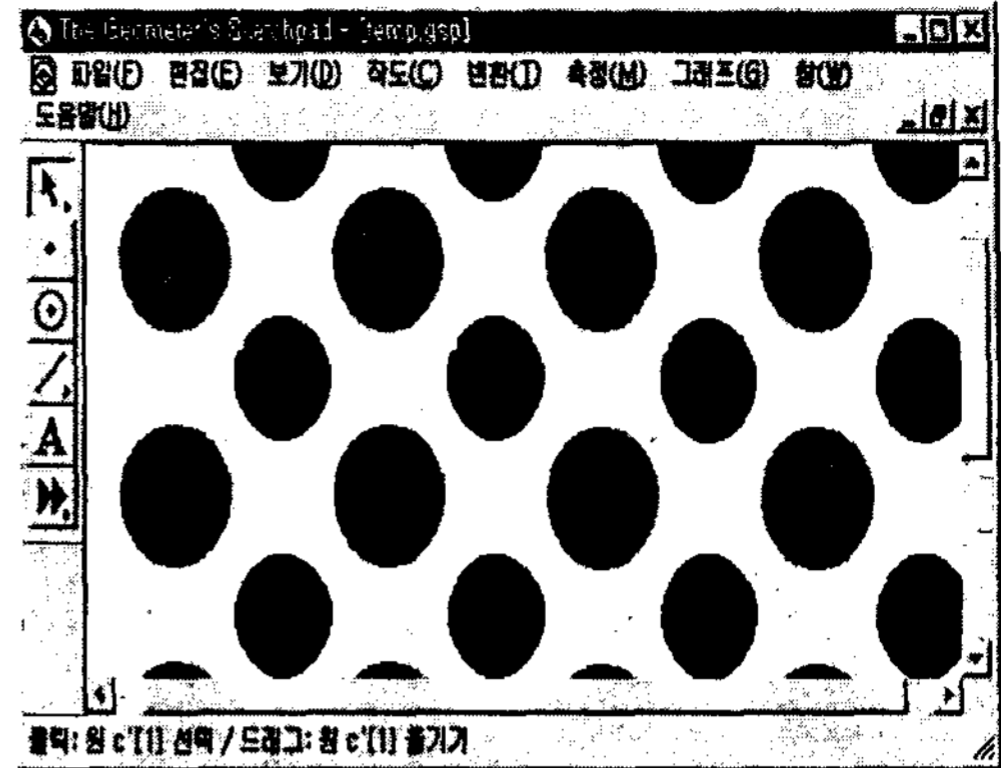
<그림 14>



<그림 15>



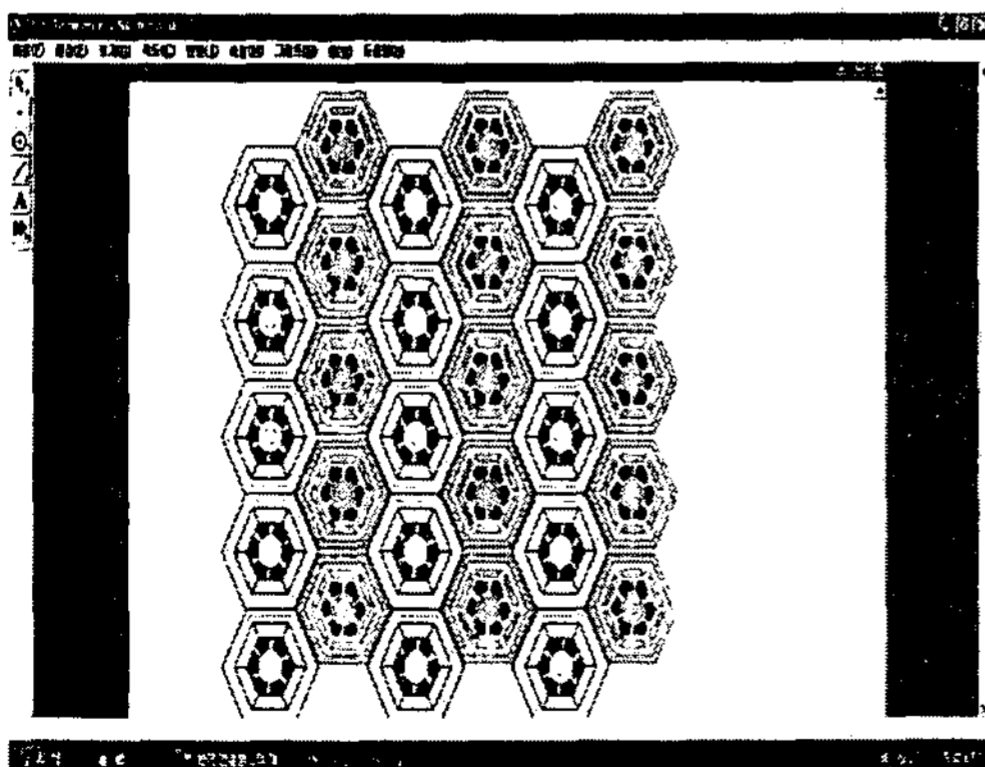
<그림 16>



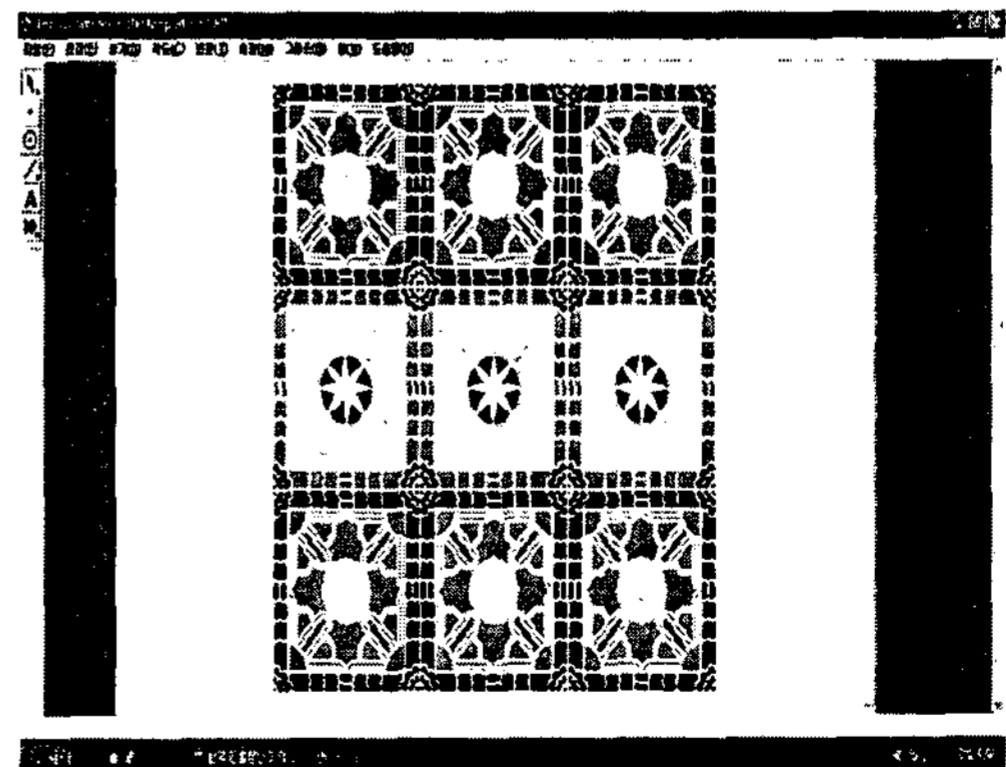
<그림 17>

4. 여러 가지 단청패턴

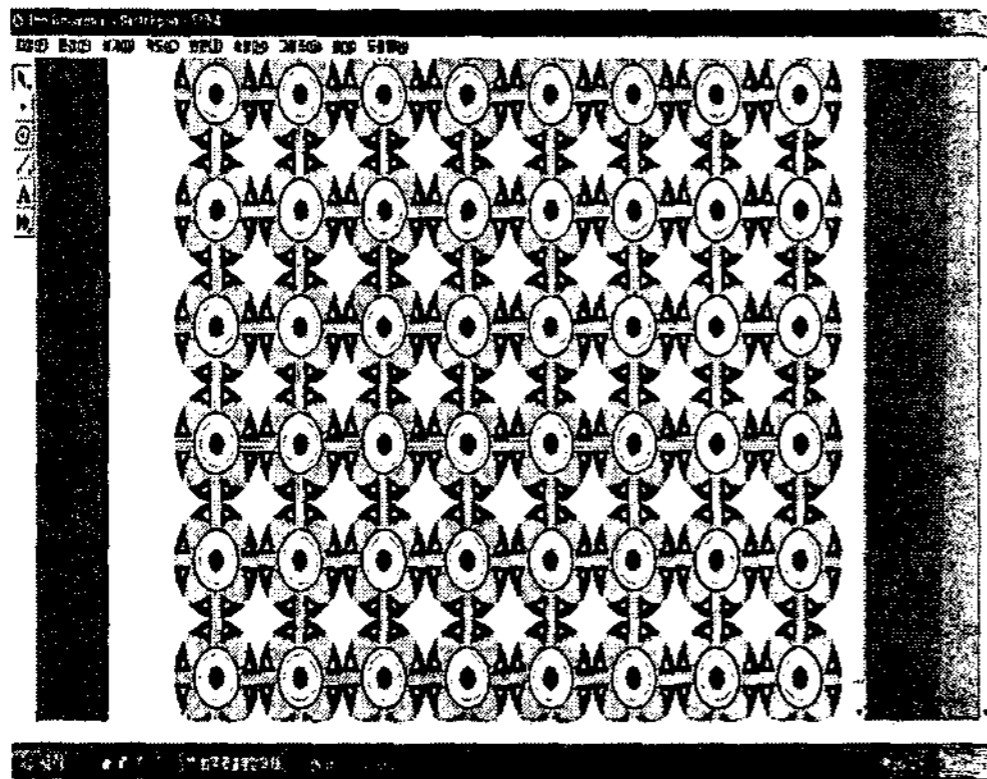
다음의 단청패턴은 매우 기하학적인 전통적인 무늬들이다. <단청 1>은 연두색과 녹색으로, 정육각형을 기본 도형으로 미끄럼반사를 이용하였다. <단청 2>, <단청 3>, <단청 4>는 모두 정사각형을 기본도형으로 평행이동을 하여 작도하였는데, <단청 2>는 고동색과 베이지색으로, <단청 3>은 하늘색과 보라색으로, <단청 4>는 진분홍과 노란색으로 색을 입혀서 구현하였다. 여기서 구현한 단청문양의 색과 패턴은 디자인의 영역으로써 본 논문의 연구자는 디자이너가 도안한 문양을 GSP로 구현해 본 것이다.



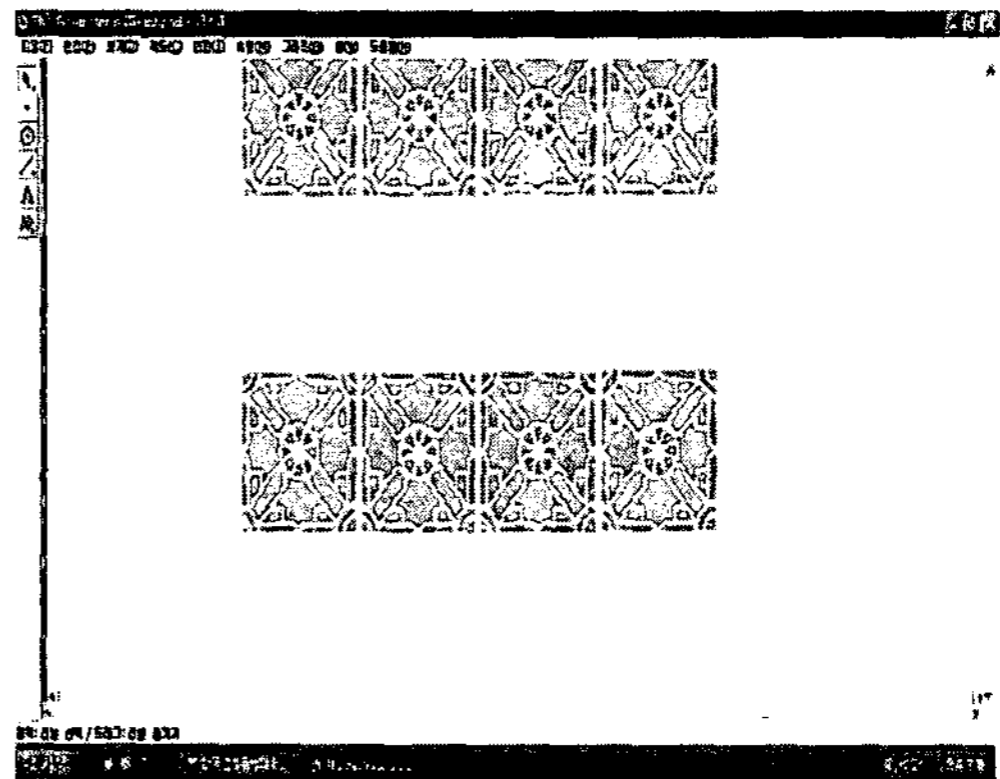
<그림 15. 단청 1>



<그림 16. 단청 2>



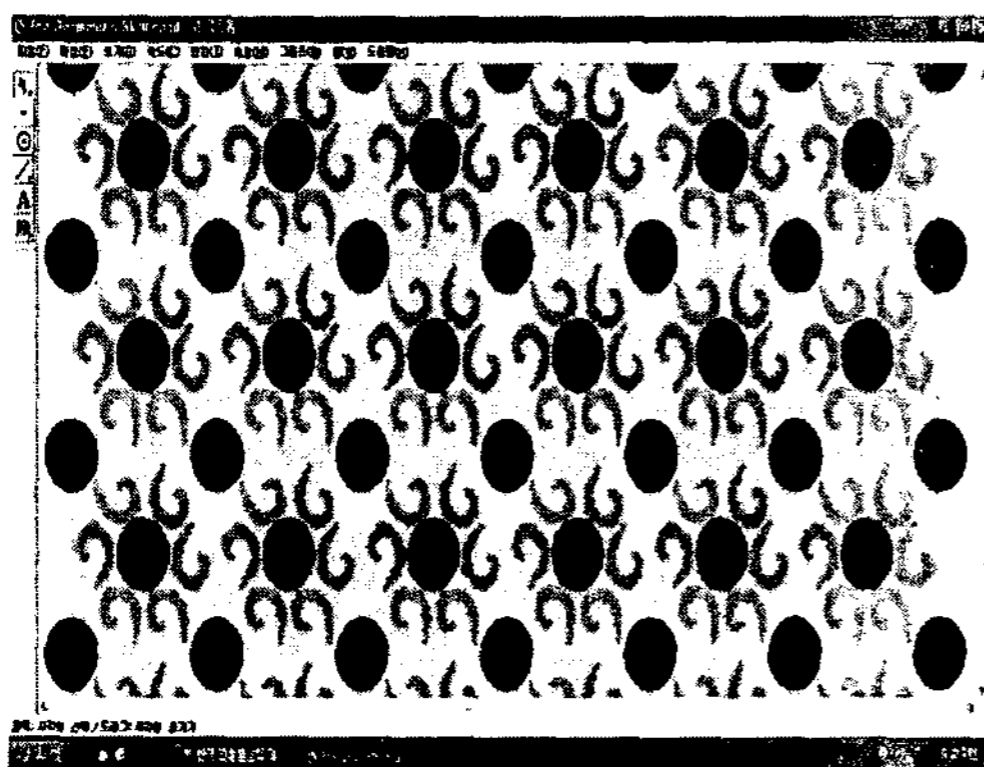
<그림 17. 단청 3>



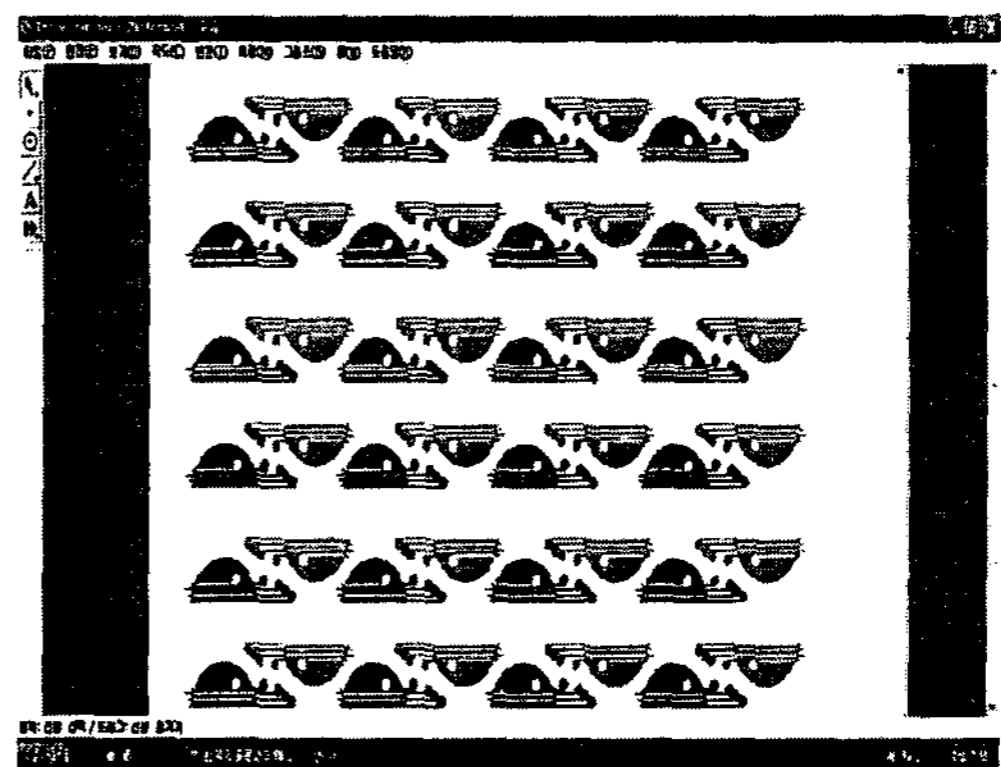
<그림 18. 단청 4>

5. 현대적인 태극무늬와 구름

지금까지의 단청문양들은 보통 우리나라 사찰에서 느낄 수 있는 분위기의 문양이었으며, 태극 또한 전통적인 분위기를 자아내고 있다. 그러나 다음의 태극과 구름은 보다 현대적인 감각으로 디자인 한 것이 그 특징이다. 구름문양은 조선시대 흥배의 중심문양의 배경을 수놓았던 것으로 인간의 능력을 무한하게 뻗어나가고자 하는 소원을 상징하기 위해 사용되었다고 한다. 하늘에 떠서 무궁무진하게 변화하는 구름은 한없이 넓은 공간감과 신비감을 주기 때문이다. 구름문양이 15세기경에는 곡선으로 표현되었으나 그 후 단순과 복잡의 변화를 거듭하면서 1850년대에 들어서면 매우 추상적인 모양으로 단순화된다(김성후, 1987). 초현실주의 화가 마그리트의 구름보다 오히려 더욱 추상적이다. 여기서의 구름과 태극의 문양은 모두 현대적 감각의 분위기가 물씬 풍기는 것으로, 전통 공예품에 다양하게 활용되었으면 하는 바람을 가지게 된다.



<그림 19. 현대적 감각의 태극무늬>



<그림 20. 구름>

6. 맺는 글

동서양을 막론하고 재생과 반복에서 아름다움을 느꼈던 인간의 공통적인 심미안은 테셀레이션(tessellations)이란 문양을 삶의 여러 영역에서 표현하여 왔다. 즉, 북아메리카 인디언들의 생활용품, 우리나라 왕궁과 사찰의 건축물, 네덜란드 판화가 에셔의 작품 등에서 볼 수 있다. 에셔가 규칙성과 주기적 반복과 재생이라는 카테고리 안에서 질서와 아름다움과 평안함을 느꼈다면, 인디언들은 식량과 안전을 위해 늘 이동을 하면서 살아야했던 역사 속에서 자기 부족들의 정체성을 표시하기 위한 수단으로 기하학적 문양으로 생활용품에 독특한 테셀레이션적인 도안을 했다. 한편 우리의 조상들은 자손의 번영과 부귀, 장수를 기원하고자하는 염원을 가지고 동양의 음양오행사상과 종교와 융합하면서 우리 민족의 독특한 조형을 구축하여 불교 사찰의 건축물에 단청문양으로 채색하기 시작한 것이다. 일명 타일붙이기(tiling)라고 하는 테셀레이션은 기하학적 대칭과 회전의 반복적인 도형으로, 겹침이나 빈 공간이 없이 평면을 완전히 메꾸는 것으로 회로의 설계 등 수학에서 그 중요성이 이미 잘 알려진 바이다.

본 연구에서는 테셀레이션의 도형을 평면기하에서 평행이동, 미끄럼반사 등을 응용하여 우리 고유의 독특한 문양인 태극무늬를 비롯하여 다양한 단청문양과 구름을 기하 S/W 인 GSP(Geometer's SketchPad) 4.0을 사용하여 작도하였다. 이러한 기하 프로그램의 응용은 수학이 흥미롭고 재미있는 교과목이며, 또 우리 전통의 문양에서 도출한 패턴이 활용될 수 있는 것을 보이하고자 했다. 우리나라 학생들의 수학에 대한 낮은 동기와 흥미에 대하여, 교사들의 보다 적극적인 동기부여와 관심이 필요하다고 생각되어 이 주제를 택한 것이 본 연구의 목적이다. 이 같은 기하 프로그램의 예시로 수학 교과목에 대한 딱딱함이란 고정관념에서 벗어나 아름다움을 느끼면서 학생들의 지적 호기심을 불러일으킬 수 있으므로, 중고등학교 학생들의 특별활동인 수학 반과 수학캠프 등에서 활용되기를 바란다.

참고 문헌

1. 계영희, 수학에 대한 의식구조와 문화적 접근, 한국수학교육학회 시리즈 E <수학교육논문집>, 19(4) (2005), pp.577-586.
2. 권윤숙, 우리나라 단청의 문양과 색채 연구, 홍익대학교 교육대학원 미술전공 석사학위논문, 1992.
3. 김성후, 구름문양을 응용한 니트웨어 디자인 연구 -조선시대 흥배와 병풍을 중심으로-, 이화여자대학교 산업대학원 의상디자인전공 석사학위논문, 1987.
4. 윤지영, 단청 문양과 색체에 관한 연구, 대구 가톨릭대학교 대학원 석사학위논문,

2001.

5. 이혜란, 포도 당초문에 관한 연구, 이화여자대학교 대학원 석사학위논문(1986).
6. 임영주, 단청, 미진사, 서울, 1987.
7. 조용순, 우리나라 단청문양의 조형성에 관한 연구: 조선시대 단청문양을 중심으로, 계명대학교 교육대학원 미술교육전공 석사학위논문, 1991.
8. 조은아, 단청 문양을 활용한 장신구 조형연구, 원광대학교 대학원 금속공예학과 석사학위논문, 1996.
9. M. C. Escher / 김유경, *M. C. Escher Exploring the Infinite*, 다빈치출판사, 서울 (2004).
10. Duval, R., *Geometrical Pictures* : Kinds of Representation and Specific Processings, In R (1995).
11. Sutterland, Mason, J.(Eds.), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*, pp.142-157, Berlin, Springer.
12. Eugene Klotz, Doris Schattschneider, *The Geometer's SkechPad*, Dynamic Geometry Software for Exploring Mathematics Version 4.0, Key Curriculum Press, C. A. 2001.
13. Goldenberg, E. P. & Cuoco, A. A., *What is Dynamical Geometry?* In R. Lehrer , D. Chazan(Ed), *Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space*, pp.351-368, Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, 1998.
14. Madeleine, O. S., *261 North American Indian Designs*, Dover Publications, Inc., New York, 1993.
15. Serra, M., *Discovering Geometry 2nd*, Key Curriculum Press, C. A, 1997.

Construction of Korean Traditional Tessellations via GSP(Geometer's SkechPad)

Dept. of Early Childhood Education, Kosin University **Young Hee Kye**
Dept. of Internet Business, Kosin University **Jong Min Kim**

From the ancient Korea, our ancestor had designed the unique pattern which is Dan-chung, in architectures such as palace and Buddhist temple. In Dan-chung pattern, there are many various kinds, that is geometric pattern, arabesque pattern, plant pattern, flower pattern, animal pattern, Buddhist pattern and living pattern. So, we can see the tessellations in the Dan-chung pattern, moreover we can find the beauty of tessellation in the Korean traditional architectures and crafts. In this paper, I'll show you Korean traditional tessellations via GSP 4.0. which means geometric program Geometer's SkechPad.

Key words : tessellation, Dan-chung pattern,

2000 Mathematics Subject Classification : 97U99

ZDM Subject Classification : G90

접수일 : 2008년 2월 23일 수정일 : 2008년 3월 24일 게재확정일 : 2008년 4월 7일