

독립좌표연성법을 이용한 편심 된 원형 구멍을 갖는 원판의 자유진동해석

Free Vibration Analysis of a Circular Plate with an Eccentric Circular Hole by the Independent Coordinate Coupling Method

허 석[†] · 곽 문 규^{*}

Seok Heo and Moon K. Kwak

(2008년 4월 10일 접수 ; 2008년 5월 16일 심사완료)

Key Words : Free Vibration(자유진동), Circular Plate(원판), Eccentric Hole(편심 된 구멍), Independent Coordinate Coupling Method(독립좌표연성법)

ABSTRACT

This paper is concerned with the free vibration analysis of a circular plate with an eccentric circular hole by the Independent coordinate coupling method(ICCM). It was proved in the previous study that the ICCM can accurately predict the natural frequencies and mode shapes of the annular plates and can also be used for the free vibration analysis of the simply-supported circular plate with an eccentric circular hole. In this study, the clamped and free boundary conditions were considered for the circular plate. The numerical results show that the ICCM can be used effectively for the free vibration problem of circular plate with an eccentric hole compared to the finite element method.

1. 서 론

균일 원판 또는 원환 판은 기계구조물의 일부로 다양한 산업분야에서 사용되고 있으며, 이것의 자유진동문제는 해석적으로 엄밀해가 존재한다⁽¹⁾. 하지만, 편심 된 원형의 구멍을 갖는 원판의 자유진동해석은 해석적인 방법들로는 쉽게 구할 수 없다. 주어진 문제에 대한 Rayleigh-Ritz방법의 사용은 구멍영역에 대한 수치적분이 원활하지 못하다. 그래서, 일반적으로 이러한 문제들을 풀기 위해 유한요소방법에 의지하게 되는 것이다.

Nagaya⁽²⁾는 바깥 경계 곡선이 자유이고 편심 된 안쪽 경계가 고정인 원판의 해석적 방법을 개발하였다. Khurasia와 Rawtani⁽³⁾는 삼각형의 유한요소방법을 사용하여 경계조건이 고정-자유인 원판의 진동 특성에 대한 구멍의 편심 영향을 조사하였다. Lin⁽⁴⁾은 자유-자유, 고정-자유, 자유-고정의 경계조건에 대하여 편심 된 구멍을 갖는 균일 원판과 얇은 막에 대한 자유진동을 계산하기 위해서 변형된 베셀 함수에 근거한 해석방법을 사용하였다. Laura 등⁽⁵⁾은 단순지지-자유의 편심 된 원형 구멍을 갖는 원판에 Rayleigh-Ritz방법을 사용하여 해석하였다. Cheng 등⁽⁶⁾은 고정-자유, 단순지지-자유, 자유-자유인 원형 구멍이 있는 원판의 편심도, 구멍의 크기, 경계조건의 영향에 대한 진동 모드들을 해석하기 위해서 유한요소해석 코드인 Nastran을 사용하였다. Lee 등⁽⁷⁾은 고정-자유, 단순지지-자유의 경계조건을 갖

[†] 교신저자 : 정회원, 건국대학교 인공근육연구센터
E-mail : heoseok@konkuk.ac.kr
Tel : (02)3436-7091, Fax : (02)444-7091
^{*} 정회원, 동국대학교 기계공학과

는 원환 판 또는 하나 또는 다수의 편심 된 구멍을 갖는 원판에 대한 고유진동수와 모드를 구하기 위해 degenerate kernel과 푸리에 시리즈와 밀접한 간접적인 공식을 사용하고 유한요소방법인 ABAQUS를 이용하여 검증하였다. Zhong과 Yu⁽⁸⁾는 자유-자유, 고정-자유, 자유-고정, 단순지지-단순지지 조건의 편심 된 원환 Mindlin판의 유연 진동을 해석하기 위해 weak-form quadrature element method를 정식화 하였다.

최근에 Kwak 등^(9,10)은 직사각형 또는 원형 구멍을 갖는 직사각형판의 자유진동해석을 위한 독립좌표연성법(ICCM)을 개발하였다. 이 방법은 전체와 국부영역에 대한 독립된 좌표를 사용하며, 기구학적 관계를 이용하여 변환하는 방법이다. ICCM의 장점은 구멍의 영향을 원형 평판의 좌표계에 근거하여 계산하는 것이 아니라 구멍의 에너지를 구멍에 적합한 좌표계로 계산하고 구멍 영역내의 두 좌표간의 적합조건을 적용하여 구멍으로 인한 에너지 차감분을 산출해내는 방식이다. Heo 등⁽¹¹⁾의 연구에서는, 경계조건이 고정-자유, 단순지지-자유, 자유-자유인 원환 판에 대한 엄밀 해를 Mathematica를 이용하여 구하였으며, ICCM의 계산결과가 합당한지 증명하기 위하여, 두 결과를 비교하였다. 또한, 원형 구멍의 크기가 고유진동수에 미치는 영향을 조사하여 유한요소방법인 ANSYS와 비교 검증하였다. 이러한 결과들로부터 ICCM이 효과적으로 해석할 수 있음을 밝혔다.

이 연구에서는 Kwak과 Heo⁽¹²⁾의 연구인 편심 된 원형 구멍을 갖는 단순지지-자유인 원판의 자유진동 해석에서 다루지 못하였던 경계조건이 고정-자유, 자유-자유인 편심 된 원형 구멍을 갖는 원판의 자유진동해석을 추가로 조사하였다.

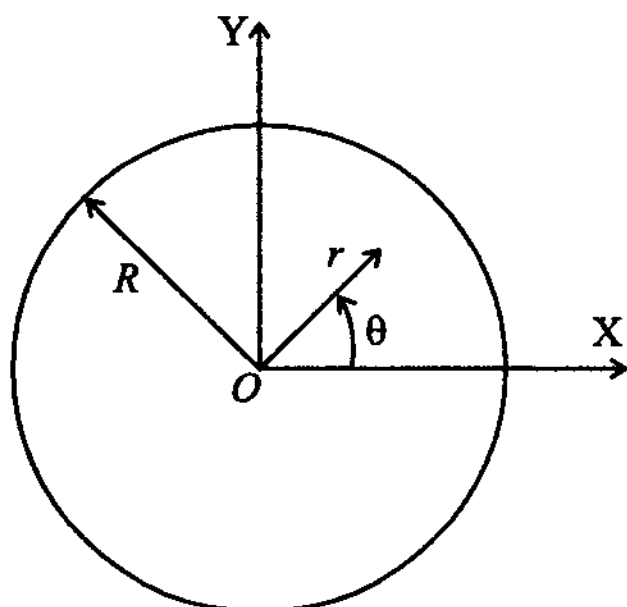


Fig. 1 Schematic diagram of the circular plate

2. 원형 평판의 자유진동문제

Fig. 1에서와 같이, 반지름이 R, 두께 h인 균일한 원형 평판의 운동에너지와 탄성에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \rho h \int_0^{2\pi} \int_0^R \dot{w}^2 r dr d\theta \quad (1a)$$

$$V = \frac{1}{2} D \int_0^{2\pi} \int_0^R \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)^2 \right] \right\} r dr d\theta \quad (1b)$$

여기서, ρ 는 질량 밀도, $D = Eh^3 / 12(1-\nu^2)$, E는 영의 계수, ν 는 푸아송 비, w는 변위, \dot{w} 는 속도를 나타낸다.

원형 평판의 경우 고유진동수와 고유모드에 대한 엄밀해가 존재하며 따라서 변위는 고유함수와 일반좌표계의 조합으로 표현될 수 있다.

$$w(r, \theta, t) = \sum_{i=1}^n \Phi_i(r, \theta) q_i(t) = \Phi(r, \theta) q(t) \quad (2)$$

여기서, $\Phi_i(r, \theta)$ 는 균일한 원형 평판의 허용함수를 나타내고, $q(t)$ 는 일반좌표계 벡터를 나타낸다. 식 (2)를 식 (1)에 대입하고 고유함수의 직교성을 이용하면, 운동에너지와 탄성에너지가 다음과 같이 표현된다.

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q}, \quad V = \frac{1}{2} q^T K q \quad (3a-d)$$

$$M = \rho h \pi R^2 I, \quad K = \frac{\pi D}{R^2} \Lambda$$

여기서, I는 단위행렬, Λ 는 대각선에 고유치 값의 4제곱, $\lambda_i^4 (i=1, 2, \dots, n)$ 가 배치된 $n \times n$ 행렬이며, $\lambda_i^4 = \omega_i^2 \rho h R^4 / D$, ω_i 는 i번째 고유진동수이다.

원형 평판의 고유함수를 각 경계조건에 대해 정리하면 다음과 같다. 단순지지와 고정의 경우는 고유함수와 행렬 Λ 가 다음과 같이 표시된다.

$$\Phi_i(r, \theta) = A_i \left[J_n \left(\lambda_i \frac{r}{R} \right) + C_i I_n \left(\lambda_i \frac{r}{R} \right) \right] f_i(\theta),$$

$$i = 1, 2, \dots$$

$$\Lambda = \text{diag} \left(\left[\lambda_1^4 \quad \lambda_2^4 \quad \lambda_3^4 \quad \dots \quad \lambda_n^4 \right] \right)$$

(4a,b)

여기서, J_n, I_n 은 제1종 베셀 함수와 n 차의 수정된 베셀 함수를 나타낸다. $A_i, C_i, f_i(\theta)$ 는 경계조건에 대한 고유함수의 상수들을 나타낸다.

자유단의 경우는 세 개의 강체 모드를 포함하여 고유함수와 행렬 Λ 가 다음과 같이 표현된다.

$$\Phi_1 = 1, \Phi_2 = \frac{r}{R} \cos \theta, \Phi_3 = \frac{r}{R} \sin \theta \quad (5a\sim c)$$

$$\Phi_{(i+3)} = A_i \left[J_n \left(\lambda_i \frac{r}{R} \right) + C_i I_n \left(\lambda_i \frac{r}{R} \right) \right] f_i(\theta)$$

$$i = 1, 2, \dots$$

(5d)

$$\Lambda = \text{diag} \left(\left[0 \quad 0 \quad 0 \quad \lambda_1^4 \quad \lambda_2^4 \quad \lambda_3^4 \quad \dots \quad \lambda_{n-3}^4 \right] \right)$$

(5e)

이상의 원형 평판의 자유진동문제에 대한 설명과 식(4)와(5)에 사용되는 상수들은 참고문헌(11)에서 언급한 바 있다.

3. 독립좌표연성법

Fig. 2와 같이 편심 된 원형의 구멍을 갖는 원형의

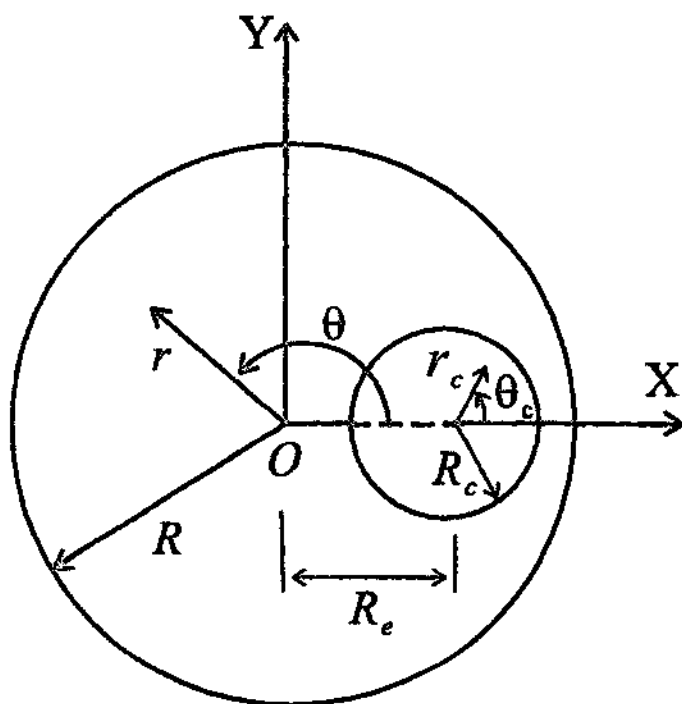


Fig. 2 Circular plate with an eccentric hole for coordinate system

균일한 판을 고려해 보자. 독립좌표연성법을 사용할 경우, 편심 된 길이 R_e , 원형 구멍의 반지름 R_c , 두께 h 이고 자유단인 원형 구멍에 대해 별도의 좌표 r_c 와 θ_c 를 이용하여 구멍 영역의 변위를 다음과 같이 표현한다.

$$w_c(r_c, \theta_c, t) = \sum_{i=1}^n \Phi_{ci}(r_c, \theta_c) q_{ci}(t) = \Phi_c(r_c, \theta_c) q_c(t)$$

(6)

여기서, $\Phi_{ci}(r_c, \theta_c)$ 는 원형 구멍의 허용함수를 나타내고, $q_{ci}(t)$ 는 일반좌표계 벡터를 나타낸다. $\Phi_{ci}(r_c, \theta_c)$ 는 자유단인 원판의 고유함수를 고려하여 식(5)와 유사한 형태로 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\Phi_{c1} = 1, \Phi_{c2} = \frac{r_c}{R_c} \cos \theta_c, \Phi_{c3} = \frac{r_c}{R_c} \sin \theta_c$$

(7a~c)

$$\Phi_{c(i+3)} = A_i \left[J_n \left(\lambda_i \frac{r_c}{R_c} \right) + C_i I_n \left(\lambda_i \frac{r_c}{R_c} \right) \right] f_i(\theta_c)$$

$$i = 1, 2, \dots$$

(7d)

그리고 이에 관련된 고유행렬은 세 개의 강체 모드를 나타내는 영의 고유진동수를 포함해 다음과 같이 표현된다.

$$\Lambda_c = \text{diag} \left(\left[0 \quad 0 \quad 0 \quad \lambda_{c1}^4 \quad \lambda_{c2}^4 \quad \lambda_{c3}^4 \quad \dots \right] \right)$$

(8)

여기서, 식(7)과(8)에 필요한 상수들은 참고문헌(11)을 이용하면 된다. 식(6)을 식(1)에 넣으면, 원형 구멍 영역의 운동에너지와 탄성에너지가 다음과 같이 표현된다.

$$T_c = \frac{1}{2} \dot{q}_c^T M_c \dot{q}_c, \quad V_c = \frac{1}{2} q_c^T K_c q_c$$

$$M_c = \rho h \pi R_c^2 I_c, \quad K_c = \frac{\pi D}{R_c^2} \Lambda_c$$

(9a~d)

원형 구멍을 갖는 원형 평판의 운동에너지와 탄성 에너지는 원형 평판의 에너지에서 원형 구멍의 에너지를 차감해서 얻어진다. 즉, 식(3)으로부터 식(9)를 차감하여 다음과 같이 표현된다.

$$T_{total} = T - T_c = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q} - \frac{1}{2} \dot{q}_c^T M_c \dot{q}_c \quad (10a,b)$$

$$V_{total} = V - V_c = \frac{1}{2} q^T K q - \frac{1}{2} q_c^T K_c q_c$$

독립좌표연성법의 핵심은 각각 다른 일반 좌표계로 원형 평판과 구멍에 대한 에너지 식을 유도하고 구멍 내에서 변위가 같아야 한다는 조건을 사용해 국부좌표계를 전체좌표계로 변환하는 것이다. 따라서, 구멍영역 내에서의 변위 일치 조건은 다음과 같이 표현된다.

$$w_c(r_c, \theta_c) = w(r, \theta). \quad (11)$$

식 (2)와 식 (6)을 식 (11)에 대입하면 다음과 같이 유도된다.

$$\sum_{j=1}^{n_c} \Phi_{cj}(r_c, \theta_c) q_{cj}(t) = \sum_{j=1}^n \Phi_j(r, \theta) q_j(t) \quad (12)$$

식 (12)에 $\Phi_{ci}(r_c, \theta_c)$ 를 곱하고 적분을 수행하면 다음식이 유도된다.

$$\sum_{j=1}^{n_c} \int_0^{2\pi} \int_0^R \Phi_{ci}(r_c, \theta_c) \Phi_{cj}(r_c, \theta_c) r_c dr_c d\theta_c q_{cj}(t)$$

$$= \sum_{j=1}^n \int_0^{2\pi} \int_0^R \Phi_{ci}(r_c, \theta_c) \Phi_j(r, \theta) r_c dr_c d\theta_c q_j(t)$$

$i = 1, 2, \dots, n_c$

$$(13)$$

$\Phi_{ci}(r_c, \theta_c)$ 의 직교성을 이용하면 식 (13)은 다음과 같이 표현된다.

$$q_{ci}(t) = \sum_{j=1}^n \int_0^{2\pi} \int_0^R \Phi_{ci}(r_c, \theta_c) \Phi_j(r, \theta) r_c dr_c d\theta_c q_j(t)$$

$$= \sum_{k=1}^n (T_c)_{ik} q_{jk}(t), \quad i = 1, 2, \dots, n_c \quad (14)$$

식 (14)를 행렬식으로 표현하면 다음과 같다.

$$q_c = T_c q \quad (15)$$

여기서, T_c 는 $n_c \times n$ 행렬이다.

원판과 편심된 원형구멍에 관한 전체좌표계와 국부좌표계의 관계를 이용하면 다음과 같은 관계식이 유도된다.

$$r = \sqrt{r_c^2 + R_e^2 - 2r_c R_e \cos(\pi - \theta_c)},$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{r_c \sin(\pi - \theta_c)}{R_e + r_c \cos \theta_c} \right) \quad (16)$$

식 (15)를 식 (10)에 대입하면 운동에너지와 탄성 에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$T_{total} = \frac{1}{2} \dot{q}^T M_r \dot{q}, \quad V_{total} = \frac{1}{2} q^T K_r q \quad (17a,b)$$

$$M_r = M - T_c^T M_c T_c, \quad K_r = K - T_c^T K_c T_c$$

여기서, 식 (3)과 식 (9)의 질량과 강성계수를 이용하여 식 (17)의 질량과 강성계수를 무차원화하면 다음과 같이 표현된다.

$$M_r = \rho h \pi R^2 \bar{M}_r, \quad K_r = \frac{D \pi}{R^2} \bar{K}_r \quad (18a,b)$$

$$\bar{M}_r = I - \alpha^2 T_c^T T_c, \quad \bar{K}_r = \Lambda - \frac{1}{\alpha^2} T_c^T \Lambda_c T_c$$

여기서 $\alpha = R_c/R$ 로 원판의 반경에 대한 편심된 구멍의 반경 비율을 나타낸다. 따라서, 편심된 원형 구멍을 갖는 원판의 무차원화된 고유치 문제는 다음과 같이 표현된다.

$$[\bar{K}_r - \bar{\omega}_i^2 \bar{M}_r] A = 0 \quad (19)$$

여기서, $\bar{\omega}_i = \omega_i R^2 \sqrt{\rho h/D}$ 이며 무차원화된 고유진동수를 나타낸다.

4. 수치해석

이 연구에서는 $\nu=0.3$ 이고 편심된 원형의 구멍을 갖는 원판의 고유진동수를 독립좌표연성법을 이용하여 구하였다. 고유함수는 원형 평판과 원형 구멍에 대하여 각각 100개를 고려하여 수치계산을 수행하였다. 먼저, 독립좌표연성법을 원판(annular plate)의 해석에 적용하여 얻어진 결과를 Mathematica를 이용하여 구한 엄밀해와 비교하여 결과가

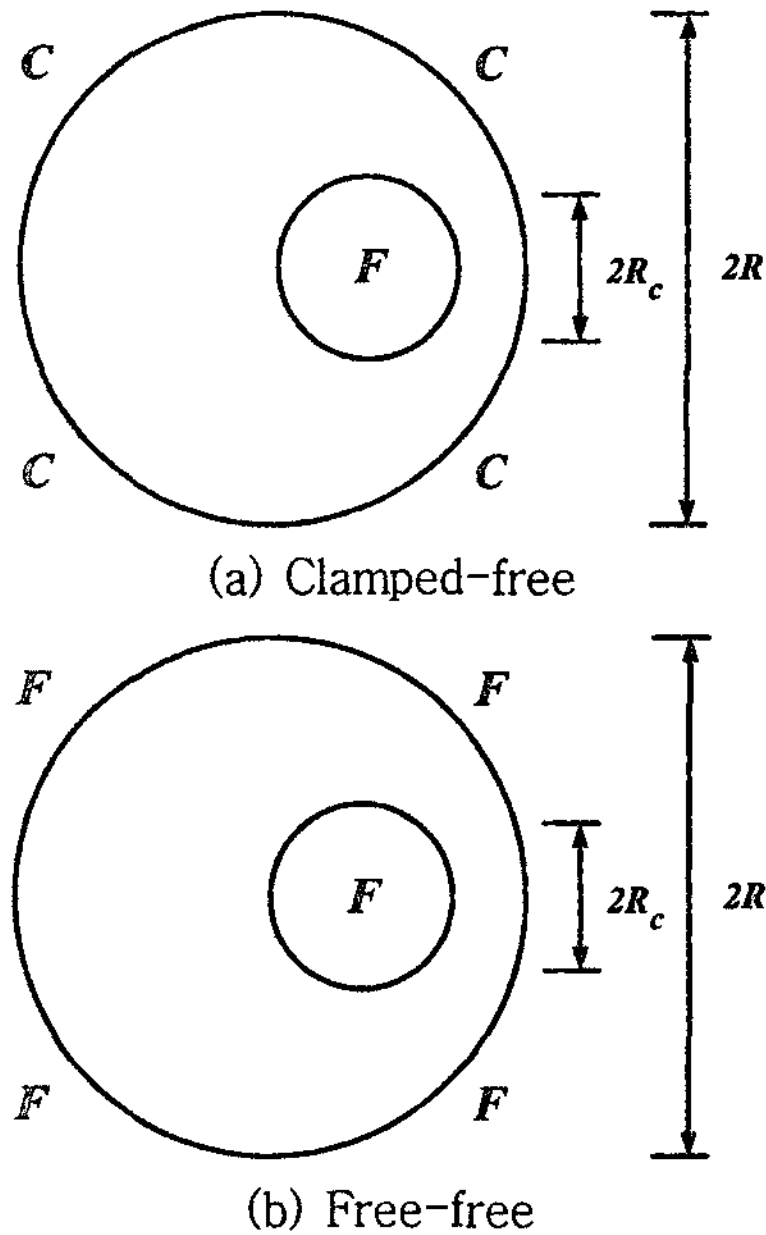


Fig. 3 Boundary conditions for circular plate with an eccentric circular hole

매우 잘 일치함을 확인하였다. 주어진 경계조건들에 대한 독립좌표연성법과 엄밀 해의 결과는 Table 1과 Table 2에 나타내었다.

이러한 결과를 바탕으로, Fig. 3의 경계조건에 대한 해석을 수행하였다.

상용유한요소코드 ANSYS를 이용하여 편심 된 원형구멍을 갖는 원판의 무차원화된 고유진동수를 계산하였다. 여기서 사용된 재료상수는 $\nu=0.3$, $\rho=2700 \text{ kg/m}^3$, $E=69 \text{ Gpa}$, $h=0.2 \text{ mm}$, $R=1 \text{ m}$ 이다.

Fig. 4는 $\alpha=0.25$, $e=0.4$ 와 $\alpha=0.5$, $e=0.4$ 의 메쉬 구성을 보인다. 여기서 편심도에 관한 상수 $e=R_e/R$ 를 나타낸다.

Fig. 4(a)와 (b)는 SHELL64 요소를 9069개와 7549개를 사용하였다.

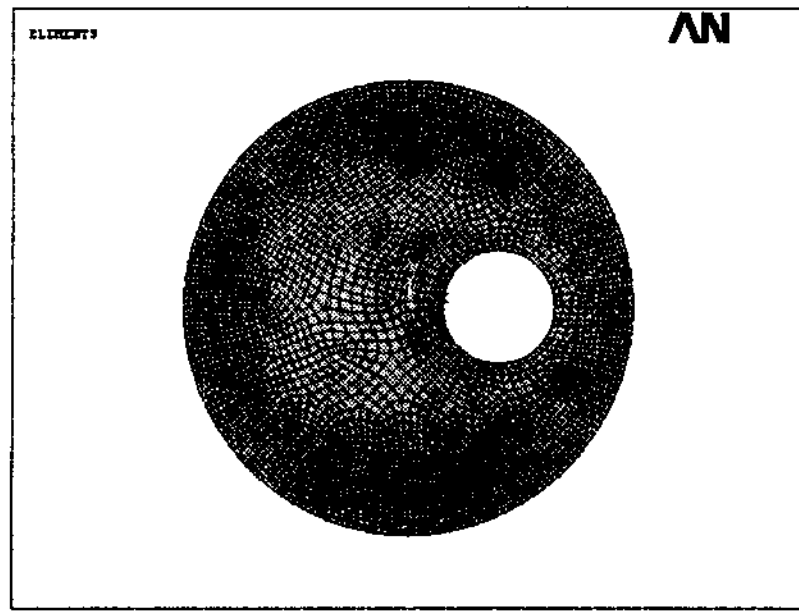
Fig. 5는 $\alpha=0.25$, (a) 고정-자유 (b) 자유-자유일 때 $e=0.0$ 에서 $e=0.7$ 까지 원형 구멍의 편심에 의한 고유진동수의 변화를 나타낸 그래프이다. Fig. 5(a) 고정-자유의 경계조건에서 편심에 의한 영향은, 1차

Table 1 Eigenvalues of annular plate with clamped at outer edge and free at inner edge

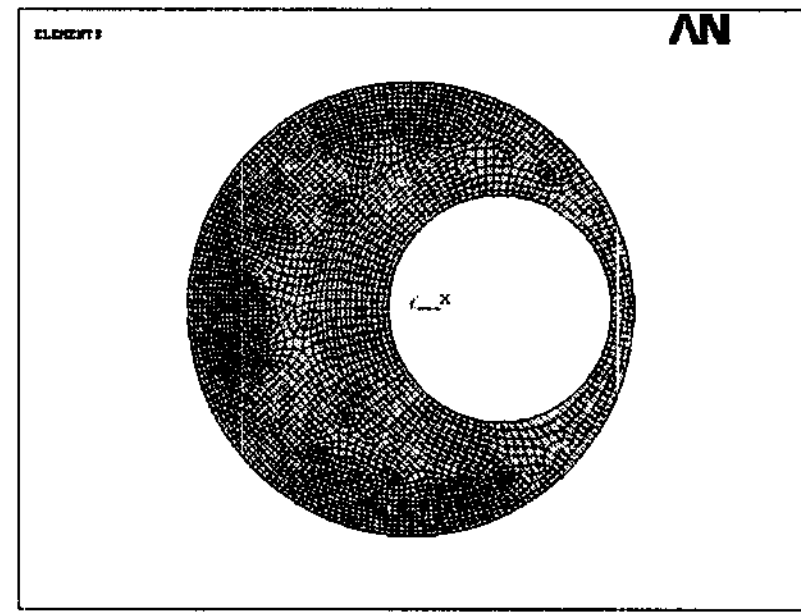
| i | $\nu=0.3, \lambda_i^2 = \omega_i R^2 \sqrt{\rho h/D}$ for values of α of --- | | | | | | | | | | | |
|---|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 0 | | 0.1 | | 0.2 | | 0.3 | | 0.4 | | 0.5 | |
| | Ext. | ICCM | Ext. | ICCM | Ext. | ICCM | Ext. | ICCM | Ext. | ICCM | Ext. | ICCM |
| 1 | 10.2158 | 10.2158 | 10.1593 | 10.285 | 10.4080 | 10.4327 | 11.4238 | 11.4245 | 13.6028 | 13.6027 | 17.7145 | 17.7145 |
| 2 | 21.2604 | 21.2604 | 21.1946 | 21.265 | 20.5507 | 20.9315 | 19.5403 | 19.5963 | 19.5943 | 19.5955 | 22.0146 | 22.0146 |
| 3 | 34.8771 | 34.877 | 34.5354 | 34.559 | 33.7352 | 33.8253 | 32.5939 | 32.9198 | 31.5346 | 31.6011 | 32.1156 | 32.1181 |
| 4 | 39.7712 | 39.7711 | 39.5213 | 40.2577 | 43.0198 | 43.1176 | 49.0690 | 49.2241 | 46.9411 | 47.0888 | 45.8122 | 45.8235 |
| 5 | 51.0300 | 51.03 | 50.9895 | 50.9962 | 50.5058 | 50.528 | 51.7452 | 51.7498 | 65.9813 | 66.1569 | 63.0180 | 63.0494 |
| 6 | 60.8286 | 60.8287 | 60.0611 | 60.883 | 56.8967 | 59.5414 | 59.7594 | 59.9339 | 67.1585 | 67.1589 | 83.8140 | 84.2645 |
| 7 | 69.6659 | 69.6658 | 69.6632 | 69.6638 | 69.5316 | 69.5435 | 68.5836 | 68.6323 | 72.2153 | 72.2201 | 93.8471 | 93.847 |

Table 2 Eigenvalues of annular plate with free at outer edge and inner edge

| i | $\nu=0.3, \lambda_i^2 = \omega_i R^2 \sqrt{\rho h/D}$ for values of α of --- | | | | | | | | | | | |
|---|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 0 | | 0.1 | | 0.2 | | 0.3 | | 0.4 | | 0.5 | |
| | Ext. | ICCM | Ext. | ICCM | Ext. | ICCM | Ext. | ICCM | Ext. | ICCM | Ext. | ICCM |
| 1 | 5.3584 | 5.3583 | 5.3034 | 5.3084 | 5.1461 | 5.149 | 4.906 | 4.9079 | 4.906 | 4.607 | 4.2711 | 4.2711 |
| 2 | 9.0031 | 9.0031 | 8.7746 | 8.9571 | 8.4442 | 8.5252 | 8.3535 | 8.3592 | 8.3535 | 8.6139 | 9.3135 | 9.3134 |
| 3 | 12.4390 | 12.439 | 12.4366 | 12.437 | 12.4017 | 12.4038 | 12.2658 | 12.2673 | 12.2658 | 11.9543 | 11.4254 | 11.4254 |
| 4 | 20.4745 | 20.4746 | 20.4064 | 20.4775 | 19.6946 | 20.2493 | 18.2918 | 18.513 | 18.2918 | 17.2548 | 17.1982 | 17.1985 |
| 5 | 21.8352 | 21.8352 | 21.8351 | 21.8351 | 21.8300 | 21.8307 | 21.7834 | 21.7845 | 21.7834 | 21.5875 | 21.0672 | 21.0672 |
| 6 | 33.4949 | 33.4949 | 33.4949 | 33.4949 | 33.4944 | 33.4945 | 32.9726 | 33.4828 | 32.9726 | 31.9765 | 31.1148 | 31.1502 |
| 7 | 35.2601 | 35.2601 | 34.9307 | 34.9606 | 34.1555 | 34.2734 | 33.4813 | 33.5963 | 33.4813 | 33.3852 | 32.9816 | 32.9823 |

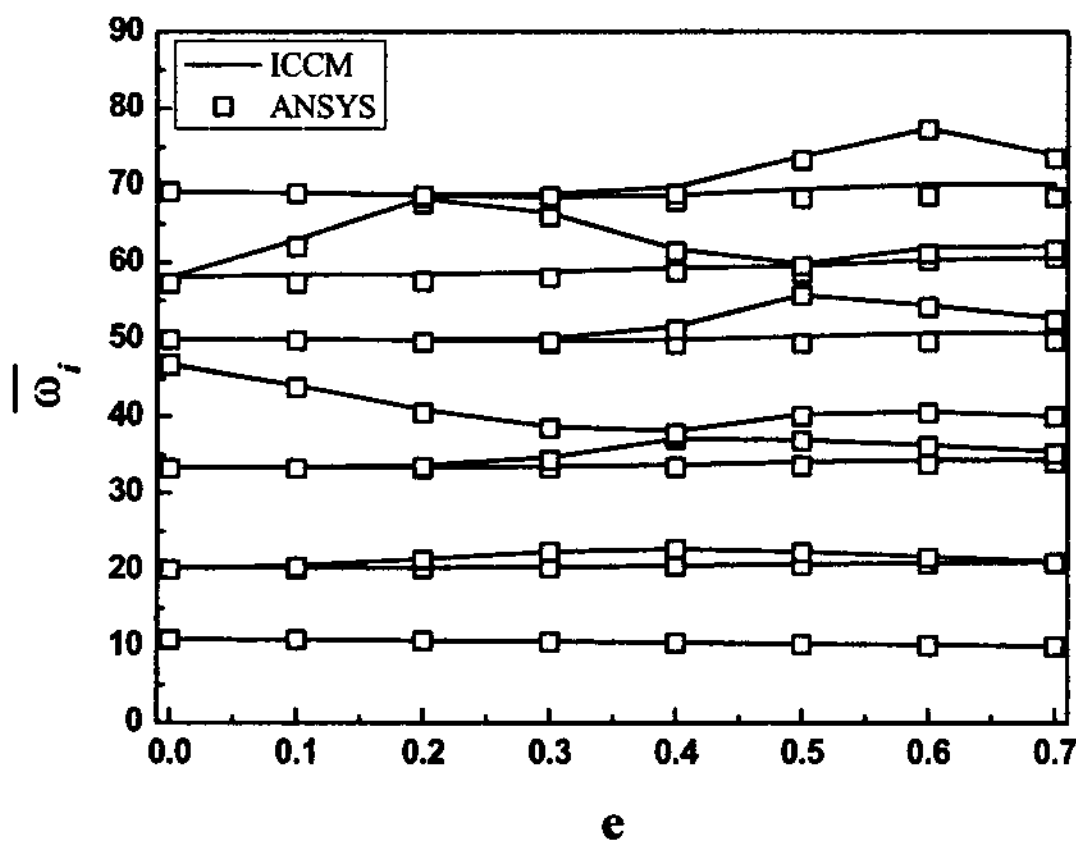


(a) $\alpha=0.25, e=0.4$

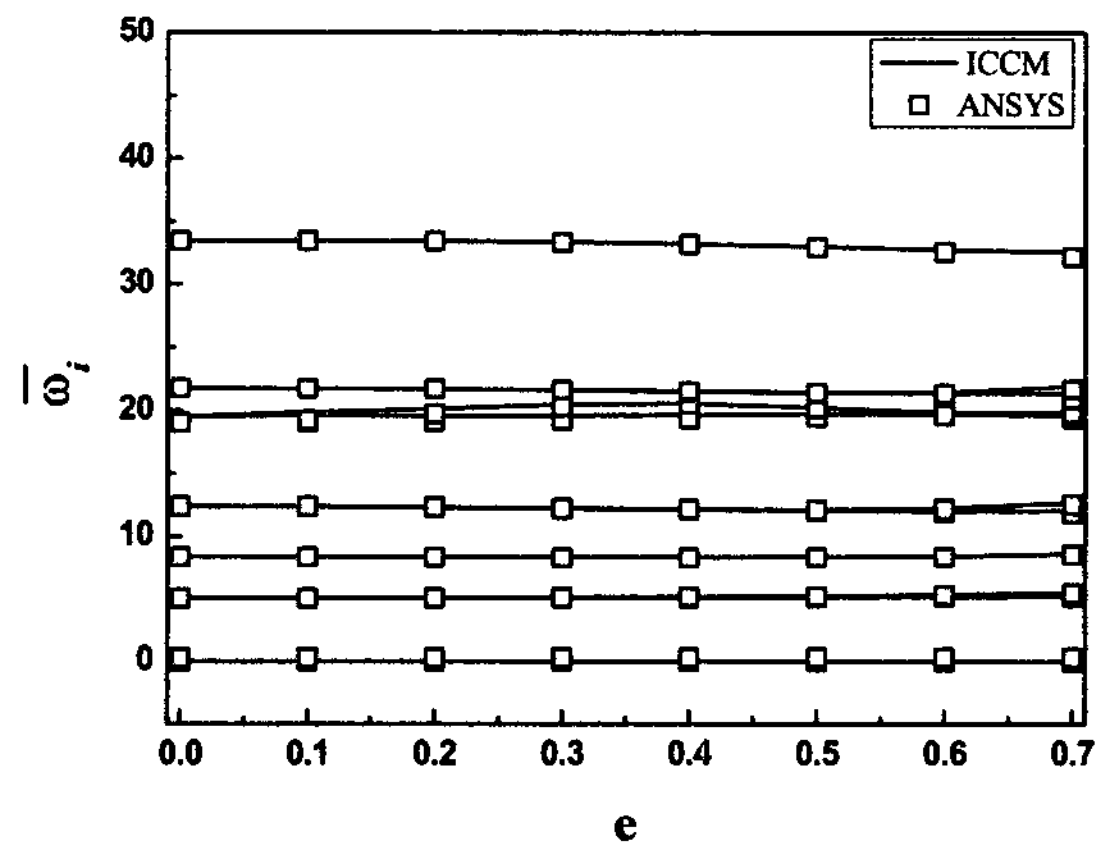


(b) $\alpha=0.5, e=0.4$

Fig. 4 Configuration of Mesh by ANSYS

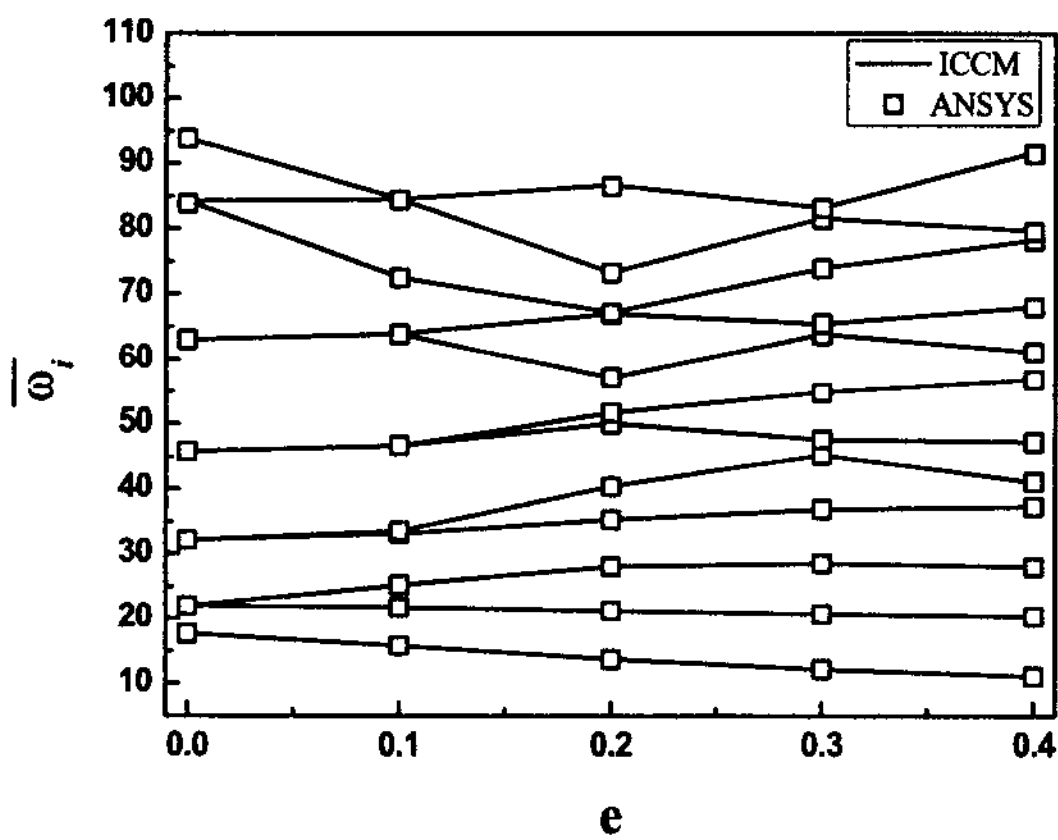


(a) Clamped-free

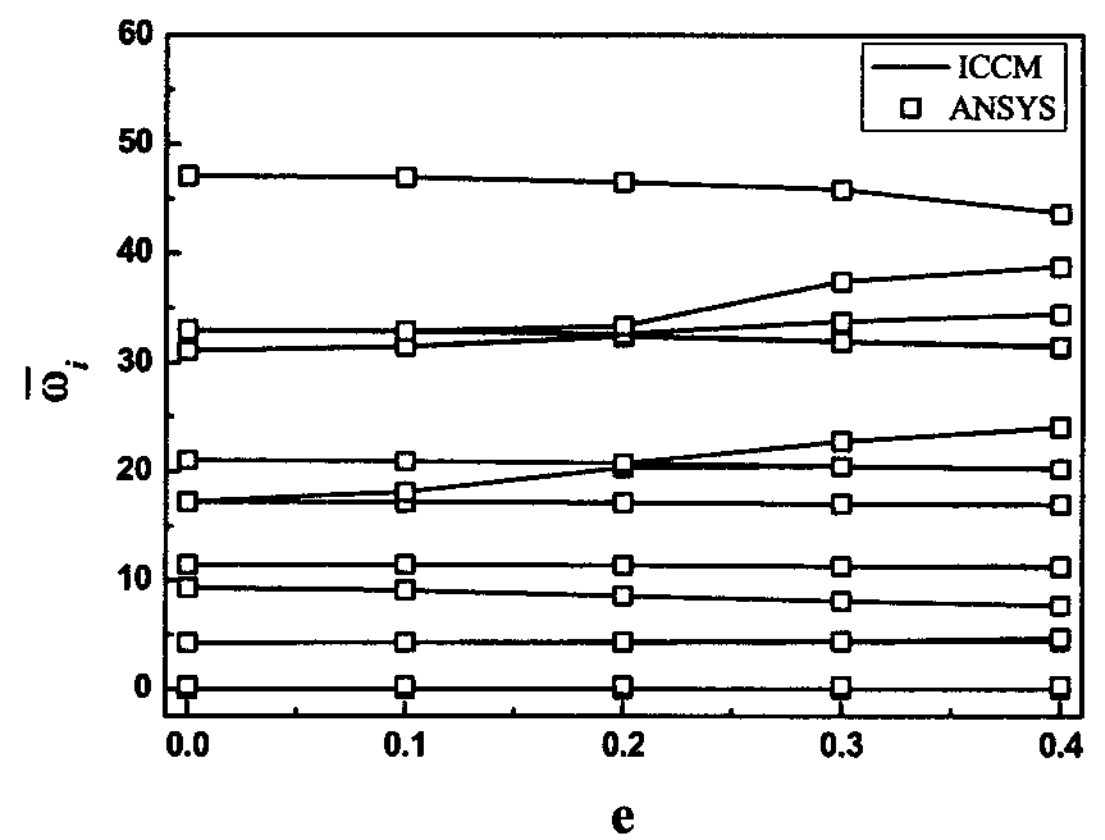


(b) Free-free

Fig. 5 Non-dimensionalized natural frequency vs. eccentricity for $\alpha=0.25$



(a) Clamped-free



(b) Free-free

Fig. 6 Non-dimensionalized natural frequency vs. eccentricity for $\alpha=0.5$

고유진동수는 영향을 받지 않지만, 2-4차의 고유진동수는 편심의 영향이 커지기 시작하여 주파수의 차

이가 발생한다. 6차 고유진동수는 가장 많은 영향을 받으며, 7~8차와 11~12차의 고유진동수는 $e=0.3$ 부

터 주파수가 분리되고, 9~10차의 고유진동수는 $e=0.0$ 부터 $e=0.3$ 까지 주파수 분리가 발생된다. 이와는 대조적으로 Fig. 5(b) 자유-자유 경계조건에서는, 편심에 의한 영향이 거의 발생하지 않는다.

Fig. 6은 $\alpha=0.5$ (a)고정-자유 (b)자유-자유일 때

원형 구멍의 중앙지점을 $e=0.0$ 에서 $e=0.4$ 까지 편심에 의한 고유진동수의 변화를 나타낸 그래프이다. Fig. 6의 결과에서는, Fig. 5의 경우보다 원형구멍의 크기가 2배로 커졌을 때, 고유진동수에 미치는 영향이 분명하게 구분되는 것을 확인할 수 있다. 고정-

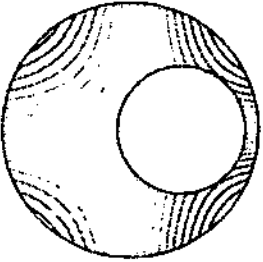
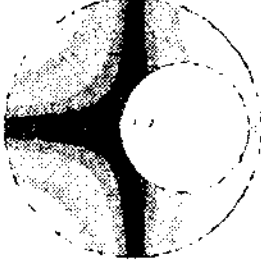
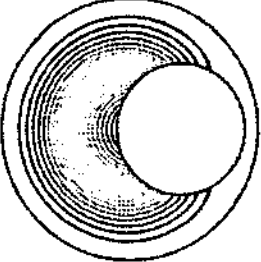
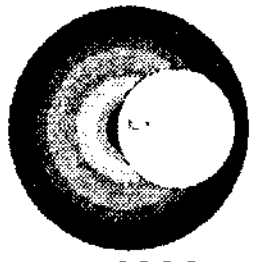
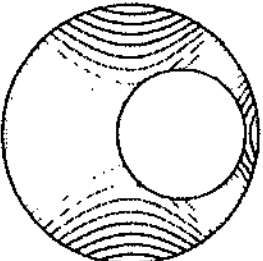
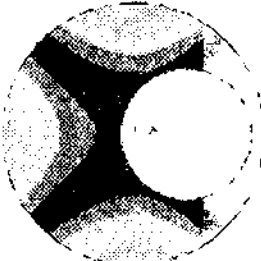
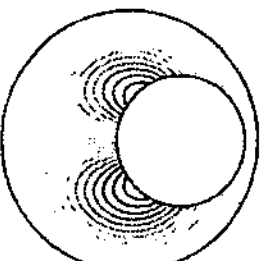
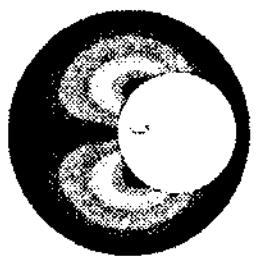
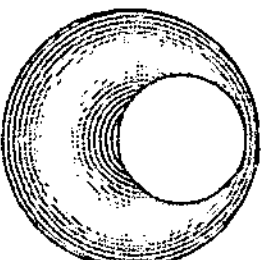

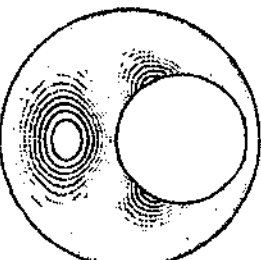
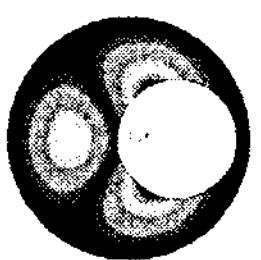
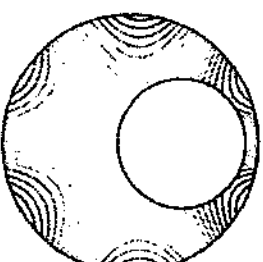
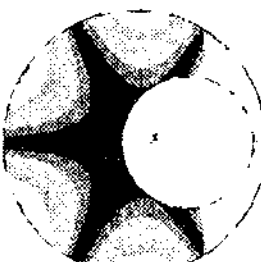
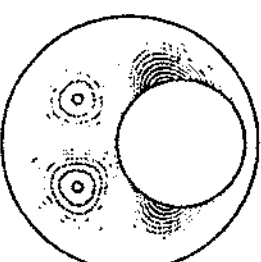
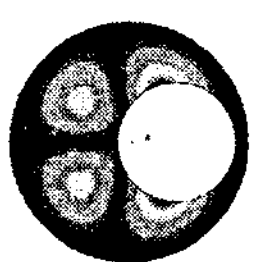
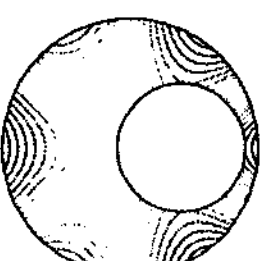
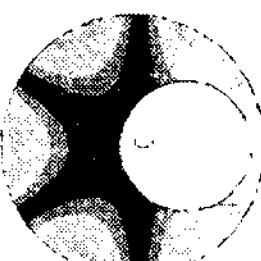
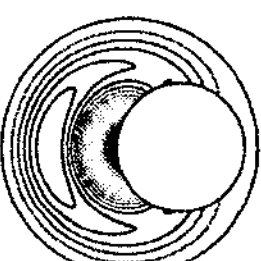

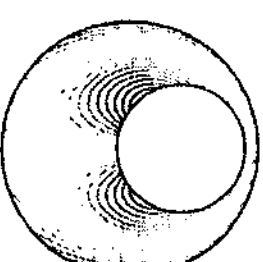

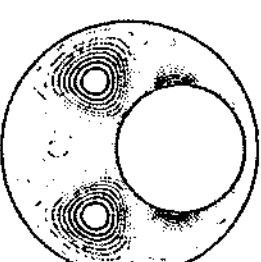
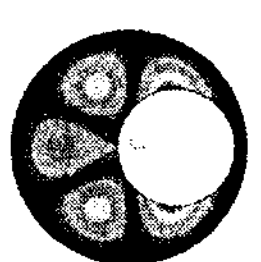
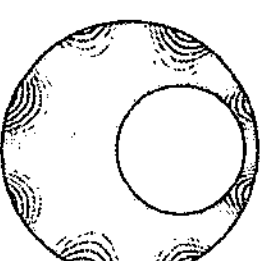
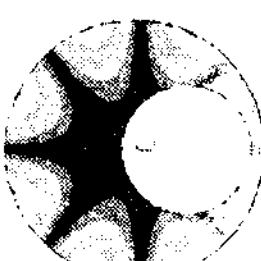
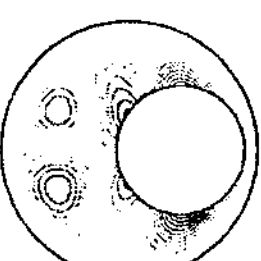
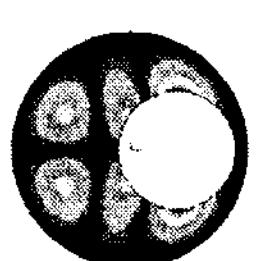
| i | Free-free | | Clamped-free | |
|-----|--|---|--|--|
| | ICCM | ANSYS | ICCM | ANSYS |
| 1 |  4.3881 |  4.3884 |  11.0899 |  11.0906 |
| 2 |  4.6397 |  4.64 |  20.3229 |  20.3265 |
| 3 |  7.7118 |  7.713 |  27.9615 |  27.959 |
| 4 |  11.1466 |  11.1445 |  37.2778 |  37.2702 |
| 5 |  11.2826 |  11.2809 |  41.043 |  41.042 |
| 6 |  16.9468 |  16.9522 |  47.291 |  47.2672 |
| 7 |  20.2233 |  20.1966 |  56.8605 |  56.8337 |

Fig. 7 Mode shapes and λ_i^2 of clamped and free circular plate with an eccentric circular hole by ICCM and ANSYS for $\alpha=0.5$, $e=0.4$

자유의 경계조건에서는, 1-12차의 모든 고유진동수가 편심도가 증가할수록 많은 영향을 받는다. 자유-자유의 경우, 구멍의 크기가 커졌지만 저차의 고유진동수에서는 편심도에 의한 영향이 작으나, 고차의 고유진동수에서는 편심도가 클수록 영향을 많이 받는다.

Fig. 5와 6에서, ICCM과 ANSYS의 결과가 잘 일치하는 것을 볼 수 있다. 고정-자유의 경우, 구멍의 크기가 커질수록, 편심도가 커질수록 전체 고유진동수에 예측할 수 없는 영향을 주는 것을 확인할 수 있다. 자유-자유의 경우, 구멍의 크기와 상관없이 편심도는 저차의 고유진동수에는 별다른 영향을 주지 않지만, 구멍의 크기가 커질수록 고차의 진동수에는 많은 영향이 나타나는 것을 볼 수 있다. 유한요소코드를 대신하여, ICCM은 편심된 원형 구멍을 갖는 원형 판에 대한 고유진동수 평가를 효율적으로 할 수 있음을 확인하였다.

Fig. 7에서는 $\alpha=0.5$, $e=0.4$ 인 경우에 대한 독립좌표연성법과 ANSYS를 이용하여 모드형상을 비교한 결과를 보여준다. 독립좌표연성법에 의한 해석결과가 매우 잘 일치함을 보여준다.

5. 결 론

이 연구에서는 편심된 원형 구멍을 갖는 원형 평판의 특성을 해석하기 위하여 독립좌표연성법(ICCM)을 이용하여 진동특성을 해석하였다. 원형 판의 바깥 경계조건이 고정과 자유일 경우의 고유진동수를 독립좌표연성법을 이용하여 구하고 그 결과를 유한요소코드(ANSYS)와 비교하였는데 결과가 잘 일치함을 확인하였다. 따라서 독립좌표연성법이 편심된 원형 구멍을 갖는 원형 판에 대해서도 효율적인 해석을 함을 알 수 있다.

또한, 독립좌표연성법을 이용하여 구멍의 크기가 평판에 대하여 50%, 편심도가 0.4일 때, 각각의 경계조건에 대한 평판의 고유진동모드를 구하여 ANSYS를 이용하여 얻은 결과와 비교하였다. 두 방법을 사용하여 구한 모드의 형상은 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 따라서 ICCM이 고유진동모드 계산에 효과적으로 사용될 수 있음을 확인하였다.

후 기

이 연구는 동국대학교 논문 게재 장려금 지원으로 이루어졌다. 관계자 여러분께 감사드린다.

참 고 문 헌

- (1) Leissa, A. W., 1969, "Vibration of Plates", NASA SP160.
- (2) Nagaya, K., 1951, "Transverse Vibration of a Plate having an Eccentric Inner Boundary", Journal of Applied Mechanics, Trans. of the ASME, Vol.18, No.3, pp. 1031~1036.
- (3) Khurasia, H. B. and Rawtani, S., 1978, "Vibration Analysis of Circular Plates with Eccentric Hole", Journal of Applied Mechanics, Trans. of the ASME, Vol.45, No.1, pp. 215~217.
- (4) Lin, W. H., 1982, "Free Transverse Vibrations of Uniform Circular Plates and Membranes with Eccentric Holes", Journal of Sound and Vibration, Vol.81, No.3, pp. 425~435.
- (5) Laura, P. A. A., Masia, U. and Avalos, D. R., 2006, "Small Amplitude, Transverse Vibrations of Circular Plates Elastically Restrained Against Rotation with an Eccentric Circular Perforation with a Free Edge", Journal of Sound and Vibration, Vol. 292, pp. 1004~1010.
- (6) Cheng, L., Lin, Y. Y. and Yam, L. H., 2003, "Vibration Analysis of Annular-like Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 262, pp. 1153~1170.
- (7) Lee, W. M., Chen, J. T. and Lee, Y. T., 2007, "Free Vibration analysis of Circular Plates with Multiple Circular Holes using Indirect BIEMs", Journal of Sound and Vibration, Vol.304, pp. 811~830.
- (8) Zhong, H. and Yu, T., 2007, "Flexural Vibration Analysis of an Eccentric Annular Mindlin Plate", Arch. Appl. Mech., Vol. 77, pp. 185~195.
- (9) Kwak, M. K. and Han, S. B., 2007, "Free Vibration Analysis of Rectangular Plate with a Hole by means of Independent Coordinate Coupling Method", Journal of Sound and Vibration, Vol.306, pp. 12~30.
- (10) Kwak, M. K. and Song, M. H., 2007, "Free

Vibration Analysis of Rectangular Plate with Multiple Circular Cutouts by Independent Coordinate Coupling Method”, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 17, No. 11, pp. 1086~1092.

(11) Heo, S. and Kwak, M. K., 2008, “Free Vibration Analysis of an Annular Plate by the Independent Coordinate Coupling Method”,

Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 18, No. 5, pp. 564~571.

(12) Kwak, M. K. and Heo, S., 2008, “Free Vibration Analysis of a Simply supported Circular Plate with an Eccentric Circular Hole using the Independent Coordinate Coupling Method”, Journal of Sound and Vibration. (in review.)