

# 유연한 부속물을 가진 우주선의 적응제어

## Adaptive Control of Spacecraft with Elastic Appendages

이호진\*, 이금원\*

Ho Jin Lee and Keum Won Lee

### 요약

본 논문에서는 유연모드 부속물을 갖는 우주선의 제어를 위해서 누스baum이득을 갖는 간단한 형태의 적응제어기를 제안한다. 이 방법은 전달함수에서 고주파 이득의 정보가 필요하지 않는다. 본 논문의 방법을 사용하여 피치각도가 목표치를 추종하는 중에, 아울러 유연모드의 안정화도 이룬다. 피치각과 피치각속도 성분만 사용하여 출력궤환제어기를 설계한다. 특히 모든 시스템 파라미터 및 고주파성분은 미지로 한다. 설계의 간편성을 위해서 선형함수만을 사용하여 설계한 제어기가 전체 비선형시스템을 만족함을 시뮬레이션을 통하여 보이고, 그 근거도 설명한다. Lyapunov 함수를 구성하여 제안한 방법의 안정성을 증명하고, MATLAB을 이용한 컴퓨터 시뮬레이션 결과를 제시하여 제안한 방법의 유용성을 증명한다.

### Abstract

In this paper, a simplified type of adaptive controller using Nussbaum gain for the control of the spacecraft with elastic appendages is suggested. This method doesn't need the information of the high frequency components in transfer function. While the pitch angle tracks the desired value by this method, the elastic modes are also stabilized. Only pitch angle and the pitch rate are used for the design of the output feedback controller. Especially all system parameters and the high frequency gain are assumed to be unknown. For design simplicity, a controller is designed by using only the linear part, and it's shown to satisfy the nonlinear system by the simulation with basic explanations. By using the Lyapunov function, the stability of the suggested algorithm is demonstrated, and also the effectiveness of the suggested algorithm is verified by showing the computer simulation results.

**Keywords** : Adaptive controller, Nussbaum gain, elastic appendages, high frequency gain, pitch angle, pitch rate, Lyapunov function.

## I. 서론

유연한(elastic) 부속물(appendages)를 가지는 우주선의 제어는 중요하다. 안테나나 태양전지 등이 유연 부속물에 속한다. 유연 부속물은 이론적으로 무한의 유연모드를 만들어 내기 때문에 피치각의 제어와 동시에 유연모드의 안정화가 매우 중요하다. 이전의 연구자들의 연구를 살펴보면 산일성(dissipativity) 이론과 Lyapunov안정성에 입각한 자세제어와 진동감쇄제어를 하거나[1], 최적제어와 궤환선형화를 통하여 제어기를 설계하기도 했으며[2],

유연 우주선의 제어를 위해 신경망을 도입하기도 했다[3]. 미지 파라미터들을 갖는 유연 우주선제어를 위해서 슬라이딩모드 제어를 이용하거나[4], 모델오차보상기법을 이용하기도 했다[5]. 최근에는 적응입력성형법(adaptive input shaping method)[6]을 통한 유연시스템의 제어를 달성하였으나, 이 경우는 입력행렬이 기지(known)여야 한다.

본 논문에서는 일주하는 유연 우주선의 회전제어 및 유연모드 안정화를 위한 구조가 간단한 적응제어기 설계를 제안한다. 유연우주선은 중앙의 견고한(rigid) 허브(hub)와 2개의 부속물(appendage)로 구성되어 있다. 이 들을 구성하는 시스템의 모든 파라미터 및 고주파이득도 미지로 하고, 우주선에 섭동성분도 인가가 된다고 한다. 피치각제어

\* 관동대학교 전자정보통신공학부  
 논문 번호 : 2007-4-36      접수 일자 : 2007. 12. 15  
 심사 완료 : 2008. 3. 23

를 위해서 누스뎀 이득(Nussbaum gain)[7]을 이용한 간단한 적응제어를 유도한다. 누스뎀이득은 일반적인 적응제어와 달리, 고주파이득(high frequency gain)의 부호정보를 필요로 하지 않는다. 고주파이득이란 전달함수의 분자다항식의 최고차항의 계수이다[7]. 피치각이 목표치에 이르도록 해야 하며, 아울러 유연모드(elastic mode)도 안정을 시켜야 한다. 본 논문에서 제안하는 방법은 유연모드의 차수에 독립적으로 설계된다. 이론적으로 무한의 유연모드가 있는 것을 감안하면 현실적인 방법이다. MATLAB을 이용한 시뮬레이션 결과를 제시함으로써 제안한 알고리즘의 유용성을 보인다.

### II. 문제 설정

그림 1은 본 논문에서 고려하는 제어대상인 유연한(elastic) 부속물(appendages)을 가진 우주선(spacecraft) 모델이며, 이 우주선 모델의 운동방정식은

$$(J+2J_1+p^T M_{pp} p)\ddot{\psi}+m_{\psi p}^T \ddot{p}+3\theta^2 \sin(2\psi)(J_1-\frac{1}{2}p^T M_{pp} p)+2(\dot{\psi}+\dot{\theta})p^T M_{pp} p+3\theta^2 \cos(2\psi)m_{\psi p}^T p=u+T_d$$

$$M_{pp} \ddot{p}+m_{\psi p} \ddot{\psi}+\frac{3}{2}\theta^2 \cos(2\psi)m_{\psi p}+C_{pp} \dot{p}+ [K_{pp}-(\dot{\psi}^2+2\dot{\psi}\dot{\theta}+3\theta^2 \sin^2 \psi)M_{pp}]p=0 \quad (1)$$

이다. 여기서  $J$  및  $J_1$ 은 각각 허브 및 부속물의 관성(inertia),  $\theta$ 는 true anomaly,  $\dot{\theta}$ 는 궤도속도,  $p$ 는 유연모드(elastic mode),  $\psi$ 는 피치각,  $u$ 는 입력토크,  $T_d$ 는 섭동(disturbance),  $M_{pp}$ ,  $C_{pp}$ ,  $K_{pp}$ 는 modal 적분이며, mode shape함수로 표시된다[2]. 그림 1에서 궤도면(orbital plane)  $Y_c$ 축을 따라서 발생하는 유연모드 편향(deflection)  $\delta$ 는

$$\delta(l,t)=\sum_{i=1}^N \phi_i(l-r)p_i(t)$$

이다[2]. 여기서  $l$ 은 허브 중심에서 부속물의 임의의 점까지의 거리이며,  $r$ 은 허브의 반경이고,  $N$ 은 유연모드의 개수이다. 또  $q=[\psi, p^T, \dot{\psi}, \dot{p}^T]^T$ 로 상태변수를 정의하면 식(1)은

$$\dot{q}=\begin{pmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}(p)K-M^{-1}(0)C \end{pmatrix}q+b_q(u+T_d)+\phi(q,u,T_d) \quad (2)$$

$$\equiv A_q q+b_q(u+T_d)+\phi(q,u,T_d)$$

가 된다. 여기서  $\phi(q,u,T_d)$ 는 비선형요소로서 제어기 설계를 위해서 편의상 무시하지만, 설계된 제어기를 사용하여 시뮬레이션 시에는 모두 포함한다. 즉 유도된 제어기

는 이 비선형요소가 포함되어도 점근제어(asymptotic control)가 됨을 시뮬레이션을 통하여 보인다. 본 논문은 궤도제어가 아니고, 자세제어논문이며, 따라서  $\dot{\theta}=0$ 으로 둘 수 있고, 동시에, 식(1)에서 피치각이 안정화 되고, 또 개루프는 유연모드에 대해 점근안정이 됨을 알 수 있는데, 따라서 피치각을 제어하면 유연모드도 안정화될 수 있다는 기준에 따라서 주로 유연모드의 2차항으로 되어 있는 비선형항을 제어기 설계를 위하여 무시하게 된 것이다. 출력귀환제어를 위한 출력은

$$y=\dot{\psi}+\lambda\psi, \lambda>0 \quad (3)$$

와 같이 정의한다. 한편 오차함수는

$$e=\dot{\psi}-\dot{\psi}_r+\lambda(\psi-\psi_r) \quad (4)$$

로 정의한다. 여기서  $\psi$ 는 피치각,  $\dot{\psi}$  피치각속도,  $\psi_r$ 은 요구되는 피치각, 또  $\dot{\psi}_r$ 은 요구되는 피치각속도이다.

### III. 제어기 설계

식(3)을 미분하면  $u$ 가 처음 나타나며 따라서 상대차수가 1임을 알 수 있다. 식(2) 이후에 설명한 이유로 식(2)에 있는 비선형항을 무시하고, 좌표변환  $x=Lq$ 를 사용하면 식(2)는

$$\dot{x}=LA_q L^{-1}x+Lb_q(u+T_d), \quad (5)$$

여기서  $x=(x_1^T, y)^T$ 로 다음 2개 식으로 구성된다.

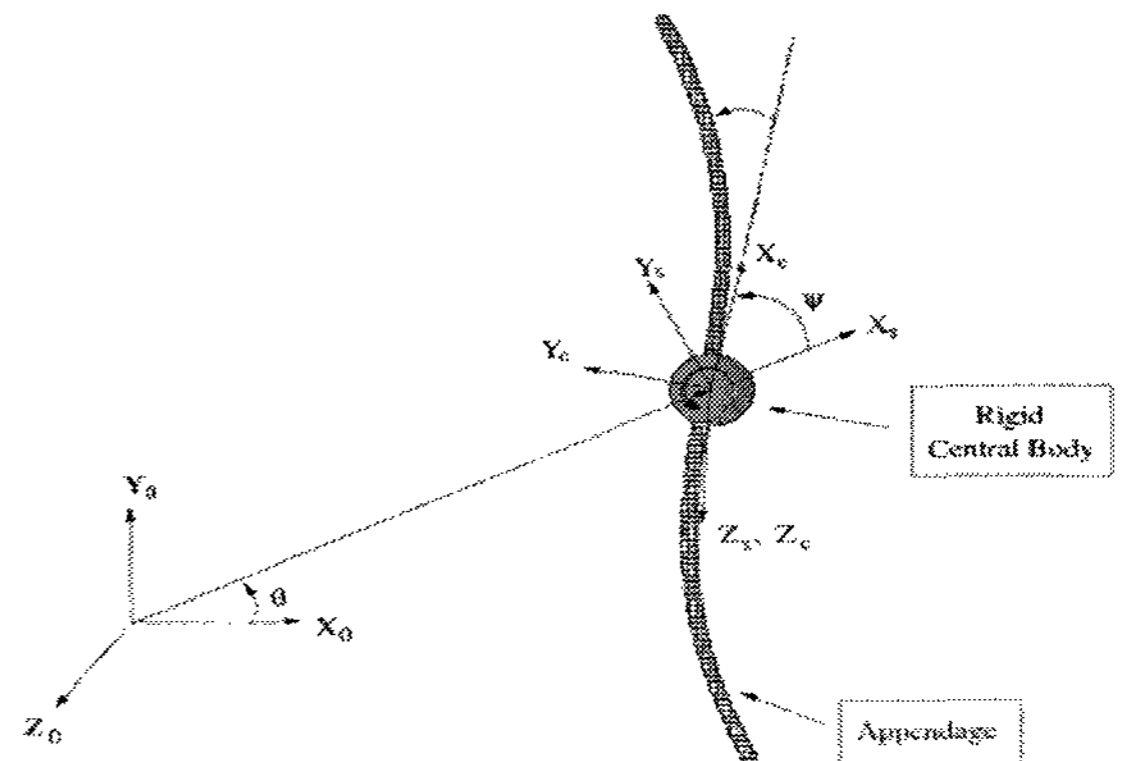


그림 1. 유연한 부속물을 갖는 우주선 모델.  
Fig. 1. Spacecraft model with elastic appendages.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= A_1 x_1 + b_1 y \\ \dot{y} &= a_2 x_1 + b_2 y + k_p u + d. \end{aligned} \quad (6)$$

한편 출력  $y$  및  $x_1$ 에 대한 기준신호를 각각  $y_r, x_{1r}$ 라고 하면

$$\begin{aligned} y_r &= \dot{\psi}_r + \lambda \psi_r \\ x_{1r} &= A_1 x_{1r} + b_1 y_r. \end{aligned} \quad (7)$$

오차에 대한 동적방정식을 다음과 같이 둘 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= \dot{x}_1 - \dot{x}_{1r} = A_1 \tilde{x}_1 + b_1 e \\ \dot{e} &= a_2 \tilde{x}_1 + b_2 e + k_p u + [a_2 x_{1r} + b_2 y_r + d(t) - \dot{y}_r]. \end{aligned} \quad (8)$$

한편  $y_r$ 를 실현하기 위해서 다음과 같은 미분가능한 기준신호를 고려한다. 여기서  $\psi^*$ 는 최종 피치각이고,  $\epsilon_1(t)$ 는 임의의 감쇄신호이다.

$$y_r = \psi^* + \epsilon_1(t). \quad (9)$$

한편 식(8)의 대괄호 안에 있는 부분을

$$a_2 x_{1r} + b_2 y_r + d(t) - \dot{y}_r = \mu_0^* + \epsilon(t) + d(t) \quad (10)$$

라 둔다. 여기서  $\mu_0^*$ 는 임의의 상수이고,  $\epsilon(t)$ 는 임의의 감쇄신호이다. 이를 사용하면 식(8)은

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1 &= A_1 \tilde{x}_1 + b_1 e \\ \dot{e} &= a_2 \tilde{x}_1 + b_2 e + k_p u + \mu_0^* + \epsilon(t) + d \end{aligned} \quad (11)$$

이다. 한편 새로운 파라미터를  $\alpha(t) = (\mu_1(t), \mu_0(t))^T$ ,  $w = (e, 1)^T$ 로 정의한다.

### 3.1 Lyapunov 함수

다음과 같이 Lyapunov 후보함수를 정한다.

$$V(\tilde{x}_1, e, \tilde{\alpha}) = \frac{1}{2} (\tilde{x}_1^T P \tilde{x}_1 + e^2 + \tilde{\alpha}^T \Gamma^{-1} \tilde{\alpha}) \quad (12)$$

여기서  $\tilde{\alpha} = \alpha - \alpha^*$ 이고,  $\Gamma$ 는  $\Gamma > 0$ 를 만족하는 가중치이다. 또  $P$ 는 다음 Lyapunov 방정식에서 구할 수 있다고 가정한다.

$$A_1^T P + P A_1 = -2I. \quad (13)$$

### 3.2 누스뎀(Nussbaum) 이득을 이용한 적응제어

누스뎀 이득 관련 식은 [7]에 의해

$$\begin{aligned} u(t) &= N(z(t)) [\alpha^T(t) w(t) + \text{sgn}(e(t)) D_0] \\ N(z(t)) &= z^2(t) \sin z(t) \\ \dot{z}(t) &= \alpha^T(t) w(t) e(t) + D_0 |e(t)| \end{aligned} \quad (14)$$

와 같이되며, 여기서  $N(z(t))$ 를 누스뎀이득이라고 한다. 이 때 적응제어는

$$\dot{\alpha}(t) = \Gamma w(t) e(t) \quad (15)$$

로 선택한다.

한편 식(12)를 시간에 대해서 미분하면

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\tilde{x}_1^T \tilde{x}_1 + \tilde{x}_1^T P b_1 e + b_2 e^2 + a_2 \tilde{x}_1 e + \mu_0^* e + e(\epsilon(t) + d(t)) \\ &\quad + k_p N(z) [\alpha^T w e + |e| D_0 + (\alpha - \alpha^*)^T w e] \\ &\leq -\tilde{x}_1^T \tilde{x}_1 + \|\tilde{x}_1\| |e| \|P b_1 + a_2^T\| + k_p N(z) \dot{z} + |e| D_0 \\ &\quad + \alpha^T w e + (b_2 + r - \mu_1^*) e^2 + \bar{\epsilon}^2(t), \end{aligned} \quad (16)$$

여기서  $D_0 \geq D_0^* \equiv \max\{|d(t)|, t \geq 0\}$ 로 정의하였다. 임의

의 양수  $r$ 과,  $e\epsilon(t) < (\sqrt{r}e)^2 + \left(\frac{\epsilon}{2\sqrt{r}}\right)^2 = re^2 + (\epsilon^2(t)/4r)$

를 사용하고  $\bar{\epsilon}^2(t) = \epsilon^2(t)/(4r)$ 라고 정의하였다. 또 식(11)

이후에 정의한  $\alpha^{*T} w e = \mu_1^* e^2 + \mu_0^* e$  관계를 사용하면 식

(16)의 부등식을 얻는다. 한편 식 (14)에서  $\dot{z}$ 에 관한 식을 사용하면 식(16)은

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\tilde{x}_1^T \tilde{x}_1 + \|\tilde{x}_1\| |e| \|P b_1 + a_2^T\| + k_p N(z) \dot{z} + \dot{z} \\ &\quad - (\mu_1^* - |b_2| - r) e^2 + \bar{\epsilon}^2(t) \\ &\equiv - \left[ \|\tilde{x}_1\|, |e| \right] S \left[ \|\tilde{x}_1\|, |e| \right]^T + k_p N(z) \dot{z} + \dot{z} + \bar{\epsilon}^2(t) \end{aligned} \quad (17)$$

가 된다. 여기서

$$S = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \|P b_1 + a_2^T\| \\ -\frac{1}{2} \|P b_1 + a_2^T\| & (\mu_1^* - |b_2| - r) \end{bmatrix}$$

라고 두었고,  $S > 0$ 이기 위해서는

$$\mu_1^* > |b_2| + \frac{1}{4} \|P b_1 + a_2^T\|^2 + r \quad (18)$$

을 만족해야 한다. 식(17) 양변을 적분하면

$$\begin{aligned}
 V + \lambda_s \int_0^t (\|\tilde{x}_1(\tau)\|^2 + e^2(\tau)) d\tau \leq V(\tilde{x}_1(0), e(0), \tilde{\alpha}(0)) \\
 + z(t) - z(0) + \epsilon^* + 2k_p z(t) \sin z(t) + 2k_p \cos z(t) \\
 - k_p z^2(t) \cos z(t) - 2k_p z(0) \sin z(0) - 2k_p \cos z(0) \\
 - k_p z^2(0) \cos z(0) \equiv \Pi(z)
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

가 된다. 여기서  $\Pi(z(0)) > 0, \int_0^{t-} \epsilon^2 dt \leq \epsilon^*$ 이다. 또 식 (19)의 좌측은 양이기 때문에 우측은 특정  $z(t) \in (z^-, z^+)$ 의 유한구역에 대해 우측은 양이 될 수 있다. 따라서 이 경우  $V(t)$ 는 대역제한(bounded)되었다고 볼 수 있고, 따라서  $\tilde{x}(t), \tilde{\alpha}(t), e(t) \in L^\infty[0, \infty)$ 이다. 또 Barbalat정리[7]에 따라서  $\tilde{x}_1(t), e(t)$ 는  $t \rightarrow \infty$ 이면, 0에 수렴한다.

#### IV. 시뮬레이션 및 고찰

시뮬레이션에 사용한 파라미터 값은  $J=3972[kg \cdot m^2]$ ,  $J_1=500[kg \cdot m^2], \mu=6/30[kg/m], CI=545[kg \cdot m^3/s]$   $EI=1500[kg \cdot m^3/s^2], L=30[m], r=1[m]$ 이고, mode shape함수[8]는 참고문헌 [5]에서와 같이

$$\phi_i(l-r) = 1 - \cos\left(\frac{i\pi(l-r)}{L}\right) + \frac{1}{2}(-1)^{i+1}\left(\frac{i\pi(l-r)}{L}\right)^2 \tag{20}$$

를 사용한다. 부드러운(smooth) 회전조작을 위해 사용한 2차의 기준델은  $(s+0.07)^2(\psi_r - \psi^*)$ 이다. 사용한 초기조건은  $\psi(0) = \dot{\psi}(0) = 0, p(0) = \dot{p}(0) = 0, \alpha(0) = [10000, 1]^T, z(0) = -2, l=1[m]$  그리고 가중치  $\Gamma = \text{diag}(10, 10)$ 을 사용하였다. 최종 피치각  $\psi^*$ 는  $\pi/3[\text{rad}]$ 를 사용하였다. 시뮬레이션에서는 비선형함수 식(2)의  $\phi(t)$ 가 사용됨으로써 비선형 항을 무시하고 만든 제어기가 실제 전체시스템에 적용되는지 여부를 확인하였다. 그림 2를 보면 80초 무렵에 목표치에 근사적으로 도달하는 것을 알 수 있다. 또 그림 2 및 3은 유연모드가 1개일 때, 그리고 그림 4 및 5는 유연모드가 3개 있을 때의 결과를 보여 주고 있다. 유연 모드  $p_1, p_2$  및  $p_3$ 가 안정됨을 알 수 있다. 유연모드가 많아질수록 유연모드의 진폭 및 정정시간이 증가됨을 알 수 있다. 피치각의 경우는 유연모드의 개수와는 큰 상관없이 수렴특성을 보여 주고 있다.

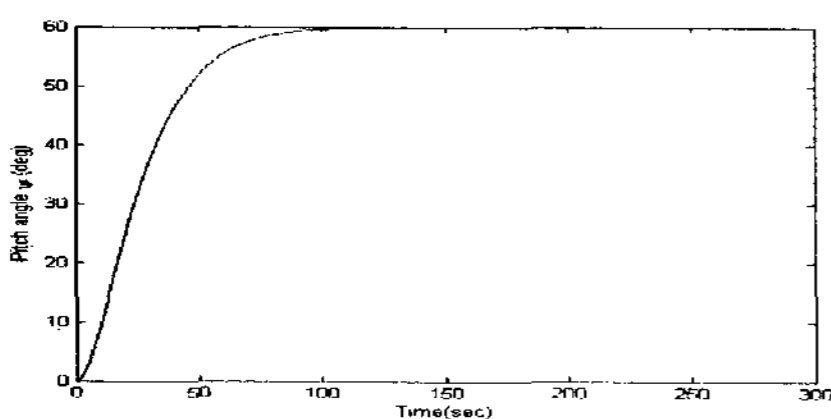


그림 2. 피치각  $\psi$ .  
Fig. 2. Pitch angle  $\psi$ .

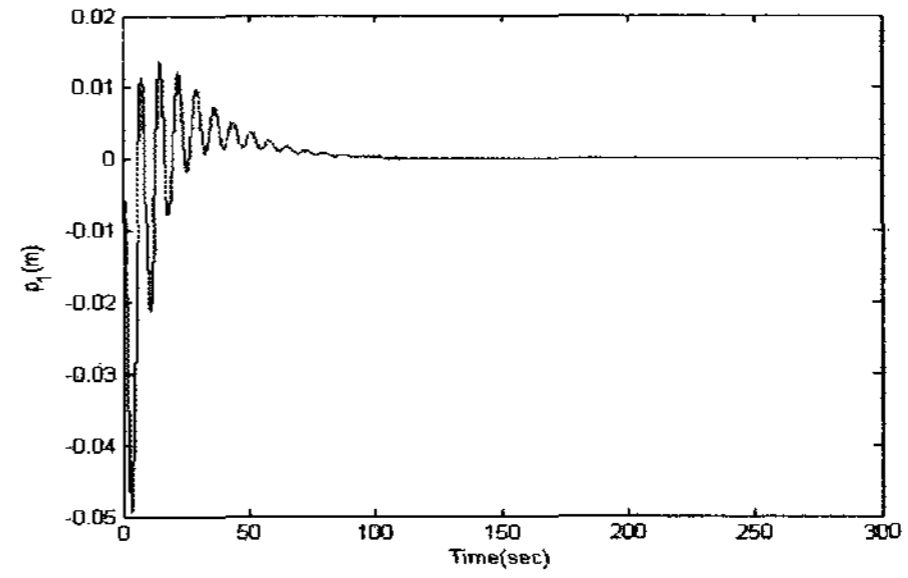


그림 3. 유연모드  $p_1$ .  
Fig. 3. Elastic mode  $p_1$ .

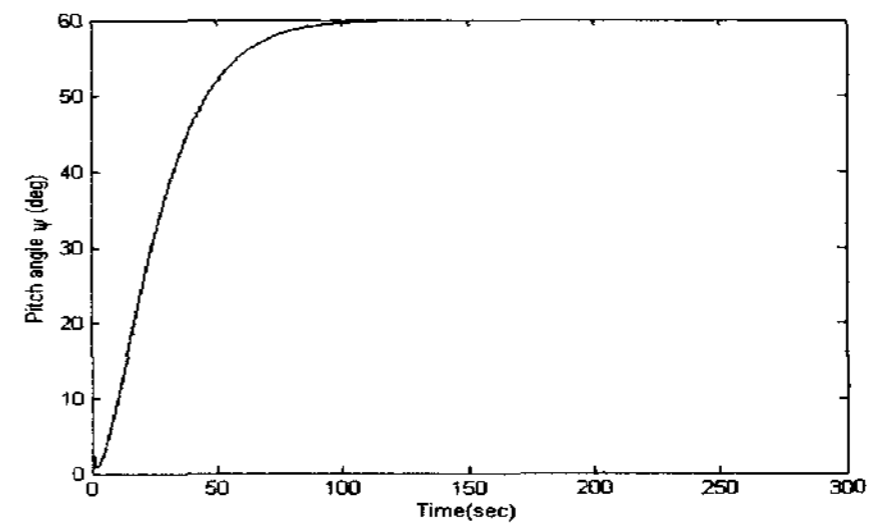


그림 4. 피치각  $\psi$ .  
Fig. 4. Pitch angle  $\psi$ .

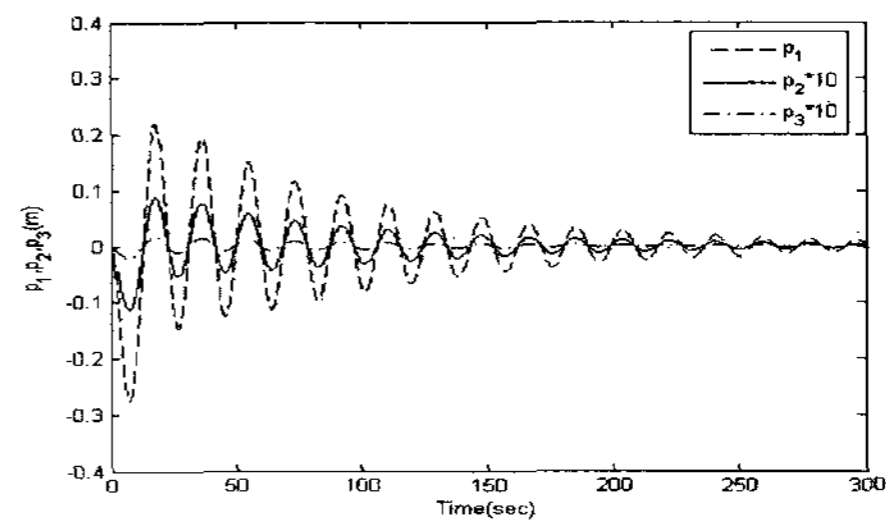


그림 5. 유연모드  $p_1, p_2$  및  $p_3$ .  
Fig. 5. Elastic mode  $p_1, p_2$  and  $p_3$ .

사용한 섭동량은  $2 + 1.5\sin(2\pi t)$ 를 저주파 필터  $\frac{100\pi}{s+9}$ 에 통과시킨 값을 사용하였고, 식(14)에서 signum함수  $sgn$ 대신에 포화함수를 사용하여 채터링을 방지하였다. 그림 6은 MATLAB 시뮬레이션에 사용한 블록도이다. 그림 6에서 사용된 MATLAB Fcn은 유연모드 3개에 대한 6개 상태변수와 피치각에 대한 2개의 상태변수로 구성된 식(2), 기준신호 발생을 위한 식(7) 및 Nussbaum 구현을 위한 식(14)로 구성되어 있고, 블록  $\frac{1}{s}$ 은 다중적분이다.

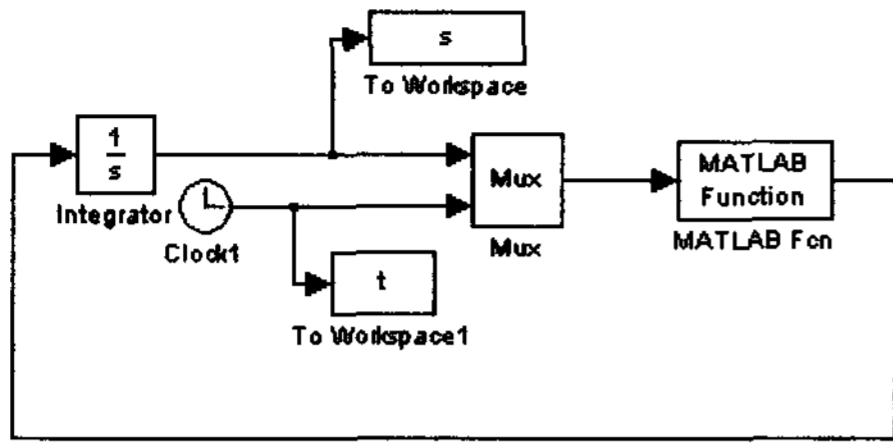


그림 6. MATLAB 시뮬레이션 블록도.  
Fig. 6. MATLAB Simulation block diagram.

### V. 결 론

본 논문에서는 고주파이득 및 시스템파라미터는 미지인 유연한 부속물을 가진 우주선 모델의 자세제어를 위해서 새로운 타입의 간단한 적응제어를 제안하였다. 피치각 및 피치각속도만을 사용하였다. 피치각 제어를 위해서 누스범이득을 사용한 적응제어는 피치각에 대한 점근제어가 가능함을 보였다. 이 방법은 우주선 모델의 차수 즉 유연 (elastic) 모드의 차원에 의존하지 않는 장점을 가지고 있다. 아울러 참고문헌 [5]에서 나타나는 행렬역을 사용하지 않음으로서 특이성을 피할 수 있고, 입력행렬의 정보를 필요로 하지 않아 더 개선된 방법이라고 할 수 있다. 다만 유연모드가 정정되는 시간은 300초대로 참고문헌 [5]와 같은 수준인 점에서, 정정시간 단축을 위해서는 차후 별도의 제어기가 추가되어야 할 것이다. 비선형항을 무시하고 설계한 제어기가 원래의 비선형인 우주선 모델 시스템에 잘 적용됨을 확인하였으나, 비선형항을 무시하지 않은 상태에서 제어기 설계 및 안정도 해석을 하는 것이 향후의 과제이다.

### VI.참 고 문 헌

[1] S. M. Joshi, P. G. Maghami, and A. G. Kelkar, "Design of Dynamic Dissipative Compensators for Flexible Space Structures," *IEEE trans on Aerospace and Electronics Systems*, Vol. 31, No. 4, pp. 1314-1424, 1995.

[2] F. Karray, A. Grewal, M. Glaum and V. Modi, "Stiffening control of a class of nonlinear affine system," *IEEE trans on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 33, No. 2, pp. 473-484, 1997.

[3] M. R. D. Nayeri, A. Alasty, and K. Daneshjou, "Neural Optimal Control of Flexible Spacecraft Slew maneuver," *Acta Astronautica*, Vol. 55, pp817-827, 2004.

[4] Y. Zeng, A. Araujo and S. N. Singh, "Output Feedback Variable Structure Adaptive Control of a Flexible Spacecraft," *Acta Astronautica*, Vol. 44, No. 1, pp. 11-22, 1999.

[5] Sahjendra N. Singh, and Rong Zhang, "Adaptive Output Feedback Control of Spacecraft with Flexible

Appendages by modelling Error Compensation," *Acta Astronautica*, Vol. 54, pp. 229-243, 2004.

[6] Q. Hu, P. Shi, and H. Gao, "Adaptive Variable Structure and Commanding Shaped Vibration Control of Flexible Spacecraft," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 30, No. 3, pp. 804-815, 2007.

[7] Gang Tao, *Adaptive Control Design and Analysis*, pp. 239-254, Wiley-Interscience, 2003.

[8] J. D. Turner, H. M. Chun, "Optimal distributed control of a flexible spacecraft during a large-angle maneuver," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, pp. 257-264, 1984.



이호진 (Ho-Jin Lee)

2004년 관동대학교 전자공학과 졸업  
2006년 관동대학교 전자공학과 졸업  
(공학석사)

2006년 3월 ~ 현재 관동대학교 대학원  
전자공학과 박사과정 재학

2007년 9월 ~ 현재 관동대학교 공학교육혁신센터  
초빙연구원

관심분야 : 유한정정제어 및 비선형제어.



이금원 (Keum-Won Lee)

1982년 한양대학교 전자공학과 졸업  
1984년 한양대학교 전자공학과 졸업  
(공학석사)

1992년 한양대학교 전자공학과 졸업  
(공학박사)

1992년 3월 ~ 현재 관동대학교 전자정보통신공학부  
교수

관심분야 : 유한정정제어, 의용전자 및 비선형제어.