

# 스케일링 함수와 웨이브릿을 이용한 잡음에 강인한 새로운 웨이브릿 편이 변조 시스템

## A new Robust Wavelet Shift Keying System Using Scaling and Wavelet Functions

정 태 일\*

Tae-Il Jeong

### 요약

기존의 대표적인 디지털 통신방식으로 주파수 편이 변조(FSK: frequency shift keying), 위상 편이 변조(PSK: phase shift keying), 진폭 편이 변조(ASK: amplitude shift keying) 방식들이 있다. 본 논문에서는 디지털 통신에서 스케일링 함수(scaling function)와 웨이브릿(wavelet)을 이용한 새로운 웨이브릿 편이 변조(wavelet shift keying) 시스템을 제안한다. 웨이브릿 변환은 저주파 계수와 고주파 계수로 구성된다. 입력이 1인 신호에 대하여 임펄스 응답을 구하면, 스케일링 함수와 웨이브릿 함수로 나누어진다. 스케일링 함수를 1로, 웨이브릿 함수를 0으로 할당하여 2진 데이터를 변조한다. 모의실험 결과 제안한 알고리즘이 잡음에 강인함을 확인하였다.

### Abstract

There are the frequency shift keying(FSK), phase shift keying(PSK) and amplitude shift keying(ASK) in the conventional digital communications method. In this paper, We proposed a new robust wavelet shift keying system using scaling and wavelet function in the digital communication. Wavelet Transform consist of a low frequency and high frequency coefficient. When the input signal is one, if it finds the impulse response, the signal is separated from the scaling and wavelet function. The binary data is encoded by modulator which assigned the scaling function to 1(one), and wavelet to zero(0). It was demonstrated by experiment that the proposed algorithm can be a robust noise.

**Keywords** : frequency shift key, scaling function, wavelet, wavelet shift key.

## I. 서론

웨이브릿 변환은 음성 신호처리, 영상 신호처리 등 여러 분야 많이 응용되고 있다[1-4]. 웨이브릿 변환은 임의의 입력 신호에 대하여 스케일링 계수와 웨이브릿 계수를 컨볼루션(convolution)함으로서 스케일링 함수와 웨이브릿 함수를 구할 수 있다. 이러한 웨이브릿 변환은 통신분야에서도 많이 응용되고 있다.[5-7]. '기존의 대표적인 통신방식으로

진폭 편이 변조 (ASK: amplitude shift keying), 주파수 편이 변조(FSK: frequency shift keying), 위상 편이 변조(PSK: phase shift keying)가 있다[8,9]. 주파수 편이 변조 통신은 동기를 맞추기가 어렵다는 단점이 있다. 그래서 J.Olive 등[10]과 정 등[11]은 웨이브릿을 이용한 변조방식을 제안하였다.

J.Olive 등[10]이 제안한 웨이브릿 편이 변조방식은 기존의 통신방식에서 반송파 주파수(carrier frequency) 대신 웨이브릿을 이용하여 동기를 쉽게 맞출 수 있는 웨이브릿 편이 변조(WSK: wavelet shift keying) 방법을 제안하였다. 이 방법은 2진 데이터가 입력되면 bit/scale 부호기(encoder)를 거쳐 웨이브릿 변조기로 입력된다. 변조기에서

\* 동명대학교 전자정보통신공학부  
논문 번호 : 2007-4-22      접수 일자 : 2007. 10. 1  
심사 완료 : 2008. 4. 8]

는 0과 1을 구분하기 위하여 웨이브릿을 위상 편이 변조하였다. 즉, 입력 데이터가 0인 경우, 웨이브릿을 그대로 전송하고, 1인 경우 웨이브릿을 180° 위상 반전하여 전송하였다. 특히 정[11] 등은 웨이브릿 편이 변조에서 잡음을 고려하지 않았다.

본 논문에서는 디지털 통신에서 스케일링 함수(scaling function)와 웨이브릿(wavelet)을 이용한 잡음에 강인한 새로운 웨이브릿 편이 변조(WSK: wavelet shift keying) 시스템을 제안한다. 제안한 방법은 저주파 계수(low frequency coefficients)와 고주파 계수(high frequency coefficients)를 이용하여 입력이 1인 신호에 대하여 임펄스 응답을 구하면, 스케일링 함수와 웨이브릿 함수로 나누어진다. 2진 데이터 통신에서 0과 1을 구분하면 되므로, 기존의 주파수 편이 변조와 같은 개념으로서, 스케일링 함수를 1로, 웨이브릿 함수를 0으로 할당하여 2진 데이터를 변조한다. 즉, 주파수 편이 변조방식은 2개의 반송파로서 0과 1을 구분하였으나, 제안한 방법은 스케일링 함수와 웨이브릿으로서 0과 1을 구분하였다. 웨이브릿의 특성상 스케일링 함수의 계수들의 합은 1이고, 웨이브릿 계수들의 합은 0이므로, 잡음에 강인한 웨이브릿 편이 변조 시스템이 가능하였다.

논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 기존의 주파수 편이 변조를 중심으로 살펴보고, 웨이브릿을 소개한다. 3절에서는 제안한 알고리즘을, 4절에는 모의실험 및 결과, 5절 결론으로 구성되어 있다.

## II. 관련이론

### 2.1 기존의 통신 방식

기존의 대표적인 디지털 통신 방식으로는 진폭 편이 변조, 위상 편이 변조, 주파수 편이 변조가 있다. 진폭 편이 변조는 반송파의 진폭으로서 2진 데이터를 구분하는 방식이다. 즉, 반송파의 진폭이 크면 1, 진폭이 작으면 0을 할당한다. 위상 편이 변조방식은 반송파의 위상으로서 2진 데이터를 구분하여 전송하는 방식이다. 즉, 반송파의 위상을 그대로 전송하면 1, 위상을 반전시켜 전송하면 0을 할당한다.

주파수 편이 변조방식은 2개의 반송파의 주파수로서 2진 데이터를 구분하는 전송하는 방식이다. 즉, 반송파의 주파수가 높으면 1, 주파수가 낮으면 0으로 할당한다.

그림 1은 주파수 편이 변조의 개념을 나타낸다. 여기서 2개의 서로 다른 주파수 즉,  $f_1, f_2$ 가 필요하다.

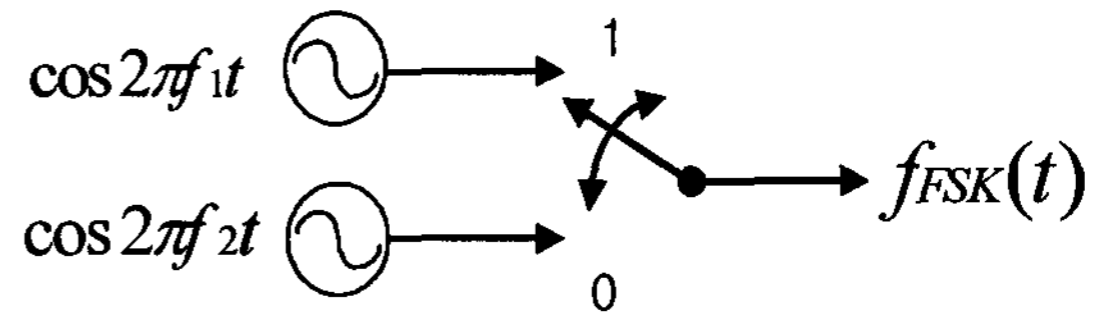


그림 1. 주파수 편이 변조

Fig. 1. Frequency shift keying.

주파수 편이 변조에 대한 정의식은 수식 (1)과 같다.

$$f_{FSK}(t) = \begin{cases} s_1(t) = A \cos(2\pi f_1 t) & 0 \leq t \leq T, 1 \text{인 경우,} \\ s_2(t) = A \cos(2\pi f_2 t) & 0 \leq t \leq T, 0 \text{인 경우} \end{cases} \quad (1)$$

그림 2는 주파수 편이 변조의 예를 나타내었다. 여기서  $f_2$ 는 0에서 1초 구간 사이로서 11Hz를 나타내고,  $f_1$ 은 1에서 2초 구간 사이로서 13Hz를 나타낸다. 만약 1초에서 동기가 정확하게 맞지 않으면, 수신측에서 완전한 복조는 어렵다. 이와 같이 기존의 통신방식들은 동기를 맞추기 위하여 PLL(Phase Lock Loop)회로와 같은 부가 회로가 필요하다.

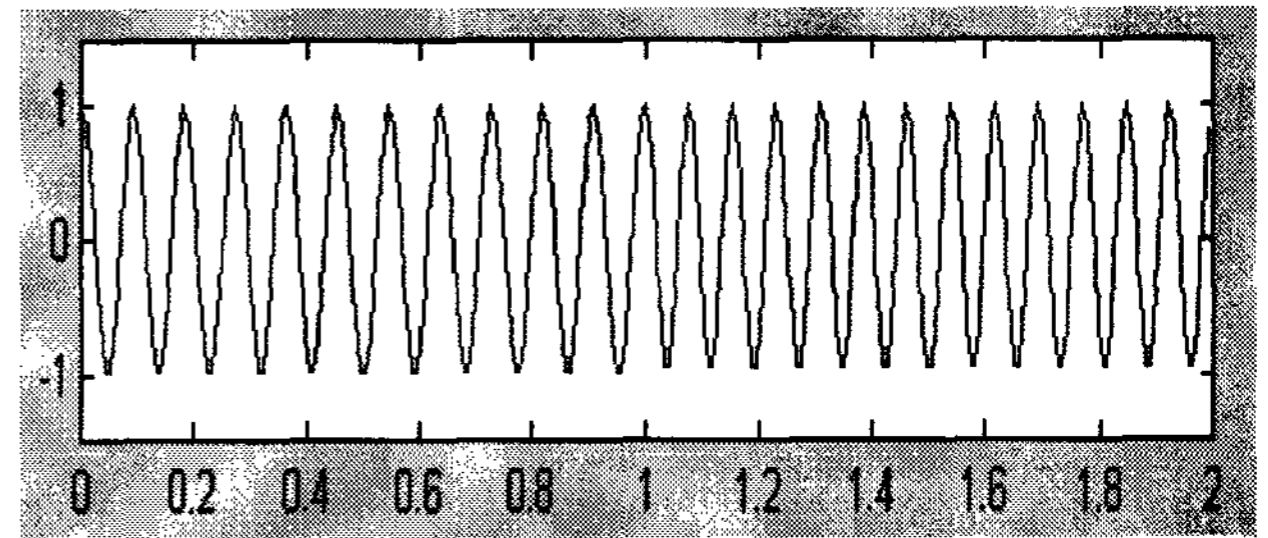


그림 2. 주파수 편이 변조 파형

Fig. 2. Waveform of frequency shift keying.

### 2.2 웨이브릿 변환(Wavelet Transform)

웨이브릿 변환에서의 기저함수들은 원형 웨이브릿을 편이 (translation) 및 확장/수축(dilation)을 시킴으로서 만들어진 다. 이에 대한 웨이브릿 기저함수들의 선형결합은

$$\psi_{m,n}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad b \in R, a \neq 0 \quad (2)$$

이다. 여기서  $\psi(\cdot)$ 는 웨이브릿을 나타내고,  $a$ 는 웨이브릿을 확장/수축시키는 스케일링 변수이고,  $b$ 는 이동을 나타내는 편이변수이다. 어떤 신호  $f(t)$ 에 대한 웨이브릿 변환은

$$Wf(a,b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad b \in R, a \neq 0 \quad (3)$$

로 정의된다. 여기서 매개변수  $a, b$ 가 정수일 때 이산 웨이브릿 변환이라고 하였다. 특히  $a=2^m, b=n \cdot 2^n$ 일 때 정규기저직교를 구성할 수 있고, 기저함수는

$$\begin{aligned} \psi_{m,n}(t) &= 2^{m/2} \psi(2^m t - n) \\ \phi_{m,n}(t) &= 2^{m/2} \phi(2^m t - n) \end{aligned} \quad (4)$$

가 된다.

주어진 스케일링 함수의 평행이동과 척도변환을 이용해 생성한  $\psi_{m,n}(t)$ 에 의해 생성한 벡터공간을  $V_m$ 이라 하면  $\Psi_{m,n}(t)$ 는  $V_{m-1}$ 에서  $V_m$ 의 직교 보수 공간(orthogonal complement space)  $W_m$ 의 직교기저를 이룬다.

$$V_{m-1} = V_m \oplus W_m, \quad W_m \perp V_m \quad (5)$$

이때 스케일링 함수  $\phi(t)$ 와 웨이브릿 함수  $\psi(t)$ 는

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_n h_0(n)\phi(2t-n) \quad (6)$$

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_n h_1(n)\psi(2t-n) \quad (7)$$

이다. 여기서  $h_0(n)$  및  $h_1(n)$ 는 스케일링 함수 및 웨이브릿의 필터계수(filter coefficients)이다.

### III. 제안한 웨이브릿 편이 변조 시스템

#### 3.1 변조기 알고리즘

J.Olive[10] 등이 제안한 웨이브릿 편이 변조 방식은 기존의 디지털 통신방식에서 반송파 대신 웨이브릿을 사용하였다. 그래서 입력되는 2진 데이터에 대하여 0과 1의 구분을 웨이브릿의 위상으로서 구분하였다. 특히 정[11] 등은 웨이브릿 편이 변조에서 잡음을 고려하지 않았다. 주파수 편이 변조 개념에서 2진 데이터를 변조하기 위해 2개의 반송파가 필요하다. 본 논문에서는 디지털 통신에서 스케일링 함수와 웨이브릿을 이용한 잡음에 강인한 새로운 웨이브릿 편이 변조 시스템을 제안한다. 제안한 방법은 주파수 편이 변조에서 2개의 반송파 대신, 스케일링 함수와 웨이브릿을 이용한다. 즉, 2진 데이터가 입력될 때, 스케일링 함수는 1로 할당하고, 웨이브릿 함수는 0을 할당한다. 스케일링 함수와 웨이브릿을 생성하는 과정은 다음과 같다.

선형 시불변(LTI: linear time invariant) 시스템에서 두개의 신호  $x(t)$ 과  $h(t)$ 의 출력  $y(t)$ 은 다음과 같다.

$$y(t) = x(t)*h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau) d\tau \quad (8)$$

이다.

여기서 제안한 방법의 스케일링 함수  $\phi(t)$ 는 수식 (9)와 같이 정의한다 (그림 3.(b)).

$$\phi(t) = x(t)*h_0(t) \quad (9)$$

여기서  $x(t)$ 은 1이고,  $h_0(t)$ 은 스케일링 함수의 계수들이다. 또 제안한 방법의 웨이브릿 함수  $\psi(t)$ 는 수식 (10)과 같이 정의한다 (그림 3.(c)).

$$\psi(t) = x(t)*h_1(t) \quad (10)$$

여기서  $x(t)$ 은 1이고,  $h_1(t)$ 은 웨이브릿 계수들이다. 이를 그림으로 표현하면 그림 3과 같다.

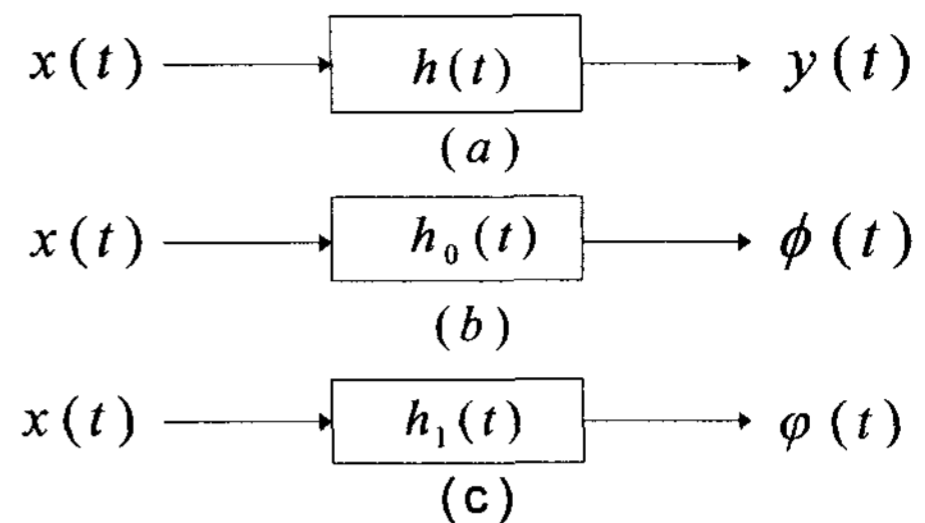


그림 3. 스케일링 함수와 웨이브릿.

Fig.3. Scaling function and wavelet.

수식 (9)와 (10)을 근거로 하여 만든 제안한 방법의 스케일링 함수와 웨이브릿 함수를 그림 4에 나타내었다. 만약 스케일링 계수 및 웨이브릿 계수의 탭수를 많이 사용한다면 좀 더 부드러운 스케일링 함수와 웨이브릿을 구할 수 있다.

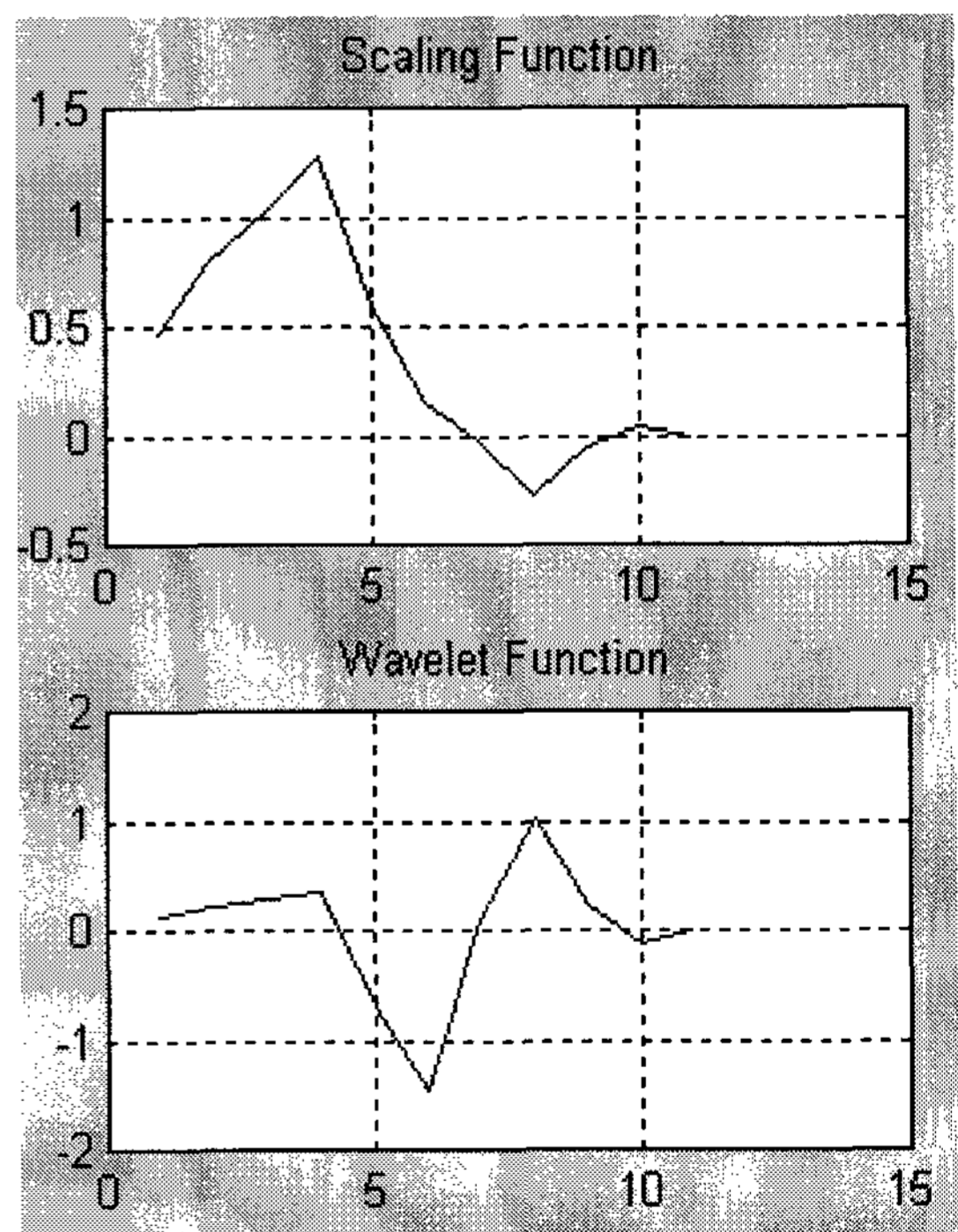


그림 4. 스케일링 함수와 웨이브릿 함수의 구현  
Fig.4. Implementation of scaling function and wavelet function.

주파수 편이 변조에서 2개의 반송파를 사용하였으나, 제안한 방법은 2개의 반송파 대신 스케일링 함수와 웨이브릿을 사용하며, 그림 5에서처럼 2진 입력에 대하여 1일 때는 버퍼에 스케일링 함수를 할당하고, 0일 때는 웨이브릿을 할당하며, 이를 수식으로 표현하면 식(11)과 같다.

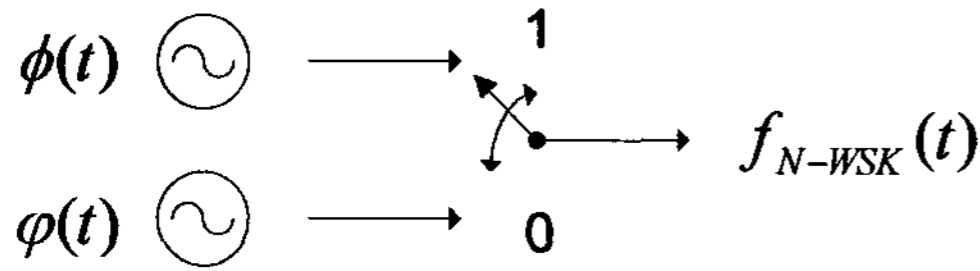


그림 5. 제안한 웨이브릿 편이 변조 알고리즘  
Fig.5. Proposed wavelet shift keying algorithm.

$$f_{N-WSK}(t) = \begin{cases} s_1(t) = \phi(t) & 0 \leq t \leq T, 1 \text{인 경우} \\ s_2(t) = \psi(t) & 0 \leq t \leq T, 0 \text{인 경우} \end{cases} \quad (11)$$

제안한 방법의 변조기 블록은 그림 6과 같다. 2진 입력 데이터는 변조를 조절하는 스케일 당 비트 수로 변환되어진다. 스케일링 함수와 웨이브릿 함수는 발생되어지고 매 스케일된 버전은 스케일링 층(scaling layer)에서 구동되어진다. 즉, X1인 경우, 2진(0,1) 데이터가 변조되고, X2인 경우, 4진(00,01,10,11) 데이터가 변조된다. 여기서 X1, X2, X3 ... XM은 스케일링 요소(scaling factor)를 나타낸다. X1(1비트 스케일)일 때, 입력 데이터가 0이면 버퍼에 스케일링 함수를 할당하고, 1일 때는 웨이브릿 함수를 할당한다. X2일 때는 4진 데이터 00, 01, 10, 11로 변조가 가능하다. 본 논문에서는 스케일링 요소는 X1, 즉 1비트 스케일(2진)로 가정하였다.

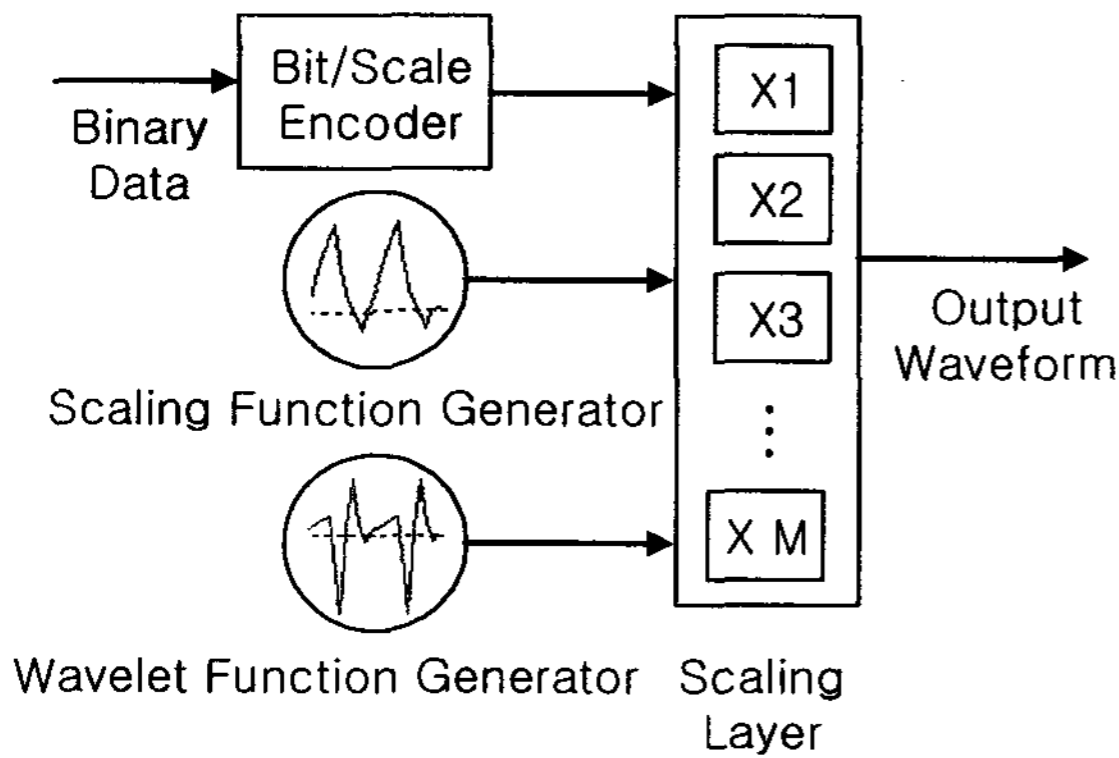


그림 6. 제안한 방법의 변조기  
Fig. 6. The modulator of the proposed method.

그림 7은 2진 입력 데이터가 1100101101일 때의 출력파형을 나타내었다. 여기서 스케일링 함수와 웨이브릿 함수가 서로 직교하고 이산적이기 때문에 동기를 쉽게 찾을 수 있음을 알 수 있다.

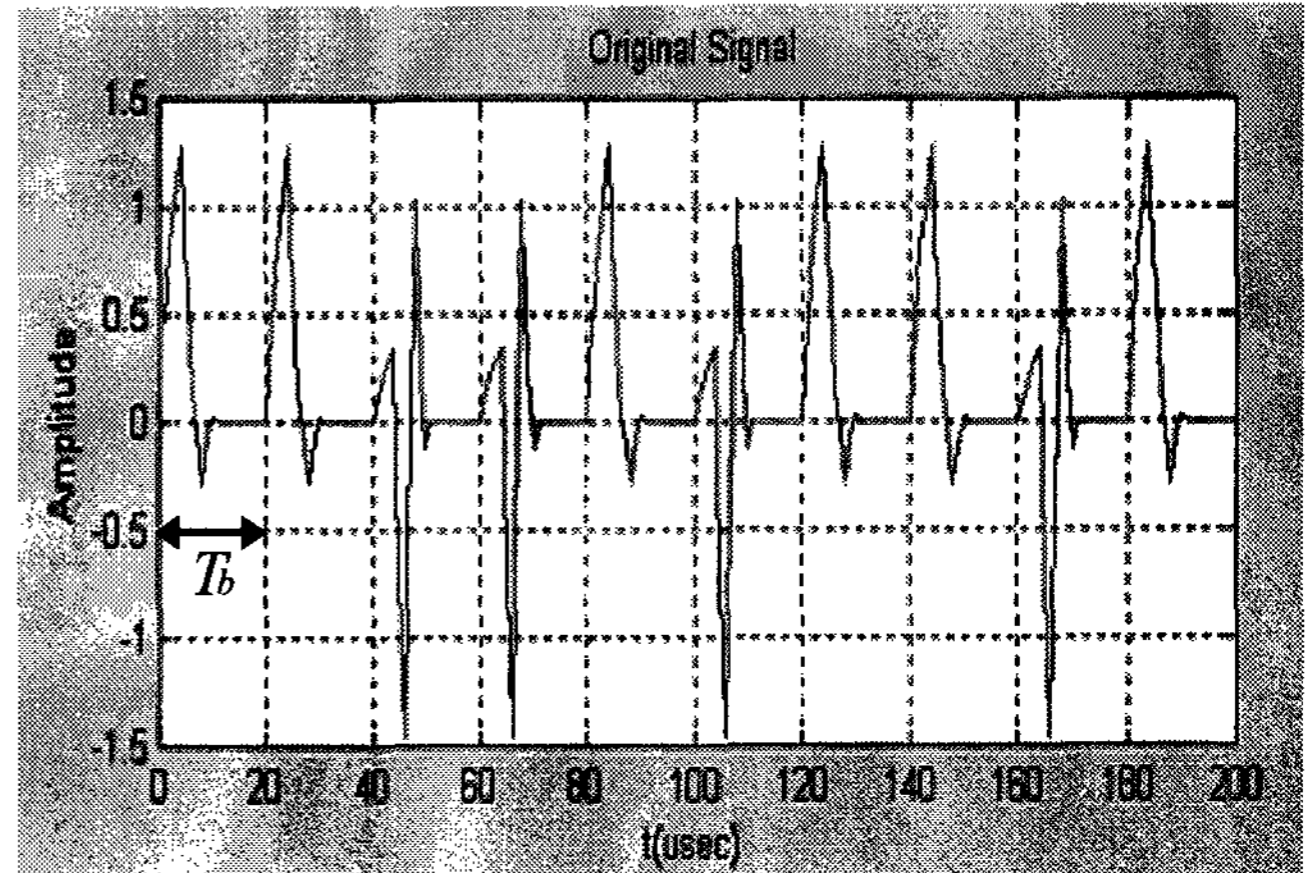


그림 7. 입력 데이터가 1100101101일 때 파형  
Fig. 7. The waveform for 1100101101.

### 3.2 복조기 알고리즘

제안한 웨이브릿 편이 변조에서 전송되는 데이터의 형태는 그림 7과 같다. 수신측에서 원래의 신호를 복원하기 위해서 그림 8과 같은 알고리즘을 사용하였다. 즉, 수신측에서는 전송되어온 정보를 버퍼에 입력받는다. 입력받은 데이터가 마지막이 될 때까지 그림 7에서의  $T_b$  주기동안 계수들의 평균값을 구하고, 문턱치(threshold)와 비교하여 문턱치보다 크면 1로 판단하고, 문턱치보다 작으면 0으로 판단한다. 그래서 원래의 신호를 복원할 수 있다. 이 과정을 입력 받은 데이터의 크기만큼 반복하면 원래의 신호를 복원할 수 있다. 이러한 복조기 과정을 그림 9에 나타내었다. 복원과정은 비동기식으로 구현이 가능하며, 그림 8과 같이 가능한 이유는  $\int_{-\infty}^{\infty} \phi(t)dt = 1$ 이고,  $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0$ 인 웨이브릿 고유의 특징 때문에 잡음에 강인해질 수 있다.

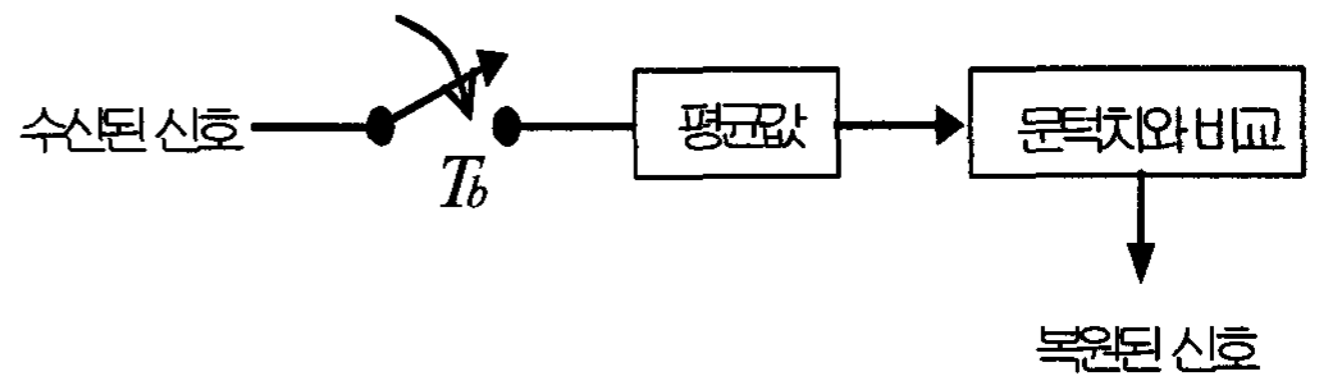


그림 8. 복원 알고리즘.  
Fig. 8. Algorithm of the reconstruction.

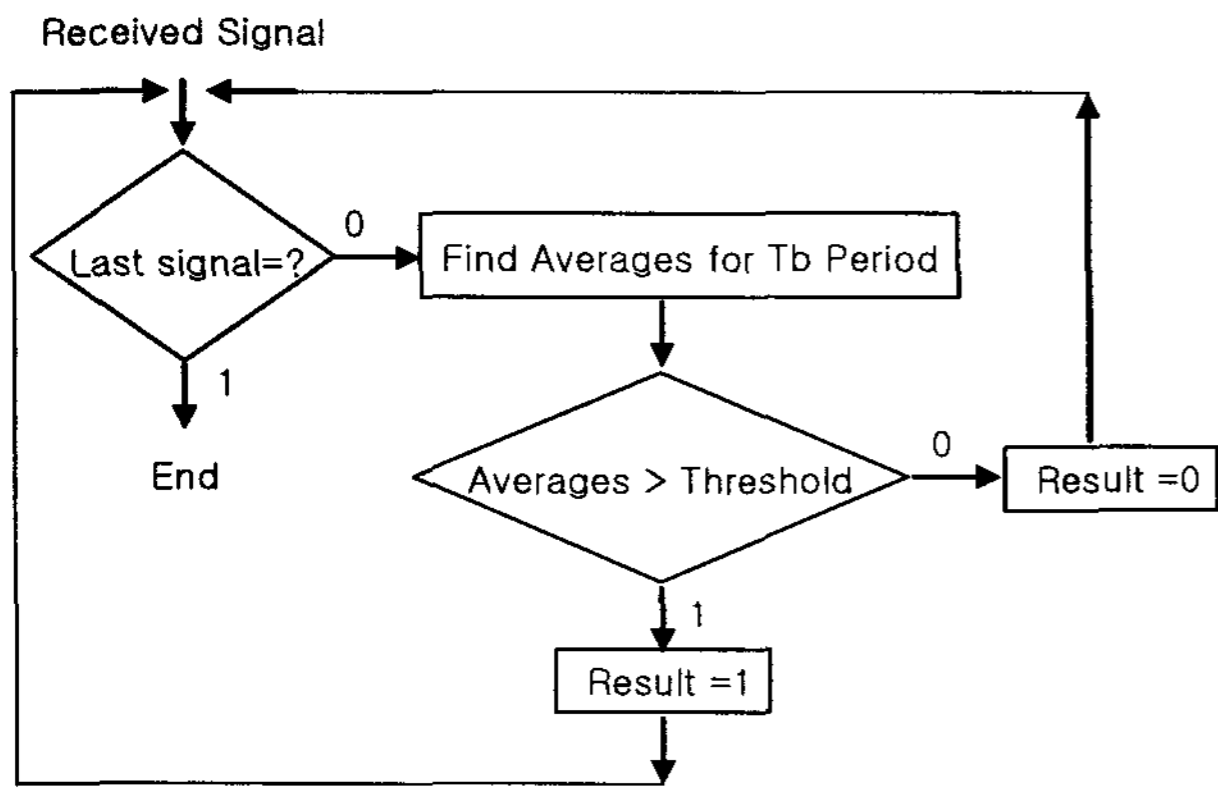


그림 9. 복조기 순서도  
Fig. 9. The flowchart of the reconstruction.

#### IV. 모의실험 및 결과

본 논문에서 사용한 웨이브릿은 Daubechies 4-탭을 사용하였다. 스케일링 함수와 웨이브릿 함수를 만들기 위하여, 먼저 입력이 1인 신호에 대하여 임펄스 함수를 구한다. 여기서 4개의 탭 계수가 출력된다. 출력된 계수들을 내삽(Interpolation)하면 7개의 탭 수가 되고, 다시 원래의 4-탭과 Convolution 하였다. 논문에 사용된 스케일링 함수와 웨이브릿 함수의 계수(coefficient)의 크기는 10개(M+N-1)를 사용하였다. 여기서 M은 도비치 4-탭이고, N은 내삽된 계수들의 크기이다.

그림 10은 원래신호를 10배 증폭한 후, 정수화하여 백색잡음(white gaussian noise)을 첨가한 신호를 나타내었다. 이는 통신채널에서 발생할 수 있는 잡음을 고려한 것이다.

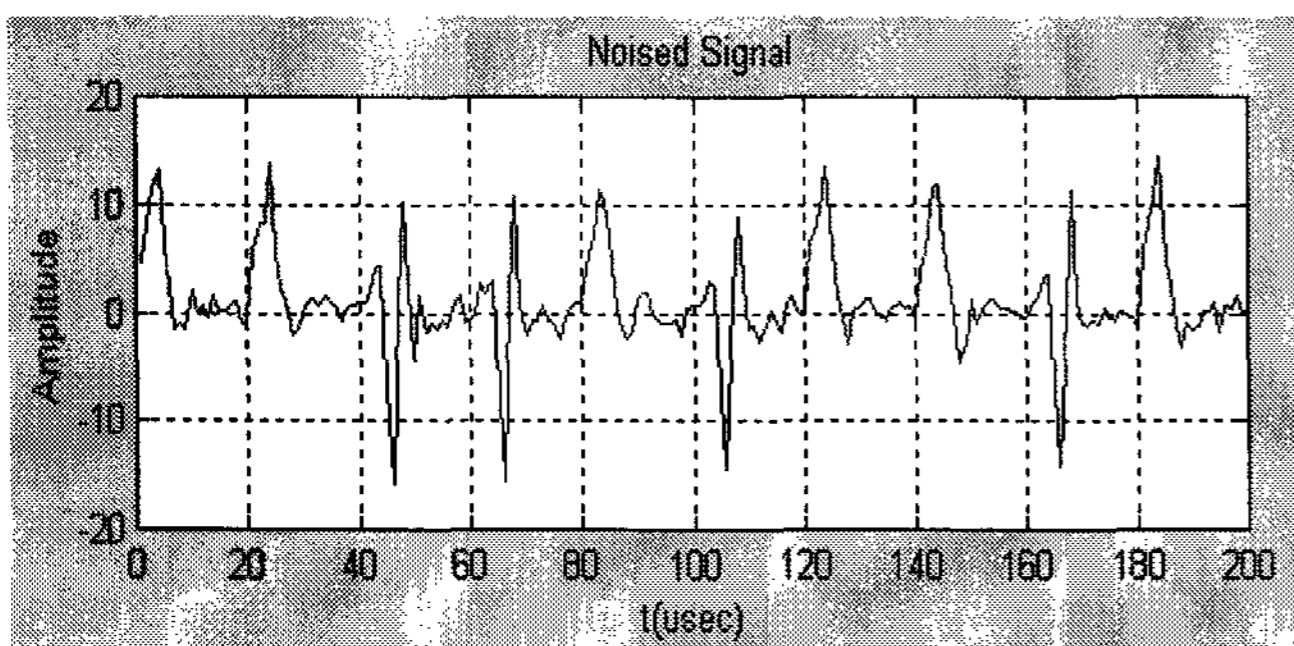


그림 10. 잡음이 첨가된 신호  
Fig. 10. Noised signal.

수신측에서 원래의 신호를 복원한 모의실험 결과를 그림 11에 나타내었다. 여기서 문턱치는 2로 모의실험 하였다. 그림(밑)에서 크기가 0.3으로 표현된 것이 원래의 신호가 0인 경우이다. 이는 그림 10에서 수신된 데이터 계수와 원

만한 비교를 위해, x축을 확장하는 과정에서 임의로 생긴 0과 구분하기 위해서이다. 여기서 2진 데이터 1100101101이 복조됨을 알 수 있고, 잡음에 강인함을 나타낸다.

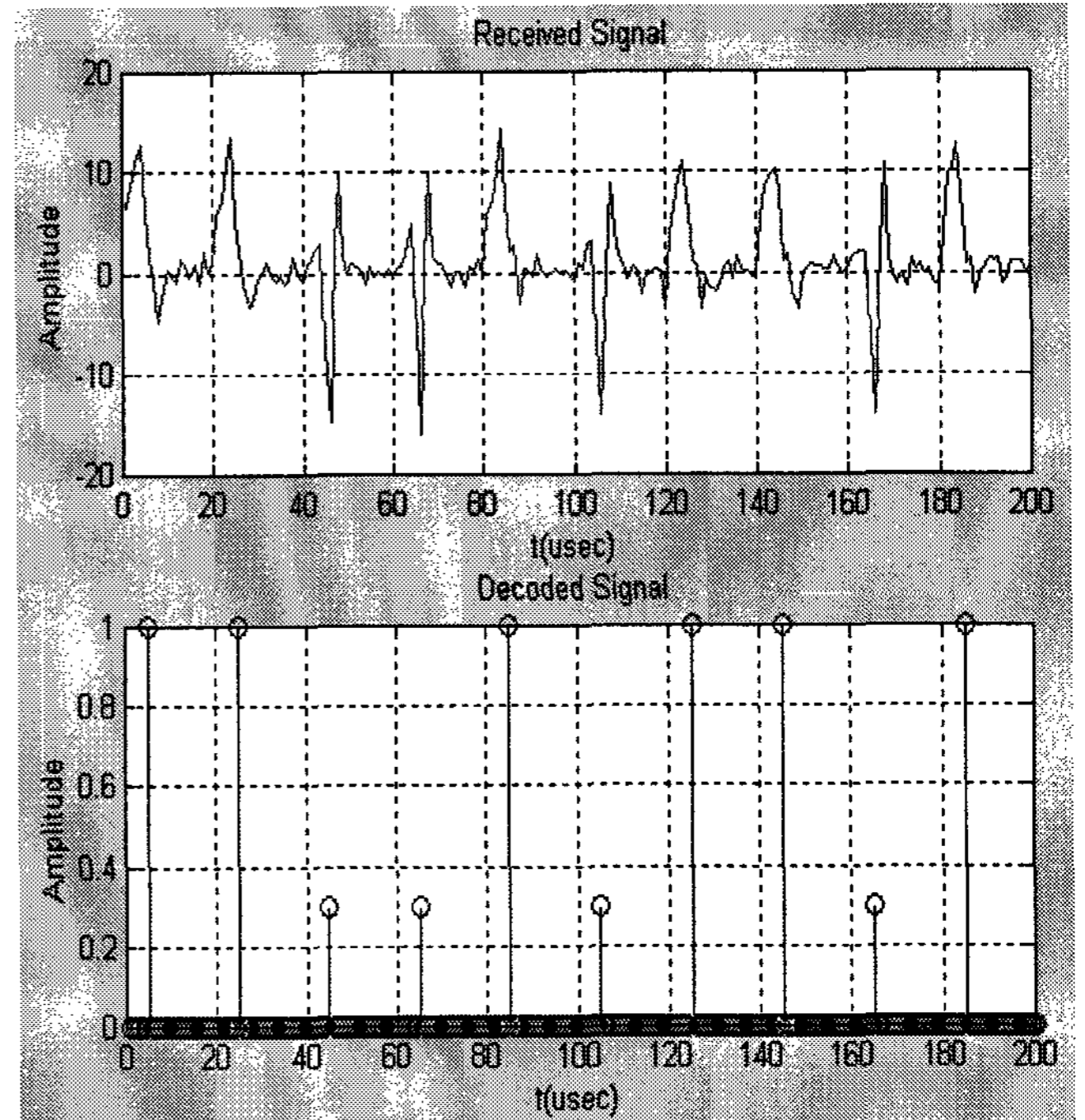


그림 11. 복원된 신호.

Fig. 11. Reconstructed signal.

표 1.은 문턱치에 따른 비트(bit) 에러율을 나타내었다. 여기서 에러율은 10회 반복하여 평균한 것으로 본 논문에서는 2를 사용하였다. 문턱치가 1,2,3일 때는 원래 신호를 완전하게 복원하였고, 문턱치가 0과 4일 때는 비트 에러율이 각각 10%와 35%로 나타났다.

표 1. 문턱치에 따른 비트 에러율(%)

Table 1. Bit error rate according to the threshold.

문턱치	비트 에러율(%)
0	10%
1	0%
2	0%
3	0%
4	35%

#### V. 결론

기존의 대표적인 통신방식으로 ASK, FSK, PSK 통신방식들이 있다. 그래서 J.Olive 등은 웨이브릿을 이용하여 동기

를 쉽게 맞출 수 있는 웨이브릿 편이 변조 방법을 제안하였다. J.Olive 등은 기존의 통신방식에서 반송파 주파수 대신 웨이브릿을 사용하여, 2진 입력에 대하여 위상 편이 변조방식을 사용하였다. 그리고 정 등[11]은 웨이브릿 편이 변조에서 잡음을 고려하지 않았다.

본 논문에서는 디지털 통신에서 스케일링 함수와 웨이브릿을 이용한 잡음에 강인한 새로운 웨이브릿 편이 변조 시스템을 제안하였다. 문턱치를 2로 설정하여 모의실험 결과 복조과정에서 원래 신호를 완전하게 복조하였고, 제안한 알고리즘이 잡음에 강인함을 확인하였다.

### 참 고 문 헌

- [1] M.Vetterli and C.Herley, "Wavelet and Filter Banks: Theory and Design," *IEEE Trans. Signal Proc*, vol. 40, no.9, Sept. 1992.
- [2] M. Antonini, M.Barlaud, P.Mathieu, and I.Daubechies, "Image Coding Using Wavelet Transform," *IEEE Trans. Image Proc*, vol. 1, no. 2, April 1992.
- [3] T.D Bui and G.Y. Chen, "Translation Invariant Denoising Using Multiwavelets," *IEEE Trans. Signal Proc* vol. 46, no. 12, pp.3414-3420, 1998.
- [4] C.Sidney, Ramesh A.Gopinath, and Haitao Guo, *Introduction to Wavelet and Wavelet Transforms*, Prentice-Hall, 1998.
- [5] Gregory W. Wornell, "Emerging Applications of Multirate Signal Processing and Wavelet in Digital Communication," *Proc. IEEE*, vol.84, no. 4, pp.586-603, April 1996.
- [6] Fred Daneshgaran and Marina Mondin, "Bandwidth Efficient Modulation with Wavelets," *IEEE Electronics Letters*, vol.30, no. 15, pp.1200-1202, July 1994.
- [7] N.J Fliege, *Multirate Digital Signal Processing*, JOHN WILEY & SONS, 1994.
- [8] 양원영, 조용수, *디지털 통신과 Matlab*, 대영사, 2001.6
- [9] 신윤기, *매트랩과 함께하는 통신이론*, 인터비전, 2005.
- [10] J.Olive, R.Shantha Selva Kumari, and V.Sadasivam, "Wavelet for Improving Spectral Efficiency in a Digital Communication System," *ICCIMA'05*, IEEE, 2005.
- [11] 정태일, 이호순, 권기룡, "스케일링 함수와 웨이브릿을 이용한 새로운 웨이브릿 편이변조," 한국멀티미디어학회 추계학술발표대회 논문집, 제9권, 제2호, pp. 207-210, 2006.



정 태 일 (Tae-Il Jeong)

1995년 부경대학교 전자공학과(공학사)  
 1997년 부경대학교 전자공학과(공학석사)  
 2001년 부경대학교 전자공학과(공학박사)

현재 동명대학교 정보통신공학과 전임  
 관심분야 : 신호처리, 멀티미디어 통신