

## Piping현상 발생에 미치는 투수계수비와 침투유속의 영향에 대한 연구

## The Influence of K-ratio and Seepage Velocity on Piping Occurrence

허경한\* · 장옥성\*\*

Huh, Kyung Han · Chang, Ock-Sung

## Abstract

In case of judging the stability of dike or dam structures which need hydraulic interception, the first thing to do is to examine whether a piping phenomenon occurred or not. Generally, dike or dam structures are constructed while layer compacting is executed, so permeability is likely to be anisotropic- different from each other in hydraulic conductivity in the horizontal direction [ $k_x$ ] and hydraulic conductivity in the vertical direction [ $k_y$ ]. This study looked into exit hydraulic gradient and Seepage velocity by conducting an Seepage analysis subsequent to various hydraulic conductivity ratios [ $k$ -ratio =  $k_y / k_x$ ] and examined the influence on piping by comparing & examining critical Seepage Velocity based on critical hydraulic gradient in theoretical equation and critical Seepage Velocity in empirical equation. As the research result, it was found that hydraulic conductivity ratio operates as a very important factor in case the stability against piping occurrence is considered with the concept of critical hydraulic gradient, but relatively the hydraulic conductivity ratio is very low in its importance in relation to the concept of critical Seepage Velocity.

**Key word** : Hydraulic Conductivity, Seepage Analysis, Critical Seepage Velocity, Critical Hydraulic Gradient, Seepage Velocity, Exit Hydraulic Gradient

## 요 지

차수성이 요구되는 제체나 댐체에 대하여 안정성을 판단하고자 할 경우 파이핑 현상발생 여부를 검토한다. 제체나 댐체는 층 다짐을 수행하면서 축조되므로 투수성은 수평방향 투수계수( $k_x$ )와 연직방향 투수계수( $k_y$ )가 서로 다른 이방성이 될 수 있다. 본 연구에서는 여러 가지 투수계수 비( $k$ -ratio =  $k_y / k_x$ )에 따른 침투해석을 수행하여 유출동수경사와 침투유속을 파악하고, 이론식에 의한 한계동수경사와 경험식에 의한 한계유속과 각각 비교·검토하여 파이핑에 미치는 영향을 검토하였다. 연구결과 투수계수 비는 한계동수경사 개념으로 파이핑 현상발생에 대한 안정성을 검토할 경우 매우 중요한 요소로 작용하나, 한계유속 개념에 대해서는 상대적으로 중요도가 매우 낮은 것으로 확인되었다.

**핵심 용어** : 투수계수, 침투해석, 한계유속, 한계동수경사, 침투유속, 유출동수경사

## 1. 서 론

본 연구대상의 그림 1은 경기도 ○○지역의 상수원 확보를 위하여 1968년도에 완공된 댐으로서 확장계획 당시를 기준으로 26년이 경과된 오래된 흙댐이다. 암반 상에 흙으로 축조된 본 댐은 특별한 침하현상이나 사면의 활동파괴 현상은 나타나지 않았으며, 댐 종축 상 중앙부 댐체의 하류쪽 사면 중상부인 14~16 m 높이에서 누수흔적이 관찰되었다. 이에 따라 댐의 안정성을 고려하여 만수위 상태로 담수하지 못하고 있었으며, 물 수요 충족을 위한 상수원 확보를 위해 댐을 승상(嵩上)하는 방안으로 저수용량 확대를 계획하였다.

따라서 본 연구에서는 기존 흙댐에 대한 침투해석을 수행하여 누수가 발생되었던 원인을 규명하고, 대책방안을 제시하

고자 하였다. 하천제방은 홍수상태에 따라서 수위의 변동이 심하고, 홍수지체 시간과 제체의 축조 재료에 따라서 정상류 상태(steady-states)와 일시적 흐름상태(transient conditions)의 침투해석 조건이 될 수 있다. 그림 1의 경우 수돗물 공급을 위한 상수원 확보용 댐으로서 수위변동의 차이가 심하지 않은 상태이므로 정상류 상태의 조건으로 가정하여 침투해석을 수행하였다.

## 2. 현장 조사 및 시험

기존 댐체 및 기초지반의 지반 공학적 특성을 파악하기 위하여 시추조사, 시험 굴 조사, 표준관입 시험, 현장투수 및 수압시험과 실내 투수시험을 수행하였다.

\*정회원 · 초당대학교 건설정보공학과 겸임교수 (E-mail:huh0392@naver.com)

\*\*한국해외기술공사 전문

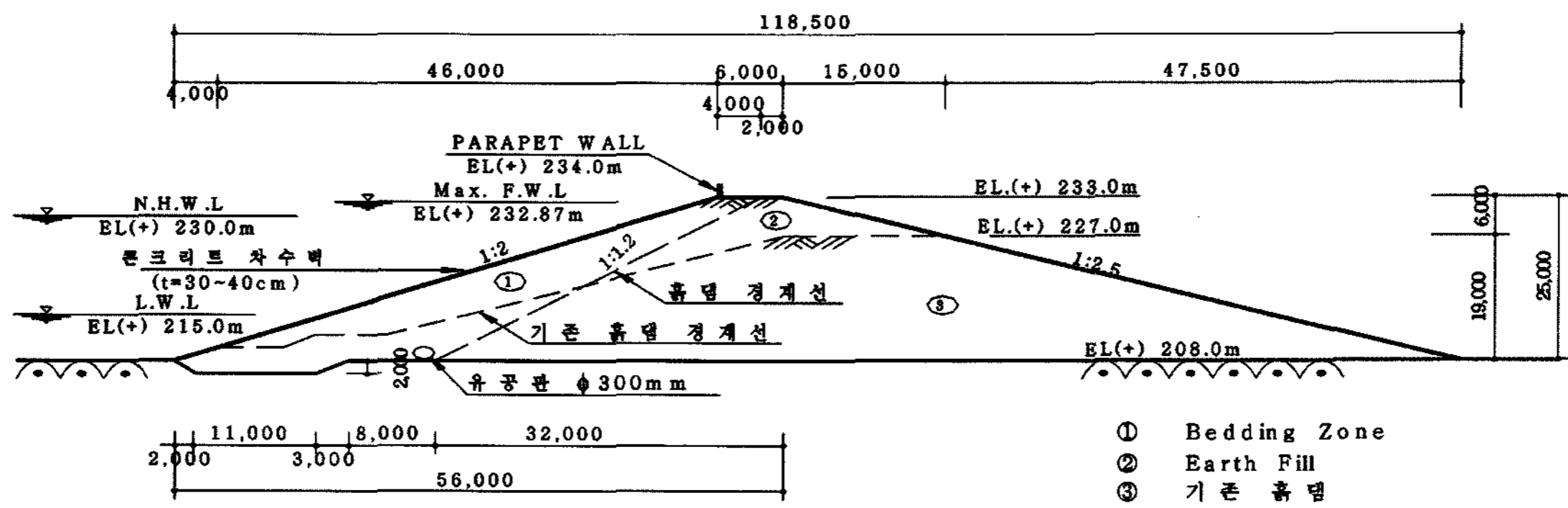


그림 1. 댐의 계획단면도

표 1. 실내 투수시험 결과

구분	w <sub>n</sub> (%)	OMC(%)	γ <sub>d</sub> max(t/m <sup>3</sup> )	투수계수(cm/sec)	
				90% 다짐 시	95% 다짐 시
시험 굴 조사	15.5	14.4	1.888	8.967×10 <sup>-5</sup>	7.775×10 <sup>-5</sup>
Block Sample	13.8	-	γ <sub>t</sub> = 1.875 γ <sub>d</sub> = 1.648 G <sub>s</sub> = 2.67	자연 상태의 시료	
				8.171×10 <sup>-5</sup>	

기존 댐체의 축조재료는 실트 섞인 세립내지 조립의 모래(SM)로서, 200번체 통과량은 20~30%, 균등계수(C<sub>u</sub>)는 28~30이고 비중(G<sub>s</sub>)은 2.67~2.68이다.

침투해석을 위하여 시험 굴 조사 시 채취한 불교란 시료(block sample)에 대하여 변수위투수시험을 수행하였으며, 교란시료에 대해서는 실내 다짐시험(D 다짐)을 실시하고, 90%와 95% 다짐에 대응하는 투수시험 시료를 성형하여 실내 투수시험을 실시한 결과는 표 1과 같다. 또한, 시추조사 시 수행한 현장 투수시험 결과 투수계수(k)는 9.573×10<sup>-5</sup>~5.268×10<sup>-4</sup> cm/sec로 측정되었다.

시추조사 결과 댐의 기초지반은 경기편마암복합체(Gyeonggi gneiss complex)에 해당하는 호상 편마암(banded gneiss)으로서 RQD는 70~100%의 범위로 양호한 상태이며, 현장 수압 시험결과 투수계수(k)는 5×10<sup>-6</sup>~1×10<sup>-5</sup> cm/sec로 측정 되었다

### 3. 침투 해석 이론

흙과 물은 비압축성이고 Darcy의 법칙이 성립한다는 가정 하에 침투 해석의 기본 방정식은 다음 식(3.1)과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + Q = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (1)$$

여기서, H = 전 수두(total head), k<sub>x</sub> = x 수평방향 투수계수(hydraulic conductivity in the x-direction), k<sub>y</sub> = y연직방향 투수계수(hydraulic conductivity in the y-direction), Q = 적용된 경계 유량(applied boundary flux), θ = 체적 함수비(volumetric water content), t = 시간(time)

식 1은 일정한 시간동안 단위체적에 유입되는 유입수량과 유출수량의 차이는 체적 함수량의 변화와 같다는 것이다. 정상류상태에서는 단위체적에 대한 유입수량과 유출수량은 어

느 시간에서도 같다. 즉 정상류 상태에서 침투해석의 경우 수두는 시간의 함수가 아니므로 시간에 따른 전 수두의 변화율은 0(零)이므로 식 1은 식 2와 같이 표현된다.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_x \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_y \frac{\partial H}{\partial y} \right) + Q = 0 \quad (2)$$

시간에 따라 수위변동이 심하다면 시간의존성 문제로 인식하여 일시적 흐름상태(transient conditions)에 대한 해석을 수행하여야 하나, 본 연구에서는 수위변동이 시간에 따라 심하지 않으므로 시간에 대한 비 의존성 문제로 인식하고 정상류상태(steady-states)의 침투해석을 수행하였다. 댐의 침투해석에 사용된 전산프로그램은 GEO-SLOPE International Ltd.에서 침투해석을 수행하기 위하여 개발한 SEEP/W(version 4.0)이다. 유한요소법을 적용한 본 프로그램의 특징은 정상류상태와 일시적 흐름상태의 해석뿐만 아니라 포화토 및 불포화토의 침투해석, 2차원 문제 및 축대칭 문제, 피 압대수층에서의 흐름 문제, 그리고 비등방성 투수층에 대한 침투해석이 가능하다는 것이다.

SEEP/W에서는 2차원 해석의 경우 요소두께는 모든 요소에서 일정하다는 가정 하에 다음 식 3과 같은 유한요소 방정식에 근거하여 침투 문제를 해석한다.

$$[K] \{H\} + [M] \{H\}. t = \{Q\} \quad (3)$$

여기서, [K] = 요소 특성 매트릭스(element characteristic matrix), [M] = 매스 매트릭스(mass matrix), {H} = 절점 수두 벡터(vector of nodal heads), {H}, t = ∂h/∂t = 시간에 따른 수두 변화(change in head with time), {Q} = 적용된 유량 벡터(applied flux vector)

식 3은 일시적 흐름상태의 침투해석(transient seepage analysis)의 일반적인 유한요소 방정식이다. 정상류상태의 침투해석(steady-states seepage analysis)의 경우 수두는 시간의

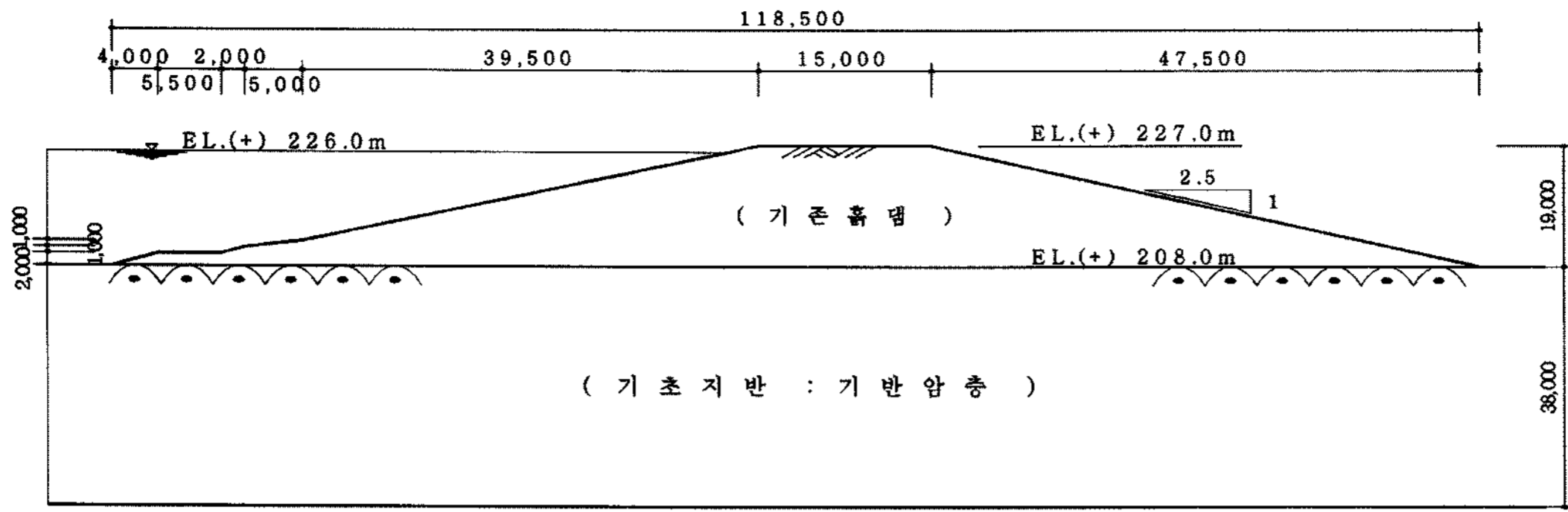


그림 2. 침투해석 대표단면

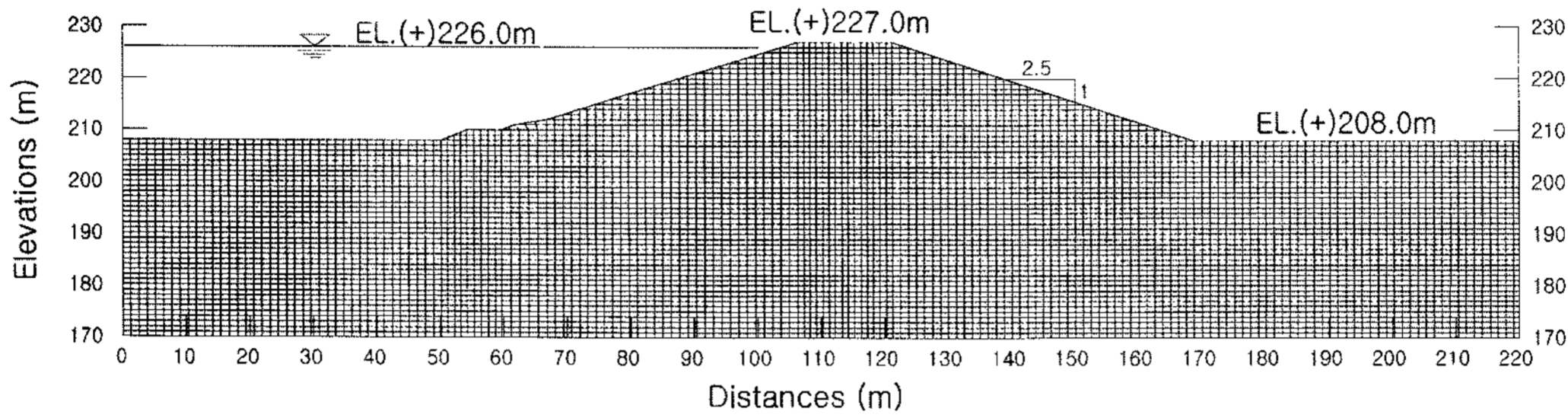


그림 3. 침투해석 유한요소 망

함수가 아니므로 시간에 따른 전수두 변화율이 0(零)이므로 유한요소 방정식은 식 4와 같이 표현된다.

$$[k]\{H\} = \{Q\} \quad (4)$$

#### 4 유한 요소법에 의한 침투해석

##### 4.1 유한요소 해석

유한요소 해석을 위한 기본 단면은 그림 2와 같다. 댐은 계곡부에 시공되어 있으므로 길이가 길고 단면이 일정하지 않은 3차원 형태의 단면으로 구성되어 있으나 누수의 흔적이 댐 축의 중간 정도에 있었음을 고려하고, 경계조건을 단순화하기 위하여 댐 축의 중간 부 최대 횡단면에 대하여 2차원 해석을 수행하였다. 또한, 침투해석을 위한 수위는 상류부는 EL.(+)226.0 m, 하류부는 EL.(+)208.0 m을 전 수두조건으로 하여 수두차이는 18 m로 설정하였다. 따라서 침투해석을 위한 기초지반 두께는 댐의 높이의 두 배 정도인 38 m로 설정하였다. 댐 저부인 지표면의 수평방향 경계면은 유한요소법에 의한 침투해석을 수행 하는 과정에서 해석 결과에 영향을 미치지 않는 범위로 설정 하였으며, 상·하류 측 사면선단으로부터 50 m로 설정하였다. 작성된 유한 요소망은 그림 3에 나타냈다.

##### 4.2 침투해석을 위한 입력 물성치

정상류 상태의 침투해석에 필요한 물성치는 수평방향 투수계수( $k_x$ )와 연직방향 투수계수( $k_y$ ) 및 수평방향의 투수계수에 대한 연직방향의 투수계수 비( $k\text{-ratio} = k_y/k_x$ )이다. 일시적 흐름 상태의 침투해석에서는 불포화토의 투수특성인 체적 함수비( $\theta = V_w/V$ )가 추가된다. 본 연구 대상의 댐은 정상류 상태의 조건이며, 현장 및 실내시험 결과 댐체의 투수계수( $k$ )는  $1 \times 10^{-4} \sim 5 \times 10^{-4}$  cm/sec 정도이고, 기초지반인 기반암층에서의

표 2. 침투해석 입력 물성치

구분	댐체 투수계수 (cm/sec)	기초지반 투수계수 (cm/sec)
경우 I	$1 \times 10^{-4}$	$5 \times 10^{-5}$
경우 II	$1 \times 10^{-4}$	$1 \times 10^{-4}$
경우 III	$5 \times 10^{-4}$	$5 \times 10^{-5}$
경우 IV	$5 \times 10^{-4}$	$1 \times 10^{-4}$

투수계수( $k$ )는  $5 \times 10^{-5} \sim 1 \times 10^{-4}$  cm/sec 정도이다. 따라서 각각의 투수계수를 표 2와 같이 조합하고,  $k\text{-ratio} = 1.0$ 인 경우에 대한 침투해석을 수행한 다음 유출 동수경사가 가장 크게 산정되는 경우에 대하여  $k\text{-ratio}$  를 변화시켜 가면서 침투 해석을 수행하였다.

##### 4.3 침투해석 결과

###### 4.3.1 침투해석 조건 설정

댐체와 기초지반에 대한 투수계수를 표 2와 같이 조합하고  $k\text{-ratio} = 1.0$ 인 경우에 대하여 정상류 상태의 조건으로 침투해석을 수행한 결과 산정된 유출동수경사(exit hydraulic gradient,  $i_e$ )와 침투유속은 표 3과 같다.

표 3에 나타나 있는 바와 같이 댐 체의 투수계수가 작고 기초지반의 투수계수가 큰 값으로 조합된 “경우 II”의 경우 유출동수경사( $i_e$ )가 0.616으로 가장 크게 산정되었다. 따라서 “경우II” 대응하는 투수계수를 적용하고, 댐체에 대해서는 충다짐을 수행하면서 댐체를 축조하므로 투수성은 이방성이 될 수 있다는 가능성을 고려하여  $k\text{-ratio}$ 를 표 4와 같이 일곱 단계로 구분하여 침투해석을 수행하였다.

###### 4.3.2 유선망

유선망(flow net)은 흐름 속을 흐르는 침투수의 전수두가 동

표 3. 유출동수경사 및 침투유속(k-ratio = 1.0)

구분	댐체 투수 계수 (k) (cm/sec)	기초 지반 투수 계수(k) (cm/sec)	유출 동수 경사 (i <sub>e</sub> )	침투 유속 (v) (cm/sec)
경우 I	1 × 10 <sup>-4</sup>	5 × 10 <sup>-5</sup>	0.540	5.116 × 10 <sup>-5</sup>
경우 II	1 × 10 <sup>-4</sup>	1 × 10 <sup>-4</sup>	0.615	6.304 × 10 <sup>-5</sup>
경우 III	5 × 10 <sup>-4</sup>	5 × 10 <sup>-5</sup>	0.475	2.120 × 10 <sup>-4</sup>
경우 IV	5 × 10 <sup>-4</sup>	1 × 10 <sup>-4</sup>	0.501	2.230 × 10 <sup>-4</sup>

표 4. k-ratio에 따른 침투해석 조건

구분	k-ratio (k <sub>y</sub> / k <sub>x</sub> )	구분	k-ratio (k <sub>y</sub> / k <sub>x</sub> )
1	0.25	5	1.50
2	0.50	6	2.00
3	0.67	7	4.00
4	1.00	-	-

일한 점을 연결한 등수두선(equi-potential line)과 등수두선에 직각 방향으로 흐르는 유선(flow line)으로 구성되는 곡선 군을 말한다. k-ratio = 1.0일 경우에 대한 침투해석 결과 작성된 유선망은 그림 4와 같으며, 등수두선에 나타난 수치는 각각 표고를 기준으로 한 전 수두를 나타내는 것이다.

#### 4.3.3 동수경사

물이 흙 속을 통과할 때 감소된 수두(Δh)를 통과한 거리(L)로 나눈 값을 유출동수경사(exit hydraulic gradient, i<sub>e</sub>)라 하며, 식 5와 같다.

$$i_e = \Delta h / L \quad (5)$$

여기서, i<sub>e</sub> = 유출동수경사, Δh = 감소된 수두, L = 물이 통과한 거리 상향의 침투가 발생할 때 침투압이 점점 더 커져서 흙 속의 유효응력이 0(零)이 될 때의 동수경사를 한계동수경사(critical hydraulic gradient, i<sub>cr</sub>)라 하며, 식 6과 같다.

$$i_{cr} = \frac{\gamma_{sub}}{\gamma_w} = \frac{G_s - 1}{1 + e} = (1 - n)(G_s - 1) \quad (6)$$

여기서, i<sub>cr</sub> = 한계동수경사, γ<sub>sub</sub> = 흙의 수중단위중량, γ<sub>w</sub> = 물의 단위중량 G<sub>s</sub> = 흙의 비중 e = 흙의 간극 비 n = 흙의 간극률(= e / (1 + e)).

식 6은 흙의 자중과 연직방향의 침투력이 평형이 된다는 가정 하에 유도된 것이며, 재료의 입경 및 입도분포, 입자 상호간의 마찰력과 점착력, 간극률과 투수계수 등이 고려되지 않았다. 일반적으로 흙의 한계동수경사(i<sub>cr</sub>)는 0.85~1.1의 범위(Das, M Braja)에 있다고 한다.

k-ratio = 1.0일 경우에 대한 침투해석 결과 유출 동수경사(i<sub>e</sub>)는 그림 5와 같다. 그림 5(a)는 댐 중심축으로 부터 하류 방향으로 거리에 따른 동수경사를 나타낸 것이며, 그림 5(b)는 댐 체의 하류사면 선단부에 대하여 동수경사가 동일한 점

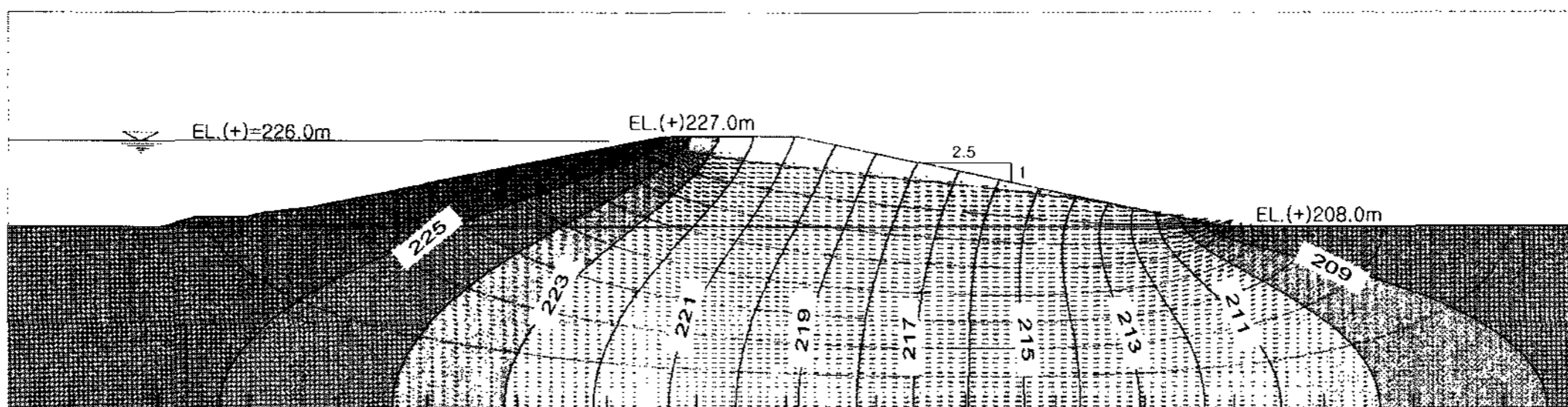
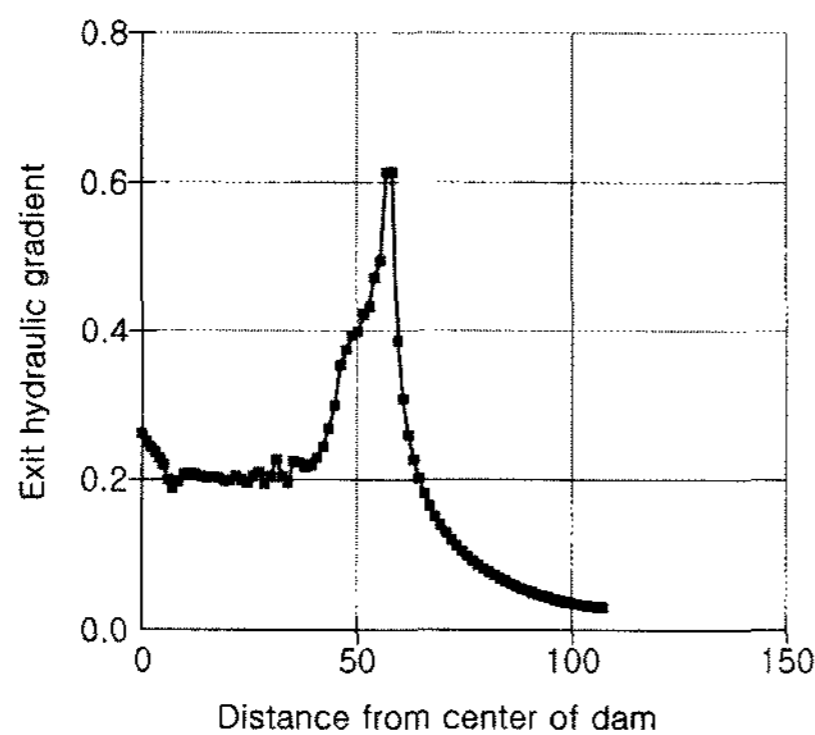
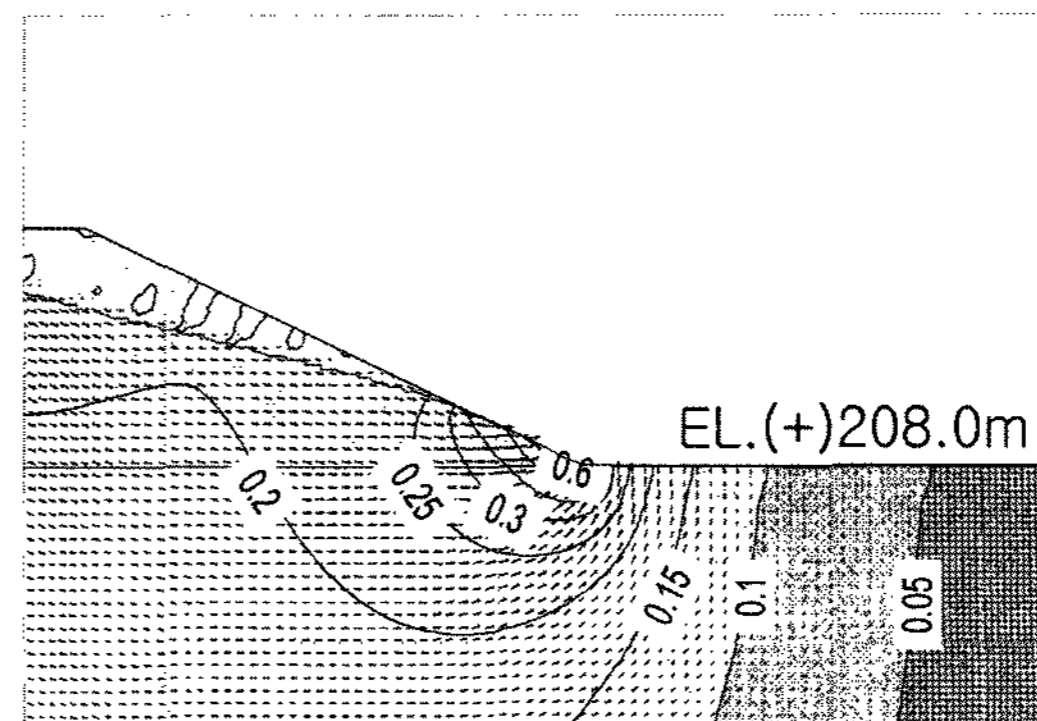


그림 4. 침투해석 대표 단면에 대한 유선망



(a) k-ratio=1.0



(b) k-ratio=1.0

그림 5. 기존 흙 댐의 유출 동수경사(k-ratio=1.0)

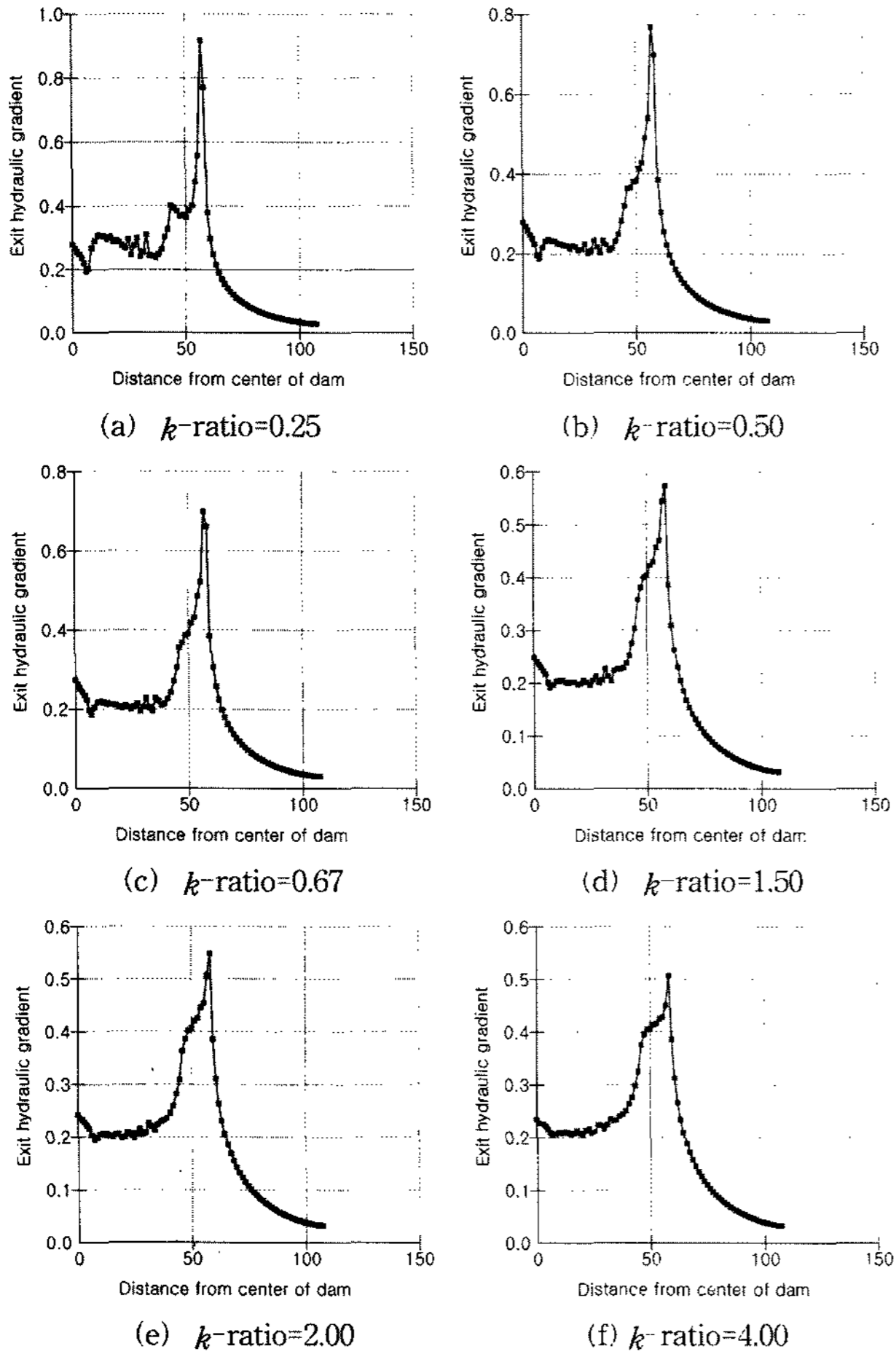


그림 6.  $k$ -ratio에 따른 유출 동수경사

표 5.  $k$ -ratio에 따른 최대 유출 동수경사( $i_{e \max}$ )

$k$ -ratio	최대 유출 동수경사	$k$ -ratio	최대 유출 동수경사
0.25	0.917	1.50	0.573
0.50	0.768	2.00	0.549
0.67	0.699	4.00	0.507
1.00	0.615	-	-

을 연결한 유출 동수경사의 등고선을 나타낸 것이다.

한편,  $k$ -ratio의 변화에 따른 유출 동수경사( $i_e$ )의 그래프는 그림 6에 나타나 있으며, 각각의 경우에 대한 최대 유출 동수경사( $i_{e \max}$ )는 표 5에 나타나 있다.

#### 4.3.4 침투수의 침투유속

물이 흙 속에서 흐를 때 실제의 평균 유속은 침투유속을 흙의 간극률로 나눈 값이며, 실제 침투 유속(seepage velocity,  $v_s$ )은 식 7과 같다.

$$v_s = v/n = k \cdot i/n \quad (7)$$

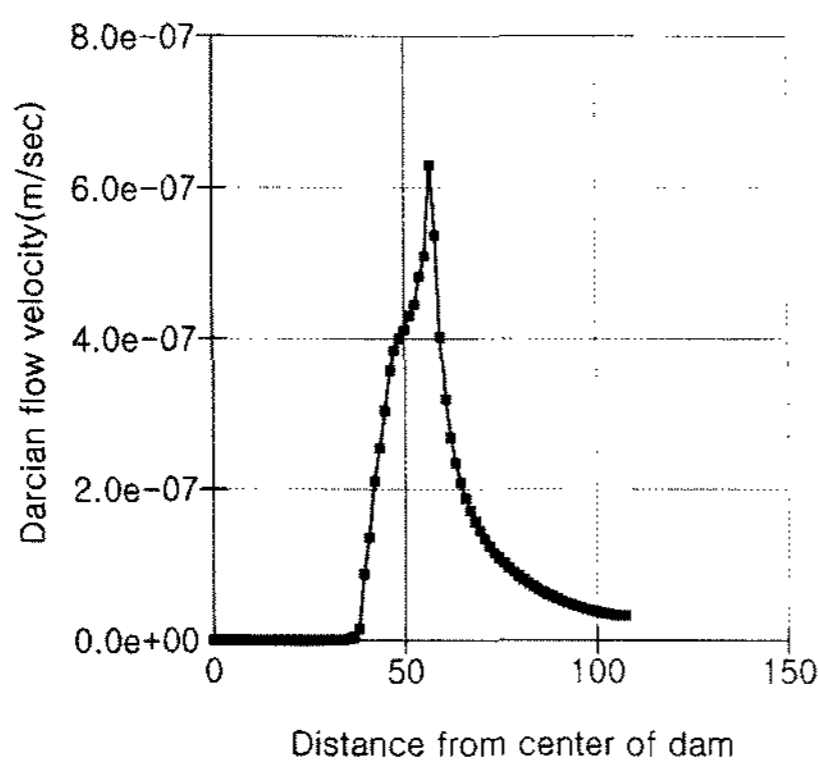
여기서,  $v_s$  = 실제 침투 유속,  $n$  = 간극률 (porosity),  $v$  = 침투 유속,  $k$  = 투수계수 (hydraulic conductivity),  $i$  = 동수경사 (hydraulic gradient)  $k$ -ratio = 1.0일 경우에 대한 침투해석 결과 침투유속( $v$ )은 그림 7과 같다. 그림 7(a)는 댐 중심축으로 부터 하류 방향으로 거리에 따른 침투유속을 나타낸 것이며, 그림 7(b)은 댐체의 하류사면 선단부에 대하여 침투유속이 동일한 점을 연결한 침투 유속의 등고선을 나타낸 것이다. 한편,  $k$ -ratio의 변화에 따른 침투유속( $v$ )의 그래프는 그림 8과 같고, 각각의 경우 간극률( $n=0.383$ )을 고려하여 식 7에 의해 산정된 침투수의 실제 최대 침투유속( $v_{s \max}$ )는 표 6에 나타나 있다.

#### 4.4 침투해석 결과 분석

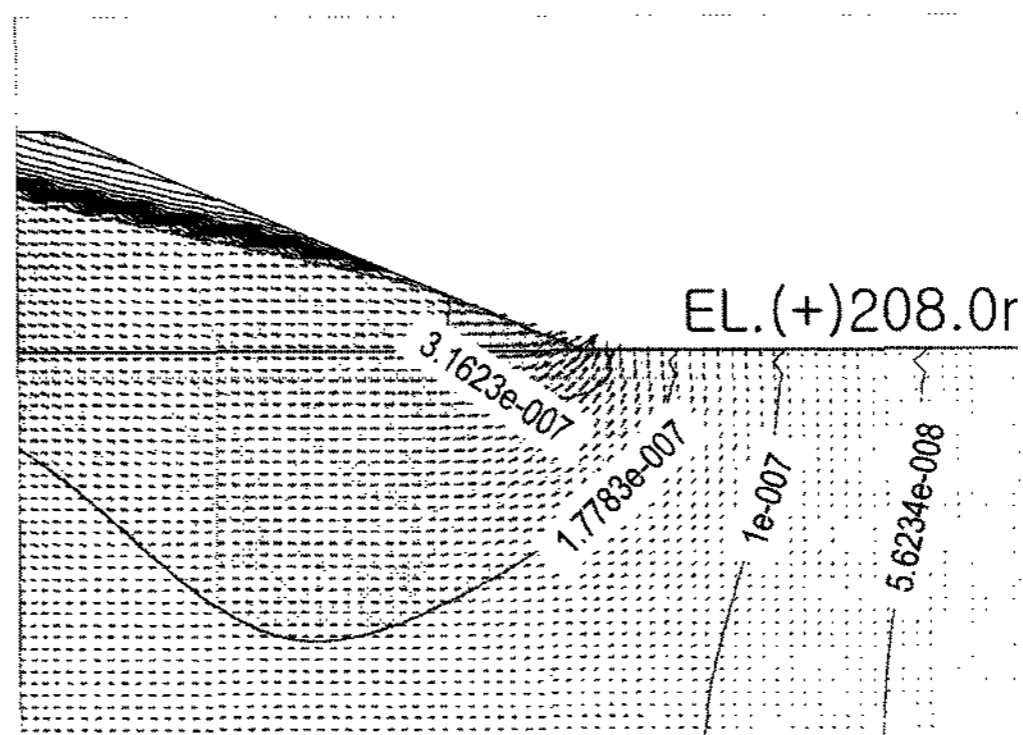
4.4.1 침투수에 대하여 한계 동수경사에 의한 안정성 검토  
상향의 침투가 발생할 때 침투압이 점점 더 커져서 흙 속의 유효응력이 0(零)이 될 때의 동수경사를 한계동수경사 (critical hydraulic gradient,)라 하며 식 8과 같이 표현 된다.

$$i_{cr} = \frac{\gamma_{sub}}{\gamma_w} = \frac{G_s - 1}{1 + e} = (1 - n)(G_s - 1) \quad (8)$$

여기서,  $i_{cr}$  = 한계 동수경사,  $\gamma_{sub}$  = 흙의 수중 단위중량,  $\gamma_w$  = 물의 단위중량  $G_s$  = 흙의 비중,  $e$  = 흙의 간극 비,  $n$  = 흙의 간극률 =  $e/(1 + e)$  파이핑 현상 발생에 대한 안전율은



(a)



(b)

그림 7. 침투수의 침투유속( $v$ )

표 6. k-ratio에 따른 침투유속 및 실제 최대 침투유속

(단위 : cm/sec)

k-ratio	침투 유속 (v)	실제최대침투 유속 (v <sub>s max</sub> )	k-ratio	침투 유속 (v)	실제최대침투 유속 (v <sub>s max</sub> )
0.25	7.009 E-05	1.830 E-04	1.50	6.177 E-05	1.613 E-04
0.50	6.627 E-05	1.730 E-04	2.00	6.111 E-05	1.596 E-04
0.67	6.475 E-05	1.691 E-04	4.00	6.012 E-05	1.570 E-04
1.00	6.304 E-05	1.646 E-04	-	-	-

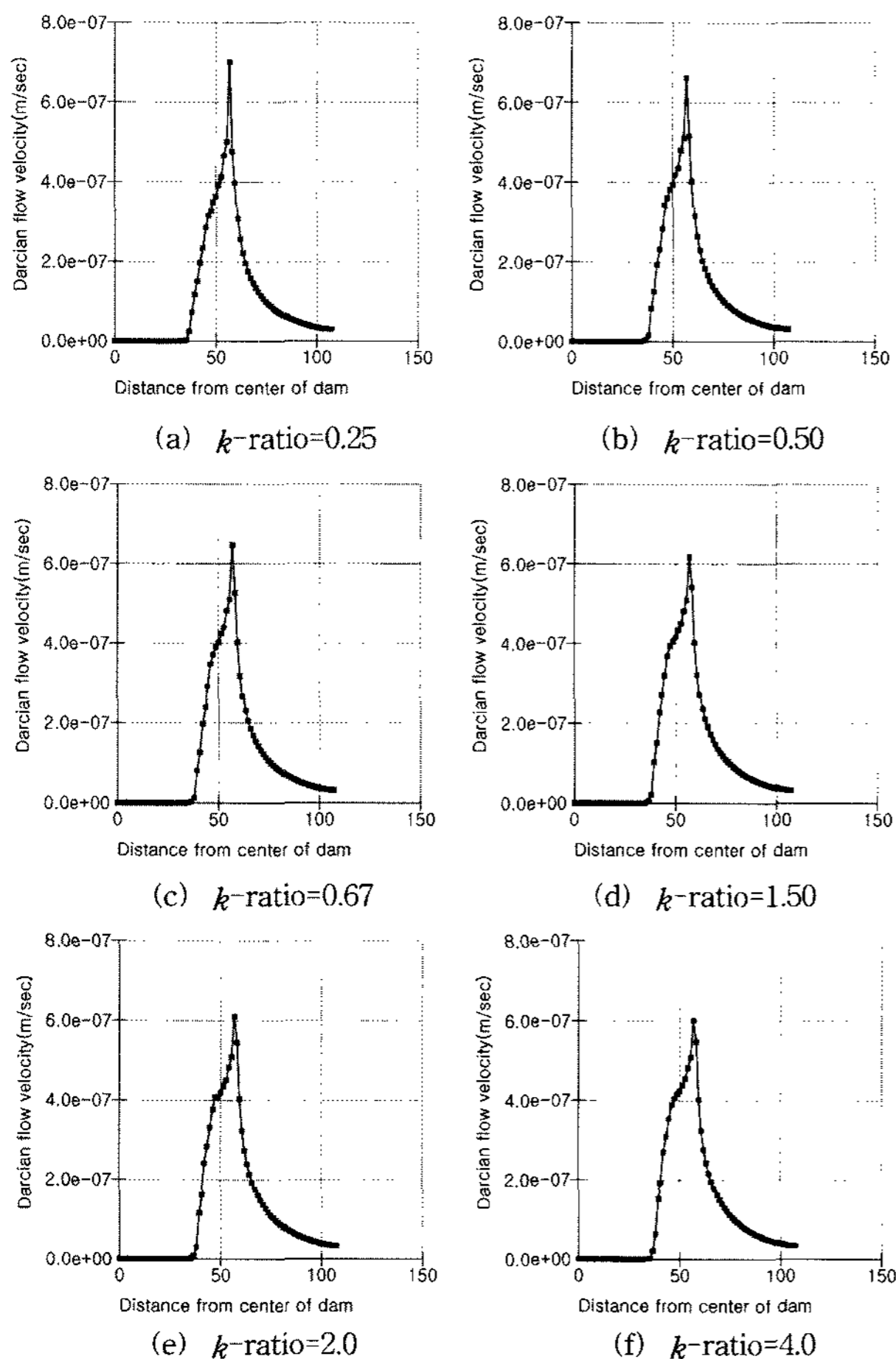


그림 8. k-ratio에 따른 침투수의 침투유속

식 9와 같다.

$$F_s = \frac{i_{cr}}{i_e} \tag{9}$$

여기서,  $F_s$  = 안전율,  $i_{cr}$  = 한계 동수경사,  $i_e$  = 유출 동수경사 (=  $\Delta h/L$ )  $\Delta h$  = 감소된 수두,  $L$  = 물이 통과한 거리 파이핑에 대한 허용 안전율은 실제의 흙이 비 균질인 입자들로 구성되

표 7. 파이핑에 대한 허용 안전율( $F_{sa}$ )

제안자	허용 안전율
Terzaghi (1922)	4.0
Harza (1935)	3.0 ~ 4.0
Roy E·Hunt	3.0
Harr (1962)	4.0 ~ 5.0
NAVFAC DM-7.1	2.0
댐 설계 기준 (2003)	2.0

어 있는데 대한 안전 여유가 고려되어 매우 크게 적용되고 있다. 학자들에 따라서도 매우 크게 차이가 나고 있으며 이를 요약하면 표 7과 같다. 댐 체에서 채취한 불교란 시료의 건조 단위중량( $\gamma_d$ )으로 부터 간극 비( $e$ )를 구하고, 식 8로부터 한계 동수경사( $i_{cr}$ )를 산정하였다. 흙의 건조 단위중량은 식 10과 같이 표현된다.

$$\gamma_d = \frac{G_s}{1+e} \gamma_w \tag{10}$$

여기서,  $\gamma_d$  = 흙의 건조 단위중량,  $G_s$  = 흙의 비중,  $e$  = 흙의 간극비,  $\gamma_w$  = 물의 단위중량 식 10에 물의 단위중량( $\gamma_w = 1.0 \text{ t/m}^3$ ), 흙의 건조 단위중량( $\gamma_d = 1.648 \text{ t/m}^3$ )과 흙의 비중 ( $G_s = 2.67$ )을 대입하여 정리하면 흙의 간극비( $e$ )는 0.62로 산정된다. 산정된 흙의 간극비를 식 8에 대입하여 정리하면 한계 동수경사( $i_{cr}$ )는 1.03으로 산정되고 흙의 간극률( $n$ )은 0.383으로 산정된다.

일반적으로 흙의 한계동수경사( $i_{cr}$ )는 0.85~1.1의 범위에 있다는 것을 고려해 볼 때 본 기존 흙댐에 대하여 산정된 한계 동수경사( $i_{cr}$ ) 1.03은 합리적인 것으로 판단되어 본 댐의 파이핑에 대한 안정성 검토를 위한 한계동수경사( $i_{cr}$ )는 1.03으로 설정하였다.

파이핑 현상 발생에 대한 안전율( $F_s$ )은 한계 동수경사( $i_{cr}$ )를 최대 유출 동수경사( $i_{emax}$ )로 나눈 값을 말한다. 침투해석 결과  $k\text{-ratio} = 4.0$ 일 때 안전율( $F_s$ )은 2.032로 나타났으며, 그 이외의 경우 안전율( $F_s$ )은 1.123~1.876정도로서  $k\text{-ratio} = 4.0$ 일 경우를 제외하고서는 전반적으로 표 7에 제시되어 있는 최소한의 안전율( $F_s$ )인 2.0 보다도 작게 산정되었다. 따라서 본 연구대상의 기존 흙댐은 파이핑 현상발생 가능성이 있는 것으로 나타났다.  $k\text{-ratio}$ 에 따른 안전율은 표 8에 나타나 있으며,  $k\text{-ratio}$ 와 최대 유출 동수경사 및 안전율과의 관계 그래프는 그림 9와 같다.

표 8. 파이핑 현상 발생에 대한 안전율

구분	k-ratio	최대유출동수경사	한계동수경사	안 전 율
1	0.25	0.917	1.03	1.123
2	0.50	0.768	1.03	1.341
3	0.67	0.699	1.03	1.474
4	1.00	0.615	1.03	1.675
5	1.50	0.573	1.03	1.798
6	2.00	0.549	1.03	1.876
7	4.00	0.507	1.03	2.032

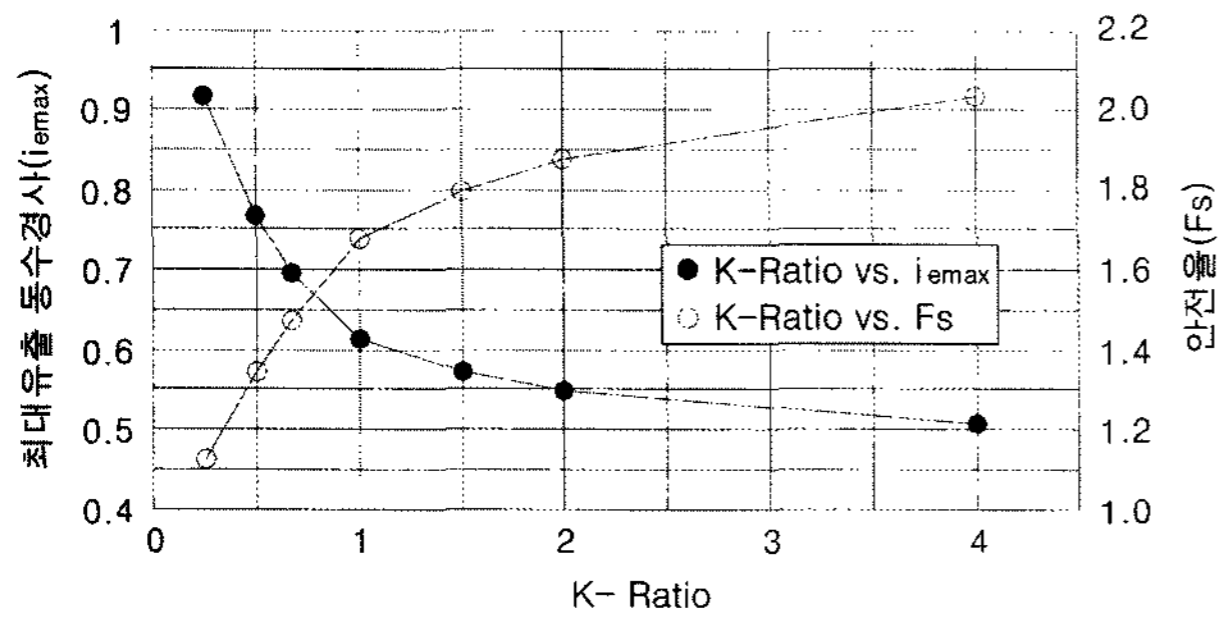


그림 9. k-ratio와 동수경사 및 안전율 관계 그래프

#### 4.4.2 침투수에 대하여 한계유속에 의한 안정성 검토

흙속에서 침투수의 실제 침투유속(seepage velocity,  $v_s$ )이 커지게 되면 흙 입자가 이동하여 파이 핑(piping)현상이 발생하게 되는데 파이핑 현상이 발생되기 시작할 때의 침투유속을 침투유속의 한계치인 한계유속(critical seepage velocity,  $v_c$ )이라 한다. 따라서 실제 침투유속이 한계유속을 초과하게 되면 파이핑 현상이 발생한다. 한계유속에 대해서는 Justin(1923)에 의해 처음으로 제안 되었으며, 한계유속은 흙 입자의 입경의 함수로 표현된 한계유속과 투수계수의 함수로 표현된 한계유속의 두 가지로 구분된다.

Justin(1923)에 의해 처음으로 제안된 한계유속에 관한 식은 여러 연구자들이 실험을 통해 검증한 결과 실제보다 과대 평가되고 있다고 한다. 또한 혼합입경 시료의 한계유속으로서 Koslova가 제안한 식이 있으며, Justin(1923)식에 비해 과대 평가의 비율이 작다고 한다. Richardson(1961)은 구를 물에 떨어 떨어했을 때의 침강속도는 그 구의 입경의 제곱에 비례한다는 Stoke의 법칙(Stoke's law)에 근거하여 여러 개의 흙 입자의 간섭침강을 고려한 한계유속의 식을 제안하였다.

$$\text{Justin(1923)의 제안 식 } v_{cr} = \sqrt{\frac{2}{3}(G_s - 1) d g} \quad (11)$$

여기서,  $v_{cr}$  = 한계유속(critical seepage velocity, cm/sec),  $G_s$  = 토립자의 비중,  $d$  = 토립자의 입경(cm),  $g$  = 중력 가속도( $\text{cm/sec}^2$ )

표 9. 토립 자의 입경에 대한 한계유속(cm/sec), (Justin의 제안식)

입 경(mm)	0.001	0.002	0.005	0.01	0.02	0.05	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0
한계 유속	0.33	0.474	0.739	1.05	1.48	2.34	3.30	4.67	7.39	10.45	14.78
보 정 한계 유속	$3.30 \times 10^{-3}$	$4.74 \times 10^{-3}$	$7.39 \times 10^{-3}$	$1.05 \times 10^{-2}$	$1.48 \times 10^{-2}$	$2.34 \times 10^{-2}$	$3.30 \times 10^{-2}$	$4.67 \times 10^{-2}$	$7.39 \times 10^{-2}$	$1.05 \times 10^{-1}$	$1.48 \times 10^{-1}$

표 10 토립자의 입경에 대한 한계유속(cm/sec), (Koslova의 제안식)

입 경(mm)	0.001	0.002	0.005	0.01	0.02	0.05	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0
한계유속 (D = 0.2mm)	$2.67 \times 10^{-7}$	$1.14 \times 10^{-6}$	$1.06 \times 10^{-5}$	$9.10 \times 10^{-5}$	$1.14 \times 10^{-3}$	$4.13 \times 10^{-2}$	$6.53 \times 10^{-1}$	$1.04 \times 10^1$	$4.06 \times 10^2$	$6.50 \times 10^3$	$1.04 \times 10^5$
한계유속 (D = 0.5mm)	$2.61 \times 10^{-7}$	$1.06 \times 10^{-6}$	$7.15 \times 10^{-6}$	$3.64 \times 10^{-5}$	$2.70 \times 10^{-4}$	$7.15 \times 10^{-3}$	$1.07 \times 10^{-1}$	$1.67 \times 10^0$	$6.51 \times 10^1$	$1.04 \times 10^3$	$1.66 \times 10^4$

표 11. 토립자의 입경에 대한 한계유속(cm/sec), (Richardson의 제안식)

입 경(mm)	0.001	0.002	0.005	0.01	0.02	0.05	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0
한계 유속	$1.05 \times 10^{-6}$	$4.20 \times 10^{-6}$	$2.62 \times 10^{-5}$	$1.05 \times 10^{-4}$	$4.20 \times 10^{-4}$	$2.62 \times 10^{-3}$	$1.37 \times 10^{-2}$	$9.14 \times 10^{-2}$	$8.01 \times 10^{-1}$	$2.25 \times 10^0$	$3.53 \times 10^0$

$$\text{Koslova의 제안 식 } v_{cr} > 2.6 d^2 \left( 1 + 1000 \frac{d^2}{D^2} \right) \quad (12)$$

여기서,  $v_{cr}$  = 한계 유속(mm/sec),  $d$  = 입자의 토립자 입경 (mm),  $D$  = 재료의 평균 입경(mm)

Richardson(1961)의 제안식  $R_e \leq 1.0$ 일때

$$v_n = \frac{n^{1/m}}{18\mu} (G_s - 1) d^2 g \quad (13)$$

$R_e > 1.0$ 일 때

$$v_n = n^{1/m} \sqrt{\frac{4}{3C_D} (G_s - 1) d g} \quad (14)$$

여기서,  $R_e < 0.21/m = 4.65$ ,  $0.2 < R_e < 1.01/m = 4.36$ ,  $R_e^{-0.03} \cdot 0.1 < R_e < 5001/m = 4.45$ ,  $R_e^{-0.1}$ ,  $500 < R_e < 70001/m = 2.36$

$R_e$  = Reynold's Number (=  $v_c d/\mu$ ),  $d$  = 토립자의 입경(cm)

$v_c$  = 단일 입자의 한계유속(cm/sec) =  $1/18\mu(G_s - 1)d^2 g$

$\mu$  = 20°C의 물의 동 점성계수 (=  $1.02 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{sec}$ )

$n$  = 흙의 간극률,

$v_n$  = 간극률  $n$  일때의 한계유속(cm/sec)

$m$  = Reynold's Number에 의해 정해 지는 지수

$G_s$  = 토립 자의 비중

$g$  = 중력 가속도( $\text{cm/sec}^2$ )

$C_D$  = 저항 계수(Reynold's Number의 함수), =  $24/R_e + 3/\sqrt{R_e} + 0.34$

식 11로 부터 비중( $G_s$ )이 2.67인 흙에 대하여 각각의 토립자의 입경에 대한 한계유속( $v_{cr}$ )을 산정하면 표 9와 같다. 하야시 마사오(1978)는 Justin의 기준은 과대평가되어 있어 적어도 한 자리 수는 작게 보아야 한다고 했으며, 우리나라 댐 설계기준(2003)에서는 실제의 침투유속이 한계유속의 1/100 이하가 되도록 제시하고 있다. 본 논문에서는 우리나라 댐 설계기준(2003)에 근거하여 한계유속을 1/100로 보정하여 표 9에 나타냈으며, 그림 10에 나타나 있다.

식 12로 부터 재료의 평균입경( $D_{50}$ )이 0.2~0.5 mm인 흙에 대하여 각각의 토립자의 입경에 대한 한계유속( $v_{cr}$ )을 산정하면 다음 표 10과 같고, 그림 10에 나타나 있다.

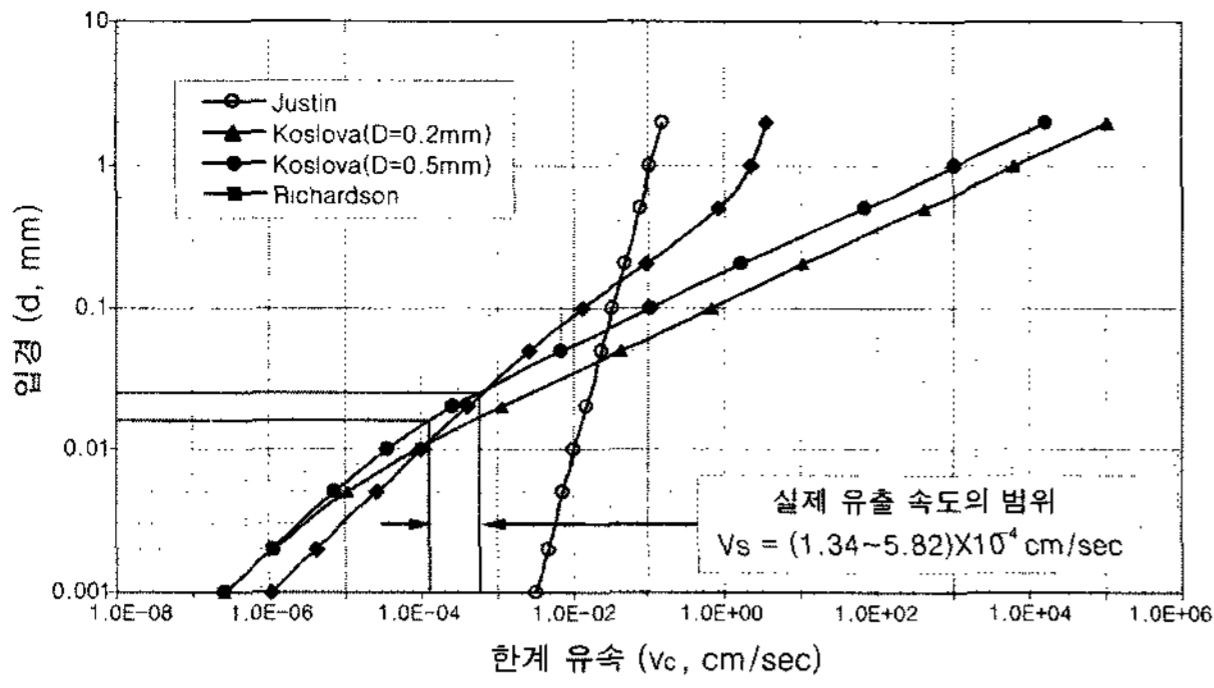


그림 10 토립 자의 입경에 대한 한계 유속( $v_c$ )

식 12과 식 14로부터 비중( $D_{50}$ )이 2.67이고 간극률( $n$ )이 0.383인 흙에 대하여 각각의 토립자의 입경에 대한 한계유속( $v_{cr}$ )을 산정하면 다음 표 11과 같고, 그림 10에 나타나 있다.

투수계수의 함수로 표현된 한계유속 투수계수의 함수로 표현된 한계유속은 Sichardt(1928), Abramov(1952) 및 Schmieder(1966)등에 의하여 다음과 같이 제시되었다.

$$\text{Sichardt(1928)의 제안식 } V_{lim} = 6.6 \times 10^{-2} \sqrt{k} \quad (15)$$

$$\text{Abramov(1952)의 제안식 } V_{lim} = 3.2 \times 10^{-23} \sqrt{k} \quad (16)$$

$$\text{Schmieder(1966)의 제안식 } V_{lim} = 5.0 \times 10^{-2} \sqrt{k} \quad (17)$$

여기서,  $V_{lim}$  = 한계 유속(limit velocity, m/sec),  $k$  = 투수계수 (m/sec)

Schmieder(1975) 등은 우물의 스크린(screen of a well) 주위의 토립자들에 작용하는 침투압에 대한 실험과 연구로부터 한계유속은 간극률에 비례할 뿐만 아니라 물과 토립자의 비중 및 유효입경으로 구성된 관계식의 평방근에 비례한다고 하였으며, 식 18과 같이 나타냈다.

$$v_{cr} = C_n \sqrt{\frac{\gamma_s - \gamma_v}{\gamma_v} D_h} \approx 2 \sqrt{D_h} = 0.2^4 \sqrt{k} \quad (18)$$

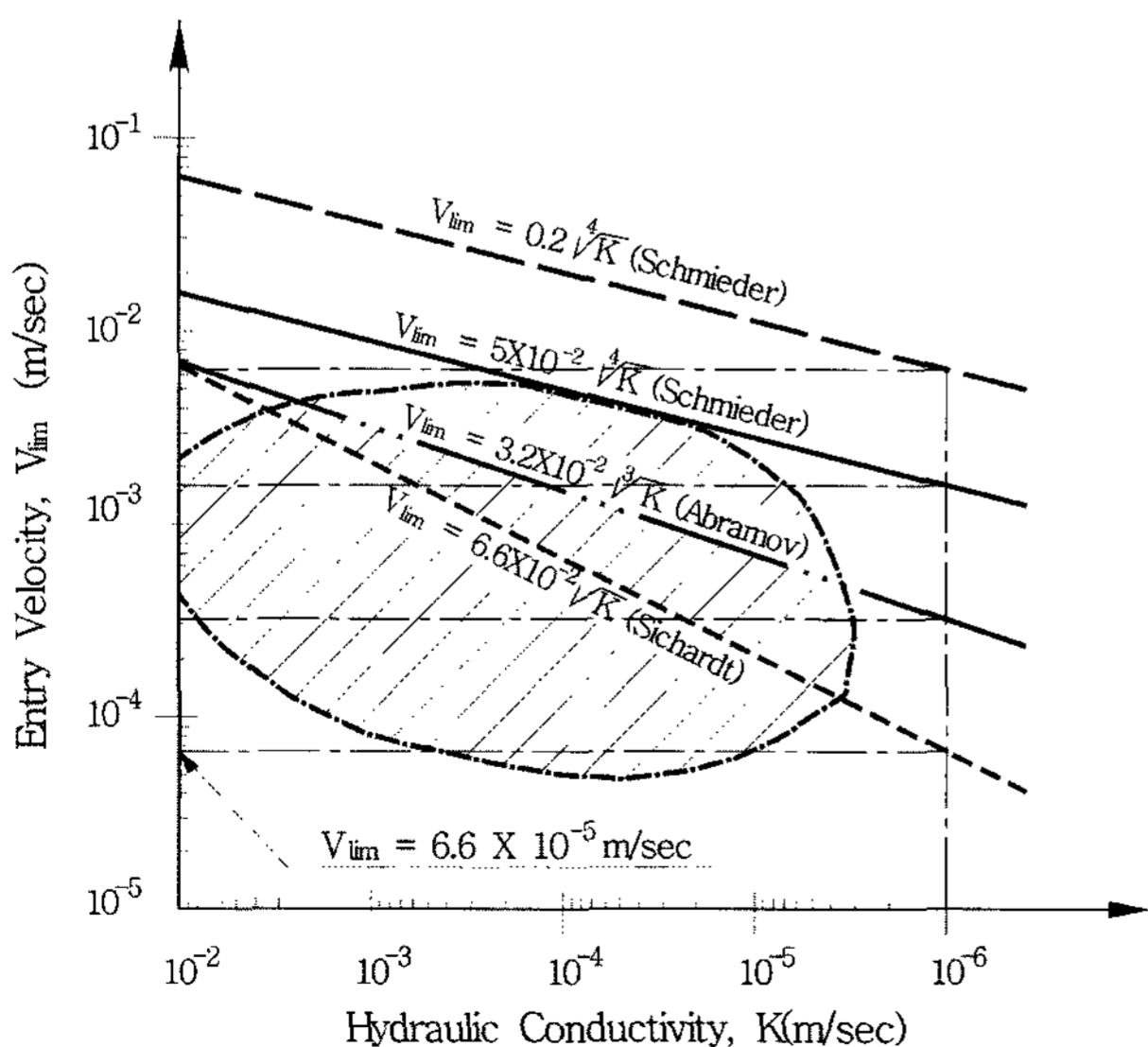


그림 11. 우물 내로 유입되는 유속의 비교(after Schmieder, 1966)

여기서,  $v_{cr}$  = 한계유속(critical seepage velocity, m/sec)

$C_n$  = 비례상수

$\gamma_s$  = 입자의 비중(specific weights of the grains)

$\gamma_v$  = 물의 비중(specific weights of the water)

$D_h$  = 유효입경(effective diameter)

$k$  = 투수계수(hydraulic conductivity, m/sec)

그림 11은 투수계수의 함수로 표현된 각각의 제안식에 의하여 산정된 한계유속이 나타나 있다. Schmieder는 스크린이 막히지 않고 오랫동안 가동되고 있는 많은 우물들로 부터 실제로 우물 내부로 유입되는 유속을 나타내는 그림 11의 빗금친 부분과 같이 식 15와 식 16에 의해 산정된 유속보다 더 높은 유속으로 가동되고 있음을 발견하였다. 이러한 이유로 Schmieder는 식 18에 안전율( $F_s$ )을 4.0으로 적용하여 식 17과 같이 사용할 것을 제안하였다.

## 5 침투해석 결과 종합

### 5.1 한계 동수경사에 의한 안정성

침투해석 결과 유출동수경사(그림 5)는 댐체 하류 측사면 선단부에서 가장 크게 산정되었으며,  $k$ -ratio가 작을수록 즉 수평방향투수계수( $k_x$ )가 연직방향투수계수( $k_y$ )보다 클수록 유출동수경사(표 5)는 크게 산정되었다.  $k$ -ratio = 4.0( $k_x = 1/4k_y$ )일 때  $i_{emax} = 0.507$ ,  $k$ -ratio = 1.0( $k_x = 1.0k_y$ )일 때  $i_{emas} = 0.615$ ,  $k$ -ratio = 0.25( $k_x = 4k_y$ )일 때  $i_{emax} = 0.917$ 로서  $k_x$ 가  $k_y$ 와 동일한 균질지반( $k$ -ratio = 1.0)인 경우와 비교해서  $k_x$ 가  $k_y$ 의 1/4일 때  $i_{emax}$ 는 약 1.25배 작게,  $k_x$ 가  $k_y$ 의 4배일 때  $i_{emax}$ 는 약 1.5배 크게 산정되었다. 한계동수경사에 대한 안전율(표 8)은  $k$ -ratio = 4.0일 때  $F_s = 2.032$ 이며,  $k$ -ratio = 1.0일 때  $F_s = 1.675$ 이고,  $k$ -ratio = 0.25일 때  $F_s = 1.123$ 으로 산정되었다.  $k_x$ 가  $k_y$ 의 1/4일 때  $F_s$ 는 약 1.25배 정도 크게,  $k_x$ 가  $k_y$ 의 4배일 때  $F_s$ 는 약 1.5배 정도 작게 산정되었다. 따라서  $k$ -ratio에 따른 침투해석 결과(그림 9)  $k$ -ratio가 클수록 즉  $k_x$ 가  $k_y$ 보다 작을수록  $i_{emax}$ 는 감소하며, 따라서 안전율은 상대적으로 증가하는 것으로 나타났다.

파이핑 현상발생에 대한 허용안전율( $F_{sa}$ )은 표 7에 나타나 있는 바와 같이 최소한 2.0이상을 제시하고 있다. 해석결과 안전율( $F_s$ )은 최소 1.123에서 최대 2.032까지 산정되었다. 따라서 기존 흙댐은 하류 사면선단부에서 이론적으로는 침투수에 의한 파이핑 현상 발생가능성이 높은 상태인 것으로 나타났다. 그러나 침투해석 결과 댐 체내의 자유수면(phreatic surface line)을 형성하는 침윤선(seepage line)(그림 4)은 누수의 흔적이 있었던 지점보다는 약 8-9m 정도 아래인 댐 높이의 대략 1/3 지점인 하류 쪽 사면과 만나면서 형성되는 것으로 해석되었으며, 따라서 누수지점은 파이핑 현상발생 가능성이 있는 위치는 아닌 것으로 판단된다. 또한 댐 체의 하류 쪽 사면선단부에서도 파이핑 현상은 발생되지 않았다. 이것은 Terzaghi의 한계동수경사 개념에서 고려되지 않은 토립자의 입경, 입도분포, 간극률과 입자 상호간의 마찰력 및 점착력 등의 요인에 기인된 것이라 판단된다. 침투해석결과  $k$ -ratio



가 1.0일 때 파이핑 발생에 대한 안전율( $F_s$ )은 1.675(표 8)로 산정되어 최소한의 허용안전율( $F_{sa}$ )인 2.0보다도 작게 나타났으나, 해석상 유출 동수경사가 가장 크게 산정된 댐의 하류 쪽 사면선단부에서 파이핑 현상발생이나 누수현상 등이 발생되지 않았다. 따라서 이와 같은 점 등을 종합 검토해 볼 때 침투수에 대하여 한계 동수경사에 의한 안정성을 검토할 경우 허용안전율( $F_{sa}$ )은 1.5 정도를 적용하는 것이 현실적이고, 합리적일 것이라 판단된다.

## 5.2 한계유속에 대한 안정성

유출동수경사( $i_e$ )(표 5)는  $k$ -ratio의 변화에 따라서 약 두배 정도까지 차이가 나고 있으나, 침투유속( $v_s$ )(표 6)은  $k$ -ratio의 변화에 따라서 차이가 거의 없는 것으로 나타났다. 이는 댐 체 내에 침투수 발생 시 한계동수경사에 의한 댐체의 안정성 검토 시에는  $k$ -ratio가 매우 중요한 요소 중의 하나가 될 수 있을 것이나, 한계유속에 의한 안정성 검토 시에는 상대적으로  $k$ -ratio의 중요도가 매우 낮은 요소라는 것을 의미한다. 그러므로 한계유속의 경우에는  $k$ -ratio에 따른 해석결과(표 6) 보다는 투수계수의 조합에 따른 해석결과(표 3)를 기준으로 침투유속이 가장 작은 경우와 가장 큰 경우에 대하여 비교 평가하였다.

침투해석결과 최소 및 최대 침투유속(표 3)을 식 7로 환산하면 실제 최소 침투유속은  $v_{s \min} = 1.34 \times 10^{-4}$  cm/sec이고, 실제 최대 침투유속은  $v_{s \max} = 5.82 \times 10^{-4}$  cm/sec이다. 실제 최소 및 최대 침투유속의 범위와 토립자의 입경과의 관계는 그림 10에 나타나 있다.

토립자의 입경의 함수로 표현된 한계유속에 대해서 그림 10에 나타나 있는 바와 같이 Koslova나 Richardson(1961)의 제안식에 의하여 산정되는 한계유속은 다소 유사한 결과를 나타내고 있으나 Justin(1923)의 제안식에 의하여 산정되는 한계유속과는 큰 차이를 나타내고 있다. 이러한 차이는 Justin(1923)의 제안식은 이상적인 단일 입자의 운동식이며, Koslova나 Richardson(1961)의 제안식은 비균질인 혼합입경의 시료에 대한 한계유속을 나타내는데 기인한다고 판단된다.

그림 10으로부터 침투해석결과 산정된 실제 최소 침투유속( $v_{s \min}$ )과 최대 침투유속( $v_{s \max}$ )에 대응하는 토립자의 입경은 각각  $d_{\min} = 0.017$  mm,  $d_{\max} = 0.025$  mm인 것으로 나타났다. 따라서 토립자의 입경의 함수로 표현된 한계유속에 의하면 댐체를 구성하고 있는 축조재료 중 입경( $d$ )이 0.025 mm 이하인 토립자들은 침투수의 흐름에 의하여 씻겨 나갈 수 있는 것으로 평가된다. 그러나 실제로 댐 체의 하류쪽 사면 선단부에서 파이핑 현상은 발생되지 않았다. 이는 한계유속 개념에 의한 침투수의 흐름에 의하여 씻겨져 나갈 가능성이 있는 토립자의 입경( $d$ )은 0.025 mm 이하로서 이는 200번체의 규격에 대응하는 입경( $d$ )인 0.075 mm보다도 작은 입경이며, 축조재료에 포함되어있는 구성 비율 또한, 매우 작아서 비록 유실된다고 할지라도 자연스럽게 필터(filter)층이 형성될 가능성이 높기 때문이라고 판단된다. 또한 투수계수의 함수로 표현된 한계유속에 대해서는 Sichert(1928), Abramov (1952) 및 Schmieder(1966) 등이 제안한 관계식이 있으며, 그림 11

에 각각의 제안식에 대한 한계유속을 나타냈다. 댐 체의 투수계수가  $k = 1.0 \times 10^{-6}$  m/sec일 때 가장 보수적인 Sichert의 제안식에 의한 한계유속은  $v_c = 6.6 \times 10^{-5}$  m/sec정도로 산정되었다. 침투해석결과 산정된 침투수의 실제 최대 침투유속( $v_{s \max}$ )은  $5.82 \times 10^{-6}$  m/sec로서 그림 11에서 가장 작은 한계유속( $v_c$ )인  $6.6 \times 10^{-5}$  m/sec보다도 훨씬 작은 것으로 나타났다. 따라서 투수계수의 함수로 표현된 한계유속에 의하면 댐체에 대한 축조재료는 침투수의 흐름에 대하여 안전한 것으로 평가된다. 한편, 토립자의 입경의 함수로 표현된 한계유속에 의한 평가와 투수계수의 함수로 표현된 한계유속에 의한 평가와는 많은 차이가 나고 있음을 알 수 있다. 이러한 차이는 관계식을 유도하기 위한 이론적 배경의 차이와 경험식을 얻기 위한 모형실험 등의 차이에 기인한 것이라 판단된다. 즉 Koslova에 의하여 제안된 관계식은 어떤 과정을 통하여 모형실험을 수행하였는지가 명확하지는 않으나, Justin 및 Richardson 등이 제시한 토립자의 입경의 함수로 표현된 한계유속은 Stoke의 법칙에 근거하여 여러 개의 토립자의 간섭침강을 고려하여 제안된 관계식이며, Sichert, Abramov 및 Schmieder 등이 제시한 투수계수의 함수로 표현된 한계유속은 토립자와 스크린을 통해서 우물로 유입되는 침투수압의 관계를 해석하고 모형실험을 수행함으로써 제안된 경험식이라는 근본적인 차이에 기인한 것이라고 판단된다.

## 5.3 댐 체 누수발생 원인에 대한 소견

침투해석 결과 표 8에 나타나 있는 바와 같이 파이핑 현상 발생에 대한 안전율( $F_s$ )은  $k$ -ratio가 1.0일 때 1.675로 산정 되어 표 7에 제시되어 있는 최소한의 허용 안전율( $F_{sa}$ )인 2.0보다도 작게 나타났으나, 해석상 유출 동수경사가 가장 크게 산정된 댐의 하류 쪽 사면선단부에서 파이핑 현상 발생이나 누수현상 등이 발생되지 않았다. 또한 기존 흙댐의 하류 측 사면중상부에서 발생된 누수현상은 침투수 발생 시 댐 체 내에서 형성되는 자유 수면인 침윤선의 상부에 해당하는 지점에서 발생된 것으로 이론상 침투수에 의한 파이핑 현상이라고 결론지을 수는 없다고 판단된다.

파이핑 현상 발생에 영향을 주는 요인에는 건조, 부등침하, 수압할열 및 지진 등 여러 가지 원인에 의한 제체 내의 균열 발생, 수목의 뿌리나 야생동물 및 시공 시 다짐 불 균질 등에 의한 제체 내의 취 약부 발생, 그리고 성토 재료가 분산성이 높은 흙(dispersive soils)을 함유하고 있을 경우 등이 있으며, 재료의 입경, 입도분포, 간극률, 입자 상호간의 마찰력 및 점착력, 투수계수, 유속 및 필터 유무 등이 있다. 따라서 댐체의 누수현상 발생은 이와 같은 여러 가지 요인들이 복합적으로 작용되어 나타난 것이라고 판단된다.

## 6. 결 론

본 연구에서는 댐 체의 누수현상에 대한 원인을 규명하기 위하여 투수계수 비( $k$ -ratio =  $k_y / k_x$ )와 침투유속이 침투수에 의하여 발생할 수 있는 파이핑 현상에 미치는 영향에 대하여 검토하였다. 침투해석을 수행하여 유출동수경사와 침투유속을

파악하고, 이론식에 의한 한계동수경사와 경험식에 의한 한계 유속을 산정하여 비교검토 하였으며, 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 침투해석결과 침윤선은 누수현상에 발생된 위치보다 하부에 형성된 것으로 나타났다. 따라서 댐체 하류부 사면의 중상부에서 발생된 누수현상은 침투수에 의한 파이핑 현상에 기인된 것은 아니라고 판단된다.
- (2) 최대유출동수경사는 댐 체 하류 쪽 사면선단부에서 발생되었으며,  $k$ -ratio가 작을수록 즉 수평방향 투수계수( $k_x$ )가 연직방향 투수계수( $k_v$ )보다 클수록 유출동수경사( $i_e$ )는 증가하며, 상대적으로 안전율은 감소하는 것으로 나타났다.
- (3) 침투해석결과 투수계수 비( $k$ -ratio =  $k_v/k_x$ )가 16배정도 증가하면 최대 유출동수경사는 50%정도 감소하는 것으로 나타난 반면, 최대 침투유속은 15% 정도만이 감소되는 것으로 나타났다.
- (4) 댐체 내에서 침투수가 발생할 때 한계 동수경사 개념으로 댐체의 파이핑 현상 발생에 대한 안정성을 검토할 경우에는 투수계수비가 매우 중요한 요소 중의 하나로 판단되지만 한계유속의 개념으로 댐 체의 파이핑 현상 발생에 대한 안정성을 검토할 경우에는 상대적으로 투수계수비의 중요도가 매우 낮은 요소인 것으로 확인되었다.
- (5) 침투수에 대하여 한계동수경사에 의한 안정성을 검토할 경우 허용안전율( $F_{sa}$ )은 1.5 정도를 적용하는 것이 현실적이고, 합리적인 것이라 판단된다.
- (6) 차수가 요구되는 제체나 댐체를 축조할 경우 층 다짐을 수행하게 되는데 가능하면 수평방향 투수계수가 커지지 않도록 가로와 세로방향으로 번갈아가면서 전압을 수행하는 것이 필요하다고 판단된다.

## 참 고 문 헌

김상규, 한성길, 이민형, 안상로(2001) 수위 변동에 따른 Earth-Rockfill 댐의 거동 및 균열원인에 대한 평가. **한국지반공학회 논문집**, 한국지반공학회, 제17권 제6호, pp. 149-162.

- 김원만 譯 **수리 공식 집**. 건우사, pp. 411-415.
- 사단법인 한국수자원학회 (2003) **건설교통부 승인 댐 설계기준**. pp. 198-200.
- 윤정환, 안조범, 김진희 (2003) 유한 요소 모델을 이용한 필 댐 기초 지반 그라우트 커튼의 적정 심도 연구. **한국지반공학회 논문집**, 한국지반공학회, Vol. 19, No. 10, pp. 9-22.
- 응용지질 주식회사, OYO Corporation (1987) **응용 지질년보**. OYO Technical Report, No. 9.
- 이대수 (1996) 수위가 변동하는 휠 댐의 안정 해석(I), 침투 류 해석을 중심으로. **한국지반공학회논문집**, 한국지반공학회, 제12권, 제6호, pp. 65-78.
- 의정부시 (1994) **홍북 저수지 확장 기본 및 실시 설계 보고서**.
- 정형식, 유재일, 안상로 (1989) 토질 제체의 Piping 파괴에 대한 실험적 연구. **대한토질공학회논문집**, 대한토질공학회, 제5권, 제4호, pp. 17-26.
- 한성길, 김상규 (1992) **침투유속에 의한 제방의 파이 핑 해석**, 사례연구, 석사학위논문, 동국대학교.
- 杉井俊夫, 佐藤健, 宇野尚雄, 山田謹吾(1989) Process of Seepage Failure and Effect of Heterogeneity in Soil. **土と基礎**, JSSMFE, Vol. 37, No. 6, pp. 17-22.
- Bolton, M.D. (1979) *A Guide to Soil Mechanics*. John Wiley & Sons, pp. 233-258.
- Das, B.M.(1983) *Advanced Soil Mechanics*. McGraw-Hill Book Company, pp. 102-138.
- Harr, M.E.(1962) *Groundwater and Seepage*. McGraw-Hill Book Company, pp. 20-26.
- Kovacs, G.(1981) *Seepage Hydraulics*. Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam·Oxford·NewYork, pp. 351-362.
- Kovacs, G., Ujfaludi, L. (1982) Movement of Fine Grains in the Vicinity of Well Screens. *Hydraulic Problems of Ground Water Drainage (International Association for Hydraulic Research) Donji Milanovac*, 14-16 September, Yugoslavia.
- NAVFAC DM-7.1 (1982) *Soil Mechanics*. Design Manual 7.1, Department of the Navy, Naval Facilities Engineering Command, pp.7.1-259 - 7.1-308.
- Terzaghi, K. (1943) *Theoretical Soil Mechanics*. John Wiley & Sons, pp. 406-409.

- ◎ 논문접수일 : 2007년 12월 20일
- ◎ 심사의뢰일 : 2007년 12월 26일
- ◎ 심사완료일 : 2008년 01월 25일